Estimation de la fonction de Green entre deux antennes en réception en chambre réverbérante

M. Davy[1], J. de Rosny[2], P. Besnier[3]

[1]Institut d'Electronique et de Télécommunications de Rennes, UMR CNRS 6164, Université de Rennes 1, Rennes 35042, France, matthieu.davy@univ-rennes1.fr.

[2]ESPCI ParisTech, PSL Research University, CNRS, Institut Langevin - 1 rue Jussieu, F-75005, Paris, France, julien.derosny@espci.fr.

[3]Institut d'Electronique et de Télécommunications de Rennes, UMR CNRS 6164, INSA de Rennes, Rennes 35708, France, philippe.besnier@insa-rennes.fr.

Abstract. Dans cet article, nous nous intéresssons à la reconstruction de la fonction de Green en électromagnétisme. En mesurant l'inter-corrélation du champ diffus généré par une unique antenne en émission, nous démontrons que la réponse impulsionnelle entre deux antennes réceptrices peut être obtenue. La fonction d'inter-corrélation est analysée à partir d'un modèle basé sur le théorème de fluctuation-dissipation. Ces résultats montrent qu'il est possible de mesurer le couplage entre deux antennas en réception dans une chambre réverbérante.

I. INTRODUCTION

La technique de reconstruction de la fonction de Green est largement utilisée pour l'imagerie passive à partir du bruit ambiant. Elle est basée sur l'inter-corrélation d'un champ diffus mesuré sur un ensemble de récepteurs. Le théorème de fluctuation-dissipation (TFD) démontre que l'inter-corrélation entre deux points d'un champ à l'équilibre thermique est proportionnel dans le domaine fréquentiel à la partie imaginaire de la fonction de Green entre eux [Rytov(1989)], [Levin(1967)], [Agarwal(1975)], [Weaver(2001a)], [van Tiggelen(2003)]. Cette propriété a été étendue à des sources non thermiques pour lesquelles le principe d'équipartition est satisfait [Weaver(2001a)], [Weaver(2001b)], [van Tiggelen(2003)], [Wapenaar(2004)], [Snieder(2004)], [Wapenaar(2006)]. Dans le domaine temporel, les fonctions de Green causales et anti-causales sont obtenues de sorte que la réponse impulsionnelle entre deux récepteurs peut être reconstruite lorsque les signaux sont suffisamment large bande. La fonction de Green a été reconstruite à partir de radiations thermiques dans une cavité [Weaver(2001a)], [Davy(2013)] ainsi que pour un champ diffus généré par une multitude de sources de bruit décorrélées dans un volume [Wapenaar(2004)], [Snieder(2004)], [Sabra(2005)], [Roux(2005)]. Dans les cavités chaotiques[Weaver(2001a)], [Lobkis(2001)], [Weaver(2005)], [Chehami(2015)] et les milieux aléatoires [van Tiggelen(2003)], [Derode(2003)], [Larose(2006)], [De Rosny(2014)], la diffusion multiple augmente la vitesse de convergence de l'inter-corrélation vers la fonction de Green en fonction du nombre de sources de bruit. L'onde ballistique ainsi que les premières réflexions peuvent donc être estimées même pour un faible nombre de sources de bruit.

La technique de corrélation de bruit ambiant a fourni des résultats spectaculaires en sismologie [Campillo(2003)], [Shapiro(2005)], [Campillo(2014)] Elle a aussi été démontrée avec des ondes acoustiques [Weaver(2001a)], [Roux(2004)], [Nowakowski(2015)], élastiques [Chehami(2015)] et électromagnétiques dans le domaine des micro-ondes [Davy(2013)] et les fréquences optiques [Badon(2015)].

