

# Sur un modèle micro pour le calcul des structures en composites stratifiés

Michaël Trovalet, Pierre Ladevèze, Gilles Lubineau

► **To cite this version:**

Michaël Trovalet, Pierre Ladevèze, Gilles Lubineau. Sur un modèle micro pour le calcul des structures en composites stratifiés. 9e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2009, Giens, France. hal-01422166

**HAL Id: hal-01422166**

**<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01422166>**

Submitted on 23 Dec 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# Sur un modèle micro pour le calcul des structures en composites stratifiés

M. Trovalet<sup>1,2</sup>, P. Ladevèze<sup>1,2</sup>, G. Lubineau<sup>2</sup>

<sup>1</sup> LMT-Cachan (ENS Cachan/CNRS/UPMC/PRES UniverSud Paris)  
61, av. du président Wilson, 94230 Cachan  
trovalet@lmt.ens-cachan.fr

<sup>2</sup> EADS Fondation Chair, Advanced Computational Structural Mechanics

---

**Résumé** — Un modèle d'endommagement pour le calcul à l'échelle micro de structures composites stratifiées est développé. La microfissuration et le délaminage sont décrits de façon discrète alors que les dégradations diffuses (détérioration de matrice, d'interfaces fibre-matrice) sont homogénéisés au sein du matériau « fibre-matrice ». L'article décrit de récents développements : intégration de la plasticité et la viscosité matricielle, et de la fatigue. Le calcul d'éprouvettes expérimentales devient possible grâce à une stratégie de calcul multiéchelle qui ici a été parallélisée.

**Mots clés** — composites stratifiés, dégradations, simulations.

---

## 1 Introduction

Les matériaux composites stratifiés sont depuis longtemps utilisés dans l'industrie aéronautique, leur rôle ne cesse d'augmenter, au point que des pièces maîtresses sont maintenant entièrement réalisées en stratifiés. Cependant, ce sont des matériaux complexes, intégrant une hétérogénéité forte, entre la fibre très rigide et la matrice beaucoup plus souple. Le nombre important d'interfaces (fibre/matrice ou pli/pli) rend les phénomènes de dégradation jusqu'à rupture très complexes. La confiance actuelle dans les modèles n'est donc pas grande, rendant l'utilisation de ce type de matériau non optimale. La figure 1 rappelle les principaux modes de dégradation observés dans les stratifiés, qui seront modélisés par la suite dans le modèle micro hybride. Pour

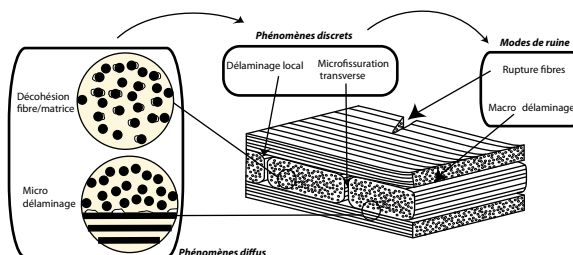


Figure 1 – Les phénomènes de dégradation au sein des stratifiés

modéliser ces dégradations, traditionnellement, deux visions s'affrontent : la micromécanique et la mésomécanique des stratifiés. La première s'attache à décrire et prévoir l'initiation et la propagation des fissures à partir de l'état de contrainte [11, 2, 12], alors que la deuxième tend à déterminer

les propriétés résiduelles des matériaux dégradés [6, 1]. Le modèle micro développé réconcilie ces deux visions, en intégrant à la fois le côté discret de la propagation des fissures, et le côté continu des dégradations diffuses [5, 8]. Ici, le modèle est complété par l'introduction de la plasticité et de la viscosité de la matrice, et également de la fatigue. Ainsi, il rend compte de façon complète des connaissances que l'on a sur le comportement du composite aux échelles micro et meso.

La simulation numérique d'éprouvettes expérimentales, même simples, conduit à des problèmes à très grand nombre de degrés de liberté (ddls en abrégé), dont la résolution est rendue possible grâce à une stratégie de calcul multiéchelle dédiée [9, 15]. Ici, nous allons plus loin en parallélisant cette démarche.

## 2 Le modèle micro hybride

Le modèle hybride présentés ici, est séparé en une modélisation continue, et une modélisation discrète prenant en compte la fissuration.

