

# Plan d'expériences ” Definitive Screening Design ” , une alternative crédible aux plans composites centrés ?

Maurice Pillet, François Louvet, Davy Pillet

## ► To cite this version:

Maurice Pillet, François Louvet, Davy Pillet. Plan d'expériences ” Definitive Screening Design ” , une alternative crédible aux plans composites centrés?. Qualita 2017, Sep 2017, Bourges, France. <hal-01624551>

**HAL Id: hal-01624551**

**<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01624551>**

Submitted on 26 Oct 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Plan d'expériences "Definitive Screening Design", une alternative crédible aux plans composites centrés ?

Maurice Pillet

Université Savoie Mont Blanc  
74940 Annecy - France  
[Maurice.pillet@univ-smb.fr](mailto:Maurice.pillet@univ-smb.fr)

François Louvet

Université de Limoges  
87068 Limoges Cedex - France  
[francois.louvet@unilim.fr](mailto:francois.louvet@unilim.fr)

Davy Pillet

Ellistat.com  
74000 Annecy  
[davy.pillet@pillet-consulting.com](mailto:davy.pillet@pillet-consulting.com)

**Abstract**— Definitive screening designs were proposed in 2011 by Jones and Nachtsheim [1]. It offers an attractive alternative to existing Design of Experiments. The objective of this paper is to show advantages and limits of this new type of Design of Experiments from a comparison between different strategies. It also bring a proposal for the treatment of these designs to limit the risk of misinterpretation.

**Résumé**— Les plans d'expériences Definitive screening design ont été proposés par Jones et Nachtsheim [1] en 2011. Ils proposent une alternative séduisante aux plans existants. L'objectif de ce papier est de montrer les avantages mais aussi les limites de ce nouveau type de plans à partir d'un comparatif entre différentes stratégies. Il décrit également une proposition de traitement des plans d'expériences permettant de limiter les risques de mauvaise interprétation de ce type de plans.

**Index Terms**—Design of experiments, DOE, Definitive screening Design, Ellistat

**Mots clés**—Plan d'expériences, Definitive screening Design, Ellistat

## I. INTRODUCTION

La qualité d'un plan d'expériences en surface de réponse pour l'expérimentateur se juge à sa capacité à modéliser le comportement réel d'un système. Les plans « Definitive Screening Design (DSD) » sont des plans permettant de construire un modèle polynomial de la même manière que les plans composites centrés qui eux sont construits de manière à être optimum au regard d'un modèle polynomial de degré 2. L'intérêt des plans composites centrés réside dans la précision de la surface de réponse, l'inconvénient réside dans le nombre d'essais relativement élevé. Tous les plans qui cherchent à diminuer le nombre d'expériences par rapport aux plans composites centrés seront nécessairement moins optimaux. Le challenge consiste à diminuer le nombre d'essais sans dégrader trop la qualité du modèle obtenu. Ce papier se propose de partir d'un modèle connu et d'un bruit uniforme dans le domaine d'étude pour comparer les résultats de différents types de plans

d'expériences. Il propose également de discuter des approches modernes que l'on peut avoir pour déterminer rapidement le meilleur modèle à partir de ces plans de façon concurrente aux approches plus traditionnelles telles que « Backward » ou « Forward ».

## II. BIBLIOGRAPHIE

Alors que l'on croyait que tout avait été dit sur les plans d'expériences au XX<sup>e</sup> siècle, l'article publié par Jones et Nachtsheim [1] en 2011 apporte de nouvelles pistes d'investigation. Le principe de base consiste à postuler que l'on n'a pas besoin d'utiliser tous les monômes dans la description d'une surface de réponse à partir d'une quadratique. Par voie de conséquence, le nombre de traitements distincts d'un plan d'expériences peut être inférieur au nombre de paramètres à estimer dans un polynôme du second degré. C'est ce que proposent Jones et Nachtsheim avec un nombre de traitements égal, à une unité près, au double du nombre de facteurs, soit  $N = 2k + 1$ . La construction de ces dispositifs expérimentaux doit permettre d'estimer de la meilleure façon possible tous les sous-ensembles de monômes possibles, l'estimation des coefficients des monômes de degré 1 étant indépendante de l'estimation de tous les coefficients permettant de traduire à la fois des courbures à partir de termes carrés et des interactions à partir de termes rectangles. Ces dispositifs garantissent des alias et des concomitances très faibles, voire nulles.

Bien que les matrices proposées par Jones et Nachtsheim [1] soient séduisantes à utiliser, en particulier en présence d'un nombre pair de facteurs, elles ont suscité des développements conduisant à de meilleurs arrangements, en particulier en faisant appel aux propriétés des matrices de conférence. Les travaux de Xiao *et al.* [2] et de Nguyen et Stylianou [3], puis ceux de Phoa et Lin [4] ont affiné en quelques années les propositions de plans d'expériences de type Definitive Screening Design en améliorant les propriétés des dispositifs initialement présentés, en particulier pour un nombre de facteurs supérieur ou égal à 6. C'est ainsi que pour un nombre impair de facteurs, il est

désormais recommandé de choisir un nombre de traitements distincts égal à  $N = 2k + 3$ .

Si initialement les matrices d'expériences proposées par Jones et Nachtshiem [1] s'adressaient à la modélisation des surfaces de réponses à partir de facteurs exclusivement continus, ces mêmes auteurs ont rapidement proposé d'introduire des facteurs qualitatifs à deux modalités [5] dans la définition du domaine expérimental puis du modèle.

Dans une suite logique s'inscrit une dernière publication des mêmes auteurs à propos de l'organisation sous forme de blocs homogènes d'une campagne expérimentale [6].

Rares sont les articles s'intéressant aux méthodes d'analyse des résultats de tels dispositifs expérimentaux. On notera cependant la publication d'Anderson *et al.* [7] qui associe efficacement l'usage de simulations Monte-Carlo à l'analyse des résultats.

