HAL
open science

Effet du Champ de Contrainte Non-Uniforme sur Évolution de Fissure Cohésive 2D

Tuan-Hiep Pham, Jérôme Laverne, Jean-Jacques Marigo

To cite this version:

Tuan-Hiep Pham, Jérôme Laverne, Jean-Jacques Marigo. Effet du Champ de Contrainte Non-Uniforme sur Évolution de Fissure Cohésive 2D. 12e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2015, Giens, France. hal-01517281

HAL Id: hal-01517281

https://hal.science/hal-01517281

Submitted on 3 May 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

CSMA 2015
12e Colloque National en Calcul des Structures
18-22 Mai 2015, Presqu'île de Giens (Var)

Effet du Champ de Contrainte Non-Uniforme sur Évolution de Fissure Cohésive 2D

T.H. Pham[1,2,3], J. Laverne[2,3], J.J. Marigo[1]

[1] *Laboratoire de Mécanique des Solides (UMR 7549), Ecole Polytechnique, Palaiseau, France*
[2] *EDF – R&D, Département Analyses Mécaniques et Acoustique, Clamart, France*
[3] *Laboratoire de Mécanique des Structures Industrielles Durables (UMR EDF–CNRS–CEA 2832), Clamart, France*
tuan-hiep.pham@edf.fr

Résumé — L'article a pour but d'étudier l'initiation et la propagation de la fissure cohésive au sein d'une structure élastique bidimensionnelle infinie en prenant en compte l'effet essentiel de la non-uniformité du champ de contrainte. L'évolution de la longueur et l'ouverture de la fissure seront mise en évidence. Cette évolution est montrée régulière en temps jusqu'à l'instant critique où la partie libre de contrainte apparaît au centre de fissure. Au delà de cet instant critique, les longueurs de la fissure devraient sauter brutalement à l'échelle supérieure. Les lois cohésives de type Dugdale et Barenblatt sont considérées successivement.
Mots clés — zone cohésive, analyse complexe, effet d'échelle

1 Instructions générales

Les modèles de zone cohésive sont proposés premièrement par Dugdale [2] et Banrenblatt [1] afin de s'affranchir des lacunes du modèle de Griffith [3] concernant l'impossibilité d'initiation de fissure et la singularité de contrainte en pointes de fissure. En prenant en compte l'interaction entre les lèvres de la fissure et la non-singularité du champ de contrainte, les facteurs d'intensité de contrainte en pointes de fissure devraient s'annuler. Cette condition nous donne des relations importantes entre l'évolution de la fissure et les autres paramètres du problème mécanique (champ de contrainte, taille de structure, loi cohésive).

Suite au chargement non-uniforme exercé sur la structure ou à la non-symétrie du domaine étudié, le champ de contrainte au voisinage du site d'amorçage est généralement non-uniforme. Cette non-uniformité permet de localiser l'endroit où la fissure apparaît et de contrôler la propagation de la fissure dans la structure. L'article vise à mettre en évidence l'effet de la non-uniformité du champ de contrainte sur l'évolution de la fissure cohésive en mode I au sein d'un domaine élastique bidimensionnel infini en utilisant la méthode d'analyse complexe ([5], [4]). Dans la première partie du travail, la loi cohésive de type Dugdale est mise en place. L'évolution fissure est montrée progressive jusqu'à ce que la partie libre de contrainte apparaisse au centre de la fissure. Une longueur caractéristique liée au gradient du champ de contrainte est introduite. La loi cohésive de type Barenblatt est mise en équation dans la deuxième partie de cet article. La résolution approximative en utilisant la méthodes des polynômes de Chebyshev est présentée en détail. La simulation de la propagation de la fissure cohésive dans un milieu 2D soumis un chargement non-uniforme est réalisée avec *Code_Aster* et comparée avec les résultats analytiques.

2 Évolution de la fissure cohésive de type Dugdale

Selon le modèle de Dugdale, la contrainte cohésive est égale à la contrainte critique σ_c le long de la partie cohésive de la fissure, donc elle ne dépend pas de l'ouverture de la fissure. La fissure est initiée au milieu du domaine élastique infini à l'instant critique t_c. Notre but est d'étudier l'évolution de la longueur et l'ouverture de la fissure à l'instant t lors que l'on augmente le chargement après t_c. Le chargement est

caractérisé par un paramètre Δ très petit devant l'unité

$$\Delta = \frac{t - t_c}{t_c} \ll 1$$

La fissure ne contient pas de partie libre de contrainte dans la première phase de propagation. L'évolution de la fissure cohésive est montrée progressive dont la mi-longueur a est proportionnelle à $\sqrt{\Delta}$. Une longueur caractéristique l liée à la non-uniformité du champ de contrainte est ainsi introduite. En plus, nous pouvons calculer également l'ouverture le long de la fissure cohésive à chaque instant t. Les résultats analytiques sont très bien cohérents avec la simulation réalisée sur une bande 2D soumise un chargement non-uniforme (voir la figure 1).