### 2.1 Modélisation « discrète »

Les fissures (microfissuration transverse et délaminage) sont représentées de manière discrète au sein du modèle. On introduit pour cela des surfaces minimales de rupture, dans le cadre de la mécanique de la fissuration discrète [4]. Ainsi, n'importe quel état de fissuration résultera de ruptures successives de surfaces élémentaires. Leurs dimensions sont définies par des considérations énergétiques [8], et le critère de rupture d'une surface minimale est un critère mixte en taux de restitution d'énergie. A l'initiation, les cas des plis fins et épais sont différenciés [3]. Les premiers auront tendance à avoir des microfissures ne traversant pas complètement la largeur du pli, alors que c'est le cas pour les plis épais, où le critère se rapprochera d'un critère en contrainte

Une fois ce critère atteint, le comportement initialement « parfait » d'une surface minimale est remplacé par du contact avec frottement. Afin de prendre en compte les incertitudes sur les paramètres matériau, une variabilité est introduite sur le taux de restitution d'énergie critique, à l'aide d'une loi de probabilité uniforme sur un intervalle donné.

#### 2.1.1 Rupture sens fibre

L'un des modes de rupture des stratifiés est la rupture sens fibre, pouvant intervenir aussi bien en compression qu'en traction. Dans le cas de la traction, le mécanisme est simple, la fibre, dont le comportement peut être considéré comme élastique fragile, rompt subitement. Dans le cas de la compression, le phénomène de kink-band apparaît, correspondant à un flambage des fibres, suivi de la destruction de la matrice environnante. Ce mode de dégradation est très dépendant du niveau de cisaillement, c'est pourquoi, un critère mixte compression/cisaillement est introduit.

La rupture sera introduite par volume élémentaire (cube de matériau fibres-matrice de côté  $h$ , avec  $h$  l'épaisseur du pli). Ainsi, chaque volume sera soit sain dans le sens fibre, soit complètement dégradé. On introduit pour cela une nouvelle variable  $d_f$ , constante par volume élémentaire de matériau fibre-matrice, de sorte que l'énergie de déformation s'écrive, en prenant en compte toutes les variables d'endommagement (voir paragraphe suivant) :

$$2e_d = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1(1-d_f)} & -\frac{\nu_{12}}{E_1(1-d_f)} & -\frac{\nu_{12}}{E_1(1-d_f)} \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1(1-d_f)} & \frac{1}{E_2(1-[\sigma_{22}]^+ d_f')} & -\frac{\nu_{23}}{E_3} \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1(1-d_f)} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_2(1-[\sigma_{33}]^+ d_f')} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \end{bmatrix} + \frac{\sigma_{12}^2}{G_{12}(1-\tilde{d})} + \frac{\sigma_{13}^2}{G_{13}(1-\tilde{d})} + \frac{\sigma_{23}^2}{G_{23}(1-\tilde{d})} \quad (1)$$

où la direction 1 est la direction des fibres, 2 la direction transverse, et 3 la direction perpendiculaire au pli.  $d_f$  est pilotée à partir des forces d'endommagement sens fibre ( $Y_{d_f}$ ) et cisaillement ( $Y_{\tilde{d}}$ ). Le critère de rupture de fibre s'écrit donc :

$$\frac{Y_{d_f}}{Y_{Ct}} > 1 \quad \text{en traction} \quad (2)$$

$$\frac{Y_{d_f}}{Y_{Cc}} + \frac{Y_{\tilde{d}}}{Y_{\tilde{d}C}} > 1 \quad \text{en compression} \quad (3)$$

où  $Y_{Ct}$ ,  $Y_{Cc}$  et  $Y_{\tilde{d}C}$  sont des paramètres matériau. Dès que le critère sens fibre est atteint, la variable  $d_f$  passe de 0 à 1, entraînant avec elle la mise à 1 de  $\tilde{d}$  et  $\tilde{d}'$ , autrement dit, le matériau fibre-matrice correspondant est complètement dégradé.

## 2.2 Modélisation « continue »

Les volumes définis par les surfaces minimales de rupture introduites précédemment sont constitués de fibres et de matrice. Ces volumes élémentaires sont, dans le modèle, homogénéisés. Il en résulte alors un domaine appelé "matériau fibre-matrice", dans lequel les phénomènes continus sont pris en compte.

Par phénomènes continus, il est ici question des décohésions fibre/matrice [16, 14], de la plasticité et de la viscosité. Ces dégradations sont donc introduites dans le cadre de la mécanique classique des milieux continus et en particulier dans celui du mésomodèle d'endommagement des stratifiés [6]. Initialement, ce modèle peut prendre en compte les dégradations depuis la décohésion fibre/matrice jusqu'à la microfissuration et le délaminage. Ici, en se limitant à la décohésion fibre/matrice, les niveaux d'endommagement resteront assez faibles.

