

RÉGULATION DU TRAFIC URBAIN MULTIMODAL AVEC PRIORITÉ POUR LES TRANSPORTS EN COMMUN

N. BHOURI

P. LOTITO

INRETS/GRETIA

CONICET/PLADEMA

2 Avenue du Général Malleret-Joinville

Univ. Nac. Centro Prov. Buenos Aires

94114 Arcueil Cedex, France

Tandil, Argentine

neila.bhourri@inrets.fr

plotito@exa.unicen.edu.ar

RÉSUMÉ : Dans le but d'améliorer le temps de parcours des véhicules de transport en commun de surface (TC) (bus, tramway, etc.), plusieurs villes ont recours aux systèmes de régulations des carrefours à feux permettant de donner la priorité aux TC. Cet article dresse un état de l'art de ces systèmes. Après une discussion sur leurs insuffisances pour une régulation globale du trafic urbain sur tout un réseau, l'article propose des stratégies de régulation intermodale, agissant sur les feux des carrefours pour réguler la circulation tout en favorisant les TC. Ces stratégies sont fondées sur la théorie de la commande optimale des systèmes linéaires quadratiques. L'article propose des différentes manières pour tenir compte des TC dans le problème d'optimisation. Les tests en simulation sont effectués sur un réseau de huit carrefours et deux lignes TC.

MOTS-CLÉS : Commande optimale, linéaire quadratique, régulation, multimodale, voiture particulière (VP), transport en commun de surface (TC)

1 INTRODUCTION

La croissance continue de l'usage de la VP liée à l'impossibilité d'étendre infiniment le réseau des routes, a montré les limites des systèmes classiques de régulation du trafic routier. D'autre part, malgré les efforts politiques en faveur des transports en commun (site propre, priorité aux feux, etc), ce mode de transport ne parvient pas à faire de la concurrence à la VP. Ceci a fait émerger l'idée d'un transport intermodal ou on agit sur les interactions entre les différents modes de déplacements. Cette idée qui a émergé sur le plan international a vu sa concrétisation en France dans le cadre de PDU (Plans des Déplacements Urbain). La démarche des PDU a réussi à initier une réflexion sur tous les modes de déplacement. Il ne s'agit pas seulement d'augmenter l'usage d'un mode de transport mais d'avoir une vision globale par rapport aux déplacements (GART/CERTU, 2000).

Cette prise de conscience sur la nécessité d'une gestion globale des déplacements a amorcé plusieurs travaux de recherche dans ce sens. Concernant l'intermodalité, plusieurs recherches ont vu le jour sur des thèmes comme les problèmes de cheminement

dans un réseau multimodal (Nes, 2001), d'affectation du trafic dans un réseau multimodal (Bhourri and Lebacque, 2003), de tarification (Lotito et al., 2004), etc.

Du point de vu de la régulation, plusieurs systèmes de régulation du trafic destinés au seul mode VP ont été élargis pour tenir compte du mode TC, ceci notamment via la composante "priorité aux TC". Si ces stratégies sont efficaces au niveau du carrefour, elles sont insuffisante pour résoudre le problème de la régulation du trafic urbain multimodal sur tout un réseau.

Notre objectif dans ce travail est de développer une stratégie qui agit sur les feux des carrefours afin d'améliorer la circulation sur un réseau de routes urbaines tout en favorisant les transports en commun. Pour réaliser cet objectif nous avons choisi de développer une commande optimale sur la base de la théorie d'optimisation Linéaire Quadratique (LQ), qui présente l'avantage d'une possibilité d'utilisation en boucle fermée. La théorie LQ a déjà été appliqué pour la régulation des carrefours urbains dans la stratégie TUC (Diakaki et al., 2002). Cependant TUC ne considère les TC que sur la base de règle, comme sera expliqué dans le paragraphe (2.2.1) et

non comme une variable d'état du système comme c'est le cas dans notre stratégie.

Dans cet article, nous consacrons la section suivante à un état de l'art des systèmes de priorité TC. Nous soulignons l'insuffisance de ces systèmes pour la régulation du trafic au niveau global de tout un réseau. Dans la troisième section, nous citons les différents systèmes de gestion globale pour les deux modes (VP et TC) et nous donnons quelques éléments expliquant l'inexistence de systèmes de régulation globale pour les deux modes de transport. Nous décrivons dans la cinquième section, le modèle de commande utilisé. La sixième section est consacrée aux définitions des problèmes de commande optimale, en commençant par le critère d'optimisation. Ce dernier permet de réguler le trafic sur la totalité du réseau, et possède en plus un terme permettant de favoriser les arcs supportant les véhicules TC **aux instants où ils y sont**.

Notre objectif d'appliquer la stratégie de régulation en temps réel sur un réseau de grande étendue, nous a conduit à poser le problème d'optimisation sur un horizon de temps infini, ce qui implique une équation de Riccati statique. Nous montrons que l'usage d'une stratégie mixte, utilisant un critère d'optimisation différent pour les arcs supportant la présence des TC et les arcs ne faisant circuler que les VP, peut pallier à ce problème. Les résultats de ces différentes stratégies appliquées en simulation sur un réseau de huit carrefours, trente-deux arcs et deux lignes TC, sont donnés dans la huitième section. Enfin, la conclusion est donnée dans la neuvième section.

2 LES DIFFÉRENTS TYPES DE PRIORITÉ TC AUX CARREFOURS A FEUX

La priorité bus aux feux de signalisation peut s'opérer d'une manière **passive** ou **active**.

