



**HAL**  
open science

# De l'effet d'imprécision et du paradoxe de la non ponctualité des seuils vers la définition de quelques concepts et principes de modélisation des préférences

Hilarion Josaphat Mfouka

## ► To cite this version:

Hilarion Josaphat Mfouka. De l'effet d'imprécision et du paradoxe de la non ponctualité des seuils vers la définition de quelques concepts et principes de modélisation des préférences. [Rapport de recherche] Laboratoire d'analyse et de techniques économiques(LATEC). 1994, 25 p., ref. bib. : 25 ref. hal-01526492

**HAL Id: hal-01526492**

**<https://hal.science/hal-01526492>**

Submitted on 23 May 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# LATEC

## LABORATOIRE D'ANALYSE ET DE TECHNIQUES ÉCONOMIQUES

UMR 5601 CNRS

DOCUMENT DE TRAVAIL



Pôle d'Economie et de Gestion

2, boulevard Gabriel - 21000 DIJON - Tél. 03 80 39 54 30 - Fax 03 80 39 54 43

ISSN : 1260-8556

n° 9403

**DE L'EFFET D'IMPRECISION ET DU PARADOXE  
DE LA NON PONCTUALITE DES SEUILS VERS  
LA DEFINITION DE QUELQUES CONCEPTS ET  
PRINCIPES DE MODELISATION DES PREFERENCES**

**Hilarion Josaphat MFOUKA \***

**juillet 1994**

*LATEC - URA 342 CNRS, Université de Bourgogne*

## SUMMARY

This survey deals with conceptual and theoretical basis of imprecise preference modelling. From the establishment of non-punctuality of the imprecise preference threshold, imprecise discrimination power is set. This involves that the modelling preference relation tool is composite. Which allows a generalization of the limited comparability principle and an introduction of new concepts which adapt to this theoretical framework.

## RESUME

Ce travail pose les fondements conceptuels et théoriques de la modélisation des préférences imprécises. A partir du constat de non ponctualité des seuils de préférence, il pose le principe du pouvoir discriminant imprécis. Il en résulte que l'outils relationnel de modélisation est composite, ce qui permet de généraliser le principe de comparabilité limitée et d'introduire de nouveaux concepts adaptés à ce cadre théorique.

## MOTS CLES

Comparabilité - Comparaison (*directe, indirecte*) - Domaine de discrimination ou de transition - Pouvoir discriminant (*absolu, nuancé, imprécis*) - Préférence (*composant relationnel de, état relationnel de, rassembleur de, seuil de, système de*).

DE L'EFFET D'IMPRECISION ET DU PARADOXE DE LA NON PONCTUALITE DES SEUILS  
VERS LA DEFINITION DE QUELQUES CONCEPTS ET PRINCIPES DE MODELISATION  
DES PREFERNCES

Par Hilarion Josaphat MFOUKA

Je remercie Mr M. PREVOT pour la bonne volonté qu'il a bien voulu  
investir dans ce travail afin qu'il devienne plus compréhensible.

*" Quand nous étions dans les jardins de l'enfance, nous cueillions le  
fruit de l'héritage des Aînés ; mais, aux approches de la maturité, nous  
nous posons des questions dont le silence stimule notre curiosité : c'est  
ainsi que le courant du savoir nous conduit aux alentours du parvis de la  
connaissance non plus pour cueillir, mais pour affronter l'énigme de  
l'existence qui sécretait la dynamique de notre curiosité."*

**KONGO BANTU**

## TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION	1
1 RELATION DE PREFERENCE	2
11 Référentiel	2
12 Définition de la Relation de Préférence	2
2 IMPRECISION ET POUVOIR DISCRIMINANT	3
21 Conception Habituelle du Pouvoir Discriminant	3
22 Non Ponctualité du Phénomène de Discrimination et Pouvoir Discriminant Imprécis	5
3 QUELQUES PRINCIPES ET CONCEPTS ISSUS DU POUVOIR DISCRIMINANT IMPRECIS	7
31 Composants Relationnels	7
32 Etats Relationnels	9
33 Systèmes de Composants Relationnels De Préférence (S.C.R.P.) et Généralisation du Postulat De comparabilité limitée	12
34 Intérêt Des Composants Relationnels Dans La Modélisation Des Préférences	19
BIBLIOGRAPHIE	22

## INTRODUCTION

Ce travail veut mettre en évidence un constat fondamental qui légitime et explique l'imprécision des préférences : le paradoxe de la ponctualité des seuils de préférence (découlant de l'acceptation de seuils dont les valeurs seraient nettement et précisément connues). A partir de ce paradoxe, on constate que, généralement, la capacité des acteurs de discerner les options de préférence est imprécis. Il s'en suit que les options de préférence peuvent se confondre ou se chevaucher et que, par conséquent, la préférence est un concept imprécis. Pour mieux comprendre et représenter cette préférence imprécise, nous introduisons quelques concepts et principes nouveaux dans la littérature relative à la modélisation des préférences.

Nous admettrons le principe du pouvoir discriminant imprécis qui permet d'expliquer les imperfections éventuelles des acteurs dans leur capacité de distinguer les nuances de préférence ;

Les concepts nouveaux introduits sont :

- le concept de domaine de discrimination ou de seuil imprécis de préférence : il découle du paradoxe de la ponctualité des seuils ;

- le concept de composant relationnels : la préférence étant imprécise et hétérogène (car le pouvoir discriminant est imprécis), on peut admettre qu'elle est composite ; donc la relation de préférence est constituée généralement de composants.

En admettant la diversité de composants relationnels, nous généralisons quelques principes - d'appréhension, de comparabilité et de cohérence - fondamentaux dans la modélisation des préférences.

## 1 RELATION DE PREFERENCE

Nous allons d'abord définir la relation de préférence (cf. P.BATTEAU [2], H.J.MFOUKA [14], B.ROY [21] et P.VINCKE [24]) car, lorsque nous parlerons d'option de préférence ou de situation de préférence, nous aurons besoin de la relation de préférence.

### 11 Référentiel

La décision va porter sur un ensemble A dont les éléments sont appelés **actions possibles ou potentielles ou alternatives**. Ces actions - qu'on notera a, b, c, ... - sont les éléments ou les objets potentiels sur lesquels portent les préférences des acteurs.

La nature des actions de A est **variable**. En effet, A peut correspondre (cf. B.ROY [20]) à un ensemble de biens de consommation ou de vecteurs de biens de production (en économie), de stratégies ou de tactiques (en théorie des jeux), de projets (en théorie des investissements), de portefeuilles (en mathématiques financières), de produits ou de marques (en marketing), ...

### 12 Définition de la Relation de Préférence

#### 121 Définition

Une relation de préférence - notée  $\mathcal{R}$  - dans un ensemble A est une relation binaire, c'est-à-dire un sous-ensemble du produit cartésien  $A \times A$  tel que :

$$\forall (a, b) \in A^2 : a \mathcal{R} b \Rightarrow (a, b) \in G \quad (1)$$

$$\text{où } G = \{(a, b) ; (a, b) \in A^2, a \mathcal{R} b\}. \quad (2)$$

L'ensemble G est appelé graphe de la relation  $\mathcal{R}$ .

