



HAL
open science

Comportement dynamique incertain des rotors par la méthode Taguchi

Nicolas Driot, Lucie Bachelet

► **To cite this version:**

Nicolas Driot, Lucie Bachelet. Comportement dynamique incertain des rotors par la méthode Taguchi : Variable et champ aléatoires. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. hal-01495795

HAL Id: hal-01495795

<https://hal.science/hal-01495795>

Submitted on 26 Mar 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Comportement dynamique incertain des rotors par la méthode Taguchi : variable et champ aléatoires

Nicolas Driot*— Lucie Bachelet*

* LaMCoS, CNRS UMR5259,
INSA-Lyon, F-69621, France.
18-20 rue des sciences, 69621 Villeurbanne.
nicolas.driot@insa-lyon.fr
lucie.bachelet@insa-lyon.fr

RÉSUMÉ. Cet article illustre la mise en oeuvre de la méthode Taguchi pour la prise en compte d'incertitude concernant la réponse dynamique de rotors. On considère trois applications. La première application traite le cas d'un rotor à comportement linéaire ayant des paramètres incertains. La seconde application illustre le cas d'un rotor, à géométrie incertaine, embarqué dont les équations du mouvement présentent un terme paramétrique d'amplitude incertaine. Enfin, la troisième application est dédiée au comportement d'un rotor linéaire dont le rayon de l'arbre est un champ aléatoire décomposé à l'aide de l'expansion de Karhunen Loeve. L'efficacité de la méthode Taguchi est jugée par comparaison avec des simulations Monte Carlo.

ABSTRACT. This paper presents the Taguchi's method as a solution to investigate the dynamical behavior of rotating machinery under uncertainty. Three illustrative examples are considered here. The first one deals with a linear rotor whose shaft's Young modulus is an uncertain parameter. The second one investigates the dynamical behavior of an on board dissymmetrical rotor subjected to a uncertain parametric excitation. The last one gives preliminary results for a linear rotor whose cross section radius is a stochastic process expanded with a Karhunen Loeve technique. The efficiency of the Taguchi's method is evaluated by comparison with Monte Carlo simulations.

MOTS-CLÉS : Vibration, machines tournantes, incertitude paramétrique, processus aléatoires.

KEYWORDS: Vibration, rotating machines, parametric uncertainty, stochastic processes.

1. Introduction

Aujourd'hui, la prévision déterministe du comportement vibratoire des systèmes dynamiques se révèle insuffisante (Ibrahim, 1987). Ceci est particulièrement vrai lorsque le système s'avère peu robuste face aux aléas de fabrication. Ce papier vise à étendre l'usage des méthodes stochastiques de traitement des incertitudes paramétriques à la prédiction du comportement dynamique des rotors. Pour l'ensemble des méthodes stochastiques, l'incertitude est modélisée par une grandeur aléatoire (variable ou champ), ses caractéristiques statistiques (respectivement la densité de probabilité et la fonction d'autocorrélation) sont supposées connues. On montre ici la faisabilité d'utilisation de la méthode Taguchi (D'Errico *et al.*, 1988) dont on jugera de l'efficacité par comparaison avec des résultats obtenus par simulation Monte Carlo. Nous proposons trois exemples d'application : le premier exemple traite d'un rotor Jeffcott linéaire dont le module d'Young de l'arbre est incertain, le second exemple s'appuie sur un rotor dissymétrique incertain embarqué, enfin le troisième exemple illustre le cas d'un rotor Jeffcott linéaire dont le rayon de l'arbre est modélisé par un champ aléatoire décomposé à l'aide de l'expansion de Karhunen Loeve (Phoon *et al.*, 2002).

