

Que vaut la constante de Hubble?

Michel Mizony

▶ **To cite this version:**

Michel Mizony. Que vaut la constante de Hubble?. 2017. hal-01579377

HAL Id: hal-01579377
https://hal.science/hal-01579377

Preprint submitted on 31 Aug 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Que vaut la constante de Hubble?

Michel Mizony
Institut Camille Jordan, Umr Cnrs 5208

Vaulx-en-Velin, été 2017 

"Out of sight out of mind." An old adage.

Résumé Partant des résultats très différents aujourd'hui concernant la valeur de ce paramètre cosmologique de Hubble noté H_o, valeurs qui sont incompatibles a priori, il sera démontré la non contradiction en examinant, dans le cadre de la relativité générale, une confusion souvent commise entre concepts de cette théorie. L'immense richesse des modèles d'univers isotropes que permet la variété de de Sitter d'une part et l'utilisation de formes de métrique du type Gullstrand-Painlevé([1],[2]) d'autre part, permet de montrer que non seulement les valeurs de H_o comprises entre 62 km/s/Mpc et 72 km/s/Mpc sont toutes possibles, au vu des contraintes observationnelles, mais que tous les modèles possibles donnent le même âge à notre univers, un âge de 16 milliards d'années à 500 millions près. Les conséquences les plus importantes se situent d'une part dans le fait que tous ces modèles ne présupposent aucune période inflationnaire mais surtout que la densité de ces univers est moindre que la moitié de la densité critique ce qui interroge les ténébreuses histoires de "dark matter" et de "dark energy".

1 Que vaut la constante de Hubble aujourd'hui ?

1.1 Que dit la littérature récente ?

$$H_o = 73.24 \ \pm \ 1.74 \ km/s/Mpc$$

A. Riess [3] et autres dans une collaboration avec le HST (Hubble Space Telescope), 2016.

C'est une évaluation très locale (z<=0.15) de H_o, basée essentiellement sur les céphéides.

$$H_o = 67.31 \ \pm \ 0.96 \ km/s/Mpc \ \ et \ \ H_o = 67.74 \ \pm \ 0.46 \ km/s/Mpc$$

La collaboration Planck, 2016 [4]. Ces résultats sont basés essentiellement sur le modèle cosmologique nommé ΛCDM et l'étude des anisotropies du fond diffus cosmologique (CMB). Pour cette équipe, l'âge de l'univers est 13.813 ± 0.038 et aussi 13.799 ± 0.021 ; je reste bouche-bée devant cette précision de 3 chiffres significatifs.

$$H_o = 70.0 \ \pm \ 2.2 \ km/s/Mpc \ \ et \ \ H_o = 69.32 \ \pm \ 0.80 \ km/s/Mpc$$

La collaboration WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe), 2013 [5]. C'est également basé sur sur le modèle cosmologique ΛCDM, avec la deuxième évaluation d'une précision surprenante faisant intervenir le CMB ; pour cette équipe, l'âge de l'univers est 13.74 ± 0.11 et aussi 13.772 ± 0.059 respectivement.

$$H_o = 63,7 \ \pm \ 2.3 \ km/s/Mpc$$

G. A. Tammann and B. Reindl, 2013 [6]. Le TRGB ("tip of the red-giant branch") permet d'étalonner les supernovae SNIa et donc c'est une mesure de H_o concernant la large zone z<=2 de notre univers. Cette valeur correspond à une échelle d'homogénéité, contrairement à celle obtenue par la collaboration HST, qui correspond à l'inhomogénéité locale de notre univers.

Il existe, bien sûr, d'autres études qui donnent toutes une valeur de H_o comprise entre 63 km/s/Mpc et 75 km/s/Mpc. Citons en une d'une part pour son intérêt historique et d'autre part pour une figure qui met en évidence bien des éléments. C'est celle de A. Riess et son équipe, 1998 [7]. Les auteurs ont basé leur étude sur l'observation de dix supernovae (SNIa) de redshift compris entre z=0.16 et z=0.63. Ils utilisent $H_o \ = \ 65.2 \ \pm \ 1.3 \ km/s/Mpc$, et précisent que pour l'âge de l'univers : *"The radioactive dating of stars via the thorium and europium abundances gives a value of 15.2 ± 3.7 Gyr."* ; cet article, un des premiers mettant en évidence l'aspect accéléré de l'expansion de l'univers, a donné cette figure prémonitoire.