2.1 La priorité passive

La priorité passive consiste à générer les plans des feux de signalisation de manière à favoriser les artères supportant les TC, sans la détection individuelle de ces véhicules. On peut appliquer un certain nombre de mesures pour arriver à cette fin, par exemple :

- ajuster la coordination des feux à la vitesse des TC au lieu de celles des VP,
- réduire la longueur des cycles des feux, afin de réduire les attentes des TC quand ils se présentent aux feux. Cette mesure ne peut pas être appliquée en cas de grande densité de trafic puisqu'elle réduit la capacité du carrefour.
- fractionner la phase verte accordée à l'artère supportant le bus. Ceci quand le cycle de feux ne

peut être très court. Cependant, cette méthode aussi diminue la capacité d'écoulement du carrefour.

- concevoir les diagrammes des feux en tenant compte des nombres de passagers, plutôt que du nombre des véhicules. Cependant, ceci implique une connaissance de la charge en nombre de passagers dans chaque mode de transport.

Cette dernière méthode a été utilisée dans le système de régulation, permettant la priorité passive, le plus connu sur le plan international, c'est le système TRANSYT.

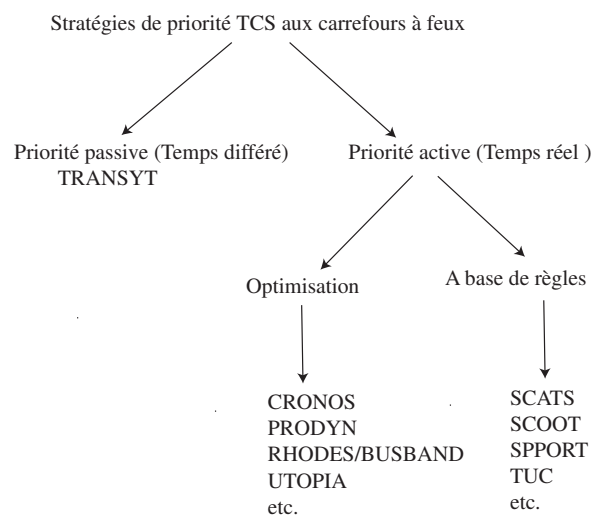


Figure 1: Classification des stratégies de priorité TC

2.2 La priorité active

La seconde méthode, appelée également priorité dynamique, consiste en une modification de la signalisation du carrefour pour autoriser le passage du Véhicule TC (VTC) qui a été détecté. Ce type de priorité est possible sur les systèmes de régulations temps réel du trafic.

Les systèmes de régulation temps réel du trafic urbain appartiennent généralement à l'une des deux familles. (voir Figure 1). La première famille de systèmes, utilisent un cycle de feux fixe sur une période donnée. Ils adaptent graduellement le plan de feux aux variations en temps réel des conditions du trafic (par exemple: SCOOT (Hunt et al., 1982), SCATS (Chen et al., 1998) et TUC (Diakaki et al., 2002)). Les seconds, consistent en des commandes adaptatives, qui optimisent continuellement le plan de feux sur un horizon glissant (exemple :CRONOS

(Boillot et al., 2000), PRODYN (Henry and Farges, 1994) et UTOPIA (Mauro and Tranto, 1989)). Ceci influence évidemment leur manière de prendre en compte la priorité aux feux. Dans la première catégorie, la priorité est donnée au VTC sur la base de règle pré-établie. Les stratégies de la seconde catégorie, accordent la priorité au véhicule TC après optimisation d'un certain critère.

2.2.1 La priorité à base de règles

Ces méthodes consistent en une modification à court terme du fonctionnement des feux pour favoriser les VTC en approche dans le franchissement du carrefour. La majorité des stratégies de régulation applique ce type de priorité. En plus des stratégies de régulation connue sur le plan international, comme par exemple SCCOT, SCATS, SPPORT, TRAFCOD, TUC, plusieurs systèmes, moins connus développés par les villes ou par les autorités organisatrices de transport, utilisent ce genre de priorité.

2.2.2 Les priorités déterminées à partir de l'optimisation globale sur le carrefour

Elle se base sur la théorie de l'optimisation pour trouver les durées optimales des feux permettant le passage prioritaire du VTC. Ceci nécessite des modèles du trafic VP et TC et un critère à optimiser. L'avantage de ces stratégies est qu'ils ne sont pas contraint par un cycle de feux fixe. Parmi les systèmes existant, on peut citer CRONOS, PRODYN, RHODES/BUSBAND.

2.2.3 Les limites des systèmes de régulation accordant la priorité aux TC

Les systèmes de régulations des carrefours qui permettent de donner la priorité aux TC sur la base de règle ne peuvent pas gérer plus d'un VTC par cycle de feux. En effet, comme nous venons de le voir, ces systèmes procèdent en accordant une durée supplémentaire de feux vert à l'approche du VTC et de rétablir l'ordre des phases par la suite. Cette procédure ne peut être répétée plusieurs fois au court d'un cycle, puisque les durées des feux verts sont limitées par des valeurs maximales imposées pour des raisons de sécurité. Ceci limite donc l'usage de ce type de stratégie aux carrefours qui ne sont pas très fréquentés par les VTC.

Les systèmes qui gèrent la priorité par des algorithmes d'optimisation, peuvent quand à eux tenir compte de plusieurs critères avant d'accorder la priorité; comme par exemple, accorder la priorité au véhicule TC qui la mérite le plus, et non à celui qui la demande en premier, etc.

cependant, ces systèmes sont souvent limités par le temps de calcul. En effet, ce sont des systèmes qui ont été développés pour la régulation d'un carrefour.

Ils utilisent généralement des modèles microscopiques du carrefour et le temps de calcul, très souvent augmente d'une manière séquentielle avec le nombre de carrefour étudié.