2. Les méthodes stochastiques de traitement de l'incertitude paramétrique

2.1. Simulation Monte Carlo

La méthode de Monte-Carlo permet d'obtenir des prédictions de référence. La précision est conditionnée par le nombre de tirages et par l'algorithme générant les valeurs aléatoires. La convergence de cette méthode suit la fonction $1/\sqrt{N}$ où N est le nombre de tirages. Un nombre de tirages égal à 10000 (valeur retenue par la suite) permet d'assurer une erreur inférieure à 1% sur l'écart type prédit par la simulation. Cette méthode s'étend aisément au cas des champs aléatoires pour lesquelles elle permet de simuler une infinité de représentations connaissant la fonction d'autocorrélation.

2.2. Méthode Taguchi

La méthode Taguchi s'appuie sur des méthodes d'intégration numériques de type quadrature de Gauss (D'Errico *et al.*, 1988). Elle permet d'estimer simplement les moments statistiques d'une fonction de plusieurs variables aléatoires indépendantes dont les densités de probabilité sont connues. Le principe consiste à discrétiser chaque densité de probabilité en un nombre fini de points convenablement choisis, puis à calculer la fonction pour l'ensemble des configurations possibles. Les moments statistiques de la fonction s'obtiennent en effectuant une somme pondérée des résultats de chaque configuration. La pondération tient compte du type de densité de probabilité de chaque variable aléatoire. Un minimum de trois points de discrétisation par variable est

indispensable (valeur retenue ici) et la précision croît avec le nombre de points choisis. Le faible temps de calcul requis par rapport aux simulations Monte-Carlo et la simplicité de sa mise en œuvre sont les principaux avantages de cette technique. Cette méthode conserve les caractéristiques mathématiques et physiques du système modélisé (propriétés de symétrie des matrices, linéarité, stabilité...) contrairement aux méthodes d'expansion (perturbation, Taylor...). Son extension au cas des champs aléatoires n'a, selon les auteurs, pas été menée.

3. Applications sur des machines tournantes en régime stationnaire

3.1. Rotor linéaire dont la masse volumique est incertaine

Le rotor est constitué d'un arbre flexible en acier et d'un disque rigide en acier positionné à la longueur l_1 sur l'arbre. L'arbre est monté sur des paliers linéaires dont on connaît les caractéristiques de raideur. Seules les vibrations de flexion nous intéressent ici. Les équations du mouvement [1] sont obtenues (Lalanne *et al.*, 1998) à partir des énergies cinétiques et déformations du système projetées sur une fonction déplacement (méthode de Rayleigh). Enfin, l'application des équations de Lagrange fournit les équations du mouvement linéaires à 2 ddl. couplés par un terme gyroscopique. Le principe des travaux virtuels complète le calcul et fournit le terme d'excitation externe, ici réduit au balourd de masse m_u placée sur le disque à la distance d de l'arbre.

$$\begin{aligned} m\ddot{q}_1 - a\Omega\dot{q}_2 + kq_1 &= m_u d\Omega^2 f(l_1) \sin(\Omega t) \\ m\ddot{q}_2 + a\Omega\dot{q}_1 + kq_2 &= m_u d\Omega^2 f(l_1) \cos(\Omega t) \end{aligned} \quad [1]$$

L'amortissement est introduit a posteriori dans les équations modales obtenues à l'aide de modes complexes. Les termes m , a , k sont déduits des caractéristiques mécaniques de l'ensemble des composants du rotor. La vitesse de rotation Ω étant connue, on s'intéresse à la réponse au balourd de [1] lorsque le module d'Young E est une variable aléatoire gaussienne de valeur moyenne 7800 kg/m^3 et d'écart type 100 kg/m^3 . La méthode Taguchi fournit des résultats très proches de ceux de la simulation Monte Carlo malgré un temps de calcul fortement réduit. Les seules différences concernent la prévision de l'écart type à proximité de la résonance déterministe (réponse résonante du mode forward). En outre, on retrouve des résultats similaires au cas des oscillateurs linéaires : les bornes maximales du comportement en présence d'incertitude se situent autour de la résonance déterministe.