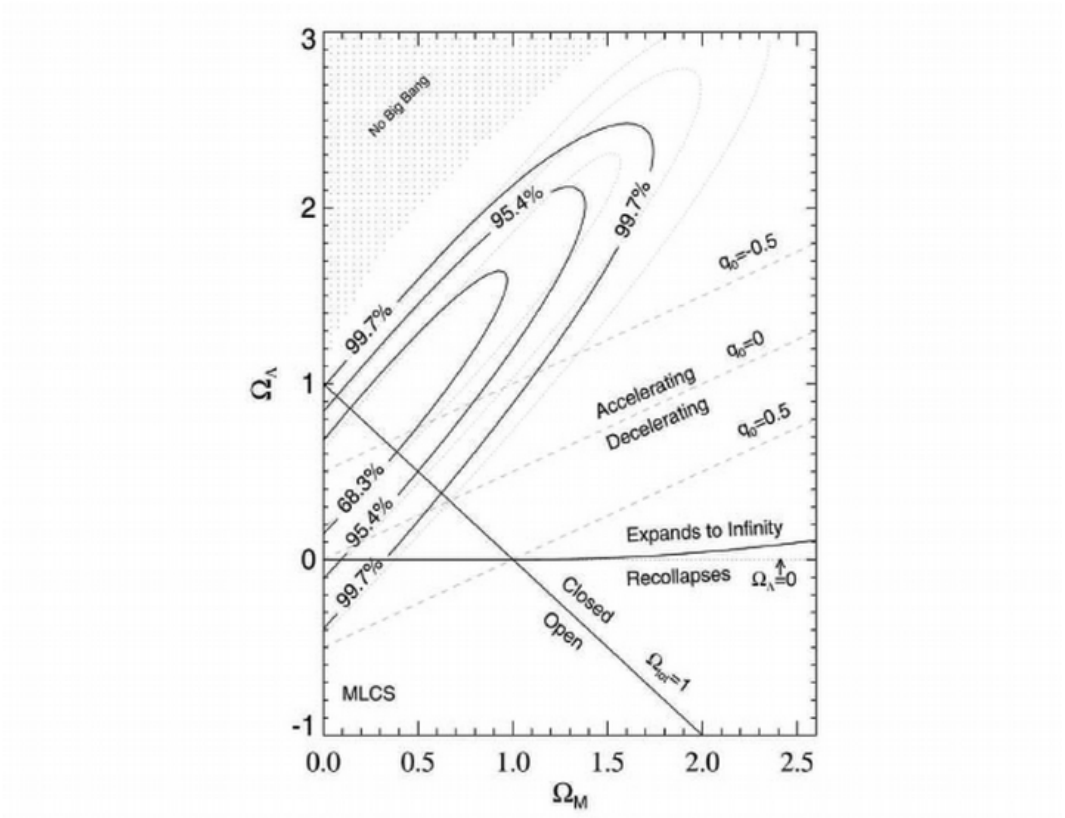


Fig. 8. Joint confident level for (Ω_M, Ω_Λ) from SNe Ia corrected by MLSC method (From Riess et al. 1998[17]).

Légende 1 : En effet le segment vertical $\Omega_M = 0$, $0 < \Omega_\Lambda < 1$ paramètre des modèles de de Sitter ouverts et se trouve de fait important sur ce schéma.

1.2 Questions de fond

Une première remarque : les valeurs de Riess (1998), de Riess (2016) et de Tammann (2012), respectivement de $H_o = 65.2 \pm 1.3\ km/s/Mpc$, $H_o = 73.24 \pm 1.74\ km/s/Mpc$ et $H_o = 63,7 \pm 2.3\ km/s/Mpc$ ne sont pas contradictoires entre elles car la première et la dernière sont tout à fait compatibles, et la deuxième portant sur une zone d'univers inhomogène est donc compatible avec les deux autres qui portent sur la zone z >= 0.2. De plus ces 3 valeurs sont indépendantes des modèles d'univers. Une meilleure compatibilité entre les valeurs de la première et de la troisième proviendra donc d'une amélioration dans les observations concernant les céphéides et les étoiles géantes rouges, à suivre.

Ce sont les deux couples de valeurs intermédiaires qui posent vraiment problème : celles de la collaboration WMAP, $H_o = 70.0 \pm 2.2\ km/s/Mpc\ et\ H_o = 69.32 \pm 0.80\ km/s/Mpc$ d'une part et celles de la collaboration Planck, $H_o = 67.31 \pm 0.96\ km/s/Mpc\ et\ H_o = 67.74 \pm 0.46\ km/s/Mpc$ d'autre part ; ces 4 estimations reposent sur l'utilisation du même type de modèle d'univers et comme les fourchettes d'incertitudes sont incroyablement

petites, les astrophysiciens considèrent qu'elles sont incompatibles et s'acharnent depuis plus de deux ans à en trouver la raison, en vain, je vous épargne la longue littérature là-dessus. Ils cherchent sous le réverbère de leur modèle favori, le fameux modèle cosmologique ΛCDM. Et si la clef n'était pas sous le réverbère ? Et comment expliquer ces incroyables précisions osant donner l'âge de l'univers ainsi que H_o avec 3 chiffres significatifs exacts, lorsque l'on sait la faible précision sur la masse du soleil et sur la constante G de Newton. Ce réverbère ΛCDM est en train de s'éteindre. Et pourtant, il existe des indications importantes dans la littérature pour trouver la clef. En premier cet article extraordinaire de Riess en 1998 qui pointe de manière claire les modèles de de Sitter ouverts, (re)voir la figure ci-dessus. Il y a aussi le modèle vide de Milne qui interprète complètement le phénomène des SNIa comme provenant de la cinématique de de Sitter, cf. F. Farley [8] ; c'est génial. Il y a aussi la relativité conforme utilisée par Mannheim [11] qui met bien en évidence le role de de Sitter (or la relativité conforme est équivalente à la relativité générale d'Einstein pour les modèles de de Sitter). Et puis je ne peux oublier une toute petite lumière, loin du réverbère, cette toute petite bougie qu'a allumée Vladimir Fock [9] dans les quelques pages de la fin de son livre qu'il a consacré aux modèles cosmologiques en distinguant densité ρ et densité comobile qu'il note ρ^*, constante dans les unités comobiles, cette petite flamme m'a fait chaud au coeur depuis que je l'ai connue en 1987, car cette petite flamme pointe les univers de de Sitter, ce que Fock ne précise pas. Il y a aussi le papier de 2005 de Marc Lachièze-Rey et moi-même [10] qui montrons que tout modèle d'univers admet au moins un modèle de de Sitter osculateur en utilisant une forme de métrique du type Gullstrand-Painlevé de la forme FLRW (Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker) diagonale usuelle d'un univers isotrope.

L'erreur de fond est cernée : si l'on veut respecter la relativité générale il faut bien distinguer un repère inertiel d'un repère comobile, c'est le principe du corps en chute libre qui est en jeu ; autrement dit ne pas utiliser la forme FLRW d'un modèle d'univers comme si elle était inertielle (évidemment tout au long de la trajectoire pour la particule en chute libre radiale), mais utiliser la forme, croisée, du type Gullstrand-Painlevé qui est inertielle ; oui c'est subtil, mais la petite bougie est là.