Parmi la quarantaine d'articles recensés aujourd'hui sur le sujet, les exemples d'application commencent à prendre une large place, couvrant des secteurs économiques allant de la biologie [8] à la mécanique [9] en passant par la chimie et les matériaux [10] dont la céramique en particulier [11][12]. Ces études de cas mettent en œuvre un nombre de facteurs restant pour l'instant inférieur ou égal à 10, mais restent très encourageantes et prometteuses pour le futur.

L'article présenté ici se situe dans ce courant en comparant les propriétés respectives de plusieurs plans d'expériences à identifier un modèle en partant d'un modèle connue permettant de générer les réponse.

### III. CONTEXTE DE L'ETUDE

Pour servir de support à notre étude, nous proposons un modèle connu et bruité. Il comporte 3 facteurs continus (A, B, C) et un facteur discret à trois modalités (D). L'introduction d'un modèle discret à trois modalités est possible en utilisant le modèle linéaire généralisé. Il est cependant consommateur de degré de liberté lorsque l'on veut étudier des interactions. Nous proposons donc de l'introduire dans notre modèle pour valider la robustesse des plans à l'introduction d'un facteur qualitatif.

Les plages de variation des facteurs sont les suivantes :

- A (-1 → 1)
- B (-1 → 1)
- C (-1 → 1)
- D (M1, M2, M3)

Le modèle est donné par la relation (Equation 1) :

$$Y = 100 + 3A + 4B + [0 \quad 0.5 \quad 4]D + 10 * A^2 - 2 * C^2 - 2 * AB$$

Le facteur D de type discret est donné par les trois effets sur chacune des modalités au regard de la moyenne. L'introduction d'un facteur qualitatif dans un modèle polynomial est souvent un problème industriel important pourtant peu étudié dans la littérature scientifique.

Pour l'introduire dans la fonction polynomiale on sépare le coefficient en 2. Le niveau donné par la première modalité est

inclus dans la constante, les effets relatifs des modalités 2 et 3 sont insérés dans le modèle sous la forme :

$$Y = 100 + 3A + 4B + 0.5 * M2 + 4 * M3 + 10 * A^2 - 2 * C^2 - 2 * AB$$

Avec  
 $M2 = 1$  lorsque le facteur est à la modalité 2,  $M2 = 0$  sinon  
 $M3 = 1$  lorsque le facteur est à la modalité 3,  $M3 = 0$  sinon

Une seconde façon de traiter ce plan consiste à laisser le facteur D quantitatif. Le modèle devient alors :

$$Y = 100.5 + 3A + 4B + 2 * D + 10 * A^2 - 2 * C^2 + 1.5 * D^2 - 2 * AB$$

Le modèle est généré avec un bruit gaussien  $\mathcal{N}(0,1)$  afin de ne pas avoir une réponse parfaitement déterministe. Une étude intéressante consisterait à voir l'influence de l'importance de ce bruit sur la qualité de prédiction. Mais cette étude sort du cadre de cet article. On pourra se référer aux travaux de Dougherty [13] qui a proposé une étude détaillée de l'influence du bruit gaussien sur les plans de balayage de second ordre.

Quatre types de plans ont été générés dans un premier temps (Annexe 1)

- Plan composite centré (31 essais)
- Plans DSD à 4 facteurs (9 essais)
- Plans de Taguchi L9 (9 essais)
- Plan de Taguchi L18 (18 essais)
- Plans de Box-Behnken à 4 facteurs (25 essais)

Pour chaque plan, le meilleur modèle obtenu au sens du  $R^2$  entre les approches *Backward* et *Forward* par le logiciel Ellistat sont donné ci-dessous. Pour les plans en 9 essais le nombre d'essais ne permet pas une méthode *Backward* complète on fera une recherche de modèle fondée uniquement sur les termes simples et quadratiques.

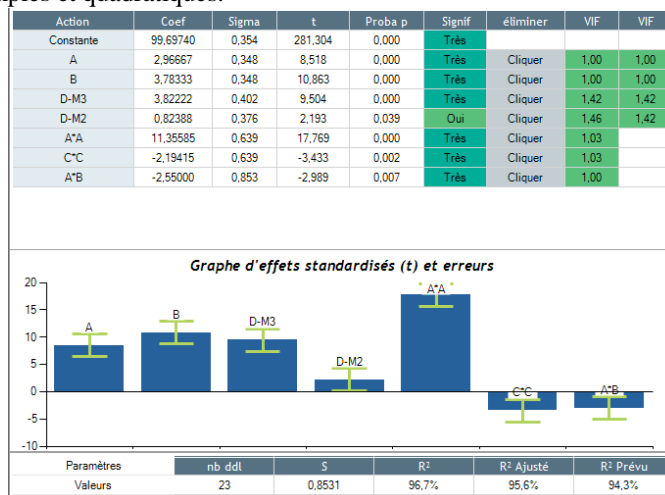


Fig. 1. Analyse du plan composite centré (*Backward & Forward*)

Action	Coef	Sigma	t	Proba p	Signif	éliminer	VIF	VIF
Constante	98,80000	0,274	360,027	0,000	Très			
A	3,13333	0,150	20,846	0,000	Très	Cliquer	1,00	1,00
B	3,90000	0,150	25,947	0,000	Très	Cliquer	1,00	1,00
D-M3	3,53333	0,301	11,754	0,001	Très	Cliquer	1,33	1,33
D-M2	3,26667	0,301	10,867	0,002	Très	Cliquer	1,33	1,33
A*A	8,70000	0,260	33,418	0,000	Très	Cliquer	1,00	

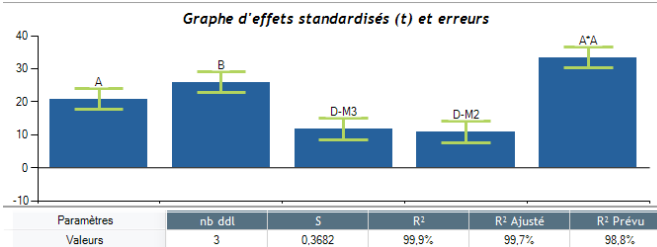


Fig. 2. Analyse du plan DSD à 4 facteurs, 1 qualitatif (Backward)

