HAL
open science

Modélisation multi-échelle du comportement magnéto-élastique des matériaux ferromagnétiques texturés

Laurent Daniel, Olivier Hubert, René Billardon

To cite this version:

Laurent Daniel, Olivier Hubert, René Billardon. Modélisation multi-échelle du comportement magnéto-élastique des matériaux ferromagnétiques texturés. MECAMAT 2004 " Mécanismes et Mécanique des Matériaux et Structures à Longueur Interne : Comportement et Effets d'Echelles ", Jan 2004, Aussois, France. p.525-528. hal-01532994

HAL Id: hal-01532994

https://hal.science/hal-01532994

Submitted on 5 Jun 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Modélisation multi-échelle du comportement magnéto-élastique des matériaux ferromagnétiques texturés

L. Daniel, O. Hubert, R. Billardon
LMT-Cachan, ENS de Cachan - CNRS - Université Paris 6
61 avenue du Président Wilson, 94235 Cachan Cedex
Téléphone : 01 47 40 22 42, Télécopie : 01 47 40 22 40
Adresse électronique : laurent.daniel@lmt.ens-cachan.fr

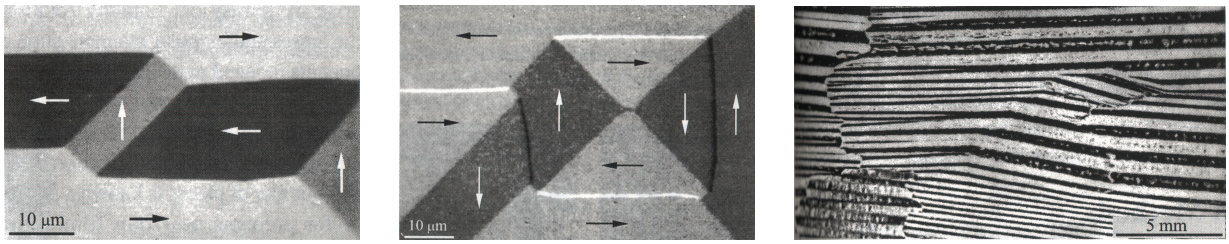
Mots clés : Couplages magnéto-élastiques - déformation de magnétostriction - homogénéisation

1 INTRODUCTION

Les phénomènes de couplages magnéto-élastiques ont deux manifestations principales : la déformation de magnétostriction - déformation spontanée induite par la présence d'un champ magnétique - et l'effet des contraintes sur le comportement magnétique. La prédiction de ces effets de couplage magnéto-élastique est ici envisagée à travers une approche multi-échelle. On s'intéressera successivement à l'équilibre d'un domaine magnétique, d'un monocristal (ou grain), et d'un Volume Elémentaire Représentatif polycristallin.

2 PROCESSUS D'AIMANTATION - QUELQUES ASPECTS PHÉNOMÉNOLOGIQUES

L'observation assez fine d'un matériau ferromagnétique permet de mettre en évidence l'existence de régions où l'aimantation est uniforme : ce sont les domaines magnétiques ou domaines de Weiss (figure 1).



(a) (b) (c)

FIG. 1 – *Mise en évidence des domaines magnétiques dans des cristaux de fer-silicium, d'après Hubert et Schäfer (1998)*

Chacun de ces domaines présente une aimantation uniforme, de norme M_s, caractéristique du matériau, quel que soit le champ magnétique appliqué :

$$\vec{M}_\alpha \;=\; M_s\,\vec{\gamma}^\alpha \;=\; M_s\;{}^t[\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3]\;, \quad \text{avec}\;\; \gamma_1^2+\gamma_2^2+\gamma_3^2=1 \tag{1}$$

D'un domaine à l'autre, la norme de l'aimantation ne varie pas, mais sa direction en revanche change. Le vecteur aimantation associé à chacun des domaines est initialement orienté suivant une direction cristallographique privilégiée appelée direction de "facile aimantation". Les zones de transition entre deux domaines, où la direction de l'aimantation varie progressivement sur quelques dizaines de distances interatomiques sont appelées parois magnétiques.