De notre point de vue, une stratégie de priorité TC qui se place au niveau individuel des bus ne peut avoir une vue globale de la circulation sur toute une région. Ceci peut impliquer des effets pervers, en effet, elle peut alors permettre d'alimenter des sections de voirie ou des carrefours congestionnés, conduisant à une dégradation des conditions générales de la circulation y compris celle des bus eux-même. D'où la nécessité de développer des stratégies de régulation qui tiennent compte des situations globales intermodales du trafic sur toute une région (tout un itinéraire d'un TC par exemple).

3 STRATEGIES DE REGULATION DU TRAFIC GLOBAL

Nous appelons stratégie de régulation du trafic intermodal, une stratégie capable de tenir compte des objectifs de régulation des différents modes de transports sur tout un réseau. Dans notre contexte, il s'agit des objectifs de régulation de la VP et des TC.

3.1 Systèmes de gestion du trafic intermodal

Plusieurs systèmes ayant pour objectif *la gestion multimodale* du trafic urbain ont vu le jour, nous pouvons citer la plate-forme multi-sites multi-sources, SITI en développement à l'Inrets (Scemama and Tendjaoui, 2003), le projet ENTRERPRICE en Cologne (Riegelhuth et al., 1997), le projet MOBINET à Munich (Kellermann and Schmid, 2000), le projet 5T-TITOS à Turin (Franco, 2000), etc. Tous ces systèmes tentent d'intégrer les différents modes de transport dans l'objectif d'une gestion conjointe de ces modes. Ils consistent généralement en des plate-formes qui ont comme objectif premier de raccorder des systèmes agissant sur les différents modes de transport et de leur permettre l'accès aux données des différents sources de trafic. L'objectif à terme est de développer de systèmes intermodaux agissant conjointement sur les modes de transport. L'analyse de l'état de ces systèmes montre cependant que l'intégration se situent encore au niveau de la concentration et la fusion des sources de données plutôt qu'au niveau de la décision (Bhourri, 2002). Aucune de ces plates-formes ne dispose de système de régulation intermodal dans le sens que nous décrivons dans cet article.

3.2 Des obstacles pour une régulation intermodale

La régulation intermodale est confronté à certains obstacles sur le plan opérationnel, par exemple sur le plan institutionnel des responsabilités des opérateurs, des habitudes des opérateurs de travailler indépendamment les uns des autres, etc. Du point de vue théorique, la régulation intermodale est confronté au problème représentation des différents réseaux sur le même niveau de précision. En effet, une régulation globale du trafic nécessite une représentation macroscopique de ce dernier. Cependant, il est difficile de représenter le TC par un flux comme c'est le cas pour le trafic VP.

La modélisation macroscopique du trafic intermodale a fait l'objet de nombreuses recherches (voir par exemple, (Daganzo and Laval, 2005) et (Lebacque et al., 1998)). Cependant, le souci dans ces travaux est de mieux représenter le trafic des véhicules. Dans ce deux travaux, le TC est considéré comme un obstacle qui ralentit le trafic VP et non comme un composant à modéliser.

Pour notre cas, notre objectif est réguler le trafic global en accordant une priorité aux TC mais sans altérer le reste du trafic sur le réseau. Nous allons développer *un modèle intermodal pour la commande de deux modes de transports*. Vu que cette commande sera appliquée en boucle fermée, nous ne cherchons pas à modéliser le trafic intermodal avec une grande précision.

Un réseau de route urbaine étant composé de carrefours liés par des tronçons. Afin de bien expliquer notre objectif dans ce travail et le modèle utilisé, nous commençons par donner les variables caractérisant les carrefours à feux, avant de présenter le modèle de commande intermodal développé.

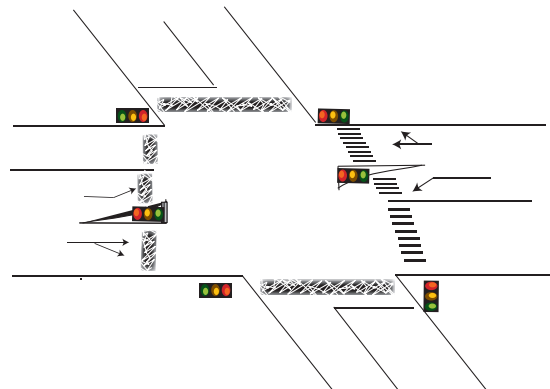
4 CARACTÉRISTIQUE D'UN CARREFOUR A FEUX

A chaque carrefour à feux est associé un plan de feux qui définit le déroulement des états de toutes les lignes de commande des signaux du carrefour. Un plan de feux est spécifié grâce aux variables suivantes :

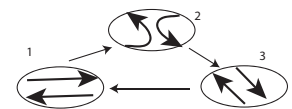
- Un diagramme de phase : une phase est la période durant laquelle un ou plusieurs mouvements compatibles sont admis dans un carrefour. Le diagramme de phase spécifie toutes les phases avec les possibilités de passage des unes aux autres. Un carrefour fonctionne généralement suivant un seul diagramme de phase, choisi d'une part pour interdire les passages simultanés de

mouvements conflictuels. D'autre part, en respectant l'importance de la charge de trafic sur certains mouvements. La Figure (2) donne deux diagrammes de phases différents pour un même carrefour.