Action	Coef	Sigma	t	Proba p	Signif	éliminer	VIF	VIF
Constante	101,06667	0,639	158,054	0,000	Très			
A	3,13333	0,452	6,930	0,002	Très	Cliquer	1,00	1,00
B	3,90000	0,452	8,625	0,001	Très	Cliquer	1,00	1,00
D'	1,76667	0,452	3,907	0,017	Oui	Cliquer	1,00	1,00
A*A	8,70000	0,783	11,109	0,000	Très	Cliquer	1,00	

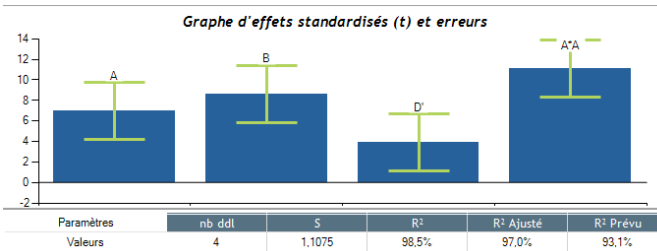
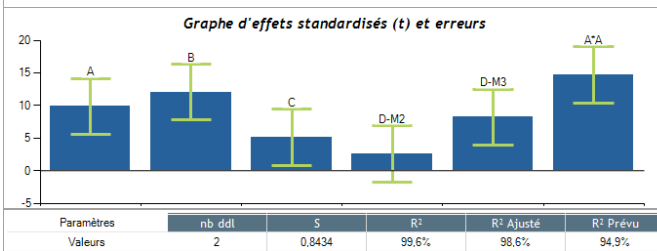


Fig. 3. Analyse du plan DSD à 4 facteurs, tous quantitatif (Backward)

Action	Coef	Sigma	t	Proba p	Signif	éliminer	VIF	VIF
Constante	98,25556	0,629	156,293	0,000	Très			
A	3,40000	0,344	9,874	0,010	Oui	Cliquer	1,00	1,00
B	4,15000	0,344	12,052	0,007	Très	Cliquer	1,00	1,00
C	1,76667	0,344	5,131	0,036	Oui	Cliquer	1,00	1,00
D-M2	1,76667	0,689	2,565	0,124	Non	Cliquer	1,33	1,33
D-M3	5,66667	0,689	8,228	0,014	Oui	Cliquer	1,33	1,33
A*A	8,76667	0,596	14,699	0,005	Très	Cliquer	1,00	



Analyse automatique ordre décroissant

Analyse automatique ordre croissant

Meilleurs sous-ensembles

Modèle

 termes quadratiques  
 termes cubiques  
 termes d'interaction x2  
 termes d'interaction x3

Fig. 4. Analyse du plan L9 Taguchi, 1 qualitatif (Forward)

Action	Coef	Sigma	t	Proba p	Signif	éliminer	VIF	VIF
Constante	101,61326	0,689	147,388	0,000	Très			
A	5,15985	0,556	9,282	0,001	Très	Cliquer	1,36	1,00
A*A	10,52652	0,874	12,044	0,000	Très	Cliquer	1,12	
D'D'	-1,31989	0,214	-6,162	0,004	Très	Cliquer	2,16	
A'C	-8,36975	0,757	-11,053	0,000	Très	Cliquer	1,68	

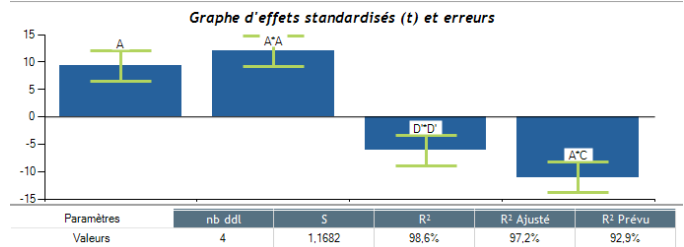


Fig. 5. Analyse du plan L9 Taguchi, tous quantitatif (Forward)

Action	Coef	Sigma	t	Proba p	Signif	éliminer	VIF	VIF
Constante	100,21667	0,579	173,066	0,000	Très			
A	3,32500	0,268	12,404	0,000	Très	Cliquer	1,00	1,00
B	3,87500	0,268	14,456	0,000	Très	Cliquer	1,00	1,00
D-M2	0,81667	0,565	1,445	0,179	Non	Cliquer	1,48	1,33
D-M3	3,75000	0,536	6,995	0,000	Très	Cliquer	1,33	1,33
A*A	9,57500	0,464	20,623	0,000	Très	Cliquer	1,00	
C'C	-1,48333	0,473	-3,137	0,011	Oui	Cliquer	1,04	
A'B	-2,46667	0,357	-6,902	0,000	Très	Cliquer	1,19	

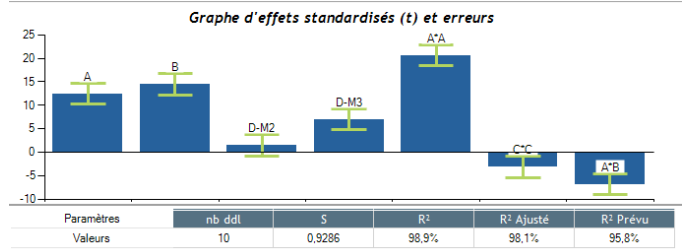


Fig. 6. Analyse du plan L18 de Taguchi (Backward)

Action	Coef	Sigma	t	Proba p	Signif	éliminer	VIF	VIF
Constante	101,01176	0,516	195,575	0,000	Très			
A	2,87500	0,275	10,458	0,000	Très	Cliquer	1,00	1,00
B	4,25000	0,275	15,459	0,000	Très	Cliquer	1,00	1,00
D-M1	-0,87206	0,512	-1,703	0,107	Non	Cliquer	1,32	1,11
D-M3	3,82794	0,512	7,474	0,000	Très	Cliquer	1,32	1,11
A*A	9,49044	0,432	21,962	0,000	Très	Cliquer	1,28	
C'C	-2,06956	0,432	-4,766	0,000	Très	Cliquer	1,28	
A'B	-2,35000	0,476	-4,935	0,000	Très	Cliquer	1,00	

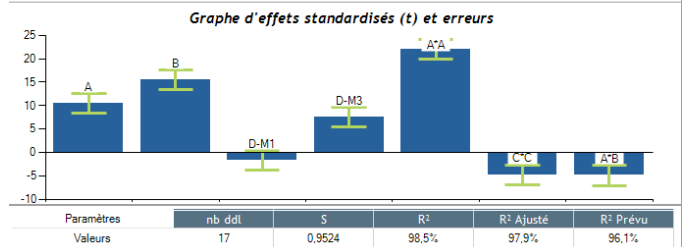


Fig. 7. Analyse du plan de Box-Behnken à 4 facteurs (Backward)

#### IV. DISCUSSION SUR LES RESULTATS

Les résultats des analyses précédentes sont à comparer au modèle que nous nous sommes donné.

