

Utilisation de l'algorithme de Monte Carlo pour l'analyse probabiliste du problème de contact mécanique

Hatem Mrad, Mohamed Rachik, Daniel Marceau, Mario Fafard

► **To cite this version:**

Hatem Mrad, Mohamed Rachik, Daniel Marceau, Mario Fafard. Utilisation de l'algorithme de Monte Carlo pour l'analyse probabiliste du problème de contact mécanique. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. hal-01493702

HAL Id: hal-01493702

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01493702>

Submitted on 22 Mar 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Utilisation de l'algorithme de Monte Carlo pour l'analyse probabiliste du problème de contact mécanique

Hatem Mrad^{*,**} — Mohamed Rachik^{**} — Daniel Marceau^{*} — Mario Fafard^{***}

**Université du Québec à Chicoutimi, Chicoutimi, Québec, Canada, G7H 2B1*

Hatem_Mrad@uqac.ca

Daniel_Marceau@uqac.ca

***UTC, Laboratoire Roberval, BP 20529, 60200 Compiègne, France*

mohamed.rachik@utc.fr

****Université Laval, Québec, Canada, G1K 7P4*

mario.fafard@gci.ulaval.ca

RÉSUMÉ. On présente dans ce papier les résultats d'une étude probabiliste du problème de contact mécanique en exploitant les avantages de la méthode de Monte Carlo. On s'attarde ici plus particulièrement sur les aspects liés à la défaillance, au domaine de sûreté et de défaillance ainsi qu'à la fonction d'état limite. Le modèle est appliqué à l'étude de fiabilité du problème de contact de Hertz entre deux cylindres déformables ainsi qu'au phénomène de retour élastique dans un problème de mise en forme.

ABSTRACT. This paper presents a probabilistic study of the mechanical contact problem. The main reliability concept and functions will be described. This study mainly exploits the advantages offered by the Monte Carlo method. This simulation technique remains one of the most used and reliable methods. It is characterized by its easy programming approach in spite of the computing time which it requires. Two applications are chosen, the first one is dedicated to the classical Hertz contact and the second one is devoted to the probabilistic evaluation of spring back during the sheet metal forming process procedure.

MOTS-CLÉS: contact de Hertz, retour élastique, Monte Carlo, Fiabilité.

KEY WORDS: .Hertz contact, Spring back, Monte Carlo, Reliability

1. Introduction

Le problème de contact mécanique est encore aujourd'hui considéré comme l'un des problèmes les plus complexes et ce, en raison de la nature particulière des phénomènes physiques localisés à l'interface. Une modélisation adéquate des mécanismes associés à l'évolution ainsi qu'au transfert des efforts entre les solides candidats au contact passe nécessairement par une représentation adéquate des caractéristiques géométriques et mécaniques des frontières composant la dite interface. Dans ce contexte, on propose ici d'étudier le caractère probabiliste de ce problème à l'aide de la méthode de *Monte Carlo* et ce, afin de cerner d'avantage l'influence de la variabilité des propriétés de l'interface et du mécanisme de sollicitation du problème de contact mécanique sur la solution numérique. Dans un premier temps, on présente une étude probabiliste du problème de contact de Hertz, pour lequel on connaît une solution analytique. Ce problème a été largement étudié dans la littérature dans un cadre déterministe et ce, en tant que test de validation de modèles numériques du problème de contact unilatéral (Timoshenko *et al.*, 1951), (Hertz, 1882). Par la suite, on s'attarde sur le phénomène de retour élastique dans le cadre d'un problème de mise en forme d'une tôle en U (Ben Elechi, 2004), (Ben Ayed, 2004). On propose ici de prendre en compte le caractère stochastique d'un certain nombre de paramètres dans l'étude de ces problèmes. Les paramètres que nous considérons sont ceux des matériaux et interfaces tels que le module de Young, l'exposant d'écroutissage, le coefficient de frottement ainsi que celui lié au procédé tel que la force de serrage. L'analyse fiabiliste présentée a pour objectif la définition, avec un intervalle de confiance donné, d'un domaine de variation de ces paramètres qui assure la faisabilité d'une pièce jugée acceptable.