- Un temps de dégagement : c'est une période minimale de sécurité qui doit être respectée lors de la transition de deux feux incompatibles. Entre deux phases s'écoulent obligatoirement un temps de sécurité : orange et rouge intégral (toutes les branches du carrefour sont aux feux rouges afin de dégager l'intérieur du carrefour). On programme généralement les plans des feux des carrefours avec un nombre de phases minimal afin de minimiser cette perte de temps.
- Un cycle : c'est la durée totale des feux vert, orange et rouge.
- Un décalage : c'est une durée par rapport à un instant de référence qui sert à la synchronisation des divers contrôleurs du réseau



Exemple de fonctionnement en 3 phases



Exemple de fonctionnement en 4 phases

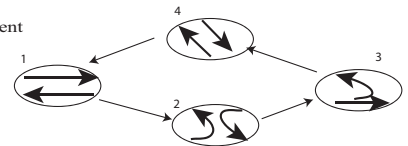


Figure 2: Exemples de diagrammes de phases d'une intersection

En milieu urbain, la durée du cycle est en général connue à l'avance du fait de la coordination des carrefours d'une même zone Scemama (1994). Nous supposons dans ce travail que la durée du cycle des feux, le diagramme de phasage ainsi que les décalages sont fixes sur l'horizon de temps considéré. La stratégie agit sur les durées des feux vert à l'intérieur du cycle afin d'améliorer les conditions de la circulation.

5 LE MODÈLE INTERMODAL POUR LA COMMANDE

Le réseau est représenté, par des intersections $j \in J$ et des arcs $a \in A$. Sur chaque arc, le modèle consiste en deux équations, l'une modélisant l'évolution du nombre total de véhicules sur l'arc, exprimé en unité de véhicules particuliers (UVP) (exemple un bus est équivalent à 2,3 UVP). La deuxième équation modélise le nombre de véhicules TC présent sur l'arc.

5.1 Le modèle du trafic sur l'arc

Comme nous l'avons dit dans l'introduction, cette stratégie adopte les mêmes bases que la stratégie de régulation de carrefour TUC. Le trafic sur chaque arc, est modélisé à l'aide de l'équation de conservation du nombre de véhicules (Diakaki et al., 2002).

$$x_a(k+1) = x_a(k) + T[q_a(k) - u_a(k)] \quad (1)$$

x_a étant le nombre de véhicules de tous les modes sur l'arc. x_a est exprimé en (UVP). q_a et u_a sont les débits respectivement d'entrée et de sortie de l'arc a sur la période $[kT, (k+1)T]$ où k est un indice de pas de temps et T l'intervalle d'échantillonnage. d_a est la demande et s_a le débit de saturation de l'arc (c'est le débit maximal qui peut quitter l'arc à un instant) exprimés en UVP/seconde (see Figure 3).

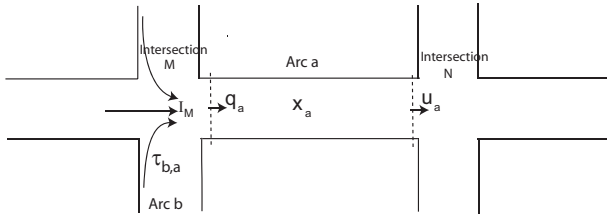


Figure 3: Définition des variables

Le débit de sortie de l'arc u_a est modélisé suivant la méthode classique introduite par Gazis and Potts (1963), appelé en anglais "store and forward" : stocke puis distribue. Cette méthode présume que tous les véhicules arrivant sur un arc, sont stockés à son extrémité de sortie et le quittent avec un débit maximum s_a durant le feu vert :

$$u_a = \begin{cases} s_a & \text{si l'arc } a \text{ est à la phase verte} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2)$$

Cette modélisation est possible sous les hypothèses suivantes :

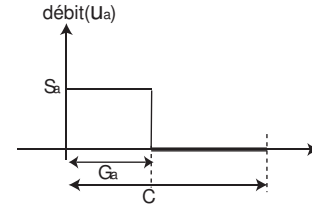


Figure 4: Modélisation du débit de sortie de l'arc : stocke puis distribue

- l'intervalle de temps d'échantillonnage T est au moins égal à la durée du cycle des feux C .

$$T = C$$

- on ne tient pas compte des décalages entre les différents carrefours,
- on néglige les variations dans la formation de la file d'attente, Ce qui veut dire que le modèle considère comme si tous les flux entrants sur l'arc ont la phase verte en même temps.

Compte tenu de l'équation (2), pour tout le cycle C , le débit de sortie de l'arc à l'instant kT , est donnée par :

$$u_a(k) = \frac{S_a \cdot G_a(k)}{C} \quad (3)$$

où $G_a(k)$ est la variable de commande du système : le temps de feu vert accordée à l'arc a durant le cycle de feux C de l'intersection située à la sortie de l'arc. Si les périodes de feu vert sont accordées à l'arc a durant plusieurs phases différentes (voir Figure 2). $G_a(k)$ est égale à la somme de toutes ces durées de feu vert :

$$G_a(k) = \sum_{i \in P_j^a} G_{j,i}(k) \quad (4)$$

où P_j^a est l'ensemble des phases du carrefour j durant lesquelles l'arc a a le feu vert.

Le débit d'entrée à l'arc a peut s'écrire comme la somme des débits sortants de toutes les branches du carrefour M et qui ont comme destination l'arc a : $\sum_{\omega \in I_M} \tau_{\omega,a} u_{\omega}(k)$, où $\tau_{\omega,a}$ est le pourcentage des mouvements des véhicules partant de l'arc $\omega \in I_M$ vers l'arc a .

En utilisant cette nouvelle formulation des débits d'entrée et de sortie dans l'équation (1), nous obtenons le modèle suivant :

$$x_a^V(k+1) = x_a^V(k) + [\sum_{\omega \in I_M} \tau_{\omega,a} S_{\omega} G_{M,\omega}(k) - S_a \sum_{i \in O_N} G_{N,i}(k)] \quad (5)$$

où sous forme matricielle :

$$X^V(k+1) = I.X^V(k) + B.G(k) \quad (6)$$

I étant la matrice identité et B une matrice de dimension $N \times M$. M est le nombre de phases du réseau $M \ll J$.