Il y a une autre grave erreur qui est trop souvent faite avec la forme FLRW dans de nombreux articles qui consiste à normaliser le facteur d'échelle, souvent notée R(t) ou a(t), à en t_o, ce qui n'est possible que si la courbure spatiale est nulle (i.e. $\Omega = 1$) ; au vu de la précision extraordinaire de $\Omega = 1$ donnée par les équipes Planck et WMAP à ce sujet on peut se poser la question ! En tout cas si cette erreur-là est également faite alors cela prouve la cohérence de leurs travaux car elles retrouvent, en conséquence, une hypothèse implicitement faite (à l'insu de leur plein gré, souvent en disant, en passant, "pour simplifier les formules on supposera que $a(t_o) = 1$"). La collaboration Planck [4] écrit page 30 de leur document : "CMB experiments provide indirect and highly model-dependent estimates of the Hubble constant. It is therefore important to compare CMB estimates with direct estimates of H0, since any significant evidence of a tension could indicate the need for new physics."

A combien de fuites en avant dans la "recherche d'une nouvelle physique", pour réconcilier WMAP et Planck, allons-nous assister avant de revenir aux simples principes de base de la relativité générale ? Comme les deux équipes ont fait la même erreur, il est complètement inutile de chercher une contradiction entre leurs deux valeurs de H_o, et encore moins avec les 3 autres déja examinées.

Une dernière remarque : les modèles desitteriens de l'univers vérifient le principe de Mach, donc ils n'ont pas besoin d'une période d'inflation au début de l'univers, contrairement aux modèles ΛCDM, dès que $\Omega_M > 0$.

2 Résultats

Signalons d'abord la probité émanant du texte de la collaboration Planck qui souligne 7 fois la "model dependance" de leur travail, et en plus par exemple page 43, il est écrit : "External data sets need to be reanalysed consistently in extended models, since the extensions change the growth of structure, angular distances, and the matter-radiation equality scale."

2.1 Sur les formes de cette métrique de de Sitter

Ces espaces de de Sitter sont des ouverts dans des hyperboloïdes $\mathcal{H}$ plongés isométriquement dans l'espace, à 5 dimensions, de Minkowski $\mathbb{R}^{1+4}$. $\mathcal{H}$ est invariant sous l'action du groupe de de Sitter SO(1,4). Le rayon de courbure est λ^{-1} où $3\lambda^2 = \Lambda$, est souvent nommée la constante cosmologique.

Donnons la forme FLRW usuelle comobile de cette métrique d'univers en expansion ($k = -1$) :

$$ds^2_{dS} = d\tau^2 - \frac{\sinh^2 \lambda\tau}{\lambda^2}(d\alpha^2 + \sinh^2 \alpha \; d\omega^2) \; . \tag{1}$$

Le facteur d'échelle est $\sinh(\lambda\tau)/\lambda$ et la fonction de Hubble est $H(\tau) = \lambda \; \coth(\lambda\tau)$. Le paramètre de densité (qui ne comporte que la contribution de la constante cosmologique) au moment τ est $\Omega = \Omega(\tau) = \lambda^2/H(\tau)^2$ (λ est une constante). Le paramètre de décélération q vérifie $q(\tau) = -\Omega(\tau)$. Les équations d'Einstein donnent :

$$H^2(\tau) - \frac{\lambda^2}{\sinh^2 \lambda\tau} = \lambda^2 = H^2(\tau) \; \Omega(\tau). \tag{2}$$

Pour obtenir la forme inertielle, du type forme de Painlevé généralisée, de cette métrique de de Sitter, faisons le changement de variables $(\tau, \alpha) \mapsto (\tau, r)$ où $r \equiv \frac{\sinh \lambda\tau}{\lambda} \; \sinh \alpha$, qui nous donne

$$ds^2_{dS} = d\tau^2 - \frac{(dr - r \; H(\tau) \; d\tau])^2}{1 + \frac{r^2\lambda^2}{\sinh^2 \lambda\tau}} - r^2 d\omega^2. \tag{3}$$

Dans la suite le temps τ qui est le temps cosmologique sera noté t et les indices "o" des paramètres t, q, H et Ω désignent leur valeur aujourd'hui. Pour plus de détails voir ([10]).

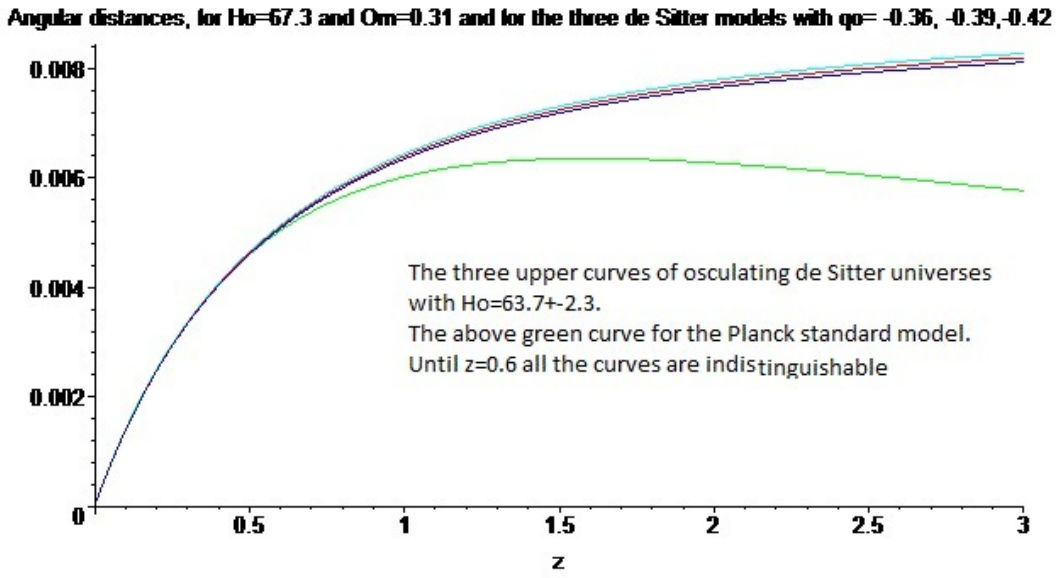
2.2 Des outils

Donnons donc les formules exactes pour les distances angulaires :
i) pour le modèle plat ΛCDM (formule intégrale)