La structure en domaines évolue avec le champ magnétique suivant deux mécanismes concomitants : le mouvement des parois magnétiques, constituant la frontière entre deux domaines, et la rotation de l'aimantation en direction du champ appliqué. Quand la saturation magnétique est atteinte, chaque grain est composé d'un unique domaine aimanté dans la direction du champ. Le processus d'aimantation est représenté schématiquement sur la figure 2.

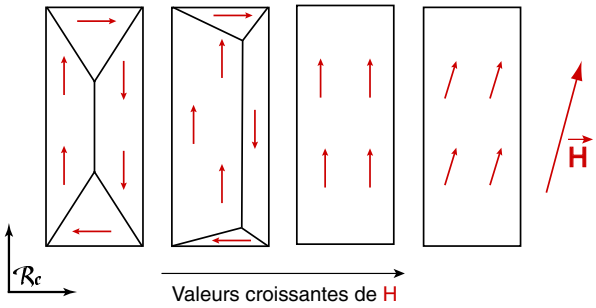


FIG. 2 – *Représentation schématique (2D) du processus d'aimantation dans un monocristal*

3 MODÉLISATION À L'ÉCHELLE D'UN DOMAINE MAGNÉTIQUE

La prévision de l'état d'équilibre d'un domaine magnétique, c'est à dire l'orientation de l'aimantation dans ce domaine : peut s'obtenir à travers une approche énergétique. L'énergie libre d'un domaine magnétique peut s'écrire sous la forme :

$$W^\alpha = W^\alpha_{\text{an}} + W^\alpha_{\text{mag}} + W^\alpha_\sigma + W^\alpha_s \tag{2}$$

- W^α_{an} désigne l'énergie d'anisotropie magnétocristalline, qui tend à aligner l'aimantation suivant certaines directions cristallographiques privilégiées dites directions de facile aimantation.

- W^α_{mag} désigne l'énergie magnétostatique, qui tend à aligner l'aimantation du domaine parallèlement au champ magnétique.

- W^α_σ désigne l'énergie magnéto-élastique, qui permet de prendre en compte les effets de couplages magnéto-élastiques. Ce terme énergétique fait intervenir la contrainte σ_α et la déformation de magnétostriction ε^μ_α dans le domaine :

$$W^\alpha_\sigma = -\sigma_\alpha : \varepsilon^\mu_\alpha \tag{3}$$

- W^α_s désigne une énergie de surface qui permet d'intégrer au modèle des effets d'anisotropie macroscopique, introduits par exemple par la présence d'une surface libre. Ce terme énergétique peut s'écrire :

$$W^\alpha_s = N_s(\vec{\gamma}^\alpha.\vec{n})^2 \tag{4}$$

  en notant $\vec{n}$ la direction d'anisotropie macroscopique et en introduisant la constante N_s qui définit la valeur maximale de cette énergie de surface.

L'état magnétique d'un domaine peut être obtenue par minimisation de l'énergie libre de ce domaine :

$$\vec{M}_\alpha \qquad \text{tel que} \qquad W^\alpha(\vec{M}_\alpha) = \min(W^\alpha) \tag{5}$$

La déformation de magnétostriction dans un domaine découle directement de la direction de l'aimantation et d'un tenseur d'ordre 4 $\mathbf{D}$, caractéristique du matériau (Hubert et Schäfer, 1998 et Daniel, 2003):

$$\varepsilon^\mu_\alpha = \mathbf{D} : \boldsymbol{\gamma} \qquad \text{avec} \qquad \boldsymbol{\gamma} = \vec{\gamma}^\alpha \otimes \vec{\gamma}^\alpha \tag{6}$$

