



**HAL**  
open science

# Métamodèles à gradients et multiniveaux de fidélité pour l'optimisation d'assemblages

Bruno Soulier, Nicolas Courrier, Luc Laurent, Pierre-Alain Boucard

► **To cite this version:**

Bruno Soulier, Nicolas Courrier, Luc Laurent, Pierre-Alain Boucard. Métamodèles à gradients et multiniveaux de fidélité pour l'optimisation d'assemblages. 12e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2015, Giens, France. hal-01436429

**HAL Id: hal-01436429**

**<https://hal.science/hal-01436429>**

Submitted on 16 Jan 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

## Métamodèles à gradients et multiniveaux de fidélité pour l'optimisation d'assemblages

B. Soulier<sup>1</sup>, N. Courrier<sup>1</sup>, L. Laurent<sup>2</sup>, P.-A. Boucard<sup>1</sup>

<sup>1</sup> LMT-Cachan, (ENS Cachan/CNRS/Université Paris-Saclay), {soulier,courrier,boucard}@lmt.ens-cachan.fr

<sup>2</sup> Laboratoire des Structures et des Systèmes Couplés, Conservatoire National des Arts et Métiers, Paris, luc.laurent@cnam.fr

**Résumé** — L'intégration de l'optimisation dans le processus de conception de structures industrielles complexes est confrontée aux coûts de calculs. Dans le cadre des stratégies d'optimisation multiniveaux basées sur des métamodèles, ce travail vise à proposer une méthode de construction de métamodèles couplant d'une part la prise en compte des gradients des fonctions objectifs et d'autre part la prise en compte des données de calculs partiellement convergés. L'application au dimensionnement d'assemblage avec contact frottant illustre les gains en temps de calculs.

**Mots clés** — optimisation multiniveaux, métamodèle, cokrigage, convergence partielle.

### 1 Introduction

Le dimensionnement des assemblages conduit généralement l'ingénieur à rechercher les paramètres optimaux tels que les dimensions des pièces assemblées, les jeux et les ajustements entre les pièces ainsi que les couples de serrage dans le cas des liaisons boulonnées. La simulation du comportement mécanique de ce type d'assemblage avec contact frottant fait appel à des modèles EF non linéaires et est généralement très coûteuse en temps de calculs. Dans le cadre d'étude multi-paramétrique ou de démarche d'optimisation, de nombreuses résolutions correspondant à différents jeux de paramètres doivent être réalisées, et de fait l'optimisation des assemblages est souvent difficilement réalisable. Pour réaliser une optimisation globale et robuste des assemblages avec un temps de calcul raisonnable, nous avons développé une stratégie d'optimisation multiniveaux [1] basée sur l'optimisation successive d'un modèle réduit de substitution (métamodèle) et du modèle EF complet (figure 1), s'appuyant sur une stratégie multiparamétrique [2] basée sur l'approche LaTin [3].