$$dA_{\Lambda CDM} = \frac{1}{(1+z)\,H_o}\int_0^z \frac{1}{\sqrt{\Omega_m\,(1+x)^3+1-\Omega_m}}\,\mathrm{d}x\ .$$

ii) pour les modèles de de Sitter (formule analytique)

$$dA_{de\,Sitter}(z) = \frac{1}{-H_o q_o(1+z)}\,\left((1+z)-\sqrt{1+(1+q_o)z(2+z)}\right).$$



Légende 2 : Jusqu'au redshift $z \approx 0.6$ les distances angulaires sont quasiment identiques ; mais pour z>1 elles deviennent très différentes, la distance angulaire de sitterienne restant toujours croissante, celle du modèle ΛCDM plat s'incurvant vers le point $z \approx 1.5$ pour tendre vers 0 à l'infini.

Lemme : Soit donc $(t_o, H_o, q_o = -\Omega_o)$ les paramètres usuels caractérisant un de ces modèles de de Sitter de courbure négative ($\Omega_o < 1$), on a l'invariant $\lambda = H_o\sqrt{-q_o} = H(z)\sqrt{-q(z)}$. De plus :
i) Le moment de l'émission du photon en chute radiale arrivant en t_o avec un redshift de z :

$$t(z) = \frac{1}{H_o\sqrt{-q_o}}\,arcsinh\left(\frac{\sqrt{-q_o}}{\sqrt{1+q_o}(1+z)}\right) \tag{4}$$

et en particulier pour z=0,

$$t_o = \frac{1}{H_o\sqrt{-q_o}}\,arcsinh\left(\frac{\sqrt{-q_o}}{\sqrt{1+q_o}}\right)\ .$$

ii) La "constante" de Hubble $z->H(z)$ s'exprime simplement :

$$H\,(z) = H_o\,\sqrt{q_o\,z^2 + 2\,q_o\,z + z^2 + 2\,z + 1} \tag{5}$$

Ces formules sont "classiques" [11],[12] ; par exemple pour obtenir la formule (4), il faut partir pour $\Omega_o < 1$ du fait que le facteur d'échelle de la forme FLRW de la métrique est $R(t) = \frac{sinh(\lambda t)}{\lambda}$ qui permet d'obtenir, via H_o, $\lambda\, t_o = arctanh(\sqrt{-q_o})$; on utilise alors le redshift : $1 + z = \frac{R(t_o)}{R(t)}$ et un peu de calculs de trigonométrie hyperbolique après, on a le résultat. (voir Mannheim, formules 237 ou 140.)

D'un point de vue observationnel, de grosses avancées ont été faites ces dernières années dans l'étude de la fonction z-> H(z) ; les astronomes ont maintenant 38 mesures pour des z allant de 0.07 à plus de 2. Ces mesures sont basées sur deux méthodes l'une locale au moyen de dz/dt concernant 30 mesures, nommée OHD (Observational Hubble Data), l'autre s'appuyant sur un choix a priori d'un modèle d'univers, méthode dite du BAO (Barionic Acoustic Oscillations). On pourra trouver le tableau de ces mesures par exemple dans : X.-W. Duan et autres, 2016 [13]. Cette table est beaucoup utilisée mais montre essentiellement la consistance des mesures locales, la méthode BAO posant des problèmes, en particulier celui de privilégier le modèle d'univers choisi au départ.

Nous allons utiliser ces outils tant théoriques qu'observationnels pour tester la grande famille des modèles d'univers de de Sitter, dans le cadre de la relativité générale.

2.3 Le triplet (H_o, t_o, q_o) et une surprise ?

Tous les modèles d'univers de de Sitter proviennent de l'espace géométrique de de Sitter : SO(1,4)/SO(1,3), le groupe SO(1,3) étant le groupe de Lorentz proprement dit. Les modèles de de Sitter provenant d'un big-bang sont paramétrés par les trois données aux limites, hic et nunc, (H_o, t_o, q_o), 3 paramètres ayant une interprétation physique, respectivement la valeur de la constante de Hubble aujourd'hui, l'âge de l'univers associé et le paramètre de décélération aujourd'hui. Ils sont de courbure non nulle donnée par le paramètre covariant $\lambda = H(t_o)\,\sqrt{-q_o} > 0$. Ces paramètres étant soumis aux contraintes -1 $< q_o <$ 0, et la formule (4) prise en z=0.

Parmi les nombreuses publications récentes qui utilisent une table de données concernant l'évolution z-> H(z) du paramètre de Hubble, une a particulièrement attirée mon attention : c'est celle de V. Lukovic et autres, 2016 [14]. En effet c'est un des rares travaux s'intéressant à des univers à signe de courbure k négative, ce qui est le cas des modèles d'univers de de Sitter issus d'un big bang.