Trois plans permettent de faire ressortir les facteurs réellement actifs :

- Le plan composite centré qui a demandé 31 essais.
- La table L18 de Taguchi qui n'a nécessité que 18 essais
- La table de Box-Behnken dans une moindre mesure avec 25 essais

Les excellents résultats du plan composite ne sont pas une surprise, le nombre d'essais est élevé, et on sait qu'il est optimum pour étudier un modèle polynomial de second degré.

Sur cet exemple, mais qui peut être reproduit avec d'autres modèles, on note l'excellent résultat de la table L18 de Taguchi pour entrer en concurrence avec les plans composites centrés. Ces résultats ne sont pas forcément attendus car la table L18 est traditionnellement utilisée pour étudier uniquement des termes quadratiques et une interaction entre la colonne 1 et la 2. Mais dans le plan étudié ici, la colonne 1 n'était pas présente. L'interaction AB a pu néanmoins être trouvée en dépit du fait que cette interaction ne soit pas parfaitement orthogonale aux autres facteurs.

Deux tables comportaient 9 essais (pour un modèle vrai de 8 coefficients). Pour ces deux tables, les résultats sont relativement éloignés de la réalité en dépit d'un  $R^2$  correct. Le  $R^2_{Prévu}$  est calculé en supprimant successivement chaque essai du modèle afin de chercher à le prédire. Pour les deux plans à 9 essais le passage à un modèle équivalent avec tous les facteurs quantitatifs n'améliore pas le résultat.

Sur cet exemple, on note que les avantages d'un plan DSD à 9 essais sur une table L9 classique sont à relativiser. Les résultats de la table L9 sont plutôt de meilleure qualité que les résultats du plan DSD. A ce stade plusieurs conclusions peuvent être tirées de cet exemple :

- L'intérêt de la table L18 de Taguchi
- Les résultats décevants du plan de Box-Behnken au regard de ce que l'on obtient avec 18 essais
- Les résultats peu satisfaisants des tables à 9 essais obtenus par les méthodes traditionnelles *Backward* et *Forward*.

Cependant, ces résultats ont été obtenus en utilisant les procédures classiques. Deux questions se posent :

- Quel serait l'intérêt d'implémenter de nouvelles procédures d'identification des facteurs facilitées par la puissance de calcul des ordinateurs actuels ?
- Les plans DSD peuvent facilement être augmentés en supposant des facteurs fictifs, redonnant ainsi des degrés de liberté pour le calcul. Cette procédure est-elle efficace ?

Nous tenterons de répondre à ces deux questions dans la fin de cet article.

#### V. NOUVELLE PROCEDURES DE RECHERCHE DE MODELE

Les méthodes *Backward* et *Forward* sont adaptées lorsque le nombre de degrés de liberté des résidus est élevé. Dans le cas de plans très fractionnaires leur intérêt est plus limité comme le montre l'exemple support de cet article.

La puissance des ordinateurs actuels permet d'envisager une approche exhaustive qui consiste à calculer toutes les combinaisons possibles de monômes en incluant les termes carrés et les termes rectangles. Cette procédure n'est pas présente dans la plupart des logiciels du marché, ce qui peut être pénalisant comme nous le montrerons dans la suite de cette étude. Le logiciel Ellistat possède cette fonctionnalité et permet de ne retenir que la meilleure combinaison (au sens du  $R^2$  ajusté) pour un nombre de monômes donné.

L'avantage de cette procédure exhaustive sur l'ensemble des termes est la garantie que l'on a bien le modèle qui colle le plus aux données pour un nombre de monômes donné. Cela n'est pas le cas avec les procédures *Backward* ou *Forward* qui peuvent conduire à des résultats différents selon les logiciels en fonctions du paramétrage de ces procédures.

En appliquant cette procédure aux tables à 9 essais données en annexe 1 on trouverait :

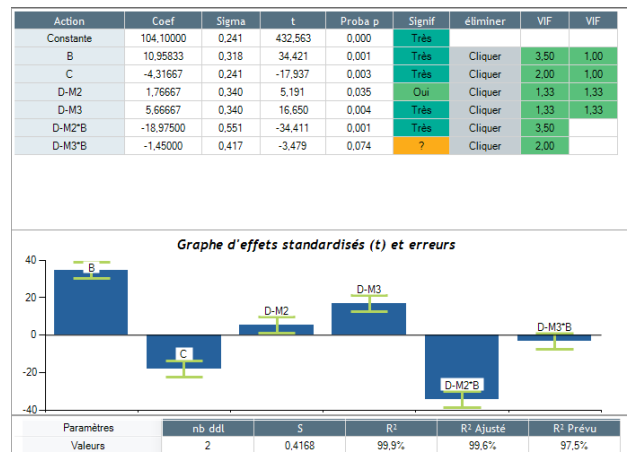


Fig. 8. Analyse du plan L9 par l'approche exhaustive

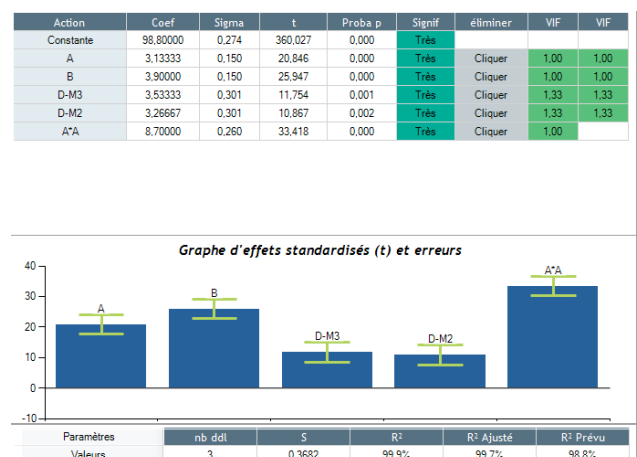


Fig. 9. Analyse du plan DSD à 9 essais par l'approche exhaustive

On note que l'approche exhaustive sur cet exemple donne des résultats fantaisistes à partir de la table L9 de Taguchi. Les résultats avec le plan DSD donne un modèle identique à celui de la méthode *Backward*.