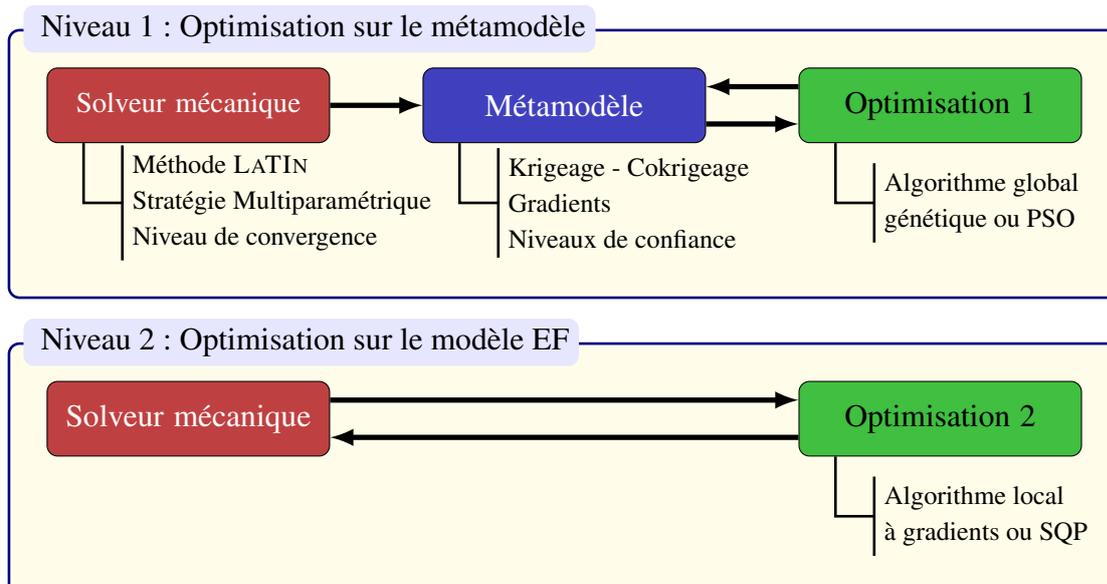


FIGURE 1 – Schéma synoptique de l'optimisation à deux niveaux de modèles

Dans un premier temps, un métamodèle est construit à partir des simulations numériques réalisées en

certain points du domaine de conception. Puis une optimisation globale est réalisée sur le métamodèle de manière à localiser les zones d'intérêt devant contenir le minimum global de la fonction objectif. Dans un second temps, une optimisation locale est réalisée sur le modèle mécanique complet dans la zone déterminée précédemment.

La réduction des coûts de calcul sur l'ensemble de la démarche d'optimisation nécessite la diminution des coûts de calcul inhérents à la génération du métamodèle qui nécessite des simulations sur le modèle EF, mais aussi la diminution dans la phase d'optimisation sur le modèle EF. Pour répondre au problème de coût de calcul induit par la construction du métamodèle, deux pistes sont développées. La première consiste à ne pas faire converger systématiquement le calcul pour chaque jeu de paramètres, en effet, lors d'une phase exploratoire ou dans une zone loin de l'optimum global il peut être intéressant d'obtenir, avec une description fine du problème, une solution partiellement convergée liée à la résolution approchée du problème à traîter. La seconde piste consiste à intégrer les informations gradients dans la construction du métamodèle.

On propose dans ce travail de coupler ces deux techniques d'enrichissement dans la construction du métamodèle en intervenant sur la précision des simulations numériques d'une part et en intégrant l'information gradients d'autre part.

## 2 Métamodèles à gradients

La stratégie d'initialisation de l'algorithme itératif LaTin pour un jeu de paramètres à partir des données d'interface issues d'un précédent calcul réduit d'autant plus les temps de calculs que les points sont proches dans l'espace de variation des paramètres. De fait, la stratégie multiparamétrique permet de calculer les gradients des fonctions objectif par différence-finies à moindre coûts. Les informations gradients sont également évaluées en certains points lors du second niveau d'optimisation. L'idée est d'enrichir le métamodèle avec les informations gradients définies en certains points de l'échantillon. Pour intégrer ces informations de type gradient dans les modèles de substitution un métamodèle de type cokrigeage a été mis en oeuvre [4] [5].

Le cokrigeage est issu de la géostatistique multivariable [6] et a été étendu aux réponses et gradients par [7]. Dans l'espace de conception  $\mathcal{D}$  défini par les  $m$  paramètres  $x_i$  avec  $i \in \{1 \dots m\}$ , il fournit une approximation de la fonction connue en  $n$  points échantillonnés par sa réponse  $\mathbf{y} = (y^1, \dots, y^n)^t$  et son gradient  $\mathbf{dy} = (\frac{\partial y^1}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial y^1}{\partial x_m}, \dots, \frac{\partial y^n}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial y^n}{\partial x_m})^t$ . Dans le cadre du cokrigeage universel l'estimateur de la fonction en un point  $\mathbf{x}^{(0)} \in \mathcal{D}$  est donné en équation 1.

$$\hat{Y}(\mathbf{x}^{(0)}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(0)})^t \boldsymbol{\beta} + \mathbf{r}(\mathbf{x}^{(0)})^t \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\beta}) \quad \text{avec} \quad \boldsymbol{\beta} = (\mathbf{F}^t \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} (\mathbf{F}^t \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y}) \quad (1)$$

Le vecteur réponses est défini par  $\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{dy} \end{bmatrix}$  et la matrice de corrélation est égale à  $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{C}_D \\ \mathbf{C}_D^t & \mathbf{C}_{DD} \end{bmatrix}$ .