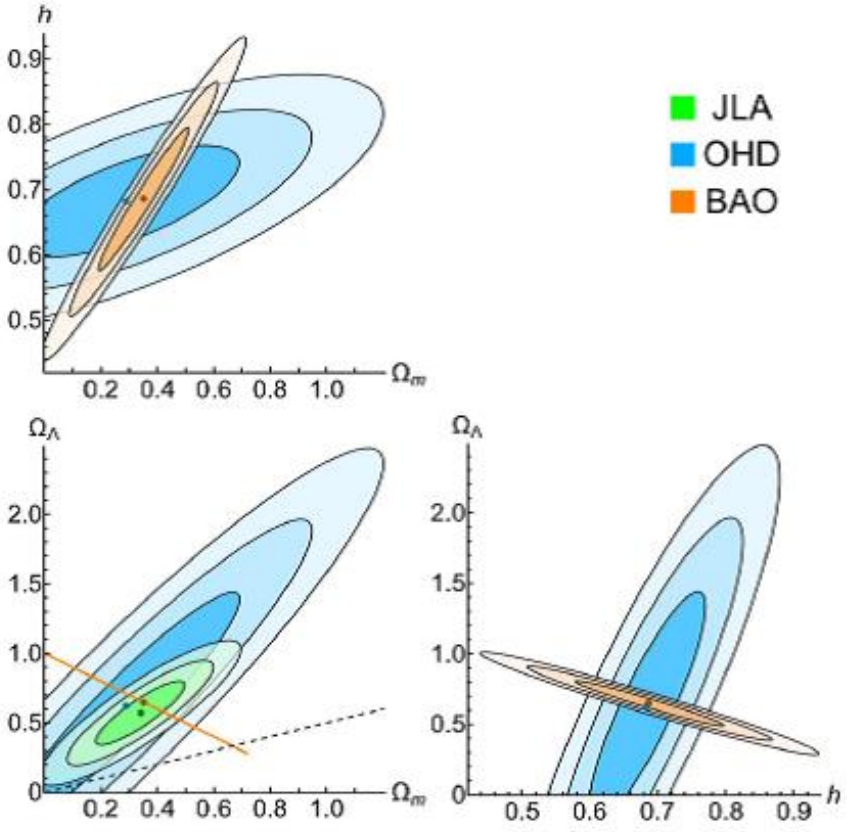


Fig. 2. 1σ, 2σ and 3σ confidence regions resulting from the fit of $k\Lambda$CDM model to the single datasets as indicated in the top right panel. The dashed line in the $\Omega_m - \Omega_\Lambda$ plane represents the transition from the decelerating (below) to the accelerating (above) models.

Légende 3 : ces trois graphiques nous donnent des résultats précis : 1- le paramètre de Hubble h est compris entre 60 et 68 km/s/Mpc ; 2- le paramètre de décélération vérifie 0 $< -q_o <$ 0.5 ; les valeurs de z -> H(z) donnée par la méthode du BAO sont à proscrire car privilégiant indument les modèles d'univers à courbure nulle.

Note : la méthode JLA a pour but de sélectionner parmi les données concernant les SNIa observées, celles qui sont indépendantes de magnitude, ce choix présente donc peu d'intérêt pour les modèles de de Sitter car ces supernovae vérifient justement la cinématique de de Sitter.

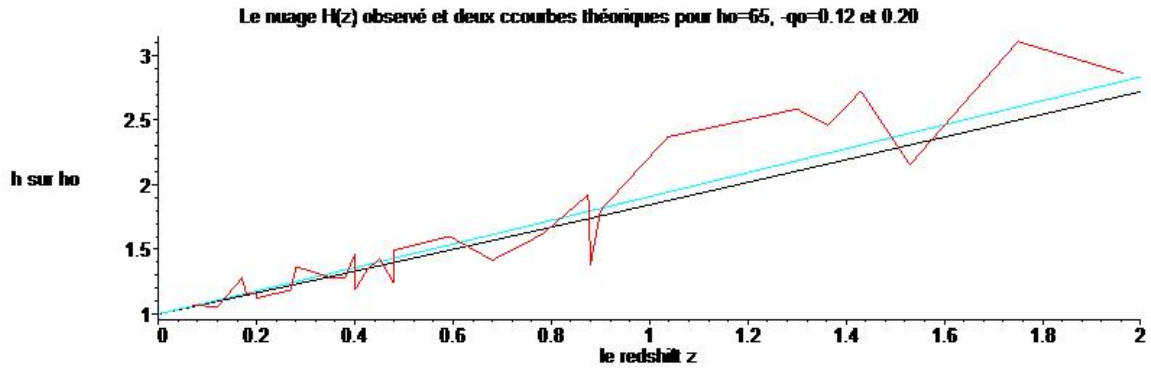
On pourra remarquer la très grande similitude de cette figure avec celle de Riess (1998) présentée ci-dessus, au point de pouvoir dire que les résultats de Riess, de 1998, se sont étendus de z=0.7 à z=2, ce qui est remarquable.

Voici les 30 mesures (OHD) qui restent et qui vont servir :

tabOHD := [[.7e-1, 69.], [.9e-1, 69.], [.12, 68.6], [.17, 83.], [.179, 75.], [.199, 75.], [.20, 72.9], [.27, 77.], [.28, 88.8], [.352, 83.], [.38, 83.], [.4, 95.], [.40, 77.], [.425, 87.1], [.45, 92.8], [.478, 80.9], [.48, 97.], [.593, 104.], [.68, 92.], [.781, 105.], [.875, 125.0], [.88, 90.0], [.9, 117.], [1.037, 154.], [1.3, 168.], [1.363, 160.], [1.43, 177.], [1.53, 140.], [1.75, 202.], [1.965, 186.]].

La précision de ces mesures, non indiquée ici, est faible certes (incertitudes de 5 à 25% pour la plupart des points), mais le nombre de mesures s'est bien développé.

Dressons le tableau des densités et des âges pour les valeurs de h, variant de 2 en 2, de 61 à 73 km/s/Mpc, en utilisant les équations (4) et (5).