4 MODÉLISATION À L'ÉCHELLE D'UN MONOCRISTAL - OU GRAIN

L'extension au cas du monocristal du raisonnement adopté pour un domaine magnétique supposerait de définir l'énergie libre associée aux parois magnétiques. Dans l'optique de calculs à l'échelle du polycristal, une telle démarche conduirait à des temps de calcul très élevés. Nous adoptons ici une approche simplifiée proposée par Buiron (2000). Le monocristal est divisé en un ensemble de familles de domaines, chaque domaine étant associé à une direction de facile aimantation initiale. La direction de l'aimantation dans chaque famille de domaine est obtenue par minimisation de l'énergie libre de chacun de ces domaines pris indépendamment. Les fractions volumiques f_α des différentes familles de domaines sont définies par la relation (7) :

$$f_\alpha = \frac{\exp(-A_s.W_\alpha)}{\sum_\alpha \exp(-A_s.W_\alpha)} \tag{7}$$

où A_s est un paramètre d'ajustement qui permet d'introduire phénoménologiquement certains effets ignorés par la modélisation.
Par ailleurs, on vérifie bien :

$$\sum_\alpha f_\alpha = 1 \tag{8}$$

Une fois les variables d'état calculées pour chaque famille de domaines α, on peut définir l'aimantation moyenne dans le cristal :

$$\vec{M}^{\mathbf{I}} =< \vec{M}_\alpha >= \sum_\alpha f_\alpha \, \vec{M}_\alpha \tag{9}$$

On peut de la même façon définir la déformation de magnétostriction moyenne dans le monocristal (en supposant les contraintes homogènes dans le monocristal) :

$$\varepsilon_I^\mu =< \varepsilon_\alpha^\mu >= \sum_\alpha f_\alpha \, \varepsilon_\alpha^\mu \tag{10}$$

5 MODÉLISATION À L'ÉCHELLE D'UN POLYCRISTAL

Dans le cas d'un polycristal, l'orientation cristallographique différente entre deux grains adjacents provoque des hétérogénéités de contraintes et de déformations. La distribution des orientations cristallographiques, la texture, est alors une donnée importante pour modéliser ces hétérogénéités.
Une approche de type micro-macro peut permettre, connaissant le chargement macroscopique et la texture, et sous certaines hypothèses concernant la microstructure, de déduire le chargement appliqué à chaque grain (étape de localisation). Les lois de comportement obtenues à l'échelle du grain peuvent ainsi être appliquées, et le comportement moyen de chaque phase est obtenu. La dernière étape peut consister, si les grandeurs utiles sont macroscopiques, en une étape d'homogénéisation pour revenir à l'échelle du VER.
La méthode de localisation-homogénéisation adoptée ici est un schéma de type autocohérent.
La contrainte locale σ^I - dans chaque grain - est définie comme la somme d'une terme associé à la contrainte macroscopique appliquée $\mathbb{\Sigma}$ et d'un terme définissant les incompatibilités de déformation liées à la présence de la déformation de magnétostriction ε_I^μ :

$$\sigma^I = \mathbf{B}^{\mathbf{I}} : \mathbb{\Sigma} \; + \mathbf{C}^* : (\mathbb{E}^\mu - \varepsilon_I^\mu) \tag{11}$$

$\mathbf{B}^{\mathbf{I}}$ est le tenseur de concentration des contraintes, déduit de la résolution du problème d'Eshelby, et associé aux coefficients élastiques du milieu homogène équivalent (MHE) au polycristal et aux coefficients élastiques $\mathbf{C}^{\mathbf{I}}$ du grain considéré. $\mathbf{C}^*$ est le tenseur d'influence de Hill pour la forme d'inclusion et le milieu de référence choisis. $\mathbb{E}^\mu$ est la déformation de magnétostriction macroscopique.

De façon analogue le champ magnétique local $\vec{H}^{\mathbf{I}}$ est défini comme la somme du champ magnétique appliqué $\vec{H}_{\mathbf{ext}}$ et d'un terme démagnétisant proportionnel à la différence entre l'aimantation macroscopique $\vec{M}_{\mathbf{m}}$ et l'aimantation dans le grain $\vec{M}^{\mathbf{I}}$:

$$\vec{H}^{\mathbf{I}} = \vec{H}_{\mathbf{ext}} + \frac{1}{3+2\chi_{\mathbf{m}}}(\vec{M}_{\mathbf{m}} - \vec{M}^{\mathbf{I}}) \tag{12}$$