L'approche exhaustive n'apporte pas de gain dans le cas de ces deux tables qui sont saturées avec peu de degrés de libertés résiduels. Lorsque ce nombre de degré de liberté augmente l'approche exhaustive gagne en efficacité. Ainsi pour le plan de Box-Behnken le modèle donné par cette procédure est beaucoup plus proche du modèle réel (Fig. 10. ) malgré un R<sup>2</sup> prévu de 0.

Il est donc sans doute intéressant d'augmenter le nombre de degré de liberté résiduel sur les plans DSD afin d'améliorer la potentialité de cette approche. C'est ce que nous proposons dans le paragraphe suivant.

Action	Coef	Sigma	t	Proba p	Signif	éliminer	VIF	VIF
Constante	99.20000	0.804	123.407	0.000	Très			
A	3.33333	0.232	14.365	0.000	Très	Cliquer	1.00	1.00
B	4.10833	0.232	17.705	0.000	Très	Cliquer	1.00	1.00
C	0.43333	0.232	1.867	0.082	?	Cliquer	1.00	1.00
D-M1	0.04167	0.532	0.078	0.939	Non	Cliquer	2.00	1.11
D-M3	3.62500	0.532	6.818	0.000	Très	Cliquer	2.00	1.11
A*A	10.87083	0.478	22.724	0.000	Très	Cliquer	2.21	
B*B	1.15833	0.478	2.421	0.029	Oui	Cliquer	2.21	
C*C	-1.45417	0.478	-3.040	0.008	Très	Cliquer	2.21	
A*B	-1.92500	0.402	-4.789	0.000	Très	Cliquer	1.00	

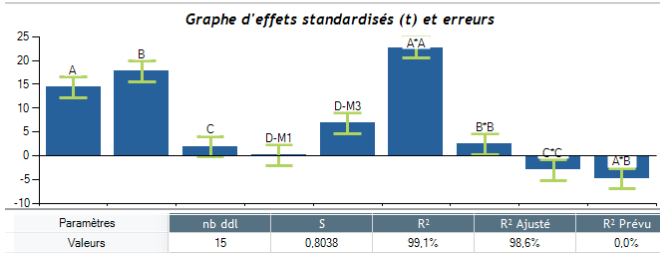


Fig. 10. Analyse du plan de Box-Behnken par l'approche exhaustive.

## VI. INTERET DE L'AUGMENTATION DE LA TAILLE DE LA TABLE DSD

Le fait de faire un plan d'expériences à 9 essais pour 4 facteurs actifs rend difficile la recherche d'un modèle pertinent en absence de répétitions. Avec les plans DSD il est possible d'utiliser les quatre premières colonnes du plan DSD à 7 facteurs permettant l'étude sur 15 essais, ce qui laisse des degrés de liberté pour estimer le modèle. La table 6 de l'annexe donne le plan ainsi créé. Nous avons également étudié le résultat obtenus en partant d'un plan DSD à 6 facteurs soit 13 essais. Cette approche permet de facilement créer des plans DSD+.

Le traitement du plan DSD par les procédures classiques donne ainsi d'excellents résultats dans les deux cas. La Fig. 11. illustre le meilleur résultat obtenu en *Forward* pour le plan DSD+ à 15 essais. La Fig. 12. illustre le meilleur résultat obtenu en *Forward* pour le plan DSD+ à 13 essais.

Action	Coef	Sigma	t	Proba p	Signif	éliminer	VIF	VIF
Constante	103.90687	0.752	138.086	0.000	Très			
A	3.26071	0.269	12.126	0.000	Très	Cliquer	1.07	1.07
B	4.62500	0.269	17.200	0.000	Très	Cliquer	1.07	1.07
D-M1	-4.02143	0.538	-7.478	0.000	Très	Cliquer	1.29	1.29
D-M2	-3.82225	0.684	-5.585	0.001	Très	Cliquer	1.39	1.21
A*A	11.02308	0.608	18.138	0.000	Très	Cliquer	1.09	
C*C	-2.58846	0.629	-4.113	0.004	Très	Cliquer	1.17	
A*B	-2.08846	0.327	-6.391	0.000	Très	Cliquer	1.28	

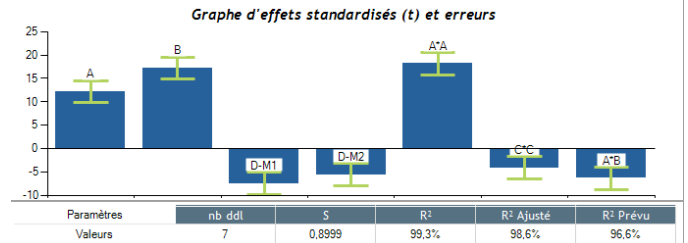


Fig. 11. Analyse du plan DSD+ 15 essais en *Forward*.