Soient a et b deux actions quelconques de A, on distingue généralement les cas suivants :

$$- a \mathcal{R} b \text{ et } b \mathcal{R} a \iff a \overset{\cdot}{\mathcal{R}} b \quad (4)$$

il y a **préférence réversible** entre a et b (la relation classique d'**indifférence** - notée I - est une option de préférence réversible) ;

$$- a \mathcal{R} b \text{ et non } b \overset{\rightarrow}{\mathcal{R}} a \iff a \overset{\rightarrow}{\mathcal{R}} b, \quad (5)$$

il y a **préférence irréversible** en faveur de a : b n'est pas préférée à a

(la relation de **préférence stricte** - notée P - est une option de préférence irréversible) ;

- non  $a \mathcal{R} b$  et non  $b \mathcal{R} a$  : il y a **non préférence** entre a et b (et vice-versa), c'est-à-dire qu'il n'y a ni préférence réversible, ni préférence irréversible. Ce cas est souvent assimilé à **l'incomparabilité** (et vice-versa) que l'on note R.

## 122 Opérations sur les relations

Définissons enfin les opérations suivantes (cf. M.ROUBENS, P.VINCKE [19]) entre deux relations binaires  $\mathcal{R}'$  et  $\mathcal{R}''$  :  $\forall (a,b) \in A^2$  :

$$\text{- l'inclusion : } \mathcal{R}'' \subset \mathcal{R}' \iff (a \mathcal{R}'' b \implies a \mathcal{R}' b), \quad (6)$$

$$\text{- l'union : } a(\mathcal{R}'' \cup \mathcal{R}')b \iff a \mathcal{R}'' b \text{ ou } a \mathcal{R}' b, \quad (7)$$

$$\text{- l'intersection : } a(\mathcal{R}'' \cap \mathcal{R}')b \iff a \mathcal{R}'' b \text{ et } a \mathcal{R}' b, \quad (8)$$

$$\text{- le produit : } a \mathcal{R}'' \mathcal{R}' b \iff \exists c \in A / a \mathcal{R}'' c \text{ et } c \mathcal{R}' b. \quad (9)$$

En appliquant l'opération d'union aux situations d'incomparabilité et de préférence réversible, on obtient celle de **non préférence irréversible** (c'est-à-dire qu'on exclut la préférence irréversible,  $\dot{\mathcal{R}}$ ) notée  $\dot{\mathcal{R}}$  et définie comme suit (cf. H.J.MFOUKA [14]) :

$$\dot{\mathcal{R}} = \dot{\mathcal{R}}' \cup R. \quad (10)$$

De la même façon, en associant  $\mathcal{R}$  et R dans l'opération d'union, on définit la situation suivante de **non préférence réversible** (cf. H.J. MFOUKA [14]) :

$$\mathcal{R} \cup R. \quad (11)$$

## 2 IMPRECISION ET POUVOIR DISCRIMINANT

### 21 Conception Habituelle du Pouvoir Discriminant

Discerner les préférences sous-entend que l'on possède explicitement ou implicitement un instrument de discernement. Cet instrument confère aux acteurs une capacité - de distinguer les nuances de préférence- appelée pouvoir discriminant. En aide à la décision, le pouvoir discriminant s'exerce à travers des seuils de discrimination des options de préférence (cf. D. BOUYSSOU [4], D.LUCE [11], B.ROY [21] et P.VINCKE [24]).

Considérons deux actions a et b dont g(a) et g(b) sont les valeurs. Supposons que a et b soient deux biens présents sur un marché. Soient

$p_a = g(a)$  et  $p_b = g(b)$  les bénéfices respectifs réalisés après leur vente. Pour se déterminer sur la préférence entre a et b (toutes choses égales par ailleurs), le vendeur va comparer les bénéfices réalisés. Il va notamment se référer à l'écart  $|p_a - p_b|$ .

Dans la conception classique (cf. P.C.FISHBURN [6] et [7], D.LUCE [11] et P.VINCKE [21]), toute nuance ou tout écart non nul, aussi négligeable soit-il, signifie que l'une des actions (celle pour laquelle la nuance est favorable) est irréversiblement préférée à l'autre. Dans ce cas, **le pouvoir discriminant est dit absolu** (cf. B. ROY [21]). Les critiques adressées à cette conception ont permis la prise en compte de l'importance relative des écarts : toute option de préférence devrait correspondre à une nuance jugée significative. Ainsi, selon que l'écart - plus ou moins grand - est favorable à a ou à b, la préférence sera -respectivement- pour a ou pour b. Selon l'importance de cet écart, la préférence sera plus ou moins significative. On peut donc nuancer les préférences selon leur importance à partir de seuils  $\sigma_j(a,b)$  au delà ou en dessous desquels la préférence change significativement. Supposons que la nuance  $p_a - p_b$  soit positive. Lorsque la préférence croît avec cette dernière, on a :

$$0 \leq \sigma_j(a,b) < p_a - p_b \leq \sigma_j(a,b) \Rightarrow a \mathcal{R}_1 b \quad (12)$$

où  $\mathcal{R}_1$  représente le lien de préférence - en faveur de a - entre a et b ( $\mathcal{R}_1$  est donc une option de préférence). C'est par ce moyen que l'on obtient habituellement (cf. B. ROY [21], P.VINCKE [24]) les seuils de préférence permettant de caractériser les options significatives de préférence : **L'accent est mis sur la significativité des écarts** (cf. D.LUCE [11]). Lorsque la nuance  $p_a - p_b$  dépasse  $\sigma_j(a,b)$ , la préférence change : au lieu de  $\mathcal{R}_1$ , on a une option de préférence plus importante  $\mathcal{R}_1$ , telle que :

$$\exists \sigma_j(a,b) / 0 \leq \sigma_j(a,b) < p_a - p_b \leq \sigma_j(a,b) \Rightarrow a \mathcal{R}_1 b, \quad (13)$$

ou

$$0 \leq \sigma_j(a,b) < p_a - p_b \text{ (si } \sigma_j(a,b) \text{ n'existe pas)} \Rightarrow a \mathcal{R}_1 b. \quad (13')$$

Quand on intègre les seuils, **le pouvoir discriminant est dit nuancé** (cf. B.ROY [21]).

**22 Non Ponctualité du Phénomène de Discrimination  
et Pouvoir Discriminant Imprécis (cf. H.J.MFOUKA [14])**

Le concept de seuil fait référence à un point précis de discrimination de deux options de préférence. Il paraît assez contraignant dans la mesure où il laisse croire que l'observateur est toujours doté de facultés parfaites lui permettant de reconnaître nettement ce point et, donc les options de préférence correspondantes. La ponctualité et la netteté du concept de seuil semblent exclure les imperfections dans la nature des acteurs. On peut formuler ici les mêmes critiques déjà faites sur le modèle classique à propos du pouvoir discriminant absolu. Supposons que, dans l'exemple précédent, l'écart  $p_a - p_b = 60 = \sigma_j(a, b)$  soit un seuil de discrimination entre deux options significatives de préférence. Soit  $\epsilon$  un nombre négligeable (dont la valeur, s'ajoutant à une certaine quantité, ne peut la modifier significativement). Si l'on se réfère à (12) et (13), on peut trouver deux options distinctes  $\mathcal{R}_i$ , et  $\mathcal{R}_j$  de  $\mathcal{R}$  telles que :

$$\sigma_j(a, b) < p_a - p_b \leq \sigma_j(a, b) \ (\epsilon > 0) \Rightarrow \exists \mathcal{R}_i / a \mathcal{R}_i b, \quad (14)$$

$$\sigma_j(a, b) < p_a - p_b + \epsilon \leq \sigma_j(a, b) \Rightarrow \exists \mathcal{R}_i, / a \mathcal{R}_i b. \quad (15)$$

Il s'en suit que pour quelques "miettes" d'unités monétaires au dessus ou en dessous de 60, la préférence du vendeur change nécessairement et significativement. Cette attitude est-elle souvent réaliste ? La réponse à cette question paraît clairement négative à la lecture des critiques formulées sur le modèle classique (cf. 21) bâti sur la netteté des paramètres et le pouvoir discriminant absolu prêté aux acteurs.

