Position optimale des points de mesure pour l'identification de sources par développements harmoniques

François Tavernier, Zhao Li, Arnaud Bréard, Laurent Krähenbühl

Position optimale des points de mesure pour l'identification de sources par développements harmoniques

F. Tavernier, Z. Li, A. Bréard et L. Krähenbühl

Université de Lyon, Ampère (CNR UMR5005), ECL, 69134 Ecully, France
francois.tavernier@doctorant.ec-lyon.fr

***Résumé*—Une méthode de CEM prédictive pour les couplages par diaphonie inductive est développée dans notre laboratoire. A partir de mesures effectuées sur une sphère englobant le dispositif sous test, la méthode permet de construire une source équivalente sous la forme d'une somme de termes multipolaires. Dès lors que l'on a construit les sources équivalentes de deux dispositifs, on peut calculer leurs couplages inductifs et ainsi prévenir de futurs problèmes de CEM. Nous avons donc mis au point un banc de mesure qui permet au capteur de décrire une surface sphérique autour du dispositif à caractériser. Dans cet article, nous présentons deux méthodes permettant de choisir la position des points de mesures (en fonction du nombre de mesures et du capteur choisi) en minimisant l'erreur de reconstruction. La première détermine la position des points de mesure de sorte qu'ils soient équidistants. Dans la seconde la source est considérée comme aléatoire, et nous maximisons le déterminant de la matrice de covariance en fonction des positions du capteur. Cette méthode permet de définir les meilleurs points de mesure pour un nombre de points choisi. Cette méthode est itérative et le nombre de mesures à effectuer est imposé par l'ordre maximal du développement en harmonique sphérique. Une comparaison des performances, avantages et inconvénients de ces deux méthodes est proposée et illustrée par quelques exemples.**

***Index Terms*—Compatibilité électromagnétique, Harmonique sphérique, Position des points de mesure.**

I. Introduction

La caractérisation des interférences électromagnétiques générées par les dispositifs d'électronique de puissance est primordiale pour évaluer la compatibilité électromagnétique (CEM). Cependant, ces problèmes de CEM sont généralement traités après la phase de prototypage ce qui conduit à des coûts supplémentaires. Afin d'anticiper ces problèmes, chaque dispositif est modélisé par une source équivalente composée de multipole, ce qui permet de calculer la mutuelle inductance entre deux dispositifs en fonction de leurs positions relatives [4].

Pour construire ces sources équivalentes il est nécessaire d'effectuer des mesures. Par commodité ces mesures peuvent être effectuées sur une sphère englobant le dispositif. Il reste à déterminer quelles peuvent-être les positions du capteur sur cette sphère. Il existe des méthodes qui permettent de fixer ces points de mesure, notamment en réduisant le conditionnement de la matrice $\mathbf{A}$ définie par la suite, équation 5 [2] [5]. Dans cet article nous nous intéresserons à deux méthodes: l'une d'elles consiste à utiliser les coordonnées des sommets d'un polyèdre régulier, l'autre à maximiser l'entropie d'une distribution statistique que nous détaillerons par la suite.

II. Théorie du développement multipolaire

Dans notre étude on utilise le développement en harmoniques sphériques pour représenter le champ magnétique d'une source, développement dont l'origine est au centre d'une sphère S. Il existe deux situations: i) la source est aussi dans la sphère, on cherche à représenter le champ à l'extérieur ii) la source est à l'extérieur de la sphère et on cherche le champ dans celle-ci. Les développements harmoniques externe $\mathbf{B^e}$ et interne $\mathbf{B^i}$ s'écrivent:

$$\begin{aligned}\mathbf{B^e}(r,\theta,\phi) &= \mu_0 \vec{\nabla}\left(\sum_{l,m} \frac{1}{r^{l+1}} Q^e_{lm} Y_{lm}(\theta,\phi)\right)\\ \mathbf{B^i}(r,\theta,\phi) &= \mu_0 \vec{\nabla}\left(\sum_{l,m} r^l Q^i_{lm} Y_{lm}(\theta,\phi)\right)\end{aligned} \tag{1}$$