Action	Coef	Sigma	t	Proba p	Signif	éliminer	VIF	VIF
Constante	98.51429	0.873	112.802	0.000	Très			
A	2.82000	0.259	10.882	0.000	Très	Cliquer	1.00	1.00
B	3.78000	0.259	14.586	0.000	Très	Cliquer	1.00	1.00
D-M3	4.30000	0.518	8.296	0.001	Très	Cliquer	1.23	1.23
D-M2	1.41429	0.734	1.927	0.126	Non	Cliquer	1.85	1.23
A*A	9.38571	0.551	17.028	0.000	Très	Cliquer	1.04	
B*B	2.08571	0.551	3.784	0.019	Oui	Cliquer	1.04	
C*C	-2.11429	0.687	-3.078	0.037	Oui	Cliquer	1.62	
A*B	-2.20000	0.410	-5.369	0.006	Très	Cliquer	2.00	

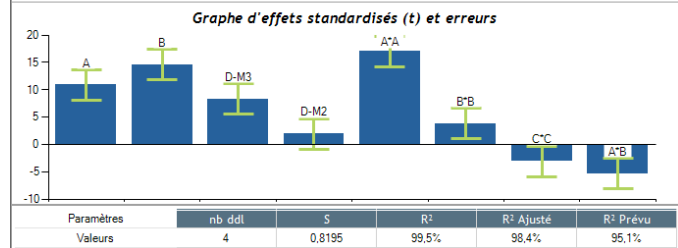


Fig. 12. Analyse du plan DSD+ 13 essais en *Backward*.

Action	Coef	Sigma	t	Proba p	Signif	éliminer	VIF	VIF
Constante	96.36842	0.382	252.313	0.000	Très			
A	3.05000	0.176	17.315	0.000	Très	Cliquer	1.50	1.00
B	3.55000	0.176	20.154	0.000	Très	Cliquer	1.50	1.00
C	1.65000	0.288	5.736	0.011	Oui	Cliquer	4.00	1.00
D-M3	4.30000	0.288	14.949	0.001	Très	Cliquer	1.23	1.23
D-M2	3.60526	0.336	10.715	0.002	Très	Cliquer	1.26	1.23
A*A	7.19474	0.380	18.944	0.000	Très	Cliquer	1.61	
B*B	4.29474	0.380	11.308	0.001	Très	Cliquer	1.61	
D-M3*C	-4.40000	0.455	-9.675	0.002	Très	Cliquer	4.00	
D-M2*C	-1.05000	0.557	-1.885	0.156	Non	Cliquer	3.00	

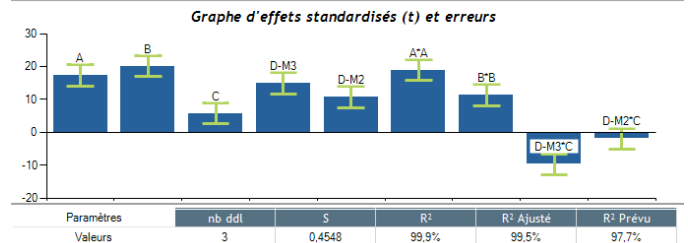


Fig. 13. Analyse du plan DSD+ 13 essais en exhaustif.

L'application de la recherche des meilleurs sous-ensembles sur la table à 15 essais donne le même résultat que la méthode *Forward* confirmant ainsi que c'est la meilleure combinaison que l'on peut trouver. Sur la table à 13 essais on aboutit à un résultat de meilleur qualité au sens du R<sup>2</sup>. Mais il est en réalité plus éloigné du modèle réel.

On peut rappeler que la table de Taguchi en 18 essais donnait le bon modèle avec une procédure classique également. L'approche DSD permet ainsi de gagner 5 essais pour un résultat similaire. D'où la pertinence de l'approche de ce nouveau type de plan.

### VII. UTILISATION DE PLANS D-OPTIMAUX

La dernière question qui se pose est la pertinence d'avoir recours à un plan D-optimal surtout si un groupe d'experts est capable de prédéterminer les interactions susceptibles d'être recherchées. Rappelons qu'un plan D optimal recherche par un algorithme le plan fractionnaire issu d'une liste d'essais candidats (par exemple le plan complet) qui maximise la diagonale de la matrice d'information.

On a recherché avec le logiciel Ellistat un plan fractionnaire de 13 essais. La Fig. 14. donne le plan proposé par Ellistat et la Fig. 15. donne le résultat de l'analyse.

	A	B	C	D	Y Avac qual
0	0	0	-1	M1	97.2
-1	0	0	0	M2	107.1
0	-1	1	0	M2	93.4
-1	1	-1	0	M2	110.9
1	0	1	0	M3	115.4
-1	-1	0	0	M3	104.9
1	-1	0	0	M1	110.1
1	1	-1	0	M2	113.4
1	1	1	0	M1	111.9
-1	-1	-1	0	M1	97.2
1	-1	-1	0	M3	112.7
-1	1	1	0	M1	111.4
0	1	0	0	M3	108.2

Fig. 14. Plan D-Optimal proposé par Ellistat en 13 essais

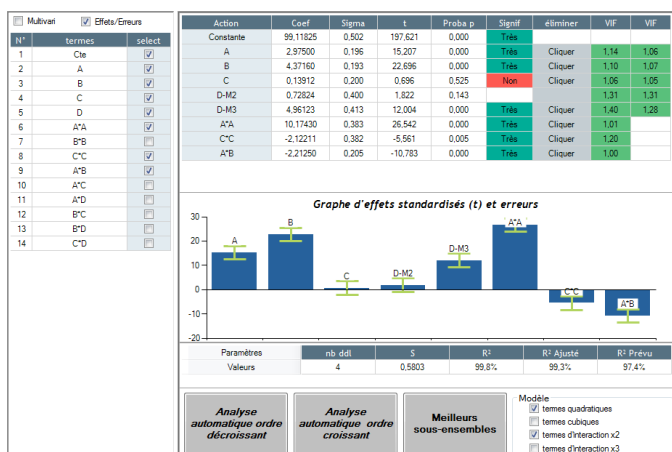


Fig. 15. Analyse du plan D-optimal

Le résultat est éloquent, on obtient de meilleurs résultats avec le plan D-Optimal qu'avec un plan DSD avec un nombre d'essais équivalent. C'est la solution qui offre le meilleur compromis entre le nombre d'essais et les résultats obtenus en matière de modèle.