Il en découle que deux écarts non significativement distincts entraînent des options distinctes : ce qui est en contradiction avec la caractérisation des relations ou situations fondamentales par des écarts significatifs. Ceci revient à dire que quand l'écart oscille de manière non significative autour d'un seuil, la préférence oscille de façon très significative : la préférence ne suit plus la variation significative des écarts. On vient de constater un paradoxe que nous appelons **paradoxe de la ponctualité des seuils de préférence**.

Pour éviter cette distorsion, il semble plus réaliste de postuler qu'en général, le seuil n'est pas précisément et nettement connu, il est plutôt assimilable à un domaine qu'on peut comparer à un tunnel de

transition d'une option de préférence à une autre. Selon l'intensité du pouvoir discriminant des acteurs, ce tunnel ou ce passage sera plus ou moins important. Nous l'appelons **domaine de transition** ou de **discrimination** des préférences (cf. H.J.MFOUKA [14]). Ce domaine contient le point ou le seuil de discrimination. En particulier, lorsqu'il pourra être ponctuel, on a un seuil ou un point significatif de discrimination.

Illustrons ce domaine de transition dans la représentation ci-dessous. Soient deux options de préférence  $\mathcal{R}_1$  et  $\mathcal{R}_{1'}$ . Notons  $E(\mathcal{R})$  l'ensemble des options de préférence.

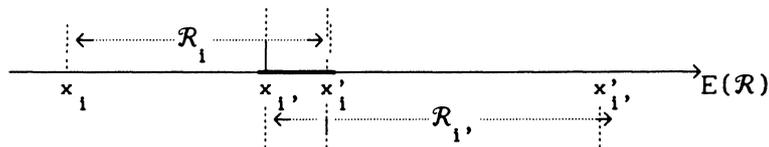


Fig.1

Le domaine de transition ou de discrimination entre  $\mathcal{R}_1$  et  $\mathcal{R}_{1'}$  est compris dans un intervalle ouvert  $]x_{1'}, x'_1[$ . Ses limites, en général, sont difficiles à préciser. Notons  $\phi_1$  un ensemble représentant une zone de préférence, donc une option quelconque  $\mathcal{R}_1$ . Le domaine de transition est un ensemble  $\phi_n$  tel que :

$$\phi_n \subseteq \phi_1 \cap \phi_{1'}, \text{ (où } \phi_1 \subseteq ]x_1, x_{1'}[ \text{ et } \phi_{1'} \subseteq ]x_{1'}, x'_{1'}[ \text{)} \quad (16)$$

Il s'en suit que :

$$(a, b) \in \phi_n \Rightarrow a \left( \mathcal{R}_1 \cup \mathcal{R}_{1'} \right) b, \forall a, b \in A. \quad (17)$$

Cette dernière implication, lorsqu'on suppose que l'union traduit un "ou" imprécis, peut-être traduite de la façon suivante (le "ou" non exclusif devenant un "et") :

$$(a, b) \in \phi_n \Rightarrow a \left( \mathcal{R}_1 \cap \mathcal{R}_{1'} \right) b, \forall a, b \in A. \quad (18)$$

L'état de préférence peut être représenté par plus d'une option lorsqu'il exprime un aspect de préférence qui est imprécis, c'est à dire, dans la figure ci-dessus, un aspect qui chevauche entre  $\mathcal{R}_1$  et  $\mathcal{R}_{1'}$ . Ce chevauchement qui peut être partiel ou total signifie que le **pouvoir discriminant nuancé des acteurs est imprécis** (cf. H.J.MFOUKA [14]) ; Le domaine de discrimination peut correspondre à une "zone" de préférence plus ou moins réduite. On ne peut le réduire a priori à un point.

On peut alors admettre que dans les cas précédents (cf. 21), le

pouvoir discriminant (absolu ou nuancé) était précis.

### 3 QUELQUES PRINCIPES ET CONCEPTS ISSUS DU POUVOIR DISCRIMINANT IMPRECIS

On constate (cf. (12), (13), (17) et (18)) que, le pouvoir discriminant étant nuancé et imprécis, les options de préférence peuvent être composites ( $\dot{\mathcal{R}}$  est constituée de  $\dot{\mathcal{R}}$ ' et R dans (10)), ce qui nous permet d'introduire le concept de composant relationnel.

#### 31 Composants Relationnels

La notion de composante étant (en mathématique) utilisée pour décrire plusieurs dimensions d'un espace, nous lui préférons celui de composant que nous pourrions utiliser même dans le cas d'une dimension unique mais imprécise.

La notion de relation est l'outil couramment utilisé dans l'approche relationnelle de la modélisation pour étudier la préférence. Dans l'approche de ce travail, nous considérons que toute relation est constituée d'un ou de plusieurs composants que nous appellerons **composant(s) relationnel(s)** (cf. H. J. MFOUKA [14]). Si la relation de préférence s'applique à un niveau assez global sur l'ensemble des actions, le composant relationnel peut s'appliquer à tous les niveaux. Il permet en particulier de singulariser les liens de préférence entre les actions.

#### 311 Définitions

Soit  $M_0 = \{1, 2, \dots, t\}$  un ensemble d'indices.

On appellera **système de préférence**, l'énoncé des préférences d'un acteur de la décision ou celui des préférences observées ou constatées par l'homme d'étude. On admettra comme B. ROY (cf. [21]) qu'un système est une entité formée d'éléments liés entre eux par le lien de préférence, les uns et les autres étant différenciés et définis en fonction de la place qu'ils y occupent.

On appellera **composant relationnel de préférence** -noté  $\mathcal{R}_i$  ( $i \in M_0$ )- un support descriptif et représentatif d'un ou de plusieurs **aspects**

**particuliers ou globaux, simples ou complexes**, caractérisant une préférence ou un système de préférences  $\mathcal{R}$  tel que :

$$\forall (a, b) \in A^2, a \mathcal{R}_1 b \Rightarrow a \mathcal{R} b \text{ (soit } \mathcal{R}_1 \subset \mathcal{R} \text{)}. \quad (19)$$

On suppose que les aspects décrits et représentés découlent :

- soit d'une observation directe du système des préférences
- soit d'une segmentation ou d'un regroupement a posteriori de certains aspects des préférences observées dans le dit système.