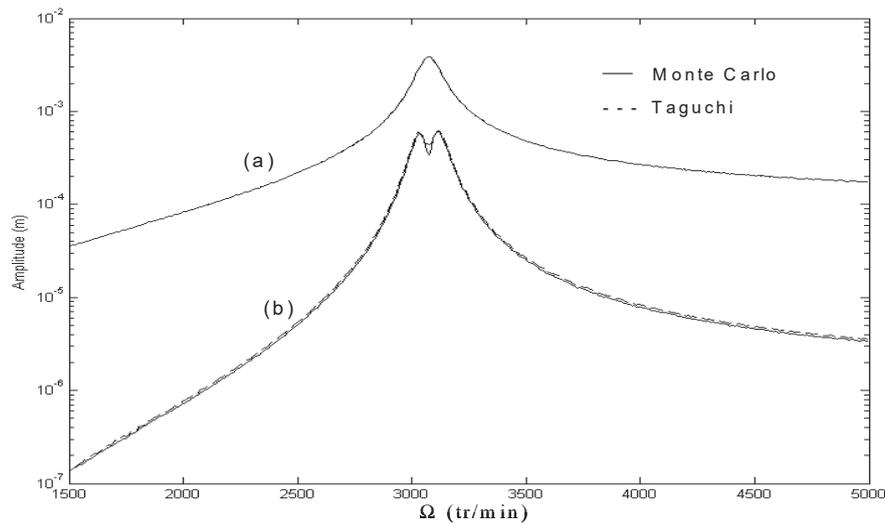


Figure 1. (a) Valeurs moyennes (b) écart-type de la réponse au balourd en fonction de Ω par Taguchi et Monte Carlo.

3.2. Rotor dissymétrique paramétrique à géométrie incertaine

On s'intéresse au cas d'un rotor composé d'un arbre flexible en acier, d'un disque rigide de forme dissymétrique, de paliers linéaires, dont le support rigide est animé d'un mouvement de translation harmonique. L'utilisation de 3 repères (Duchemin *et al.*, 2006) et l'écriture des énergies cinétiques et déformations projetées sur une fonction déplacement, puis l'application des équations de Lagrange fournit le système d'équations [2] :

$$[\mathbf{M} + g(t)\mathbf{M}_d + h(t)\mathbf{M}_{nd}] \ddot{\mathbf{x}} + [\mathbf{C}_{gyro} + g(t)\mathbf{C}_{nd} + h(t)\mathbf{C}_d] \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{f}(t) \quad \begin{cases} g(t) = I_{da} \cos(2\Omega t) \\ h(t) = I_{da} \sin(2\Omega t) \end{cases} \quad [2]$$

$$\mathbf{f}(t) = \begin{cases} 0.144\omega_e^2 \cos(\omega_e t) + 8.66e^{-6}\Omega^2 \sin(\Omega t) \\ 8.66e^{-6}\Omega^2 \cos(\Omega t) \end{cases} \quad [3]$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 13.5 & 0 \\ 0 & 13.5 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M}_d = \begin{bmatrix} -15.4 & 0 \\ 0 & 15.4 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M}_{nd} = \begin{bmatrix} 0 & 15.4 \\ 15.4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_{gyro} = \begin{bmatrix} 2000 & -2.4\Omega \\ 2.4\Omega & 2000 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}_d = \begin{bmatrix} 30.8\Omega & 0 \\ 0 & -30.8\Omega \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}_{nd} = \begin{bmatrix} 0 & 30.8\Omega \\ 30.8\Omega & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1.9e7 & 0 \\ 0 & 1.9e7 \end{bmatrix} \quad \mathbf{x}(t) = \begin{cases} x(t) \\ z(t) \end{cases}$$

où I_{da} désigne l'inertie de dissymétrie du disque. $\mathbf{f}(t)$ inclue les efforts de balourd et le mouvement du support. En s'assurant de la stabilité du système homogène [3] (Duchemin *et al.*, 2006), on s'intéresse à la réponse forcée lorsque I_{da} est une variable aléatoire gaussienne de valeur moyenne 0.029 kg/m^2 et d'écart type égal à 10 % de cette valeur. La figure 2 présente les moments statistiques de la réponse déplacement. La comparaison est très flatteuse pour la méthode Taguchi.