L'intérêt dans les plans D-optimaux par rapport aux plans DSD augmentés réside dans l'orientation qu'on peut leur donner si l'expert est capable d'intuire des interactions. Ainsi si on est capable d'intuire l'interaction AB on peut orienter le plan pour que les interactions recherchées soient décorréliées des autres effets. On obtient ainsi une matrice de corrélation particulièrement intéressante avec le plan D-Optimal (Fig. 16.) qui est à comparer à la matrice de corrélation du plan DSD à 13 essais (Fig. 17.).

	A	B	C	D-M2	D-M3	A*A	B*B	C*C	A*B
A	1.00	0.00	0.11	-0.19	0.19	0.00	0.00	0.19	0.00
B	0.00	1.00	0.11	0.19	-0.19	0.00	0.00	0.19	0.00
C	0.11	0.11	1.00	-0.14	0.06	-0.05	-0.05	-0.06	0.00
D-M2	-0.19	0.19	-0.14	1.00	-0.44	-0.03	-0.03	0.08	0.00
D-M3	0.19	-0.19	0.06	-0.44	1.00	-0.03	-0.03	-0.28	0.00
A*A	0.00	0.00	-0.05	-0.03	-0.03	1.00	0.13	0.03	0.00
B*B	0.00	0.00	-0.05	-0.03	-0.03	0.13	1.00	0.03	0.00
C*C	0.19	0.19	-0.06	0.08	-0.28	0.03	0.03	1.00	0.00
A*B	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00

Fig. 16. Matrice de corrélation du plan D-Optimal

	A	B	C	D-M3	D-M2	A*A	B*B	C*C	A*B
A	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
B	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
C	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
D-M3	0.00	0.00	0.00	1.00	-0.43	0.06	0.06	0.06	0.20
D-M2	0.00	0.00	0.00	-0.43	1.00	-0.13	-0.13	-0.13	-0.47
A*A	0.00	0.00	0.00	0.06	-0.13	1.00	0.13	0.13	0.00
B*B	0.00	0.00	0.00	0.06	-0.13	0.13	1.00	0.13	0.00
C*C	0.00	0.00	0.00	0.06	-0.13	0.13	0.13	1.00	-0.47
A*B	0.00	0.00	0.00	0.20	-0.47	0.00	0.00	-0.47	1.00

Fig. 17. Matrice de corrélation du plan DSD à 13 essais

### VIII. CONCLUSION

L'objectif de ce papier est d'une part de comparer la capacité de différents plans d'expériences à identifier un modèle à partir d'un modèle théorique bruité. Nous avons introduit dans ce modèle un facteur discret à trois modalités, ce qui complexifie la difficulté d'identification.

Les résultats montrent :

- La difficulté d'identification d'un modèle correct si on utilise des tables saturées (9 essais dans ce cas)
- L'intérêt des tables DSD+ « DSD augmentées » qui, associées à une procédure de calcul « exhaustive » permet d'identifier des modèles intéressants à partir de seulement 13 essais pour un modèle comportant 8 coefficients.
- Les excellents résultats obtenus avec une table L18 de Taguchi sans doute à mettre en relation avec le fait que nous ayons introduit un facteur qualitatif dans le modèle.
- La robustesse des tables en surface de réponse à intégrer des facteurs qualitatifs à 3 niveaux.

- L'intérêt évident à recourir aux plans D-Optimaux qui donne dans ce cas d'étude le meilleur résultat en termes de ratio du modèle obtenu et du nombre d'essais.

L'ensemble de ces conclusions nous permet de conclure par l'affirmative à la question posée en titre de ce papier. Les plans DSD et plus particulièrement les plans DSD+ sont bien une alternative crédible aux plans composites centrées en réduisant de moitié le nombre d'expériences pour des résultats similaires. Cependant, cette alternative est aussi à mettre en regard de l'intérêt des plans D-optimaux, surtout lorsque le modèle sous-jacent peut être intuitif par les experts.

## IX. REFERENCES

- [1] JONES B., NACHTSHEIM C.J., A class of Three-Level Designs for Definitive Screening in the Presence of Second-Order Effects, *Journal of Quality Technology*, 2011, Vol.43, N°1, 1-15.
- [2] XIAO L., LIN D.K.J., BAI F., Constructing Definitive Screening Designs Using Conference Matrices, *Journal of Quality Technology*, 2012, Vol.44, N°1, 1-7.
- [3] NGUYEN N.-K., STYLIANOU S., Constructing Definitive Screening Designs Using Cyclic Generators, *Journal of Statistical Theory and Practice*, 2013, Vol.7, 713-724.
- [4] PHOA F.K.H., LIN D.K.J., A Systematic Approach for the Construction of Definitive Screening Designs, *Statistica Sinica*, 2015, Vol.25, N°3, 853-861.
- [5] JONES B., NACHTSHEIM C.J., Definitive Screening Designs with Added Two-Level Categorical Factors, *Journal of Quality Technology*, 2013, Vol.45, N°2, 121-129.
- [6] JONES, B., NACHTSHEIM, C. J., Blocking schemes for definitive screening designs, 2016, *Technometrics*, Vol.58, N°1, 74-83.
- [7] ANDERSON R., WEI Z., COX I., MOORE M., KUSSENER F., Monte Carlo Simulation Experiments for Engineering Optimisation, *Studies in Engineering and Technology*, 2015, Vol.2, N°1, 97-102.
- [8] TAI M., LY A., LEUNG I., NAYAR G., Efficient High-Throughput Biological Process Characterization : Definitive Screening Design with the Ambr250 Bioreactor System, *Biotechnology Progress*, 2015, Vol.31, No. 5, 1388-1395.
- [9] MOHAMED O.A., MASOOD S.H., BHOWMIK J.L., Experimental investigation of time-dependent mechanical properties of PC-ABS prototypes processed by FDM additive manufacturing process, *Materials letters*, 2017, Vol.193, 58-62.
- [10] LIBBRECHT W., DERUYCK F., POELMAN H., VERBERCKMOES A., THYBAUT J., DE CLERCQ J., VAN DER VOORT P., Optimization of soft templated mesoporous carbon synthesis using Definitive Screening Design, *Chemical Engineering Journal*, 2015, Vol.259, 126-134.
- [11] OLSEN R.E., BARTHOLOMEW C.H., ENFIELD D.B., LAWSON J.S., ROHBOCK N., SCOTT B.S., WOODFIELD B.F., Optimizing the synthesis and properties of Al-modified anatase catalyst supports by statistical experimental design, *Journal of porous materials*, 2014, Vol.21, N°5, 827-837.
- [12] KALAW M.E., SUMABAT A.K., NGUYEN H.T., DUNGCA J., BACANI F., ALVIN CULABA A., GALLARDO S., PROMENTILLA M.A., Using Definitive Screening Design to Assess Factor Significance on the Compressive Strength and Volumetric Weight of a Ternary Blend Geopolymer, *Proceedings of the DLSU Research Congress*, 2015,0 Vol.3, 6 pages.
- [13] DOUGHERTY, S. A. (2013). A Comparison Study of Second-Order Screening Designs and Their Extension (No. AFIT-ENS-DS-13-D-01). Air Force Institute of technology wright-patterson