5.2 Le modèle TC

Connaissant la succession d'arcs qui sont empruntés par chaque ligne TC, on modélise la progression des véhicules par une équation de retard :

$$x_a^{b_i}(k) = x_{a'}^{b_i}(k - \zeta_i) \quad (7)$$

où $x_a^{b_i}$ est le nombre de véhicule de la ligne TC numéro b_i sur l'arc a . ζ_i est un paramètre qui exprime le temps de parcours moyen que mettent les véhicules de la ligne b_i pour voyager de l'arc a' à l'arc a . ζ_i prend normalement des valeurs réelles. Cependant, pour des raisons évidentes de commande, ζ_i doit être un multiple de l'intervalle d'échantillonnage T . Nous considérons donc que ζ_i est égal à un cycle si la ligne de bus n'a pas d'arrêt sur l'arc a , sinon ζ_i est égal à deux durées de cycle. En substituant ces valeurs ζ_i dans l'équation (7), le modèle des TC devient le suivant :

$$x_a^{b_i}(k+1) = \begin{cases} x_{a'}^{b_i}(k-1), & \text{si la ligne TC a un arrêt} \\ x_{a'}^{b_i}(k), & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (8)$$

Cette simplification est en accord avec la modélisation de la commande des VP, puisqu'elle consiste à supposer, qu'aussi bien les VP que les TC sont "stockés" durant la période de feu rouge puis sont "distribués" durant la période de vert, ils passent donc un cycle de feu sur l'arc. Il faudra cependant, faire attention au choix de la durée du cycle.

L'écriture sous forme matricielle de l'équation (8) donne :

$$X^b(k+1) = A_0^b X^b(k) + A_1^b X^b(k-1) \quad (9)$$

où sous forme canonique

$$X^B(k+1) = A^b . X^B(k) \quad (10)$$

où X^B est le vecteur contenant les états aux instants k de tous les arcs traversés par les TC et des instants $k-1$ des arcs possédants en plus un arrêt TC :

$$X(k) = \begin{pmatrix} (x_1^{b_1}(k), \dots, x_{Nb_1}^{b_1}(k), \dots \\ (x_1^{b_B}(k), \dots, x_{Nb_B}^{b_B}(k))' \\ \\ (x_{arrêt1}^{b_1}(k-1), \dots, x_{arrêtNb_1}^{b_1}(k-1), \dots \\ x_{arrêt1}^{b_B}(k-1), \dots, x_{arrêtNb_B}^{b_B}(k-1))' \end{pmatrix}$$

où $x_i^{b_j}(k)$ est le nombre de véhicules TC appartenant à la ligne TC numéro j se trouvant durant l'intervalle de temps $[kT, (k+1)T]$ sur l'arc i et $x_{arrêtj}^{b_j}(k-1)$ est le nombre de véhicules TC appartenant à la ligne TC numéro j se trouvant durant l'intervalle de temps $[(k-1)T, kT]$ sur l'arc possédant un arrêt de la ligne j et numéroté par arrêt j . La matrice A^b est donnée par :

$$A^b = \left(\begin{array}{c|c} A_0^b & A_1^b \\ \hline 1 & 0 \end{array} \right)$$

5.3 Le modèle global

La variable d'état du système consiste donc en un vecteur de dimension $(N + Nb + Nbarrêt)$ où N est le nombre d'arc du système, Nb est le nombre d'arcs traversés par les lignes TC et $Nbarrêt$ est le nombre d'arcs possédants un arrêt TC :

$$X(k) = \begin{pmatrix} X^V(k) \\ X^B(k) \end{pmatrix}$$

La dynamique du système est donc représentée par l'équation suivante :

$$X(k+1) = AX(k) + BG(k) \quad (11)$$

où, A est une matrice de dimension $(N + Nb + Nbarrêt) \times (N + Nb + Nbarrêt)$ et B est une matrice dont les éléments non nuls sont donnée par l'équation (5):

$$A = \left(\begin{array}{c|c} I & 0 \\ \hline 0 & A^b \end{array} \right) \quad B = \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix}$$

Avec ces matrices on voit bien que nous ne pourrions pas commander les TC à cause du bloc nul de la matrice B . Cependant, cela ne pose pas de problèmes parce que dans la définition du modèle, nous supposons que les temps des parcours des TC sont fixes. Ce que nous voulons, c'est d'agir de façon à faire respecter ces temps.

6 PROBLÈME DE COMMANDE OPTIMALE

Notre objectif est de résoudre un problème de commande LQ pour réguler le trafic en respectant la dynamique du système donnée par les équations (5) et (8).

6.1 Critère d'optimisation

Notre objectif dans ce travail, du point de vu régulation du trafic, est de favoriser la progression des TC dans le réseau par rapport à celle des VP, mais sans dégrader les conditions globales de circulation. Du point de vu commande du système, nous souhaitons résoudre un problème de commande optimale du type Linéaire Quadratique (LQ). Le critère doit donc être quadratique. Ces deux objectifs peuvent être atteint grâce au critère d'optimisation suivant :

$$\min_G J(G) = \sum_{k=0}^{\infty} (\alpha(X(k)'X^b(k)) + \beta\|X(k)\|^2 + \gamma\|G(k)\|^2) \quad (12)$$

où α , β and γ sont des paramètres de pondération non-négatifs et les X sont données par les équations dynamiques (5) et (8).