On admettra que toute relation est constituée implicitement ou explicitement de composants relationnels -  $\mathcal{R}_i$  - ( $i \in M_0$ ) ; l'ensemble des composants correspond à  $\mathcal{R}$  :

$$\mathcal{R} = \bigcup_{i=0}^t \mathcal{R}_i \quad (20)$$

$\mathcal{R}$  sera appelé **composant principal** ou **système intégral des composants relationnels**. Les autres composants  $\mathcal{R}_s$  tels que :

$$\mathcal{R}_s = \bigcup_{i=0}^{t'} \mathcal{R}_i \quad (21)$$

sont des simples composants associatifs de  $\mathcal{R}$ . Tout composant non vide est un composant de  $\mathcal{R}$ .

On va distinguer deux types de composants : **les composants de comparabilité** (qui favorisent la comparaison) et **les composants d'incomparabilité** (qui ne favorisent pas la comparaison). Parmi les composants de comparabilité, on va séparer ceux de préférence irréversible de ceux de préférence réversible. Tout composant d'incomparabilité est un composant de non préférence irréversible et réversible.

Nous allons distinguer deux sortes de composants selon la nature des aspects qu'ils décrivent, selon leur importance dans la modélisation des préférences : **les composants fondamentaux** et **les composants non fondamentaux**.

Un **composant**  $\mathcal{R}_i$  sera dit **fondamental** s'il est admis que celui-ci représente **un ou plusieurs aspects jugés indissociables et significatifs** de préférence **que nul autre composant** (n'associant pas  $\mathcal{R}_i$ ), distinct de  $\mathcal{R}_i$ , ne représente **intégralement**.

Soient  $\mathcal{R}_i$  et  $\mathcal{R}_{i'}$  ( $i, i' \in M_0$ ) deux composants fondamentaux de  $\mathcal{R}$ . L'un ne peut contenir (ou représenter) intégralement l'autre :

$$\mathcal{R}_i \cap \mathcal{R}_{i'} = \emptyset. \quad (22)$$

Mathématiquement, on admet donc qu'un composant relationnel est une relation binaire. Nous confondrons souvent option ou situation de préférence et composant relationnel fondamental de préférence.

### 312 Commentaires

Un composant relationnel peut être une relation.  $I$  et  $P$  sont des composants relationnels de comparabilité de  $\mathcal{R}$  :  $I$  est un composant de  $\dot{\mathcal{R}}$  et,  $P$  un composant de  $\vec{\mathcal{R}}$  (préférence irréversible). Si  $\mathcal{R}$  admet des incomparabilités, alors il existe un composant d'incomparabilité  $R$ . Un composant relationnel peut ne pas être une relation lorsque l'aspect qu'il représente ou qu'il décrit est jugé négligeable ou insignifiant.

En général, lorsque l'aspect représenté par un composant n'est pas jugé significatif, ce dernier ne sera pas considéré comme une relation ; donc toute relation est sensée représenter un ou plusieurs aspects jugés non négligeables.

Si la totalité des composants d'un composant associatif le représentent et le décrivent, l'ensemble des composants disjoints de  $\mathcal{R}$  décrit et représente le système des préférences modélisées et exprime des aspects ponctuels ou non ponctuels, précis ou imprécis du dit système. L'importance ou le rôle des composants relationnels est d'aider à l'analyse des préférences -dont le composant principal  $\mathcal{R}$  est l'outil global- en la complétant et en l'enrichissant par des informations particulières et spécifiques -relatives à quelques couples d'actions- que l'on ne peut obtenir avec  $\mathcal{R}$  ou d'autres composants représentant des aspects plus ou moins globaux.

### 32 Etats Relationnels

Nous allons introduire le concept d'état relationnel (cf. H.J.MFOUKA [14]) pour montrer qu'un composant n'est qu'une description particulière d'un état de préférence et qu'il est possible de tenir compte de plusieurs liens de préférence que l'on peut établir directement entre deux actions quelconques ou indirectement par l'intermédiaire de quelques autres.

## 321 Définitions

### 3211 Comparaisons et combinaison relationnelles

Considérons le cas où l'on compare a à b : on se demande si a est préférée à b. Nous dirons que la **comparaison** entre a et b est **directe** si l'on peut décrire la préférence de a par rapport à b (ou vice versa) sans faire allusion à une quelconque autre action. C'est le cas où il existe un composant relationnel  $\mathcal{R}_1$  tel que :

$$a \mathcal{R}_1 b \text{ ou } b \mathcal{R}_1 a.$$

Lorsqu'on compare a à b par l'intermédiaire de quelque(s) autre(s) action(s), on dira que la **comparaison est indirecte**. C'est le cas où le lien de préférence entre a et b est décrit au moyen d'une opération ou de quelques opérations  $O_j$  ( $j=1,2,\dots,h$  ;  $O_j$  est assimilable aux opérations " $\cap$ " ou " $\cup$ " ou au produit relationnel, ou à toute autre opération que l'on peut définir sur les relations au sens mathématique) combinant plus d'un composant relationnel :

$$a \mathcal{R}_1 O_1 \mathcal{R}_1 O_2 \mathcal{R}_1 \dots O_s \mathcal{R}_h b. \quad (23)$$

Dans ce dernier cas, il existe une **combinaison relationnelle** (c'est-à-dire une opération ou plusieurs opérations entre composants) entre a et b.

Lorsqu'on compare b à a (dans le sens de b vers a), il est possible que le lien de préférence obtenu n'équivale pas à celui liant a à b. En effet, on peut d'abord vouloir -par des comparaisons partielles- savoir en quoi a est meilleure que b et, ensuite, en quoi b est meilleure que a. Les comparaisons partielles induisent des préférences partielles. Après ces comparaisons partielles on détermine -par une opération de synthèse des préférences partielles - la préférence finale dite globale.

On appellera **composant induit** tout composant  $\mathcal{R}_h$  tel que :

$$\mathcal{R}_1 O_1 \mathcal{R}_1 O_2 \mathcal{R}_1 \dots O_s \mathcal{R}_h \subset \mathcal{R}_h, \quad (24)$$

### 3212 Etats relationnels

#### a- Définitions

On appellera **état relationnel** d'un couple d'actions (a,b), notons-le  $E_l(a,b)$  ( $l=1,\dots,l_e$ ), un lien particulier établi entre a et b au moyen d'un

composant ou d'une combinaison relationnelle.

Certains états sont compatibles avec une comparaison directe :

$$E_1(a,b) \Rightarrow a \mathcal{R}_1 b, \quad (25)$$

on les appellera **états relationnels directs** ; d'autres états traduisent une comparaison indirecte :

$$E_1(a,b) \Rightarrow \mathcal{R}_1 \circ_1 \mathcal{R}_1' \circ_2 \mathcal{R}_1'' \circ_3 \dots \circ_s \mathcal{R}_h \subset \mathcal{R}_h', \quad (26)$$

on les appellera **états relationnels indirects**.