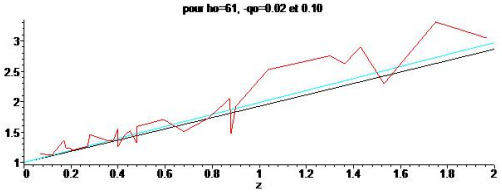


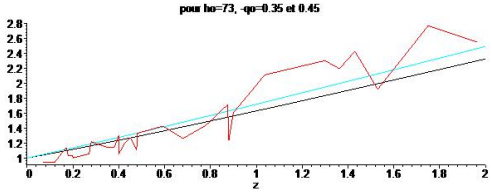
Le tableau des résultats

H =61 km/s/Mpc :	0.02<= Ω_o <= 0.10	16.1 Gyr <= Age(61)<= 16.6 Gyr
H =63 km/s/Mpc :	0.04<= Ω_o <= 0.15	15.7 Gyr <= Age(63)<= 16.4 Gyr
H =65 km/s/Mpc :	0.12<= Ω_o <= 0.20	15.7 Gyr <= Age(65)<= 16.2 Gyr
H =67 km/s/Mpc :	0.18<= Ω_o <= 0.30	15.6 Gyr <= Age(67)<= 16.4 Gyr
H =69 km/s/Mpc :	0.24<= Ω_o <= 0.36	15.5 Gyr <= Age(69)<= 16.4 Gyr
H =71 km/s/Mpc :	0.30<= Ω_o <= 0.42	15.5 Gyr <= Age(71)<= 16.4 Gyr
H =73 km/s/Mpc :	0.35<= Ω_o <= 0.45	15.4 Gyr <= Age(73)<= 16.2 Gyr

Commentaires : i) ces résultats montrent qu'indépendamment de la valeur de Ho, les incertitudes se traduisent sur le paramètre de densité $\Omega_0 = -q_0$ mais quasiment pas sur l'âge de l'univers de l'ordre de 16 Gyr à 0.5 Gyr près.

ii) les valeurs extrêmes de 61 et 73 km/s/Mpc pour Ho semblent éliminables par les petites valeurs de z, comme le montre les deux graphes ci-dessous.





iii) Comme les modèles de de Sitter ne présupposent aucune "énergie noire", il semble normal de retrouver des paramètres de densité d'une valeur inférieur à 40% de la densité critique ; en fait cet aspect est à approfondir car les problèmes de masse manquante dépendent fortement des distances angulaires et donc se posent d'une manière très différente, surtout lorsque z>2. Au passage signalons que le calcul théorique du dz/dt qui intervient pour les mesures dites OHD est lui aussi modèle d'univers dépendant, mais l'écart théorique entre modèle ΛCDM plat et modèle de de Sitter reste faible pour z<1.5.

Dires de A. Riess en 1998 [7] : *The Hubble constants as derived from the MLCS method (par photométrie),* 65.2 $\pm$ 1.3 *km s-1 Mpc-1, and from the template fitting approach,* 63.8 $\pm$ 1.3 *km s-1 Mpc-1, are extremely robust and attest to the consistency*

et plus loin

The radioactive dating of stars via the thorium and europium abundances gives a value of 15.2 $\pm$ 3.7 *Gyr.*

3 Conclusion

Est-ce à dire que cette étude confirme et prolonge ces dires de A. Riess de 1998 ? Oui et non.

i) Clairement Oui, au vu des résultats présentés qui prolongent ceux aussi bien concernant Ho qu'au niveau de l'âge de l'univers.

ii) (moins ?) Clairement Non, car le modèle ΛCDM plat reste compatible avec les résultats de A. Riess, même en ajoutant le problème de l'âge de notre étoile voisine HD140283.

En fait les deux positions sont justes car jusqu'au redshift de 0.7 les écarts théoriques concernant la distance luminosité et le dz/dt entre les modèles de de Sitter et ΛCDM plat sont négligeables.

Certes les résultats de 1998 et de 2016 de Riess semblent incompatibles entre eux, mais pas avec notre étude car ne portant pas sur le même domaine de l'univers du point de vue du redshift. Par contre par l'âge de l'univers nos résultats sont en complet désaccord avec ceux des équipes Planck et WMAP.

Au niveau théorique les modèles desitterriens donnent une consistance au principe de la relativité générale concernant l'égalité entre la masse inertielle et la masse gravitationnelle des corps car ils vérifient l'hypothèse de Mach [15] qui permet également de se passer d'une phase inflationnaire ; ces modèles permettent également de respecter le principe d'un corps en chute libre en évitant la confusion entre repère inertiel et repère comobile et donc de ne pas être soumis au problème d'une éventuelle existence d'une "énergie noire", ainsi nommée.

Au niveau observationnel, les données sur la fonction z -> H(z) permettent de dire :

a) l'univers est **âgé de 16 $\pm$ 0.5 Milliards d'années** ;

b) la constante de Hubble aujourd'hui est dans l'intervalle [62, 72] km/s/Mpc ;

c) la constante de densité est inférieure à 0.40.

Ainsi, aussi bien pour des raisons théoriques que pour des raisons observationnelles, les modèles ΛCDM plats sont invalidés et, en particulier il n'y a aucune raison d'essayer de perdre plus de temps pour saisir pourquoi les équipes Planck et MWAP trouvent des résultats contradictoires à partir d'observations précieuses qu'il faut bien conserver. Mais il faudra donner une interprétation plus souple de ces données en tenant compte de la "modèle d'univers dépendance" de certains phénomènes observés. Vive la relativité générale bien traitée. Notre étoile voisine HD140283 pourra vivre en paix, s'il se confirme cet âge d'environ 16 milliards d'années. Quand à préciser la valeur de Ho, ceci va être encore une longue aventure.

Références

[1] A. Gullstrand, *Allegemeine lösung des statischen einkörper-problems in der Einsteinshen gravitations theorie*, Arkiv. Mat. Astron. Fys. **16(8)** 1–15 (1922).

[2] P. Painlevé, *La mécanique classique et la théorie de la relativité*, C.R.A.S. (Paris) **173** 677-680 (Octobre 1921) et *La gravitation dans la Mécanique de Newton et dans la Mécanique d'Einstein* C.R.A.S **173** 873-887 (Novembre 1921).