2. Description de la démarche utilisée

La méthode utilisée consiste à générer, à l'aide du code *MATLAB*, un tirage de variables aléatoires gaussiennes permettant une représentation stochastique des paramètres matériaux et de procédés. Le *Tableau 1* résume les principales caractéristiques statistiques des différentes variables aléatoires. Par la suite, chacune des combinaisons de paramètres a fait l'objet d'une analyse à l'aide du logiciel *ABAQUS Explicit/Standard* par l'intermédiaire d'une sous-routine en *FORTRAN*. En raison de la quantité importante de résolutions nécessaires, une procédure d'analyse et de récupération des résultats pertinents a été élaborée. Les résultats des simulations sont ensuite analysés en fonction des critères de qualité traduisant le succès de procédé ou la faisabilité de la pièce.

3. Fonction d'état limite et scénario de succès

Les paramètres qui gouvernent et caractérisent le comportement du problème mécanique, sont regroupés dans des familles. Ce regroupement prend en compte des types de paramètres géométriques, matériaux ou machines. On distingue, dans notre cas, trois classes principales de paramètres et variables d'entrées-sorties et d'état suivantes :

$F_i(\omega)$: paramètres d'entrées (chargements et déplacements imposés ...).

$A_j(\omega)$: paramètres d'état (caractéristiques géométriques, matériaux ...).

U_k : variables de sortie (déplacement, pression, ...).

Où ω représente un aléa donné. La fonction F appelée fonction d'état limite permet de relier ces différents paramètres et est formulée de manière à obtenir une équation de la forme :

$$F(\omega, F_i, A_j, U_k) = 0 \quad [1]$$

À chaque réalisation de sortie (associée à l'indice k) correspond un événement appelé scénario. Cet événement sera caractérisé par une fonction de performance G qui permet de relier les variables de sortie et d'entrée. Le scénario de succès d'une configuration sera traduit par la vérification d'une inégalité de type :

$$G_k(F_i(\omega), A_j(\omega), U_k(\omega)) > 0, \quad \forall \omega \quad [2]$$

	Coefficient de frottement	Exposant d'écrouissage	Force de serrage [N]	Module de Young [MPa]
Moyenne théorique	0.144	0.2	175	210000
Moyenne calculée (m)	0.141	0.2028	175.11	209235.37
Ecart type théorique	0.035	0.04	12	8000
Ecart type calculé (s)	0.035	0.0367	11.83	7508.8
Ecart type en pourcent	62.94 %	60.3 %	20.26 %	10.08 %

Tableau 1. *Caractéristiques statistiques des variables aléatoires d'entrées*

4. Étude de cas

L'analyse fiabiliste menée se limite à deux variables aléatoires par application. On distingue le succès d'un tirage donné par son appartenance à un intervalle $[m, m+s]$. Cependant la définition de la fonction d'état limite est liée à l'appartenance d'une sortie à un intervalle jugé admissible.

4.1. Problème de contact de Hertz

Pour le problème du contact de Hertz, dans sa version deux cylindres déformables (*Figure 1a*), seuls le module de Young et le coefficient de frottement conditionnent le scénario de succès. Ce scénario se traduit par l'appartenance de la pression de contact *CPRESS* de l'origine ($x=0$) à un intervalle de confiance donné. en raison de la symétrie, le problème se réduit à l'étude d'un cylindre en contact avec un plan rigide. Le maillage utilisé est composé d'éléments triangulaires quadratiques en déformation plane (*Figure 1b*). La *Figure 2* montre que l'effet du coefficient de frottement sur la taille et la forme de la fenêtre de faisabilité est minime. Par contre le module de Young conditionne principalement le succès d'un événement donné.

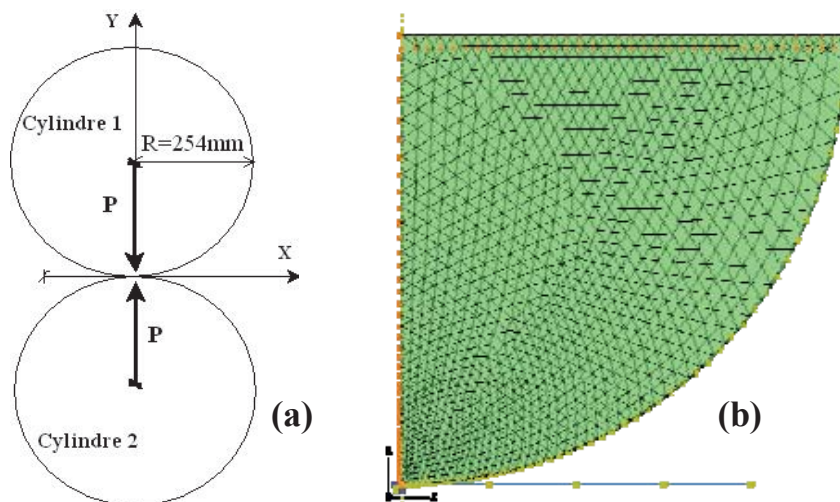


Figure 1. Contact de Hertz, cas cylindre/cylindre (a) Géométrie ; (b) Modèle éléments finis