On appellera **ensemble d'états relationnels** du couple  $(a,b)$  -noté  $E(a,b)$  - l'ensemble de tous les états relationnels  $E_1(a,b)$  :

$$E(a,b) = \{E_1(a,b) / (a,b) \in A^2\}. \quad (26')$$

Pour le couple  $(a,b)$ , on peut avoir les états relationnels suivants :

$$a \mathcal{R}_i b, b \mathcal{R}_{i'} a, a \mathcal{R}_i \cap \mathcal{R}_{i'} b, \dots \text{(où } i, i' \in M_0 \text{)}.$$

Si l'un au moins des composants d'une combinaison relationnelle est un composant d'incomparabilité, alors l'état correspondant sera dit vide. L'intérêt des états relationnels est de savoir si l'on peut comparer directement ou indirectement deux actions quelconques. Cette connaissance permet d'envisager l'éventualité d'un composant relationnel induit.

#### **b- Remarques**

Considérer les états relationnels impliquent une conséquence importante : le lien d'incomparabilité entre deux actions  $a$  et  $b$  (liées par une non préférence) n'est qu'un état relationnel parmi tant d'autres. Souvent, lorsqu'il existe un état relationnel vide entre deux actions  $a$  et  $b$ , on en déduit directement une incomparabilité. Une telle conclusion peut sembler trop hâtive. Il convient d'abord d'examiner les autres états directs ou indirects. On peut, en effet, trouver parmi eux quelques états indirects  $E_1(a,b)$  - favorables à la comparaison directe - qui remettraient en question celui, direct, qui est vide. Par conséquent, ces autres états peuvent aider à trouver un composant de comparabilité. Un état relationnel vide ne peut être définitivement acquis que s'il n'existe aucun autre qui soit non vide ; alors l'existence d'un état relationnel vide peut se justifier. Dans les autres cas, il est possible de surmonter les incomparabilités. Il en est ainsi dans les procédures d'agrégation.

### 33 Systèmes de Composants Relationnels De Préférence (S.C.R.P.) et Généralisation du Postulat De comparabilité limitée

Les systèmes relationnels de préférence (S.R.P.) ont été développés (cf. B.ROY et E.JACQUET-LAGREZE [10], B.ROY [21], B.ROY et P.VINCKE [22]) dans le cadre des relations de préférence, plus particulièrement dans le cas des relations de surclassement. Dans ce travail, nous les étendrons aux composants relationnels fondamentaux. Soit le composant principal  $\mathcal{R}$  associant les composants fondamentaux  $\mathcal{R}_i$  ( $i \in M_0$ ). On écrira indifféremment  $\mathcal{R}$  ou  $(\mathcal{R}_0, \mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_t)$ .

On appellera S.C.R.P. un système relationnel intégral de C.R.P.  $\mathcal{R}$ , constitué de composants fondamentaux  $\mathcal{R}_i$ , issu d'un énoncé de préférences et satisfaisant les principes suivants reconnus aux S.R.P. (système relationnel de préférence).

#### 331 Principes d'un S.R.P.

On exige qu'un système relationnel de préférence satisfasse les trois principes de représentativité, d'exhaustivité et d'exclusivité. Pour chaque principe, nous proposons une formulation mathématique qui permet une interprétation plus rigoureuse.

##### 3311 Représentativité

Elle exige que le système  $(\mathcal{R}_0, \mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_t)$  soit représentatif des préférences du décideur, c'est-à-dire que tous les aspects soient pris en compte. Nous en donnons l'interprétation mathématique suivante :

$$\exists i \in M_0 / \mathcal{R} = \bigcup_{i=1}^t \mathcal{R}_i \text{ et } \mathcal{R}_i \neq \emptyset ; \quad (27)$$

pour tout composant relationnel  $\mathcal{R}_i$  du système  $\mathcal{R}$ , il existe au moins un état relationnel  $E_i(a, b)$  ou  $E_i(b, a)$  qui lui correspond ;

$$a \mathcal{R} b \text{ et, } a \mathcal{R}_i \cup \bar{\mathcal{R}}_i b, \text{ où } i' \neq i \text{ (} \forall i \in M_0 \text{)} \Rightarrow \mathcal{R} \cap (\mathcal{R}_i \cup \bar{\mathcal{R}}_i) \neq \emptyset ; \quad (28)$$

il n'existe aucun état relationnel non représenté intégralement par les composants de ce dernier : aucun aspect de préférence n'est négligé.

### 3312 Exhaustivité

Ce principe exige que le système  $(\mathcal{R}_0, \mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_t)$  soit exhaustif : pour toute paire d'actions  $(a, b)$  de  $A^2$ , il existe au moins un composant relationnel décrivant l'état  $E_1(a, b)$ . De ce principe, nous donnons l'interprétation mathématique suivante

$$\forall (a, b) \in A^2, a \mathcal{R}_1 b \text{ ou } b \mathcal{R}_1 a. \quad (29)$$

### 3313 Exclusivité

les situations  $\mathcal{R}_0, \mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_t$  sont exclusives : une seule, au plus, est vérifiée pour tout couple d'actions. Nous traduisons ce principe de la façon suivante :

$$\mathcal{R}_i \cap \mathcal{R}_{i'} = \emptyset, \forall i \neq i'. \quad (30)$$

### 332 Système de composants relationnels fondamentaux de préférence (S.C.R.F.P.)

Précisons d'abord qu'un S.R.P. n'est qu'un S.C.R.P. dont les options ou les situations fondamentales sont des composants fondamentaux.

Un S.C.R.P.  $(\mathcal{R}_0, \mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_t)$  sera appelé S.C.R.F.P. s'il satisfait les trois principes déjà énoncés de représentativité, d'exclusivité et d'exhaustivité. Il découle de ces principes qu'aucune situation n'est de trop dans un S.C.R.F.P. : elles sont toutes nécessaires et suffisantes.

### 333 Système de composants relationnels regroupés de préférence (S.C.R.R.P.)

La complexité des problèmes de décision peut engendrer la nécessité de regrouper certains composants d'un système relationnel fondamental. L'homme d'étude peut être amené, face à des situations conflictuelles survenant quelques fois (dans les procédures d'agrégation des préférences), à regrouper certains composants fondamentaux en un seul. Par conséquent, au lieu du système relationnel fondamental  $(\mathcal{R}_0, \mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_t)$  on peut avoir le système  $(\mathcal{R}'_0, \mathcal{R}'_1, \dots, \mathcal{R}'_t)$  tel que :

$$- a \mathcal{R}'_1, b \Rightarrow a \mathcal{R}_{i_1} b \text{ ou } a \mathcal{R}_{i_2} b \text{ ou } \dots \text{ ou } a \mathcal{R}_{i_s} b \quad (31)$$

(où  $i'=1,2,\dots,t'$  et  $t' \leq t$ ,  $i_k$  ( $k=1,2,\dots,s \leq t'$ ) =  $1,2,\dots,t$ ,  $\forall a, b \in A$ ), aucune séparation significative n'est évidente entre  $\mathcal{R}_{i_1}, \mathcal{R}_{i_2}, \dots$ , et  $\mathcal{R}_{i_s}$ ;

- Il existe au moins un composant  $\mathcal{R}'_{i_k}$ , différent de  $\mathcal{R}_{i_k}$  tel que :

$$\mathcal{R}'_{i_k} \neq \emptyset.$$

On dira que  $(\mathcal{R}'_0, \mathcal{R}'_1, \dots, \mathcal{R}'_t)$  est un système dont les composants sont des situations regroupées du système  $(\mathcal{R}_0, \mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_t)$ .