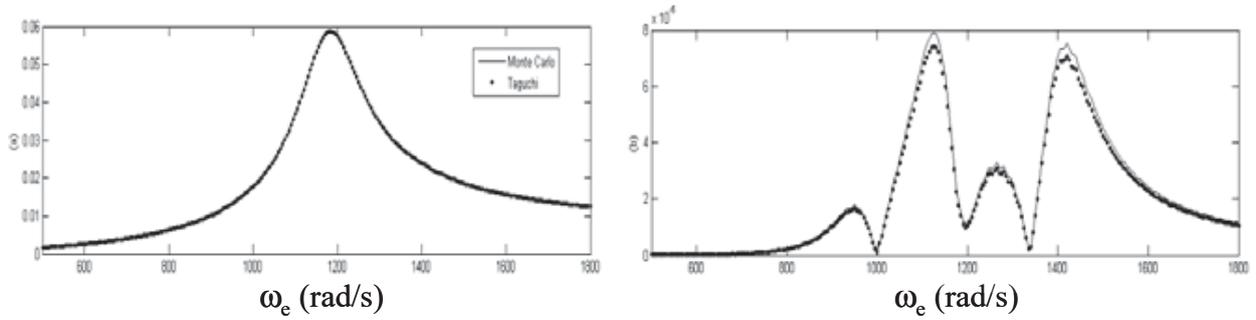


Figure II. Valeurs moyennes (a) et écart-types (b) de la réponse forcée RMS en déplacement (z) en fonction de ω_e par Taguchi et Monte Carlo.

3.3. Rotor linéaire dont le rayon de l'arbre est un champ stochastique

Le dernier exemple concerne un rotor dont les équations du mouvement sont identiques au système [1]. On supposera ici que le rayon de l'arbre est affecté par des erreurs de fabrication provenant des vibrations de la machine outil et de l'usure de l'outil constatée tout au long de l'usinage d'un grand nombre de pièces d'une même production. Si les vibrations de l'outil sont bruitées par un bruit peu coloré, on admet que le rayon de l'arbre sera lui aussi un bruit aléatoire peu coloré et que la valeur moyenne du champ aléatoire est la cote nominale du rayon en n'importe quel point de l'arbre. Les fluctuations de rayon sont modélisées par un champ aléatoire stationnaire dont la fonction de covariance est :

$$C(x_1, x_2) = \sigma_r \exp(-|x_1 - x_2|^2) \quad [4]$$

Afin de simuler des trajectoires spatiales de ce champ aléatoire, on utilise la décomposition de Karhunen Loeve :

$$r(x, \theta) = r_{moyen}(x) + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\lambda_n} \varepsilon_n(\theta) \Phi_n(x) \quad [5]$$

où λ_n et ϕ_n sont respectivement les valeurs et vecteurs propres de la fonction de covariance, x désigne la position sur l'arbre et θ l'aléa alors que les ε_n sont des variables normales centrées réduites indépendantes. La recherche des formes propres se fait selon une méthode de Galerkin (Phoon *et al.*, 2002). Pour $r_{moyen}(x) = 5$ cm et un écart type $\sigma_r = 0.25$ cm, le calcul a été mené avec 8 formes propres, et autant de variables aléatoires générées suivant un processus de Monte Carlo. La figure 3a présente 20 réponses au balourd (le système d'équations [1] doit être recalculé pour chaque trajectoire spatiale du rayon) provenant de 20 trajectoires générées alors que la figure 3b montre la valeur moyenne et l'écart type estimés à partir de ces 20 réponses. L'occurrence de la résonance présente une variabilité conséquente. La mise en place de la méthode Taguchi est impossible. En effet, la décomposition de KL nécessite en théorie une infinité de variables aléatoires.