$\chi_{\mathbf{m}}$ est une estimation de la susceptibilité sécante, c'est à dire du rapport entre $||\vec{M}_{\mathbf{m}}||$ et $||\vec{H}_{\mathbf{ext}}||$.
Une fois connu le chargement local (vu par chaque grain du polycristal), le modèle établi à l'échelle du monocristal peut être appliqué. On définit ainsi l'aimantation et la déformation dans chaque grain. Une opération de moyenne volumique permet ensuite de définir le retour à l'échelle macroscopique :

$$\vec{M}_{\mathbf{m}} = \frac{1}{V}\int_{\mathbf{VER}} \vec{M} dV =< \vec{M}^{\mathbf{I}} > \quad \text{et} \quad \mathbb{E} = \frac{1}{V}\int_{\mathbf{VER}} \varepsilon dV =< \varepsilon^{I} > \tag{13}$$

Pour la déformation maacroscopique, on réalise la partition suivante, qui superpose l'effet de l'application d'une contrainte macroscopique $\mathbb{\Sigma}$ et l'effet de la déformation de magnétostriction :

$$\begin{aligned} \mathbb{E} &= \mathbb{E}^{e} + \mathbb{E}^{\mu} \\ &= \mathbf{C}^{\mathbf{eff}^{-1}} : \mathbb{\Sigma} + < {}^{T}\mathbf{B}^{\mathbf{I}} : \varepsilon_{I}^{\mu} > \end{aligned} \tag{14}$$

La déformation de magnétostriction macroscopique $\mathbb{E}^{\mu}$ est ainsi obtenue, et l'effet des contraintes sur l'aimantation est naturellement pris en compte dans le modèle microscopique à travers l'énergie magnéto-élastique (équation (3)).
Le caractère implicite des équations présentées rend nécessaire le recours à un processus itératif.

6 Conclusion

Ce modèle permet de rendre compte du comportement magnéto-mécanique des matériaux ferromagnétiques hétérogènes. Il a par exemple été appliqué pour modéliser l'anisotropie des tôles de fer-silicium à grains orientés (GO) utilisées dans la construction de transformateurs électriques (Hubert *et al.*, 2003). Dans ce cas particulier, on montre que l'anisotropie magnétique à bas champ est fortement reliée à la présence de surfaces libres.

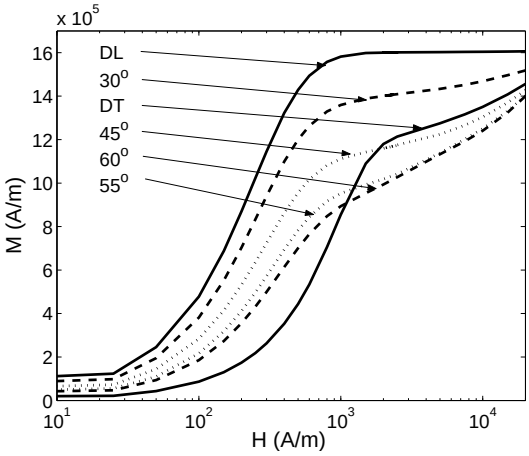


FIG. 3 – *Comportement magnétique d'une tôle GO pour un champ magnétique appliqué dans différentes directions du plan de tôle (DL : direction du laminage - DT : direction transverse)*

Références

N. Buiron, "Modélisation multi-échelle du comportement magnéto-élastique couplé des matériaux ferromagnétiques doux", thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, France, 2000.

L. Daniel, "Modélisation multi-échelle du comportement magnéto-mécanique des matériaux ferromagnétiques texturés", thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, France, 2003.

A. Hubert et R. Schäfer, "Magnetic domains", Springer, 1998.

O. Hubert, L. Daniel et R. Billardon, "Multiscale modelling and demagnetising surface effect: application to the prediction of magnetostriction of Grain Oriented silicon irons", Proceedings of the 16th International Conference on Soft Magnetic Materials (SMM16), Düsseldorf, Germany, 2003.