**N.B.** Reconsidérons l'implication (31). La conjonction de coordination "ou" est imprécise : il y'a des raisons claires et positives qui justifient soit le composant  $\mathcal{R}_{i_1}$ , soit le composant  $\mathcal{R}_{i_2}, \dots$ , soit le composant  $\mathcal{R}_{i_s}$  mais, aucune séparation significative n'est établie entre  $\mathcal{R}_{i_1}, \mathcal{R}_{i_2}, \dots$ , et  $\mathcal{R}_{i_s}$ .

On appellera S.C.R.R.P. relatif à A un S.R.P. dont -au moins un des composants fondamentaux est une situation regroupée d'un S.C.R.F.P.. Ce système obéit également aux trois principes d'exhaustivité, de représentativité et d'exclusivité.

### 334 Exemples de S.C.R.P.

#### 3341 Quelques S.C.R.F.P.

Notons Q l'option de préférence faible (cf. B.ROY [21]) : nous donnons les systèmes suivants en guise d'exemple. On va distinguer deux types de S.C.R.F.P. :

- les systèmes que l'on peut obtenir sur un ensemble A dont toutes les actions seraient comparables : (I,Q,P), (I,Q), (I,P), (Q,P), I, Q et P;

- les systèmes relationnels que l'on peut obtenir sur un ensemble A admettant des incomparabilités : (I,Q,P,R), (I,P,R), (Q,P,R), (Q,R), (P,R).

Tout composant omis dans un S.C.R.P. est soit non fondamental, soit vide, soit non défini dans le cadre de ce système.

### 3342 Quelques S.C.R.R.P.

Les S.C.R.R.P. les plus courants sont composés au moins de l'une des situations regroupées suivantes (cf. B.ROY, E.JACQUET-LAGREZE [10] et, B.ROY et P.VINCKE [22]) :

- la non préférence notée  $\sim$  :

$$\forall a, b \in A, a \sim b \iff a I b \text{ ou } a R b, \quad (32)$$

- la préférence au sens large notons la PL :

$$\forall a, b \in A, a PL b \iff a Q b \text{ ou } a P b, \quad (33)$$

- la présomption de préférence notée J :

$$\forall a, b \in A, a I b \text{ ou } a Q b \implies a J b, \quad (34)$$

- la K-préférence notée K :

$$\forall a, b \in A, a R b \text{ ou } a P b \implies a K b, \quad (35)$$

- le surclassement noté S :

$$\forall a, b \in A, a S b \iff a I b \text{ ou } a Q b \text{ ou } a P b. \quad (36)$$

Précisons que la conjonction de coordination "ou" que l'on retrouve dans les définitions ci-dessus est non exclusive et non remplaçable par "et". C'est un "ou" imprécis. On remarquera que  $\sim$ , J et K sont respectivement des composants de non préférence irréversible, de préférence irréversible et de non préférence réversible. Chacune des situations regroupées ci-dessus peut, lorsqu'il est non vide, constituer un S.C.R.R.P.. Les cas suivants en sont aussi des exemples :

-  $(\sim, P)$ ,  $(S, R)$  et  $(\sim, S)$  : ce sont des systèmes à deux composants ;

-  $(\sim, Q, P)$  et  $(\sim, S, R)$  : ce sont des systèmes à trois composants.

Partant de ces situations de préférence, B. ROY énonce le postulat suivant de comparabilité limitée.

### 335 Postulats de comparabilité et principes de cohérence des préférences

#### 3351 Propriétés de transitivité et d'intransitivité imprécises

En général, la relation de préférence n'a pas de propriété spécifique a priori. Ses propriétés découlent des choix des acteurs ou de l'homme d'étude. Il peut arriver qu'une propriété soit satisfaite par le composant principal  $\mathcal{R}$  sans qu'elle ne le soit nécessairement pour chacun des composants  $\mathcal{R}_i$ . Nous dirons alors que cette propriété est imprécisément

satisfaite par  $\mathcal{R}$  (on ne tient pas compte des spécificités des différents composants de  $\mathcal{R}$ ). Cette imprécision ne méritera d'être soulignée que par rapport à la diversité de composants relationnels  $\mathcal{R}_i$  qui définissent  $\mathcal{R}$ .

Pour particulariser certains composants qui tendent à établir une cohérence transitive au niveau global d'un système relationnel, nous avons conçu et introduit la propriété de transitivité imprécise (cf. H.J.MFOUKA [14]) et envisagé le cas d'intransitivité imprécise (cf. H.J.MFOUKA [14]).

#### a- Notion de circuit

Nous appellerons **circuit** dans  $\mathcal{R}$ , tout graphe (ou sous-graphe) se traduisant de la façon suivante :

$$a \mathcal{R} b \mathcal{R} c \dots d \mathcal{R} e \dots o \mathcal{R} a, \text{ où } a, b, c, \dots, e, \dots, o \in A.$$

Si, dans un tel circuit, il existe au moins un couple d'actions (a,b) liées par un composant de préférence irréversible ( $a \mathcal{R} b$  et non  $b \mathcal{R} a$ ), alors nous dirons que ce circuit est **intransitif**. Si l'on a  $m=3$ , alors le circuit est un **triangle intransitif**.

#### b- La transitivité imprécise

Nous introduisons cette propriété pour généraliser la transitivité. Considérons un triplet  $(\mathcal{R}_i, \mathcal{R}_i', \mathcal{R}_i'')$  de composants de  $\mathcal{R}$ . Nous dirons que celui-ci vérifie la transitivité imprécise si :

$$\forall a, b, c \in A, a \mathcal{R}_i b, b \mathcal{R}_i' c \Rightarrow a \mathcal{R}_i'' c. \quad (37)$$

Le composant  $\mathcal{R}_i''$  est expliqué par  $\mathcal{R}_i$  et  $\mathcal{R}_i'$ , et par le niveau d'imprécision induit par la combinaison relationnelle  $\mathcal{R}_i \mathcal{R}_i'$ . Si cette propriété est vérifiée par tout triplet  $(\mathcal{R}_i, \mathcal{R}_i', \mathcal{R}_i'')$ , alors, il s'en suit la transitivité imprécise (donc classique) du composant principal  $\mathcal{R}$ . On ne peut trouver un triangle intransitif contenant plus de deux C.R.P. irréversible dans un tel graphe.

Lorsqu'on a  $i=i'=i''$ , on retrouve la transitivité classique de  $\mathcal{R}_i$ . Si la transitivité imprécise est vraie pour tout triplet  $(\mathcal{R}_i, \mathcal{R}_i', \mathcal{R}_i'')$ , elle induit la transitivité classique du composant principal  $\mathcal{R}$ .

#### c- Intransitivité imprécise

Remarquons que si un graphe admet -au moins- un triangle intransitif, il existe au moins un triplet  $(\mathcal{R}_i, \mathcal{R}_i', \mathcal{R}_i'')$  de composants tels que :

$$\forall a, b, c \in A, a \mathcal{R}_1 b, b \mathcal{R}_1 c \Rightarrow a \overline{\mathcal{R}}_1 c. \quad (38)$$

Nous dirons que ce triplet satisfait la propriété d'intransitivité imprécise. Lorsque  $\mathcal{R}_1$  ou  $\mathcal{R}_1$ , et  $\mathcal{R}_1$  sont des composants de préférence irréversible, l'éventualité d'une transitivité classique de  $\mathcal{R}$  est exclue.