Les études sur la reconstruction de la fonction de Green ont jusqu'à présent supposé une mesure non-invasive du champ. Cette hypothèse signifie que le champ d'ondes est très faiblement modifié par la présence des capteurs. Elle est vérifée par exemple pour les stations sismiques. Dans ce cas, l'inter-corrélation d'un champ idéalement diffus mesuré avec des récepteurs ponctuels est une fonction symétrique dans le domaine temporel. En électromagnétisme en revanche, une antenne absorbe et diffuse l'énergie incidente.

Dans cet article, nous montrons que la corrélation du champ diffus généré par une source unique dans une cavité chaotique, ici une chambre réverbérante à brassage de modes, permet d'estimer la réponse impulsionnelle entre deux antennes en réception. Le champ diffus n'est pas généré à partir de radiations thermiques mais à partir d'une unique source Ã©lectrique et de la diffusion multiple dans la cavité. Nous montrons que l'inter-corrélation peut être fortement asymétrique, même lorsque le champ d'ondes satisfait l'hypothèse d'équipartition. En particulier, l'inter-corrélation mesurée entre une antenne adaptée et une sonde non-invasive est nulle aux temps positifs et est ainsi égale à la fonction de Green anti-causale entre ces deux récepteurs. Les mesures en chambre réverbérante sont en très bon accord avec des études théoriques basées sur le TFD qui s'applique initialement à un champ à l'équilibre thermique. Ces résultats illustrent le rôle central de l'absorption par l'antenne. En outre, puisque la fonction d'inter-corrélation

peut être interprétée comme un processus de renversement du temps (RT), nous montrons que nos résultats impliquent que l'énergie incidente sur une antenne adaptée après RT est en principe complètement absorbée par cette antenne.

II. Théorie

Le TFD exprime l'inter-corrélation à la fréquence ω de deux tensions U_1 et U_2 à l'équilibre thermique en fonction de la matrice d'impédance mutuelle $\mathbf{Z}$ entre les ports [Twiss(1955)], [Levin(1967)],

$$C_{12}(\omega) = 2\left[Z_{1,2} + Z_{2,1}^*\right] k_B T(\omega). \quad (1)$$

$T(\omega)$ est la température du système. Cette relation est une extension à un système multiports de la densité spectral de puissance du bruit mesuré par une résistance R_0 et donnée par $4R_0 k_B T(\omega)$ [Dicke(1946)]. Pour un système réciproque, la partie réelle de la matrice d'impédance mutuelle est obtenue, $C_{12}(\omega) = 4k_B T(\omega) Re\{Z_{2,1}\}$. Ce résultat est valide non seulement pour des systèmes électriques, mais aussi lorsque des sondes convertissent un champ en une tension ou un courant pour des ondes électromagnétiques ou en une force ou une vitesse de déplacement pour des ondes acoustiques. Pour l'imagerie passive, cette relation montre que l'inter-corrélation de deux tensions mesurées avec deux antennes en circuit ouvert dans un champ à l'équilibre thermique est de même donnée par l'équation (1). L'impédance mutuelle de deux antennes résonnantes en électromagnétisme est $Z_{2,1} = i\int \mathbf{n}_2^T(\mathbf{x}_2)\mathbf{G}(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)\mathbf{n}_1(\mathbf{x}_1)d^3\mathbf{x}_1 d^3\mathbf{x}_2$. $\mathbf{G}$ est le tenseur dyadique des fonctions de Green et $\mathbf{n}_j(\mathbf{x}_j)$ est la distribution de courant normalisée sur l'antenne j. Pour deux dipôles de longueurs respectives l_1 et l_2 supposées petites devant la longueur d'onde, $l_1, l_2 \ll \lambda$, le TFD donne

$$C_{12}(\mathbf{x}_1,\mathbf{x_2},\omega) = 4l_1 l_2 k_B T(\omega)\frac{G(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2,\omega) - G^*(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2,\omega)}{2i} \quad (2)$$

avec $G(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2,\omega) = \mathbf{n}_2^T(\mathbf{x}_2)\mathbf{G}(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2,\omega)\mathbf{n}_1(\mathbf{x}_1)$. Cette équation est l'expression classique de l'inter-corrélation pour des sondes non-invasives [Wapenaar(2004)], [Snieder(2004)], [Wapenaar(2006)].