Pour prendre en compte la décohésion fibre/matrice, deux variables d'endommagement sont introduites, une pour le cisaillement  $\tilde{d}$ , et l'autre dans le sens transverse  $\tilde{d}'$  équation (1). Elles sont pilotées à l'aide de lois d'évolution énergétiques.

### 2.2.1 Plasticité et viscosité

La plasticité et la viscosité jouent des rôles importants dans l'initiation des fissures. Ces deux phénomènes sont amplifiés par la présence des dégradations diffuses au sein du pli. C'est pourquoi, les lois de plasticité et viscosité seront exprimées à l'aide des quantités effectives,  $\tilde{\sigma}$  et  $\tilde{\varepsilon}$ , dépendantes du niveau d'endommagement. Concernant la plasticité, un critère isotrope transverse est introduit :

$$f(\tilde{\sigma}, p) = \sqrt{\tilde{\sigma}_{12}^2 + \tilde{\sigma}_{13}^2 + \tilde{\sigma}_{23}^2 + a(\tilde{\sigma}_{22}^2 + \tilde{\sigma}_{33}^2)} - R(p) - R_0 \quad \text{avec} \quad R(p) = \beta p^\alpha \quad (4)$$

où  $a$ ,  $\beta$  et  $\alpha$  sont des paramètres matériau.

Pour la viscosité, l'évolution de la déformation visqueuse effective en cisaillement  $\tilde{\varepsilon}_{12}^v$  s'écrit à l'aide d'un modèle inspiré du modèle de Schapery [13] :

$$\tilde{\varepsilon}_{12}^v(t) = \int_0^t \Delta D(\psi(t) - \psi(\tau)) \frac{d\tilde{\sigma}_{12}}{d\tau} d\tau \quad \text{avec} \quad \psi(t) = \int_0^t \frac{dt'}{a_1} \quad (5)$$

avec  $\Delta D(t)$  la souplesse s'exprimant sous la forme d'une série de Prony. Une loi de comportement similaire est introduite dans la direction transverse (*i.e.* perpendiculaire aux fibres).

Le modèle hybride proposé ci-dessus est maintenant assez complet pour permettre des simulations réalistes de stratifiés élémentaires.

## 3 Simulation numérique

Ce modèle a été implémenté sur une plateforme numérique haute performances permettant le calcul parallèle. En effet, le modèle génère l'apparition d'un très grand nombre de fissures, et par conséquent d'un très grand nombre de volumes fibre-matrice. Le choix s'est donc porté sur une définition *a priori* des ces volumes (appelés par la suite sous-structures), et donc des fissures potentielles. La méthode dédiée décrite ci-dessous est basée sur une méthode de décomposition de domaine mixte, avec homogénéisation en espace.

### 3.1 La stratégie numérique

Le coeur de la stratégie numérique est la méthode LaTIn multiéchelle [7, 9]. Appliquée au cas du modèle hybride [15], elle consiste à mailler chacune des sous-structures (volume de matériau fibre-matrice élémentaire), puis à introduire des interfaces qui correspondent aux surfaces minimales de rupture du modèle. Une phase itérative permet de converger vers une solution au problème de référence dans le cas élastique.

Les aspects non-linéaires tels que la plasticité, la viscosité et l'endommagement diffus sont pris en compte grâce à un algorithme de Newton sécant, en considérant l'endommagement et les déformations plastiques et visqueuses constantes par sous-structure.

Concernant la fissuration, un calcul de taux de restitution d'énergie est effectué sur chaque surface minimale de rupture potentielle. Pour cela, le comportement de l'interface passe temporairement de "parfait" à contact frottant, permettant de calculer la différence d'énergie entre les états fissurés ou non, menant au taux de restitution d'énergie discret de l'interface.

Telle qu'elle est proposée, cette stratégie ne permet pas de traiter des calculs importants. En effet, la stratégie de décomposition de domaine impose notamment la résolution d'un problème dit « Macro ». Ce problème qui porte sur un nombre réduit de ddls, est global, donc dépendant de la taille du problème de référence. Pour les applications visées, il devient donc difficile de construire et stocker l'opérateur associé sur une seule machine, la mémoire vive disponible devenant vite limitante. C'est pourquoi, nous nous sommes tournés vers une parallélisation complète du code.