Le premier terme du critère ($X(k)'X^b(k)$) met en évidence les conditions du trafic sur les arcs traversés par les TC précisément au moment où ces véhicules TC s'y trouvent. Le second membre vise à réduire le nombre de véhicule sur chaque arc du réseau, et donc à égaliser la congestion sur tous les arcs. Le rôle de ce second terme est principalement de ne pas améliorer la circulation sur les arcs traversés par les TC au detriments des autres arcs du réseau. Enfin, le dernier terme est utilisé afin d'éviter les grandes variations des variables de commande.

Le critère d'optimisation (équation 12) possède trois termes différents pondérés par les paramètres α , β et γ . Le choix des valeurs de ces paramètres permet de modifier l'objectif de la régulation. Par exemple, pour $\alpha = 0$, $\beta = \gamma = 1$, la stratégie est équivalente à TUC, qui ne tient pas compte de la présence des TC. Au contraire un paramètre α important ($\alpha \gg \beta$) pénalisera fortement les arcs ne supportant pas les TC, etc.

6.2 Loi de commande

le problème de commande optimale consiste à minimiser le critère donné par l'équation (12) en respectant la dynamique du système donnée par le système d'équations (11). Utilisant méthode d'optimisation LQ (Culioli, 1994), la loi de commande appliquée est donnée par l'équation suivante :

$$G(k) = G^N - R.X(k) \quad (13)$$

où G^N est le vecteur de commande nominale et R la matrice de Riccati qui dépend des coefficients du critère : α , β et γ .

En appliquant l'équation (13) à $G(k)$ et puis à $G(k-1)$, par simple soustraction, on obtient :

$$G(k) = G(k-1) - R.(X(k) - X(k-1)) \quad (14)$$

L'usage de l'équation (14) plutôt que l'équation (13), permet d'éviter l'estimation des valeurs nominaux de la commande.

Notons que le choix d'un horizon de temps infini dans l'équation (12) implique le fait que la matrice de Riccati R est indépendante du temps. Ce choix se justifie par la volonté d'une commande temps réel des feux des carrefours et donc la simplification des calculs pour chaque commande. Il présente néanmoins l'inconvénient de considérer une moyenne temporelle du critère, ce qui réduit l'importance de notre principal objectif qui est de réduire le nombre de véhicule sur les arcs **aux instants** où les véhicules TC y sont sur ces arcs. D'où notre idée de tester différentes stratégies, suivant que l'on utilise une seule matrice de Riccati, ou une combinaison de matrices, chacune d'elle calculée pour un état différent du système.

6.2.1 Stratégie avec Priorité aux TC : PTC

Comme on l'a dit auparavant le choix des paramètres α , β et γ , permet de fixer différents objectifs de commande. La première stratégie testée consiste à favoriser légèrement plus les TC : $\alpha = \beta = 1$ dans l'équation (12).

6.2.2 Stratégie avec Priorité très Forte aux TC : PFTC

Dans cette deuxième stratégie, une très grande importance est accordée au premier terme du critère qui consiste à favoriser les arcs supportant les bus aux instants où ils y sont : $\alpha \gg \beta$ (Bhourri and Lotito, 2005).

6.2.3 Stratégie Mixte

Cette stratégie se base sur les mesures données par les capteurs de présence des véhicules TC sur l'arc et utilise deux critères différents (équation de Riccati différentes) suivant la présence ou l'absence prouvée du véhicule TC sur l'arc.

C'est un bon compromis entre une seule matrice de Riccati (la même pour tous les k) et une suite infinie ou très grande de matrices de Riccati (une pour chaque k). L'idée c'est de donner des directives d'une façon pratique et implementable. Les contrôleurs des carrefours disposent de deux matrices de Riccati calculées de la façon suivante: la première ne tient point compte des TC (TUC par exemple), par contre la deuxième tient compte d'une façon très forte (α très grand). La matrice correspondant à la situation des TC est utilisé dans chacun des carrefours du réseau.

Plus précisément, considérons R_1 la matrice de Riccati obtenue avec TUC (ou un autre critère indépendant de la position des TC). Soit R_2 la matrice de

Riccatti obtenue avec un critère qui tient compte de la position des TC ($\alpha \gg \beta$). La commande optimale est donnée par :

$$G_k = G_{nom} + (P_k R_1 + (I - P_k) R_2)(X_k - X_{k-1}) \quad (15)$$

où P_k est une matrice diagonale dont chaque element vaut 1, si au moment k il y a un véhicule TC en attente sur l'arc correspondant.

Cette stratégie est plus intelligente puisqu'elle permet de réduire la congestion dans les arcs où il y a des véhicules TC aux instants où ils y sont, sans l'augmenter sur les arcs où il n'y en a pas. Les résultats de simulation seront détaillés dans la section (7).

6.3 Les contraintes

La résolution du problème de commande optimale par la méthode LQ ne permet pas de tenir compte des contraintes. Cependant, compte tenu du fonctionnement d'un carrefour (voir la section 4), pour chaque carrefour j , les durées des feux verts doivent respecter un certain nombre de contraintes :

- la durée du cycle (C)
- le diagramme de phase : toutes les phases P_j doivent avoir leur feu vert à l'intérieur du cycle
- les temps de dégagements entre les phases R_j

ce qui implique :

$$\sum_{i \in P_j} G_{j,i} + R_j = C \quad (16)$$

D'autre part, la durée de chaque feu vert est limitée par un maximum et un minimum. En effet, une durée de feu rouge trop longue sur un courant peut être interprétée par les usagers comme un dysfonctionnement des feux du carrefour et impliquer leur non-respect :

$$G_{j,i,min} \leq G_{j,i} \leq G_{j,i,max} \quad (17)$$

Nous avons résolu ce problème par une projection des valeurs des commandes qui ne respectent pas les contraintes sur les valeurs les plus proches. Ceci en résolvant le problème d'optimisation donné par l'équation (18) en respectant les contraintes des équations (16) et (17) pour chaque valeur de la commande obtenue.

$$\min \sum_{i \in P_j} (G_{j,i} - \bar{G}_{j,i})^2 \quad (18)$$

Ce problème appartient à la classe de problèmes de sac-à-dos quadratiques (Quadratic Knapsacks) et la solution numérique a été fait suivant l'algorithme présenté en (Lotito, 2005).