où Q^e_{lm} et Q^i_{lm} sont les coefficients des harmoniques sphériques des problèmes externe et interne. La mutuelle inductance entre deux sources s'écrit simplement à partir de leurs coefficients: on montre en effet que, si la source 1 admet un développement harmonique en problème externe centré en O de coefficient Q^{e1}_{lm}, et si la source 2 admet pour le même centre un développement harmonique en problème interne de coefficient Q^{i2}_{lm}, alors la mutuelle inductance s'écrit sous forme matricielle:

$$M_{12} = j\omega\mu_0 \left(\mathbf{Q}^{e1}_{lm}\right)^t \mathbf{Q}^{i2}_{lm} \tag{2}$$

En pratique seuls les coefficients externes sont identifiés par la mesure. Pour calculer M_{12}, on utilise la matrice de translation $\mathbf{T}^{ei}(R,\Theta,\Phi)$ qui permet de calculer les coefficients $\mathbf{Q}^{i2}_{lm}$ du problème interne de centre O à partir des coefficients $\mathbf{Q}^{e2}_{lm}$ du problème externe de centre O' tel que celui-ci est défini par les coordonnées sphérique (R,Θ,Φ) dans le repère O:

$$\mathbf{Q}^{i2}_{lm} = \mathbf{T}^{ei}(R,\Theta,\Phi)\mathbf{Q}^{e2}_{lm} \tag{3}$$

III. Identification de source

Pour identifier les coefficients harmoniques $\mathbf{Q}^{e1}_{lm}$ d'une source 1 on doit effectuer des mesures autour de celle-ci avec un capteur 2. La précision de la source équivalente dépend du nombre de mesures et de leurs positions. Dans cette étude on utilise une spire circulaire comme capteur; ses coefficients harmoniques $\mathbf{Q}^{e2}_{lm}$ sont connus analytiquement [1]. Pour chaque position k du capteur on peut mesurer une mutuelle inductance M_k; une matrice de translation $\mathbf{T}_k^{ei}$ permet de calculer les vecteurs $\mathbf{Q}_{lm}^{e2}$ en $\mathbf{Q}_{lm}^{i2}$, avec le même centre de développement que la source. Ainsi la mutuelle s'écrit:

$$M_k = \left(\mathbf{Q}_{lm}^{e2}\right)^t \mathbf{T}_k^{ei} \mathbf{Q}_{lm}^{e1} \tag{4}$$

Les k mutuelles sont regroupées au sein d'un vecteur $\mathbf{M}$, ce qui permet de définir la matrice $\mathbf{A}$ telle que:

$$\mathbf{M} = \mathbf{A}\mathbf{Q}_{lm}^{e1} \tag{5}$$

Les mesures de mutuelle permettent ainsi de déterminer les coefficients harmoniques de la source, en inversant le système linéaire $\mathbf{A}$. La matrice $\mathbf{A}$ ne dépend que des positions et des orientations du capteur.

IV. Méthode par entropie

Si à partir d'une connaissance *a priori* d'un système on peut déterminer une matrice de covariance $\mathbf{C}_q$ des coefficients harmoniques, alors en utilisant l'équation 5 on peut déterminer la matrice de covariance du vecteur $\mathbf{M}$ notée $\mathbf{C}_m$.

$$\mathbf{C}_m = \mathbf{A}\mathbf{C}_q\mathbf{A}^t \tag{6}$$

L'entropie d'une source correspond à la quantité d'informations inconnues sur celle-ci. Cette méthode consiste à rechercher k positions de mesure qui permettent de maximiser l'entropie.

D'après [3] on sait que l'entropie d'une loi normale multidimensionnelle est définie par:

$$H(\mathbf{C}_m) = ln(2\pi e\sqrt{det(\mathbf{C}_m})\tag{7}$$

Ainsi, si l'on maximise l'entropie en fonction des positions du capteur alors on augmente la quantité d'information obtenue par le jeu de mesures. Dès lors, le problème peut être formulé comme suit:

$$\max_{\theta_1,\ldots,\theta_k;\phi_1,\ldots,\phi_k} H(\mathbf{C}_m) \tag{8}$$

Lorsque ce problème est résolu il donne les k positions qui permettent de maximiser l'entropie.