Une méthode de décomposition de domaine primale du problème macro de type BDD [10] a été introduite, afin de palier à ce soucis de mémoire. Cela revient à ajouter une échelle supplémentaire dans la résolution. Si bien que le problème macro, résolu initialement de manière directe, est maintenant résolu itérativement, avec un opérateur global mais décomposé sur les différents processeurs. Toutes les autres opérations de la stratégie sont locales par sous-structure ou par interface, donc aisément parallélisable.

Grâce à cette stratégie dédiée, il est maintenant possible d'effectuer des simulations numériques réalistes, nécessitant l'introduction de plusieurs millions, voire centaines de millions de ddls.

### 3.2 Illustrations

Les simulations proposées ci-dessous ont été menées sur un cluster de 27 noeuds bi-core, sur la plate forme informatique du LMT-Cachan. Huit processeurs ont été mobilisés pour mener les calculs. La taille des éprouvettes simulées reste encore assez petite (environ 20x5 mm), ce qui engendre des problèmes de 5 à 10 millions de ddls, pour des temps de calcul jusqu'à rupture de l'ordre de quelques heures, la recherche de fissure étant la phase la plus pénalisante. Les caractéristiques matériau retenues sont proches de celles du T700/M21.

#### 3.2.1 Fissuration jusqu'à rupture d'un $[0_2/90_2]_s$ .

Ce type de stratifié a la caractéristique de fissurer à des niveaux d'endommagement diffus assez faibles, laissant place à la microfissuration suivie du délaminage local et enfin de la rupture de fibre.

La figure 2(a) montre le réseau de fissures obtenu. La figure 2(b) montre un détail de la déformée obtenue pour ce même réseau. Chronologiquement, les microfissures se sont formées, jusqu'à ce que le délaminage apparaisse en pointe de fissure, faisant saturer le taux de microfissuration. Concernant l'endommagement diffus, le pli à  $0^\circ$  (bleu) reste à endommagement nul, et le pli à  $90^\circ$  (jaune) à un endommagement quasi-uniforme de 0.2 au moment où la fissure apparaît.

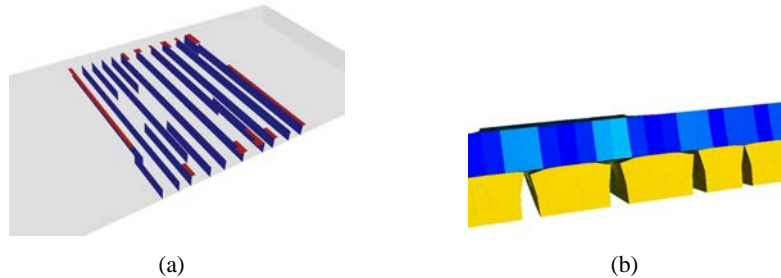
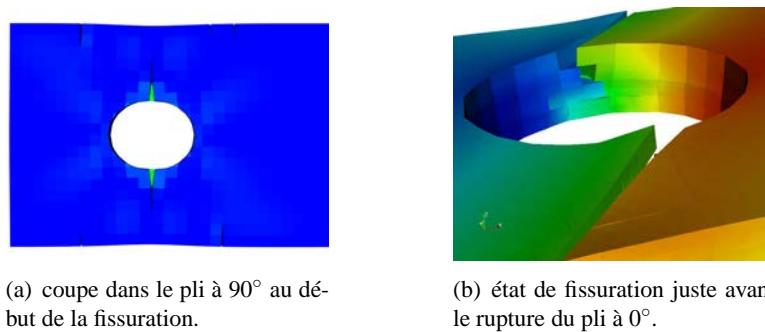


Figure 2 – Réseau de fissures pour la simulation en traction d'un  $[0_2/90_2]_s$

### 3.2.2 Fissuration jusqu'à rupture d'un $[45_2/90_2/-45_2/0_2]_s$ trouée.

L'éprouvette trouée à séquence quasi-isotrope est très utilisée dans le cadre des caractérisations des stratifiés. Le résultat de la simulation figure 3 montre la manière dont le modèle fait évoluer la fissuration. La figure 3(a) montre la première apparition de microfissures transverses, dans le pli à  $90^\circ$ , au bord du trou et sur les bords libres de l'éprouvette. Ces fissures se propagent ensuite, provoquant du délaminage, menant de nouveau à de la microfissuration transverse dans les plis adjacents à  $45^\circ$  et  $-45^\circ$ . C'est l'état qui est montré figure 3(b), au moment où le critère de rupture sens fibre est atteint (*i.e.* ruine de l'éprouvette).