### 3352 Postulat de comparabilité limitée

Le postulat de comparabilité limitée - qui généralise celui, classique, de complète comparabilité transitive - stipule que :

On peut bâtir un modèle satisfaisant à partir des relations I, Q, P et R ; sinon on peut opérer quelques regroupements de ces situations en tenant compte de l'information disponible. Le modèle qui en résulte n'est pas parfait. Les préférences ne sont pas nécessairement transitives (au sens de la transitivité classique) et, on peut noter des cas d'incomparabilité dans le système des préférences.

Le postulat de comparabilité offre plus d'options de préférence que ne le fait le postulat classique de complète comparabilité transitive (deux seules options - I et P - y sont admises). Mais, le fait de limiter tout système relationnel fondamental aux composants I, Q, P et R ne fait-il pas ressurgir une autre contrainte sur les options de préférence ? Les cinq situations regroupées J, K, S, ~ et PL sont-elles les seules autres possibles dans le cadre d'un S.R.C.F.P. ? Ces deux questions nous amènent à généraliser ce postulat et à introduire le concept de rassembleur.

### 3353 Concept de rassembleur, systèmes inducteur et résultant

La notion de rassembleur va nous permettre de rechercher des composants significatifs, à partir de composants fondamentaux d'un système préexistant, pour répondre aux nécessités du processus décisionnel. Ceci suppose l'existence d'un premier système qui induit un autre. Le premier sera appelé **système inducteur** (ou **inducteur**) et, le second **système résultant** (ou **résultant**). Les rassembleurs seront donc des composants de ce dernier système.

Lorsqu'un S.C.R.P. n'est pas bien adapté à un énoncé de préférence, on peut chercher à regrouper ou à dissocier certains aspects de préférence en les représentant et en les rassemblant à partir de composants plus adéquats

issus des composants fondamentaux d'un système inducteur : il s'agit donc de modifier l'agrégation des aspects de préférence des composants fondamentaux qui, dans le cadre d'un ensemble A donné, ne donne pas une représentation satisfaisante des préférences. Dans le cadre des S.C.R.R.P., cette agrégation s'exprimait seulement par une opération de regroupement. Cependant, pour améliorer l'attrait, l'intérêt et la clarté d'un modèle, on peut chercher à réduire la portée d'un composant qui regrouperait des aspects de préférence jugés trop hétérogènes (cf. (39)). Dans ce cas, rassembler signifierait constituer des composants (à partir de celui jugé hétérogène) plus homogènes par éclatement d'un (cf. (39)). On dépasse alors l'objectif d'un simple regroupement pour rechercher - à partir d'un inducteur fondamental inadéquat - un système résultant fondamental plus attrayant, plus clair, plus pertinent.

#### **Définition d'un rassembleur**

on appellera **rassembleur** tout composant relationnel **fondamental** issue - par éclatement - d'un ou - par regroupement - de plusieurs autres composants fondamentales.

Autrement dit, le rassembleur est toujours obtenu a posteriori, à partir d'un système inducteur. Toute situation regroupée est donc un rassembleur. Cependant, on peut trouver d'autres cas de rassembleurs obtenus à la suite d'une scission d'un composant fondamental en deux autres. Il suffit par exemple de distinguer I et Q dans J. Lorsque cette séparation (entre I et Q) est nette, le cas résultant diffère de J (cf. 3342) :

$$a I b \text{ ou (exclusif) } a Q b \iff a J' b \text{ (} J' \neq J \text{)}. \quad (39)$$

Si J' était fondamental et que I et Q sont jugés séparément fondamentaux, ces derniers sont des rassembleurs.

#### **3353 Comparabilité limitée généralisée**

Nous généralisons de la façon suivante le postulat de comparabilité limitée (cf. H.J.MFOUKA [14]) : on peut bâtir un modèle satisfaisant de préférence à partir des composants fondamentaux ou de quelques autres rassembleurs issus d'un système de préférence des acteurs,

- sans contrainte a priori -injustifiée- sur leur nombre, leur

signification, leurs propriétés,

- sans exclusion a priori -injustifiée- de certaines options, il suffit que le système de composants fondamentaux et/ou de rassembleurs soit un S.C.R.F.P. ou un S.C.R.R.P..

La généralisation de ce postulat accorde plus de liberté au décideur et, à l'homme d'étude qui peut désormais envisager plusieurs cas éventuels de préférence. Elle permet un cadre plus libre d'expression des préférences, les seules contraintes étant inhérentes aux capacités et facultés des acteurs. Toute contrainte a posteriori sera imputable aux nécessités du processus décisionnel. Il appartient désormais à l'homme d'étude de faire preuve d'ingéniosité et de maturité. Il est nécessaire que le nombre de composants du système relationnel ne soit ni trop grand ni insuffisant. Il doit correspondre à la capacité et aux facultés des acteurs de discerner leurs préférences et aux exigences de la modélisation. On ne peut cependant limiter ce nombre sans préjuger des facultés effectives des acteurs de la décision et de la complexité du processus de modélisation. L'objectif primordial de l'homme d'étude sera la recherche d'un S.C.R.P. adéquat.

#### **34 Intérêt Des Composants Relationnels Dans La Modélisation Des Préférences**

On a vu que la relation de préférence peut être caractérisée par un ou plusieurs composants. A cause de l'imprécision qui peut affecter la capacité ou la faculté des acteurs dans le discernement des préférences ou l'appréhension des supports de préférence, l'hypothèse d'un pouvoir discriminant imprécis - rendue nécessaire au moins par le constat du paradoxe de non ponctualité des seuils - paraît très réaliste. Elles sous-entend en outre que les aspects de préférence, donc les composants qui les représentent, peuvent être divers, homogènes ou hétérogènes : ils se chevauchent ou s'emboîtent. Parmi ces composants se trouvent des composants fondamentaux et des composants non fondamentaux. Le processus de modélisation commence par leur prise en compte et, ensuite, par l'élaboration de S.C.R.P.. Cette recherche peut se faire au moyen de composants associatifs ou de rassembleurs.

Lorsque le rassembleur est associatif, le composant fondamental devient une association indissociable d'aspects de préférence considérés

dans leur globalité ; lorsqu'on voudra associer quelques aspects fondamentaux de la préférence, on construit quelque(s) rassembleur(s). En général, on peut utiliser les rassembleurs pour regrouper des aspects qui, soit s'emboîtent, soit se chevauchent soit sont proches ou ont des particularités communes. Il s'agit, en général, d'un processus de regroupement pour une représentation unique d'aspects de préférence qu'on peut éventuellement juger non significativement différents. Le processus de regroupement peut viser aussi la simplification du S.R.P. ou la réduction du nombre de situations fondamentales. Dans le cas d'éclatement, les rassembleurs issus des scissions pourront regrouper des aspects spécifiques et homogènes de préférences qui, avant l'éclatement, étaient représentés de façon trop imprécise ou trop vague par un support relationnel unique. L'objectif fondamental est de générer un S.R.P. adéquat, favorable à la décision.