[3] A. Riess et autres dans une collaboration avec le HST (Hubble Space Telescope), *A 2.4% Determination of the Local Value of the Hubble Constant*, arXiv :1604.01424v3, 2016, The Astrophysical Journal, Volume 826, Issue 1, article id. 56.

[4] La collaboration Planck, *Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters*, arXiv :1502.01589v3, 17 Jun 2016, (A&A Volume 594, October 2016).

[5] La collaboration WMAP, *Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Final Maps and Results*, arXiv :1212.5225v3, Astrophys.J.Suppl. 208 (2013).

[6] G. A. Tammann and B. Reindl, *The luminosity of supernovae of type Ia from TRGB distances and the value of H0*, arXiv :1208.5054v1 [astro-ph.CO], 2012, Astron. Astrophys. 549 (2013) A136.

[7] A. Riess et son équipe, *Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant*, arXiv :astro-ph/9805201v1, The Astronomical Journal, Volume 116, Number 3, 1998.

[8] F. Farley "Does gravity operate between galaxies ? Observational evidence re-examined" May 2010 in Proc.Roy.Soc.A.

[9] V. Fock *The theory of Space, Time and Gravitation*, 2nd Revised Edition, Pergamon Press, 1966.

[10] M. Mizony et M. Lachièze-Rey, *Cosmological effects in the local static frame*, A.& A. Vol. 434, n^o1, Avril 2005 ; (gr-qc/0412084).

[11] P. Mannheim *Alternatives to dark matter and dark energy*, 2005, arXiv :astro-ph/0505266v2. Prog.Part.Nucl.Phys. 2006,56.

[12] M. Mizony, *Sur la forme de Painlevé d'une métrique à symétrie sphérique*, https ://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00782038v2, 2013.

[13] X.-W. Duan, M. Zhou and T.-J. Zhang, *Testing consistency of general relativity with kinematic and dynamical probes*, https ://arxiv.org/pdf/1605.03947, 2016.

[14] V. Lukovic, R. D'Agostino and N. Vittorio, *Is there a concordance value for H0 ?*, arXiv :1607.05677v2, A&A Volume 595, November 2016.

[15] M. Mizony, *La variété de de Sitter et le principe de Mach*, https ://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01163094, 2015.

Ce que l'on conçoit bien s'énonce clairement,
Et les mots pour le dire arrivent aisément.
N. Boileau, de L'Art poétique.

4 Annexe I : Sur la dépendance aux modèles d'univers

Etudions ce problème en comparant les modèles ΛCDM plats et les modèles ouverts de de Sitter, (nous utilisons le calcul formel maple) :

```
> fplanck:=sqrt(O_m*(1+z)^3+1-O_m);#c'est H(z)/Ho pour LambdaCDM plat

                                    3           1/2
                fplanck := (O_m (1 + z)  + 1 - O_m)

> fdeSitter:=sqrt((1+qo)*(z^2+2*z)+1);#c'est H(z)/Ho pour de Sitter

                                    2            1/2
              fdeSitter := ((1 + qo) (z  + 2 z) + 1)

> taylor(fplanck,z,3);map(factor,%);

                 3 O_m              2             2      3
            1 + ----- z + (-9/8 O_m  + 3/2 O_m) z  + O(z )
                  2


                    3 O_m     3 O_m (3 O_m - 4)  2      3
              1 + ----- z - ----------------- z  + O(z )
                    2              8

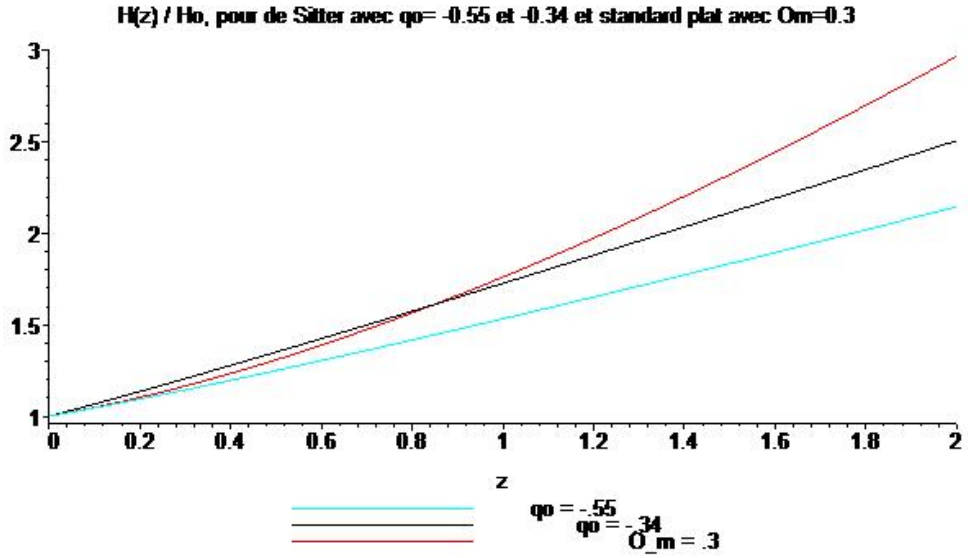
> taylor(fdeSitter,z,3);map(factor,map(radsimp,%));

                    /       qo    (4 + 4 qo) (8 + 8 qo)\  2      3
   1 + (1 + qo) z + |1/2 + ---- - ---------------------| z  + O(z )
                    \       2              64          /


                                qo (1 + qo)  2      3
               1 + (1 + qo) z - ----------- z  + O(z )
                                     2

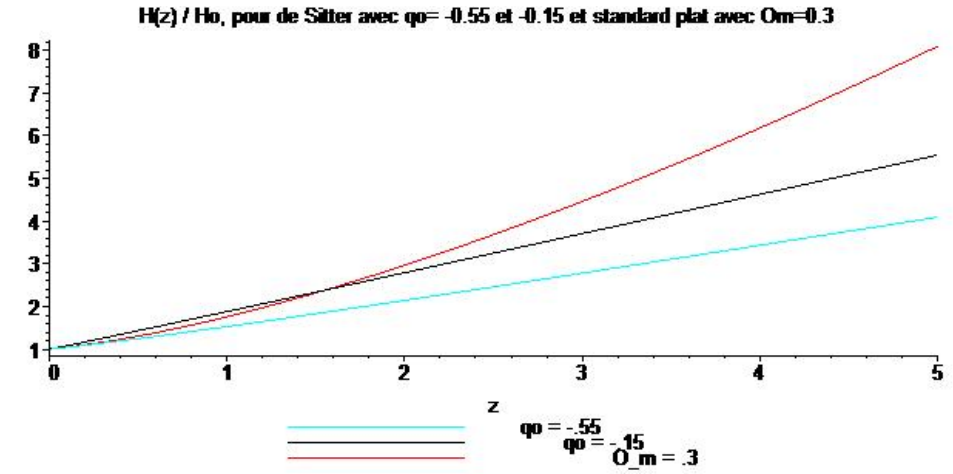
> #les approximations linéaires en z=0 nous donnent qo=-1+3/2*O_m
> plot([subs(qo=-0.55,fdeSitter),subs(qo=-0.34,fdeSitter),subs(O_m=0.3,fplanck)],
z=0..2,color=[cyan,black,red],title="H(z) / Ho, pour de Sitter avec qo= -0.55 et
-0.34 et standard plat avec Om=0.3", legend=[typeset("",qo=-0.55),typeset("       ",
qo=-0.34),typeset("               ", O_m=0.3)]);
```

```
> #la valeur qo=-0.34 correspond à une bonne approximation sur tout
le segment [0..1];
```