(a) coupe dans le pli à  $90^\circ$  au début de la fissuration.

(b) état de fissuration juste avant le rupture du pli à  $0^\circ$ .

Figure 3 – Réseau de fissures pour la simulation en traction d'un  $[45_2/90_2/-45_2/0_2]_s$

## 4 Conclusions et perspectives

Le micromodèle hybride proposé permet la simulation pertinente d'éprouvettes simples jusqu'à rupture, en reproduisant fidèlement la chronologie des dégradations. Il doit être vu comme une base de données comportant les modélisations de l'ensemble des comportements indispensables à la prise en compte des dégradations menant à la rupture des stratifiés. Pour cela, des dégradations à différentes échelles doivent être prises en compte, en commençant par les dégradations diffuses, représentées ici de manière homogénéisée grâce à des variables d'endommagement, suivies des fissurations, représentée de manière discrète dans le cadre de la mécanique de la fissuration discrète. Actuellement, en quasi-statique, le modèle est compatible avec la connaissance

que l'on a des mécanismes de dégradation à l'échelle micro et méso. Les simulations sont rendues possible grâce aux progrès réalisés sur la stratégie numérique de décomposition de domaine, maintenant parallélisée. Il reste un effort à fournir pour simuler des éprouvettes plus réalistes. C'est le travail numérique en cours, avec pour objectif le calcul de cas à plusieurs centaines de millions de dds.

## Références

- [1] O. Allix, P. Ladevèze. Interlaminar interface modelling for the prediction of delamination. *Composite Structures*, Vol. 22, 235–242, 1992.
- [2] J.M. Berthelot. Transverse cracking and delamination in cross ply glass fibers and carbon fibers reinforced plastic laminates : static and fatigue loading *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 56, 1–37, 2003.
- [3] F. Crossman, A. Wang. *The dependence of transverse cracking and delamination on ply thickness in graphite/epoxy laminates*, Reifsnider K, editor, Damage in composite materials. ASTM-STP 775, 1982.
- [4] Z. Hashin. Analysis of cracked laminates : a variational approach *Mechanics of Materials* , Vol. 4, 121–136, 1985. *Mech. Mater.*, Vol. 4, 121–136, 1985.
- [5] P. Ladevèze Multiscale computational damage modelling of laminate composites. *Multiscale modelling of damage and fracture processes in composite materials*, CISM courses, Sadowski T, editor, Springer-Verlag 171–212, 2005.
- [6] P. Ladevèze, E. Le Dantec. Damage modeling of the elementary ply for laminated composites *Composites Science and Technology*, Vol. 43, 257–267, 1992.
- [7] P. Ladevèze, O. Loiseau, D. Dureisseix. A micromacro and parallel computational strategy for highly heterogeneous structures *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 52, 121–138, 2001.
- [8] P. Ladevèze, G. Lubineau, D. Violeau. A computational damage micromodel of laminated composites *International Journal of Fracture*, Vol. 137, 139–150, 2006.
- [9] P. Ladevèze, A. Nouy. On a computational strategy with time and space homogenization for structural mechanics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 193, 3061–3087, 2003.
- [10] J. Mandel. Balancing domain decomposition. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, Vol. 9, 233–241, 1993.
- [11] J. Nairn. Matrix microcracking in composites *Polymer Matrix Composites, Vol 2 of Comprehensive Composite Materials* , Vol. 2, 403–432, 2000.
- [12] J. Nairn, J. Hu. The initiation and growth of delaminations induced by matrix microcracks in laminated composites. *International Journal of Fracture*, Vol. 57, 1–24, 1992.
- [13] R.A. Schapery. A theory of nonlinear thermoviscoelasticity based on irreversible thermodynamics. *Proceeding of the fifth US National Congress in Applied Mechanics, ASME*, 511, 1966.
- [14] B. Sjogren, L. Berglund. The effects of matrix and interface on damage in grp cross-ply laminates cross-ply laminates. *Composites Science and Technology*, Vol 60, 9–21, 2000.
- [15] D. Violeau, P. Ladevèze, G. Lubineau. Micromodel-based simulations for laminated composites *Composites Science and Technology*, doi :10.1016/j.compscitech.2008.09.041, 2008.
- [16] H. Zhang, M. Ericson, J. Varna, L. Berglund. Transverse single-fibre test for interfacial debonding in composites : 1. Experimental observations. *Composites. Part A, Applied Science and Manufacturing*, Vol 28, 309–315, 1997.