Que devient la notion de relation dans cette analyse ? A cette question, on répondra que les notions de composant et de rassembleur deviendront des outils de construction des relations de préférence. A partir du moment où l'on commence à discerner sans hésitation ni confusion ces composants les uns des autres, la notion de relation commencera à prendre effet. D'une manière absolue, on peut considérer la relation comme un rassembleur d'aspects de préférence. Mais, comme on considère un ensemble d'actions dans lequel on va définir un S.C.R.F.P. ou un système de rassembleurs de préférences., il convient de s'intéresser d'abord aux aspects fondamentaux de préférence. Ainsi, on caractérisera une relation par deux aspects :

- ses composants associés expriment des aspects jugés non significativement différents,

- sa significativité : il convient de saisir une relation à partir d'un composant fondamental ou de l'association de plusieurs composants fondamentaux représentant un aspect globalement significatif et assez homogène d'une préférence particulière, au regard de l'information disponible.

\*

\*       \*

On a décrit le cadre d'analyse d'une préférence perçue comme un

concept imprécis. Imprécis parce que l'environnement dans lequel elle est définie peut être imprécis : le pouvoir discriminant imprécis peut provenir d'effets d'imprécision extérieurs à l'esprit humain ; imprécis parce que le pouvoir discriminant imprécis peut être dû aux imperfections de l'esprit humain : les effets d'imprécision peuvent être inhérents à l'homme. Ce constat d'imprécision nous a permis d'introduire les concepts de composant (et donc de rassembleur) et d'état relationnels, les propriétés de transitivité et d'intransitivité imprécises qui permettent de tenir compte de la diversité des options relationnelles et des effets d'imprécision. Cette diversité s'accompagne de la généralisation de la comparabilité limitée qui libère la préférence des contraintes sur les options éventuelles. Habituellement, la modélisation par l'approche relationnelle commence par la prise en compte d'une relation de préférence dont le fondement constitutif n'est pas facilement perceptible lorsque les seuils sont implicites. Cependant, ce travail élargit l'assise théorique du fondement de la relation de préférence en la définissant à partir de composants qui permettent de construire un S.C.R.P. convenable en toute objectivité ou par nécessité.

*"Connaître ne signifie pas savoir la vérité mais avoir foi dans la lumière de la conscience. Lorsque nous marchons sur le chemin de l'intelligence, nous pouvons espérer une connaissance raisonnable ; quel qu'en soit la sagesse, la pensée ne livre pas d'abord la vérité mais le fruit de la réflexion. "*

**KONGO BANTU**

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] P. BATTEAU, E. JACQUET-LAGREZE, B. MONJARDET, Analyse et agrégation des préférences dans les sciences sociales, économiques et de gestion, Economica, 1981.
- [2] P. BERTIER, J. DE MONGOLFIER, Approche multicritère des problèmes de décision, Edition Hommes et Techniques, Collection AFCET, 1978.
- [3] D. BOUYSSOU, "Decision-aid and utility theory" : a critical survey". Cahier du LAMSADE n°52, Novembre 1983.
- [4] D. BOUYSSOU, B. ROY, "La notion de seuils de discrimination en analyse multicritère", Cahier du LAMSADE n°74, juillet 1985, Univ. Paris-Dauphine.
- [5] D. BOUYSSOU, B. ROY, "Procédures d'agrégation multicritère non fondées sur un critère unique de synthèse", Document du LAMSADE n°68, Juil. 1991, Univ. Paris-Dauphine.
- [6] P.C. FISHBURN, Utility theory for decision making, Wiley, New-York, 1970.
- [7] P.C. FISHBURN, "Utility theory", Management Science, 14, 335-378, 1978.
- [8] L.A. GERARD-VARET, M. PREVOT, J.F. THISSE, Analyse mathématique pour l'économie-Topologie, Dalloz, 1976.
- [9] E.W. HOLMAN, "The structures of utility functions", J. of Mathematical Psychology, Vol.8, 1971.
- [10] E. JACQUET-LAGREZE, B. ROY, "Aide à la décision multicritère et systèmes relationnels de préférences", article contenu dans [2], p 255-278.
- [11] D. LUCE, "Semi-orders and a theorie of utility discrimination", Econometrica, vol 24, 1956.
- [12] J.H. MFOUKA, Modélisation des Préférences par une Approche Relationnelle. Mémoire de D.E.A., Faculté de sciences économiques et de gestion, Nov.1986, 103p, Dijon.
- [13] J.H. MFOUKA, "Les Axes Analytiques En Aide A La Décision". Bulletin du Cercle de Réflexion en Economie et Gestion, n°1, Janv.1992 (DIJON).
- [14] J.H. MFOUKA, Contribution A La Modélisation Des Préférences Imprécises par une Approche Relationnelle et Essai D'Application A L'Analyse Multicritère. Thèse de Doctorat (en Aide A La Décision), Université de Bourgogne, Faculté de science économique et de gestion, Nov.1993 (Dijon), 468p.
- [15] C. PONSARD, "L'imprécision et son traitement en Analyse économique" Document de Travail de l'IME n°4, Sept. 1974, Univ. Bourgogne, Dijon (voir

aussi La Revue d'Economie Politique n°1, Janv.-Fev. 1975).

[16] C. PONSARD, "Some dissenting views on the transitivity of individual preference", Annals of Operations Research 23 (1990) (voir aussi le Document de Travail de l'IME n°114, April 1989, Univ. de Bourgogne (Dijon)).

[17] M. ROUBENS, Ph. VINCKE, Preference modeling, Springer-Verlag, Lecture Notes in economics and Mathematical Systems, vol 250, 1985.

[18] B. ROY, "Critères multiples et modélisation des préférences : l'apport des relations de surclassement", Revue d'Economie Politique, 1-1974.

[19] B. ROY, "Optimisation et aide à la décision", Cahier du LAMSADE n°8, 1977, Univ. Paris-Dauphine.

[20] B. ROY, La décision- ses disciplines, ses acteurs, sous la direction de B. ROY, Colloque de Cerisy, Presses Universitaires de Lyon, 1983.

[21] B. ROY, Méthodologie multicritère d'aide à la décision, Economica, 1985.

[22] B. ROY, Ph VINCKE, "Pseudo-critère et systèmes relationnels de préférence : nouveaux concepts et nouveaux résultats en vue de l'aide à la décision ", Cahiers du LAMSADE n°28, Mars 1980, Univ. Paris-Dauphine.

[23] Ph. VINCKE, "Quasi-ordres généralisés et modélisation des préférences", Cahiers du LAMSADE n°9, Avril 1977, Univ. Paris-Dauphine.

[24] Ph.VINCKE, L'Aide Multicritère à la décision, Editions de l'Université Libre de Bruxelles, 1989 (Editions Ellipses).

[25] A.A. WEINSTEIN : "Individual preference intransitivity", Southern Economic Journal 34, 1968, pp 335-343.

*"Le bon bâtisseur sait que la perfection d'une oeuvre achevée est dépassée, la beauté de l'ouvrage d'hier est l'apanage des musées, car,*

*Le bon bâtisseur est l'éternel aspirant du renouveau qui oeuvre pour un travail encore et toujours meilleur."*

**KONGO BANTU**