Le vecteur  $\mathbf{r}$  correspond aux corrélations entre les sites échantillonnés et le point courant  $\mathbf{x}^{(0)}$ , la matrice  $\mathbf{C}$  correspond aux corrélations entre les  $n$  sites échantillonnés.  $\mathbf{C}_D$  et  $\mathbf{C}_{DD}$  sont respectivement la matrice liant les réponses et les gradients aux sites échantillonnés et la matrice liant les gradients aux sites échantillonnés [4] [5].

Afin d'illustrer les gains liés à l'ajout des gradients dans la construction du métamodèle, la fonction analytique suivante définie dans [8]  $f_1(x) = (6x - 2)^2 \sin(12x - 4)$  avec  $x \in [0; 1]$  est utilisée. La figure 2 permet de comparer à partir d'un échantillon de quatre points les métamodèles de cokrigeage construits avec les fonctions de corrélation gaussienne et Matérn en intégrant successivement les gradients aux quatre points et les gradients en seulement deux points de l'échantillon. Différents indicateurs regroupés dans le tableau 2 montre l'apport des gradients sur la qualité des métamodèles : excepté  $r^2$ , plus la valeur des critères est faible, plus le métamodèle fournit une approximation de qualité. A partir des écarts  $e_i$  calculés en  $n_v$  points de vérification entre les évaluations de la fonction et le métamodèle (équation 2), trois indicateurs  $Q_i$  sont définis.

$$\forall i \in \{1 \dots n_v\} \quad e_i = \frac{(\hat{Y}(\mathbf{x}^{(i)}) - Y(\mathbf{x}^{(i)}))^2}{\sup_{j \in \{1 \dots n_v\}} Y(\mathbf{x}^{(j)})^2} \quad Q_1 = \sup_{i \in \{1 \dots n_v\}} (e_i) \quad Q_2 = \sum_{i=1}^{n_v} e_i \quad Q_3 = \frac{Q_2}{n_v} \quad (2)$$

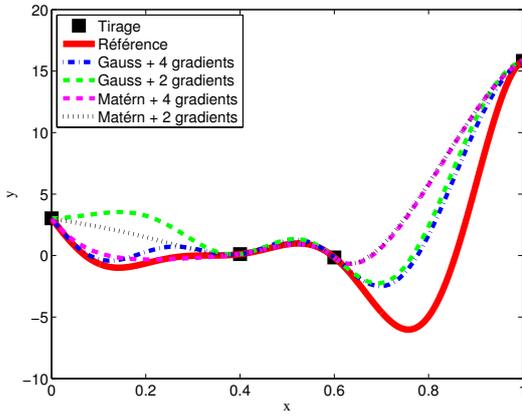


FIGURE 2 – Cokrigage avec gradients

	4 gradients		2 gradients	
	Gauss	Matérn	Gauss	Matérn
r2	0,79	0,51	0,74	0,52
RMAE	7,05	17,70	1,69	2,36
RAAE	1,52	2,34	0,54	0,61
$Q_1$	0,19	0,46	0,24	0,47
$Q_2$	2,81	7,06	4,80	7,73
$Q_3$	0,028	0,071	0,048	0,077