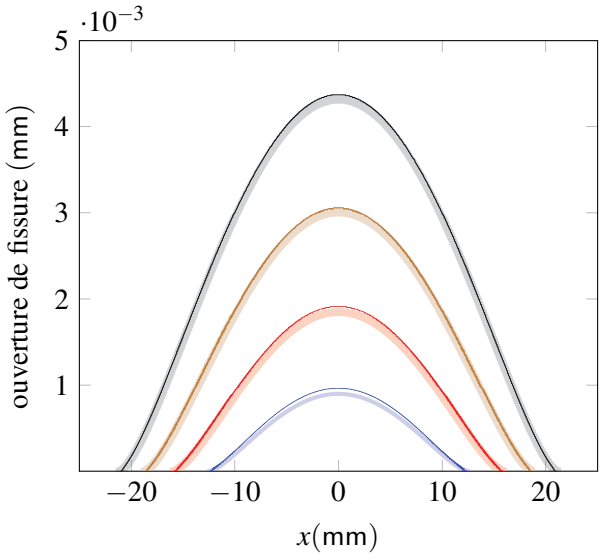

FIGURE 1 – Ouverture de la fissure cohésive simulée avec *Code_Aster* (courbes floues) en comparant avec la solution analytique (courbes nets) correspondant aux mêmes chargements

Dans la phase suivante de la propagation de la fissure, il existe une partie libre de contrainte au milieu de la fissure. La longueur totale de la fissure $2a$ et la longueur de la partie libre de contrainte $2b$ sont deux inconnues à déterminer en utilisant la condition de non-singularité de contrainte et la continuité de l'ouverture de la fissure. On peut démontrer que les courbes $a(\Delta)$ et $b(\Delta)$ contiennent les snap-backs, en conséquence a et b devraient sauter à l'instant où la partie libre de contrainte apparaît. La figure 2 présente l'évolution des longueurs adimensionnées (par la longueur caractéristique l) en fonction du paramètre de chargement Δ. Le changement d'échelle à cet instant critique et le principe d'irréversibilité seront discutés dans l'article.

3 Évolution de la fissure cohésive de type Barenblatt

La relation entre la contrainte cohésive et l'ouverture de la fissure est prise en compte dans le modèle de Barenblatt. Notons δ l'ouverture normale de la fissure, la contrainte cohésive σ^{coh} s'exprime comme suit

$$\sigma^{\text{coh}} = \sigma_c \left(1 - \frac{\delta}{\delta_c}\right) \tag{1}$$

Dans la phase de la fissure cohésive sans partie libre de contrainte, les étapes de calculs et la condition de non-singularité de contrainte sont similaires au cas de la fissure cohésive de type Dugdale. Néanmoins, la variation de la contrainte cohésive le long de la fissure induit des équations intégro-différentielles dans l'analyse mécanique complexe qui ne permet pas de solution analytique exacte. Afin de faciliter les calculs, les grandeurs adimensionnées seront introduites. En conséquence, le problème peut être résolu approximativement en développant l'ouverture adimensionnée de la fissure en fonction de l'abscisse adimensionnée comme une série des polynômes de Chebyshev de seconde espèce. Les équations intégro-différentes sont ainsi approchées par un systèmes d'équations linéaires.

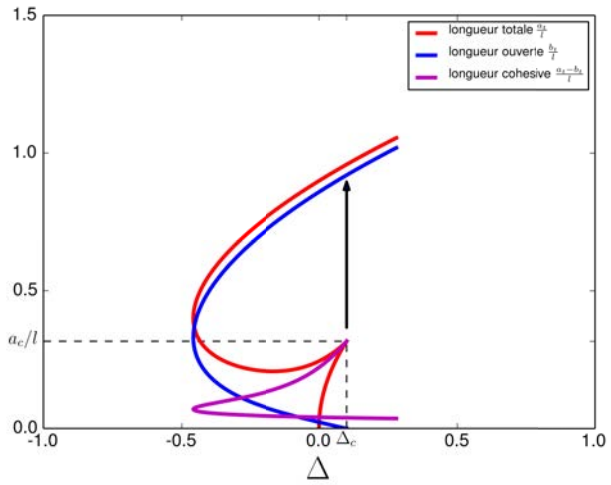

FIGURE 2 – Évolution des longueurs adimensionnées $\frac{a}{l}$ (courbe rouge), $\frac{b}{l}$ (courbe bleue) et $\frac{a-b}{l}$ (courbe violette) en fonction du paramètre de chargement Δ

Les simulation de l'évolution de la fissure de type Barenblatt sans et avec partie libre de contrainte seront également présentées dans cet article. La méthode numérique de pilotage par l'énergie dissipée est employée afin de suivre le snap-back de l'évolution de la fissure en fonction du paramètre de chargement.

Ce travail s'inscrit dans le cadre d'études sur la compréhension des phénomènes de fissuration en milieu ductile pour les problématiques industrielles d'EDF.

Références

[1] G.I. Barenblatt, *The methematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture*, Adv. Appl. Mech., 1962

[2] D.S. Dugdale, *Yielding of steel sheets containing slits*, J. Mech. Phys. Solids, 1960

[3] A. Griffith, *The phenomena of rupture and flow in solids*, Philos. Trans. Roy. Soc. London, 1920

[4] G.V. Kolosov, *On some application of the theory of functions of a complex variable to plane problem of mathematical elasticity theory*, Mattison, Yuriev, 1909

[5] Muskhelishvili, *Some basic problems of mathematical theory of elasticity*, P. Noorhoff Ltd, Groningen, 1963