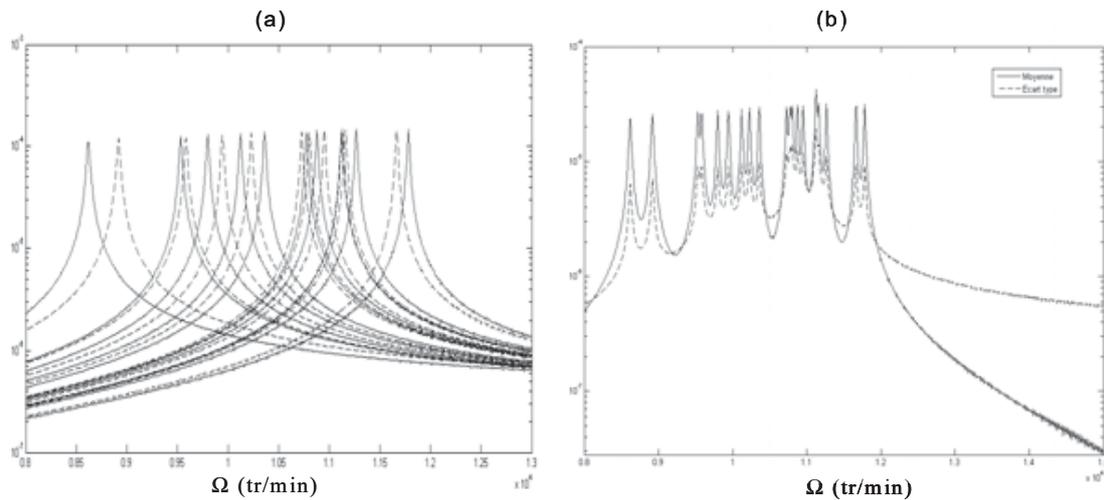


Figure III. (a) 20 réalisations de la réponse au balourd ;(b) Valeur moyenne et écart type de la réponse au balourd.

La méthode Taguchi ne permet de générer qu'un nombre fini de valeurs de la variable aléatoire. En outre ces valeurs sont figées et déterministes, rendant par là même les ε_n statistiquement dépendants. Ainsi la méthode Taguchi ne semble pas s'appliquer sans une modification importante.

4. Conclusion

La mise en œuvre d'une méthode stochastique Taguchi dans le cas de la dynamique de rotors simples est prometteuse tant que l'incertitude concerne des paramètres modélisés par des variables aléatoires. Bien que présentée lorsqu'un seul paramètre est incertain, le prise en compte de plusieurs paramètres incertains simultanément ne pose aucun problème technique où mathématique, seul le temps de calcul augmente mais reste largement inférieur jusqu' à 4 paramètres incertains. A contrario, la méthode Taguchi ne peut s'appliquer sans modification importante dans le cas où l'incertitude est modélisée par un champ aléatoire.

5. Bibliographie

- D'Errico J.R., Zaino N.A., Statistical Tolerancing using a Modification of Taguchi's Method. *Technometrics*, vol. 30(4), 1988, p. 397-405.
- Duchemin M., Berlioz A. and Ferraris G., Dynamic Behavior and stability of a rotor under base excitation, *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 128(5), 2006, p. 576-585.
- Ibrahim R.A., Structural dynamics with parameter uncertainties, *ASME Applied Mechanics Review*, vol. 40 (3), 1987, p. 309-328.
- Lalanne M., Ferraris G., *Rotordynamics Prediction in Engineering*. John Wiley and Sons, 2nd Edition, 1998.
- Phoon K.K., Huang S.P. and Quek S. T., Implementation of Karhunen-Loeve expansion for simulation using a wavelet Galerkin scheme, *Probabilistic Engineering Mechanics*, vol. 17, 2002, p. 293-303.