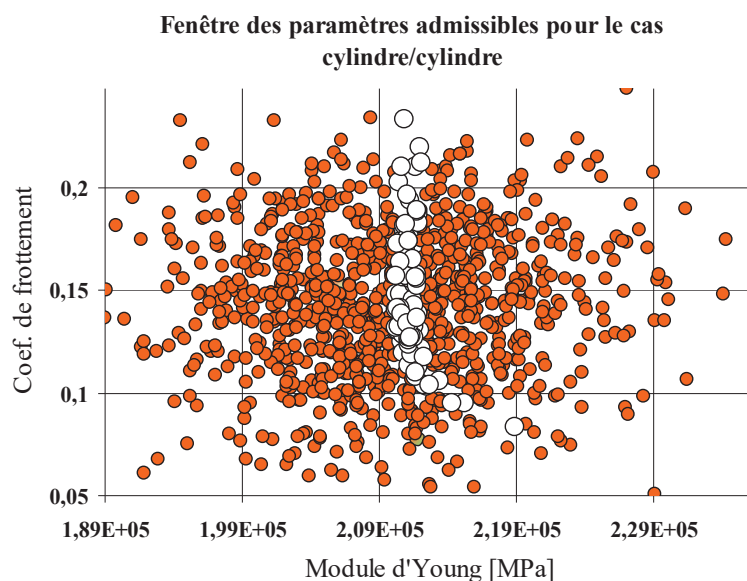


Figure 2. Cas cylindre/cylindre, $CPRESS = [47000; 47400 \text{ MPa}]$

4.2. Problème de retour élastique

Pour le problème du retour élastique (*Figure 3*), on retient l'exposant d'érouissage et la force de serrage en tant que variables aléatoires qui conditionnent le scénario de succès. Ce dernier sera alors défini en fonction de l'appartenance ou non du rayon (R) du cercle passant par A , C et B (*Figure 4*) à un intervalle de confiance donné.