7 TESTS EN SIMULATION

7.1 Description du réseau pour l'exemple

Le réseau utilisé pour les test en simulation, représenté sur la figure (5), possède 8 carrefours (représentés par des cercles sur la figure 5) et 32 arcs, dont 12 sont raccordées aux entrées du réseau (représentés par les carrés). Chaque carrefour à feux fonctionne en deux phases (16 durées de vert). Les débits d'entrée au réseau ont été choisis égaux à 0 sauf pour les entrées 1, 3, 8, 10, 11, 12 qui sont tous égaux à 0,5 véh/s. Les temps de verts initiaux sont supposés égaux à la moitié du cycle des feux (0,5.C). Les pourcentages des mouvements tournants sont égaux à 50% pour les tout-droits, 25% pour les tournées à gauche et 25% pour les tournées à droite. Les débits de saturation sont égaux a 1 pour tous les arcs. Le réseau est traversé par 2 lignes TC avec plusieurs arrêts. La première part de l'entrée numéro 12, passe par les carrefours 1, 2, 3, 6 et 5. Elle possède des arrêts sur les arcs $E_{12} \rightarrow 3$ (partant de l'entrée numéro 12 et allant au carrefour numéro 1) et $2 \rightarrow 3$ (partant du carrefour numéro 2 et allant au carrefour numéro 3) et $6 \rightarrow 5$. Sa fréquence est d'un véhicule tous les 3 pas de temps. La deuxième part de l'entrée numéro 11, passe par les carrefours 8, 1, 2, 3 et 4. Elle possède des arrêts sur les arcs $E_{11} \rightarrow 8$, $1 \rightarrow 2$ et $3 \rightarrow 4$. Elle a une fréquence d'un passage par 5 pas de temps.

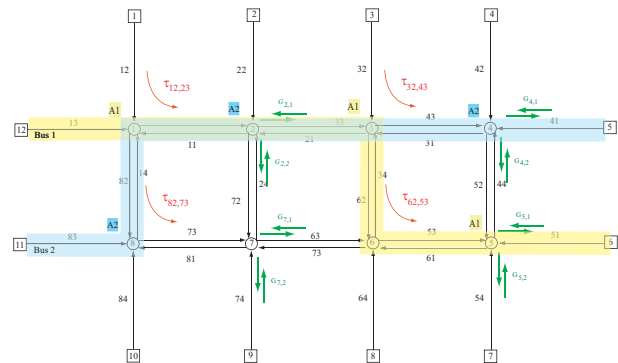


Figure 5: Le réseau

7.2 Analyse des résultats

Dans le but de tester la capacité de la commande, nous avons introduit une perturbation de 1 véh/s à

l'entrée numéro 3, entre les pas de temps $k = 5$ et $k = 20$.

Les résultats des tests en simulation pour les différentes stratégies sont données sur les figures 6 et 7. La première montre l'effet des différentes stratégies sur la congestion pour un arc supportant une ligne TC et la deuxième montre le cas d'un arc qui n'est pas emprunté par les lignes TC. Dans la figure 6 on a deux dessins, le premier représente l'évolution de la congestion sur l'arc $1 \rightarrow 2$. Le deuxième représente l'évolution de la commande pour le carrefour 2 pour les différentes stratégies. Dans la figure 7 les dessins représentent : l'évolution de la congestion sur l'arc $8 \rightarrow 7$ par rapport au temps et l'évolution de la commande pour le carrefour 7 pour les différentes stratégies.

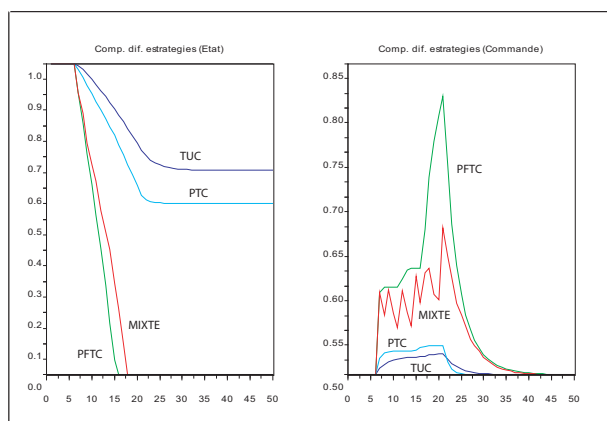


Figure 6: Résultat de simulation pour un arc utilisé par les TC.

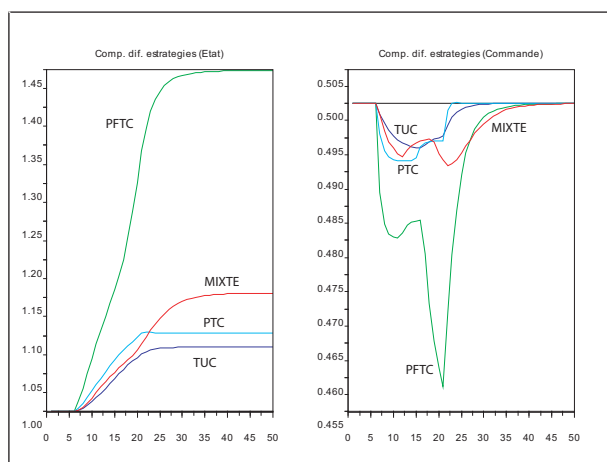


Figure 7: Résultat de simulation pour un arc jamais utilisé par les TC.