TABLE 1 – Critères de qualité des métamodèles à gradients

### 3 Multiniveaux de fidélité

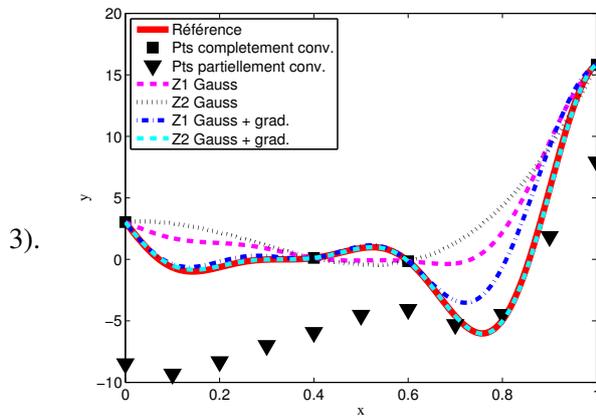
La méthode LaTin permettant d'obtenir des approximations des solutions sur tout l'intervalle de chargement sans faire converger complètement le calcul, nous exploitons cette propriété pour enrichir notre métamodèle d'informations partiellement convergées et mettre en place une démarche multiniveaux de fidélité. En complément de la méthode à correction de surface additive [9] basée sur un métamodèle de krigeage exploitée avec succès en calcul de structures [10], nous proposons de mettre en place une méthode basée sur un métamodèle de cokrigage avec deux niveaux de données (partiellement et complètement convergées) ayant la même fonction de corrélation pour la méthode Z1 définie par [11] ou de manière plus générale ayant un indicateur de corrélation entre les deux niveaux pour la méthode Z2 définie par [12]. L'originalité de nos travaux est de coupler ces deux méthodes de multiniveaux de fidélité à un métamodèle de cokrigage enrichi de l'informations gradient.

Dans l'espace de conception  $\mathcal{D}$  on définit  $\mathbf{X}_f = (\mathbf{x}_f^{(1)}, \dots, \mathbf{x}_f^{(n_f)})$  et  $\mathbf{X}_p = (\mathbf{x}_p^{(1)}, \dots, \mathbf{x}_p^{(n_p)})$  respectivement les  $n_f$  points de simulations correspondant aux calculs complètement convergés et les  $n_p$  points pour lesquels sont réalisés des calculs partiellement convergés ainsi que les vecteurs des réponses associées  $\mathbf{Y}_f = (y_f^{(1)}, \dots, y_f^{(n_f)})^t$  et  $\mathbf{Y}_p = (y_p^{(1)}, \dots, y_p^{(n_p)})^t$ .

Dans le cadre du cokrigage universel l'estimateur de la fonction en un point  $\mathbf{x}^{(0)} \in \mathcal{D}$  est donné en équation 3.

$$\hat{\mathbf{Y}}(\mathbf{x}^{(0)}) = \tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{x}^{(0)})^t \boldsymbol{\beta} + \tilde{\mathbf{r}}(\mathbf{x}^{(0)})^t \tilde{\mathbf{R}}^{-1} (\tilde{\mathbf{Y}} - \tilde{\mathbf{F}} \boldsymbol{\beta}) \quad \text{avec} \quad \tilde{\mathbf{Y}} = [\mathbf{Y}_f \quad \mathbf{Y}_p] \quad (3)$$

Le tableau 3 montre que sur l'exemple analytique défini par la fonction haut niveau précédente  $f_1(x)$  complétée des données de bas niveau générées par la fonction  $f_2(x) = 0,5f_1(x) + 10(x-0,5) - 5$ , l'ajout des gradients améliore significativement la qualité du modèle réduit pour les méthodes Z1 et Z2 (figure



3).

	Z1	Z2	Z1+g .	Z2+g.
r2	0,72	0,52	0,89	0,99
RMAE	1,60	2,11	1,06	0,05
RAAE	0,50	0,65	0,23	0,01
$Q_1$	0,20	0,36	0,09	2e-4
$Q_2$	38,04	64,23	12,90	0,03
$Q_3$	0,038	0,064	0,01	3e-5

TABLE 2 – Critères de qualité des métamodèles à multiniveaux de fidélité

FIGURE 3 – Couplage multifidélité / gradients

L'influence des dimensions d'une rainure sur le champ de pression à l'interface de deux surfaces en contact (figure 3) est réalisé avec 20 simulations partiellement convergées et 6 simulations complètement convergées. Le tableau 3 montre que l'ajout des gradients des données complètement convergées permet d'accroître la qualité de l'approximation.