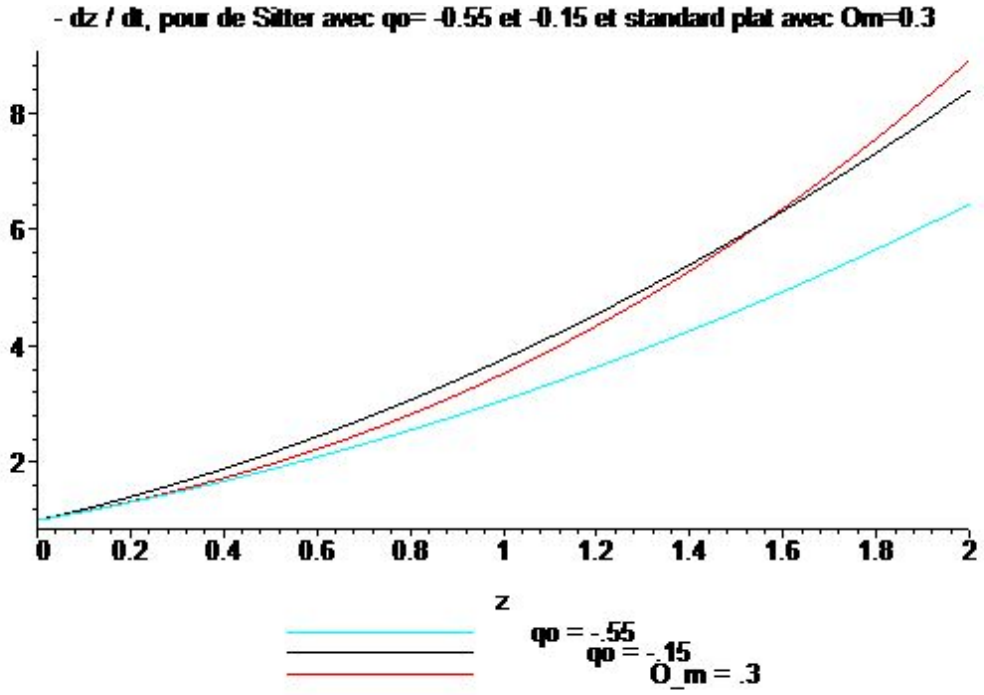

```
> plot([subs(qo=-0.55,fdeSitter),subs(qo=-0.15,fdeSitter),subs(O_m=0.3,fplanck)],
z=0..5,color=[cyan,black,red],title="H(z) / Ho, pour de Sitter avec qo= -0.55 et
-0.15 et standard plat avec Om=0.3", legend=[typeset("",qo=-0.55),typeset("       ",
qo=-0.15),typeset("               ", O_m=0.3)]);
```

```
> #Cette fois la valeur qo=-0.15 correspond à une bonne approximation sur tout
le segment [0..2];cela pose question pour l'étude statistique des SNIa!
```



Légende : ces deux graphes montrent la très forte dépendance de la fonction H(z)/Ho, au modèle d'univers choisi ; de plus la comparaison des deux graphes interroge sur la pertinence de certaines méthodes statistiques pour étudier les données sur les SNIa.

```
> #pour dz/dt=-(1+z)*H(z), la dépendance est moins grave, voila -dz/dt:
> plot([(1+z)*subs(qo=-0.55,fdeSitter),(1+z)*subs(qo=-0.15,fdeSitter),
(1+z)*subs(O_m=0.3,fplanck)],z=0..2,color=[cyan,black,red],title="-dz / dt,
pour de Sitter avec qo= -0.55 et -0.15 et standard plat avec Om=0.3",
 legend =[typeset("",qo=-0.55),typeset("       ",qo=-0.15),
typeset("               ", O_m=0.3)]);
```



Légende : Oui mais il y a cependant sur la méthode OHD utilisée pour les mesures observationnelles de H(z), une incertitude théorique dépendant du modèle d'univers choisi a priori.