L'analyse de ces dessins montre que la meilleure stratégie sur la figure 6 est la PFTC. Cette stratégie donne par contre les moins bons résultats sur la figure 7. Ceci s'explique par le fait qu'elle pénalise

beaucoup les VP qui prennent cet arc. Ce dernier résultat est logique à cause du manque de commandabilité du système de control. La Stratégie Mixte cependant permet de trouver un bon compromis, permettant de favoriser les TC et réguler le trafic global.

8 CONCLUSION

Nous avons présenté dans cet article trois stratégies de régulation du trafic pour des réseaux urbains. Elles ont été testées en simulation et comparées à la stratégie TUC qui n'inclut pas les TC dans la commande. L'article montre que la meilleure façon de favoriser les TC sans dégrader les conditions générales de la circulation est d'utiliser une commande mixte : les durées des feux verts des carrefours sont calculées en ne tenant pas compte des positions des TC pour les arcs où circulent ces derniers. Par contre, nous accordons un poids très fort dans le critère d'optimisation aux arcs supportant les TC aux instants où ces derniers y sont. Cette stratégie fondée sur la théorie LQ est réaliste du point de vue de sa mise en oeuvre et les résultats numériques montre son efficacité. Des tests et analyses plus poussés sur des réseaux avec des données réelles du trafic seront réalisés pour la valider complètement.

References

- Bhourri, N. (2002). Intermodalité : bilan et perspectives des systèmes informatiques. Rapport, IN-RETS.
- Bhourri, N. and Lebacque, J. (2003). A model for the traffic equilibrium assignment problem in a multimodal transportation network. In *5th EURO/INFORMS on New Opportunities for Operations Research*, Istanbul-Turkey.
- Bhourri, N. and Lotito, P. (2005). An intermodal traffic control strategy for private vehicle and public transport. In *10th Euro Working Group on Transportation*, Poznan-Poland.
- Boillot, F., Midenet, S., and Pierrelée, J. (2000). Real-life cronos evaluation. In *Tenth International Conference on Road Traffic Information and Control*, number 472, pages 182–186. IEE London.
- Chen, W., Jarjees, G., and Drane, C. (1998). A new approach for bus priority at signalised intersections. In *ARRB Transport Research LTD Conference, 19th*, Sydney-Australia.
- Culioli, J.-C. (1994). *Introduction à l'optimisation*. Ellipses.

- Daganzo, C. and Laval, J. (2005). Moving bottlenecks: A numerical method that converges in flows. *Transportation Research Part B: Methodological*, 39.
- Diakaki, C., Papageorgiou, M., and Aboudolas, K. (2002). A multivariable regulator approach to traffic-responsive network-wide signal control. *Control Engineering Practice*, 10:183–195.
- Franco, G. (2000). TITOS : an open platform and test bed for its. In *7th World Congress on ITS*, Turin Italie.
- GART/CERTU (2000). *Suivi national des plans de déplacements urbains*. Le point au 30 juin 2000. Rapport d'étude Transport et Mobilité.
- Gazis, D. and Potts, R. (1963). The oversaturated intersection. In *2nd International Symposium on Traffic Theory*, pages 221–237, London, UK.
- Henry, J. and Farges, J. (1994). P.t. priority and prodyn. In *Proceeding of the first World Congress On Applications of Transport Telematics and Intelligent Vehicle Highway Systems*, pages 3086–3093, Paris-France.
- Hunt, P., Roberston, D., Bretherton, R., and M.C.Royle (1982). The scoot on-line traffic signal optimization technique. *Traffic Engineering & Control*, 23:190–199.
- Kellermann, A. and Schmid, A. (2000). Mobinet : Intermodal traffic management in munich-control centre development. In *7th World Congress on ITS*, Turin Italie.
- Lebacque, J., Lesort, J., and Giorgi, F. (1998). Introducing buses into first order macroscopic traffic flow models. In TRR, editor, *Transportation Research Records*, number 1664, pages 70–79.
- Lotito, P., Lebacque, J., and Quadrat, J. (2004). A bilevel model of taxation and its application to optimal pricing of congested highways. Guadeloupe-France.
- Lotito, P. A. (2005). Issues on the implementation of the dsd algorithm for the traffic assignment problem. *EJOR, European Journal of Operational Research*, In Press, Corrected Proof, Available online 11 April 2005.
- Mauro, V. and Tranto, C. D. (1989). Utopia. In *Proceedings in the 6th IFAC/IFIP/IFORS symposium on control, computers, communications on Transportation*, pages 245–252, Paris-France.
- Nes, R. V. (2001). *Design of multimodal transport systems*. Delft University Press. The Netherlands TRAIL Research School.
- Riegelhuth, G., Stern, G., and Behrendt, F. (1997). The entreprice project: a step towards information and mobility management. In *Paper n°2351*, Berlin.
- Scemama, G. (1994). La conception de plan de feux : une modélisation par la programmation sous contraintes. *Recherche-Transports-Sécurité*, (45):3–14.
- Scemama, G. and Tendjaoui, M. (2003). Claire-siti : Système pour la supervision intelligente, intermodale et intégrée des réseaux de transport de surface. In *ATEC*, Paris, France.