X. ANNEXES

A	B	C	D	Y
-0.5	-0.5	-0.5	M1	97.9
-0.5	-0.5	-0.5	M3	101.6
-0.5	-0.5	0.5	M1	97.9
-0.5	-0.5	0.5	M3	101.5
-0.5	0.5	-0.5	M1	103.3
-0.5	0.5	-0.5	M3	106.3
-0.5	0.5	0.5	M1	104.4
-0.5	0.5	0.5	M3	106.5
0.5	-0.5	-0.5	M1	102.9
0.5	-0.5	-0.5	M3	106.2
0.5	-0.5	0.5	M1	100.3
0.5	-0.5	0.5	M3	106.9
0.5	0.5	-0.5	M1	105
0.5	0.5	-0.5	M3	107.6
0.5	0.5	0.5	M1	105.2
0.5	0.5	0.5	M3	109.9
0	0	0	M2	101.3
0	0	0	M2	101.4
0	0	0	M2	99.9
0	0	0	M2	101.2
0	0	0	M2	99.5
0	0	0	M2	99.7
0	0	0	M2	101
-1	0	0	M2	109
1	0	0	M2	114.5
0	-1	0	M2	97.5
0	1	0	M2	103.7
0	0	-1	M2	98.3
0	0	1	M2	98.1
0	0	0	M1	98.7
0	0	0	M3	103.5

Table 1 - Plan composite centré

A	B	C	D	Y
-1	-1	0	M2	102.8
1	-1	0	M2	113.5
-1	1	0	M2	113.1
1	1	0	M2	116.1
-1	0	-1	M2	104.9
1	0	-1	M2	112.0
-1	0	1	M2	106.0
1	0	1	M2	111.6
0	-1	-1	M2	93.4
0	1	-1	M2	102.3
0	-1	1	M2	94.9
0	1	1	M2	104.4
-1	0	0	M1	106.0
1	0	0	M1	114.1
-1	0	0	M3	110.7
1	0	0	M3	116.2
0	-1	0	M1	95.7
0	1	0	M1	105.4
0	-1	0	M3	99.7
0	1	0	M3	108.0
0	0	-1	M1	97.5
0	0	1	M1	97.9
0	0	-1	M3	101.5
0	0	1	M3	102.0
0	0	0	M2	99.2

Table 2 Plan de Box Table de Box

A	B	C	D	Y
0	1	-1	M1	102.8
0	-1	1	M3	98.1
-1	0	-1	M3	108.2
1	0	1	M1	110.5
-1	-1	0	M1	100.5
1	1	0	M3	118.1
-1	1	1	M2	111.2
1	-1	-1	M2	110.1
0	0	0	M2	102.3

Table 3 - Plan DSD à 4 facteurs

A	B	C	D	Y
-1	-1	-1	M1	97.6
-1	0	0	M2	105.6
-1	1	1	M3	115.1
0	-1	0	M3	100.4
0	0	1	M1	99.5
0	1	-1	M2	102.3
1	-1	1	M2	109.7
1	0	-1	M3	113.8
1	1	0	M1	115.2

Table 4 – Plan L9 de Taguchi

A	B	C	D	Y
-1	-1	-1	M1	98.4
-1	0	0	M2	107.0
-1	1	1	M3	114.1
0	-1	-1	M2	94.7
0	0	0	M3	102.8
0	1	1	M1	102.5
1	-1	0	M1	111.7
1	0	1	M2	112.9
1	1	-1	M3	117.4
-1	-1	1	M3	102.3
-1	0	-1	M1	105.8
-1	1	0	M2	114.4
0	-1	0	M3	101.6
0	0	1	M1	99.1
0	1	-1	M2	103.8
1	-1	1	M2	110.7
1	0	-1	M3	115.5
1	1	0	M1	113.7

Table 5 - Plan L18 de Taguchi

A	B	C	D	Y
0	1	-1	M3	105.3
0	-1	1	M1	93.2
-1	0	1	M1	104.1
1	0	-1	M3	115.5
1	-1	0	M3	115.0
-1	1	0	M1	114.9
1	-1	-1	M2	110.0
-1	1	1	M2	111.1
-1	-1	1	M3	102.1
1	1	-1	M1	113.9
-1	1	-1	M3	116.9
1	-1	1	M1	108.7
1	1	1	M3	118.7
-1	-1	-1	M1	98.8
0	0	0	M2	100.2

Table 6 - Plan DSD+ à 15 essais

A	B	C	D	y
0	1	-1	M1	102.8
0	-1	1	M3	98.3
1	0	-1	M3	113.6
-1	0	1	M1	102.1
-1	-1	0	M3	105.7
1	1	0	M1	114.0
-1	1	1	M2	112.5
1	-1	-1	M2	110.3
1	-1	1	M1	109.3
-1	1	-1	M3	115.4
1	1	1	M3	116.3
-1	-1	-1	M1	99.6
0	0	0	M2	100.1

Table 7 - Plan DSD+ à 13 essais