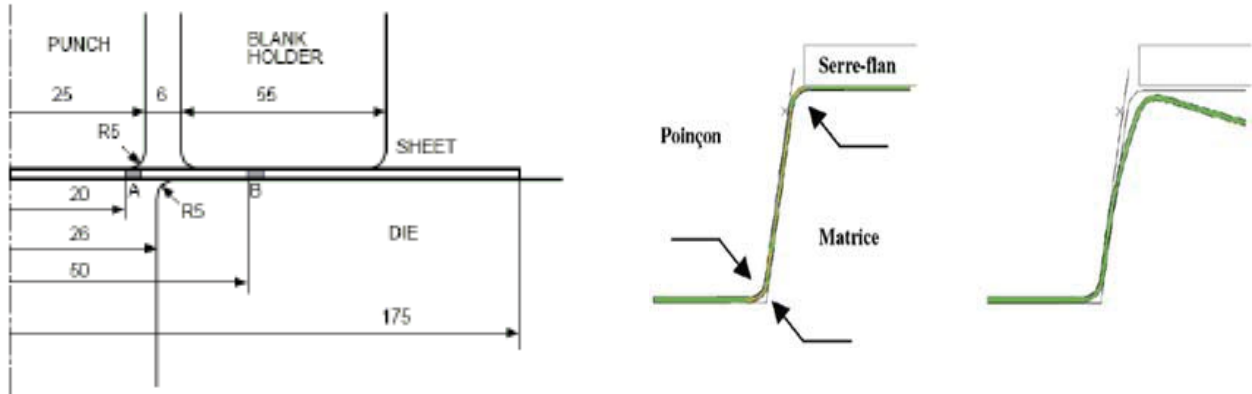


Figure 3. Emboutissage d'une tôle en U, retour élastique

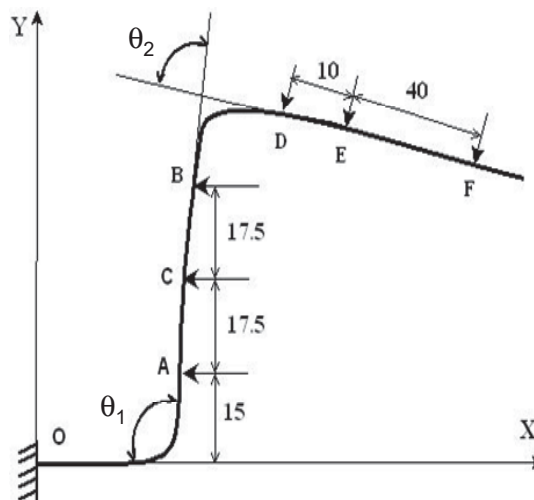


Figure 4. Description du problème de retour élastique

Pour un intervalle de confiance construit à partir du paramètre géométrique $R=[240,250 \text{ mm}]$, la Figure 5 présente, par le nuage de bulles blanches, les événements du succès. En effet, pour cet intervalle, un grand nombre de combinaisons des deux variables permet le succès de l'événement. Ces combinaisons admettent des valeurs qui balayent une large bande de valeurs atteignant les 20% de la valeur moyenne. L'exposant d'érouissage étant directement lié à la ductilité du matériau, ses fluctuations influencent de manière significative le retour élastique et en particulier le rayon R .

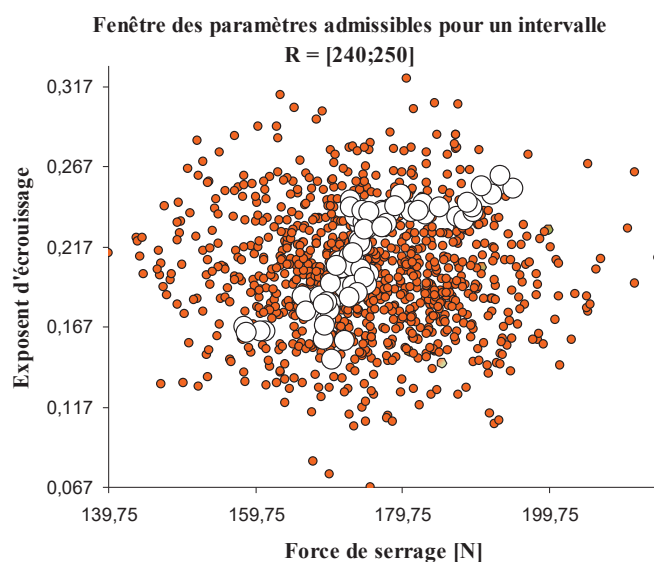


Figure 5. Cas du retour élastique, $R=[240,250 \text{ mm}]$

5. Conclusion

Les travaux présentés décrivent l'analyse fiabiliste du problème de contact mécanique à l'aide de la méthode de Monte Carlo. Ils s'inscrivent dans un projet plus large dont l'objectif est de développer des techniques appropriées à l'analyse stochastique du problème de contact mécanique. A ce titre, les deux applications traitées à l'aide de la méthode de Monte Carlo visent à construire des tests de référence en vue de valider d'autres méthodes (méthodes directes) qui font l'objet des développements actuels. L'étude présentée a permis de formuler les problèmes traités en terme de problème de fiabilité et de construire un domaine de confiance sur les paramètres d'entrées. Les résultats des analyses présentées doivent être considérés à la lumière des hypothèses simplificatrices retenues notamment en ce qui concerne les lois de distribution des paramètres aléatoires.

6. Références

- Ben Elechi S., Analyse et conception rapides de paramètres du procédé d'emboutissage pour le contrôle du retour élastique. Thèse de doctorat, UTC, 2004.
- Ben Ayed L., Modélisation numérique de l'emboutissage et optimisation des outils serre-flan. Thèse de doctorat, UTC, 2004.
- Hertz H., «Über die Berührung fester elastischer Körper». *J. reine angewandte Mathematik*, 1882, 92, 156-171.
- Timoshenko, S., and J. N. Goodier, *Theory of Elasticity*, Second edition, McGraw-Hill, New York, 1951.