V. Comparaison de méthode

Nous allons comparer les résultats obtenus avec les points de mesure choisis aux sommets d'un polyèdre régulier avec la méthode présentée ci-dessus. On suppose que la source que l'on souhaite identifier est d'ordre deux, il y a donc 8 coefficients à trouver. Pour la première méthode on choisie d'utiliser comme points de mesure les 12 sommets d'un icosaèdre ce qui permet de construire une matrice $\mathbf{A}_I$.

Pour la seconde méthode on suppose que l'on ne dispose d'aucune information sur la source que l'on veut reconstruire. Nous ferons alors l'hypothèse que celle-ci est une source aléatoire d'ordre deux telle que ses coefficients harmoniques sont de la forme:

$$Q_{lm}^{se} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{lm}^2) \tag{9}$$

Les variances σ_{lm}^2 ayant toutes la même valeur, aucune direction n'est privilégiée. Dans notre cas nous détermineront par la méthode de l'entropie 8 positions de mesure qui suffisent pour trouver les coefficients harmoniques. Et ainsi nous pourrons déterminer la matrice $\mathbf{A}_{II}$.

Coefficient	Sommet de l'icosaèdre	Entropie maximal
Q_{1-1}	0.0625	0.0870
Q_{10}	0.0625	0.1633
Q_{11}	0.0625	0.1044
Q_{2-2}	0.0465	0.0605
Q_{2-1}	0.0465	0.0827
Q_{20}	0.0465	0.0993
Q_{21}	0.0465	0.1451
Q_{22}	0.0465	0.0681

TABLE I: Variance des différents coefficients

Afin de comparer ces deux méthodes, nous ajouterons à chaque mesure M_k un bruit blanc δ_k à variance unitaire. L'équation 5 devient:

$$\mathbf{M} = \mathbf{A}\mathbf{Q}_{lm}^{e1} + \delta \tag{10}$$

On peut alors déduire la variance des coefficients en utilisant les matrices A_I et A_{II} (table I) en inversant l'équation 10.

On peut remarquer que pour la méthode utilisant l'icosaèdre les variances de chaque ordre sont identiques. Cela signifie qu'aucune direction n'est privilégiée, contrairement à la méthode par entropie qui admet des différences de variances notables, qui en outre sont toujours plus élevées que en utilisant la méthode précédente.

VI. Conclusion

Nous avons exposé une nouvelle méthode permettant de choisir les positions d'un capteur en utilisant le critère de l'entropie, néanmoins cette méthode nécessite de connaître une distribution statistique des coefficients de la source. Si la distribution est inconnue, cette méthode ne présente donc que peu d'intérêt par rapport aux méthodes existantes. Cependant, si la problématique admet une information *a priori*, alors cette méthode prend tout son sens. Dans le papier étendu nous montrerons en utilisant l'inférence bayésienne l'intérêt de la méthode.

References

[1] Durand,E. *Magnetostatique,* Masson et Cie., 1968.

[2] Rouve, L. L.; Schmerber, L.; Chadebec, O. et Foggia, A. *Optimal magnetic sensor location for spherical harmonic identification applied to radiated electrical devices,* IEEE Transactions on Magnetics, 2006, 42, 1167-1170.

[3] N. A. Ahmed and D. V. Gokhale, *Entropy expressions and their estimators for multivariate distributions,* IEEE Transactions on Information Theory,vol. 35, no. 3, pp. 688-692, May 1989.

[4] T. Q. V. Hoang, A. Bréard, and C. Vollaire, *Near Magnetic Field Coupling Prediction Using Equivalent Spherical Harmonic Sources,* IEEE Trans.on EMC, Vol. 56, n6, pp. 1457-1465, 2014.

[5] Z. Khalid and R. A. Kennedy and J. D. McEwen., *An Optimal-Dimensionality Sampling Scheme on the Sphere With Fast Spherical Harmonic Transforms),* IEEE Transactions on Signal Processing 2014.