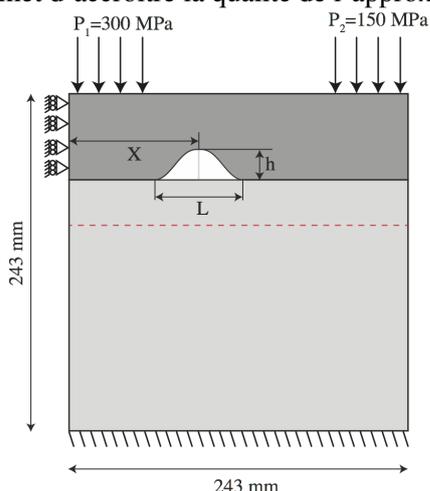


FIGURE 4 – Analyse d'une rainure

	Z1 avec grad.	Z1 sans grad.
r2	0,644	0,770
RMAE	0,2269	0,2
RAAE	0,0187	0,0139
Q <sub>1</sub>	0,0272	0,0227
Q <sub>2</sub>	0,2056	0,1337
Q <sub>3</sub>	5e-4	3e-4

TABLE 3 – Critères de qualité du métamodèle

### 3.1 Conclusion

La mise en oeuvre d'une stratégie de construction de métamodèle couplant des données à différents niveaux de fidélité et l'information gradient du haut niveau de fidélité permet d'améliorer la qualité des approximations. L'application au calculs de structures pour la construction de modèles réduits à partir de données partiellement convergées et de gradients semble pertinente en terme de qualité de métamodèle et de gain de temps de calcul.

### 3.2 Références bibliographiques

#### Références

- [1] B. Soulier, P.-A. Boucard. *A multiparametric strategy for the two step optimization of structural assemblies*, Structural and Multidisciplinary Optimization, 4 :539–553, 2013.
- [2] P.-A. Boucard, L. Champaney, *A suitable computational strategy for the parametric analysis of problems with multiple contact*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 57(9) :1259–1281, 2003.
- [3] P. Ladevèze. *Nonlinear computational structural mechanics : new approaches and non-incremental methods of calculation*, Springer Verlag, 1999.
- [4] L. Laurent, P.-A. Boucard, B. Soulier. *Generation of Cokriging Metamodel Using Multiparametric Strategy*, Computational Mechanics, 51(2) :151-169, 2013.
- [5] L. Laurent, P.-A. Boucard, B. Soulier. *A dedicated multiparametric strategy for the fast construction of a cokriging metamodel*, Computers and Structures, 124(0) :61-73, 2013.
- [6] H. Wackernagel. *Multivariate geostatistics : an introduction with applications*, Springer Verlag, 1995.
- [7] M.D. Morris, T.J. Mitchell, D. Ylvisaker. *Bayesian design and analysis of computer experiments : use of derivatives in surface prediction*, Technometrics, 35(3) :243–255, 1993.
- [8] A.I.J. Forrester, A. Sobester, A. Keane. *Engineering Design via Surrogate Modelling : A Practical Guide*, Progress in Astronautics and Aeronautics Series, 226, John Wiley Sons, 2008.
- [9] A. Forrester, N. Bressloff, A. Keane. *Optimization using surrogate models and partially converged computational fluid dynamics simulations*, Proceedings of the Royal Society, 462(A) :2177-2204, 2006.
- [10] N. Courrier, P.-A. Boucard, B. Soulier. *The use of partially converged simulations in building surrogate models*, Advances in Engineering Software, 67 :186–197, 2014.
- [11] R. Zimmermann, Z.-H. Han. *Simplified cross-correlation estimation for multi-fidelity surrogate cokriging models*, Advances and Applications in Mathematical Sciences, 2010.
- [12] Z.-H. Han, R. Zimmermann, S. Görtz. *Alternative cokriging model for variable-fidelity surrogate modeling*, AIAA Journal, 50(5) :1205-1210, 2012.