Lorsque les antennes sont absorbantes, ce modèle à l'équilibre thermique n'est plus valide car une partie de l'énergie absorbée par les antennes n'est pas compensée par une ré-émission immédiate sous forme de radiations thermiques. L'équation (1) ne peut donc plus être appliquée sous cette forme. Néanmoins, la matrice de corrélation $\mathbf{C}(\omega)$ peut être exprimée à partir du TFD en utilisant le théorème de Thévenin [Haus(1959)]. En prenant totalement en compte le couplage entre les deux ports, nous obtenons

$$\mathbf{C}(\omega) = 2k_B T(\omega)\mathbf{Q}\left[\mathbf{Z} + \mathbf{Z}^*\right]\mathbf{Q}^\dagger. \quad (3)$$

La matrice $\mathbf{Q}$ est donnée par, $\mathbf{Q} = \mathbf{Z}_L(\mathbf{Z} + \mathbf{Z}_L)^{-1}$. La matrice d'impédance de charge $\mathbf{Z}_L$ est une matrice diagonale dont les deux premiers éléments sont les impédances de charge des deux antennes, Z_{L1} et Z_{L2}. Pour des sondes non-invasives, les courrants qui s'établissent dans les antennes sont négligeables puisque Z_{L1} et Z_{L2} sont très supérieurs aux éléments de $\mathbf{Z}$. Ainsi $\mathbf{Z} + \mathbf{Z}_L \sim \mathbf{Z}_L$ et $C_{12}(\omega)$ est donné par l'équation (1).

Le cas de l'inter-corrélation entre une antenne absorbante d'impédance interne Z_{11} et une sonde non-invasive est intéressant. En utilisant l'équation (3), nous obtenons,

$$C_{12}(\omega) = 2k_b T(\omega)\frac{Z_{L1}^*}{Z_{L1}^* + Z_{11}^*}(Z_{1,2}^* + \Gamma Z_{1,2}). \quad (4)$$

Ici $\Gamma = (Z_{L1} - Z_{11}^*)/(Z_{L1} + Z_{11})$ est la désadaptation entre l'impédance interne de l'antenne et son impédance de charge Z_{L1}. Lorsque la première antenne est adaptée, $Z_{11}^* = Z_{L1}$ ($\Gamma = 0$), avec une faible partie réactive ($\mathrm{Im}\{Z_{11}\} \ll \mathrm{Re}\{Z_{11}\}$), $C_{12}(\omega) = k_b T Z_{1,2}^*$. Ainsi uniquement la partie anti-causale de la fonction de Green entre les antennes est obtenue. Ce phénomène est du à la puissance dissipée dans l'impédance de charge qui est égale à $k_b T(\omega)$.

L'analogie entre corrélation de bruit et retournement temporel (RT) [Fink(2008)], [Derode(2003)] fournit une interprétation élégante de ce résultat. L'inter-corrélation d'un champ diffus est en effet équivalente à un processus de RT pour lequel le champ émis par la première antenne en $\mathbf{x}_1$ est retourné temporellement par des antennes virtuelles placées au niveau des sources de bruit puis ce champ créé est mesuré au niveau de la seconde antenne en $\mathbf{x}_2$. Pour des sondes non-invasives, le champ de RT est la superposition entre une onde convergente proportionnelle à $\mathbf{G}^*(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)$ suivie d'une onde divergente en opposition de phase $-\mathbf{G}(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)$, $\psi_{TR}(\mathbf{x}_2) \sim \mathbf{G}^*(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2) - \mathbf{G}(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)$. L'interférence de ces deux ondes supprime la singularité au niveau de la source initiale et la tache focale est donnée par la limite de diffraction. Cependant, pour une antenne adaptée, une partie de l'énergie est dissipée dans l'impédance de charge dans la seconde étape du RT. L'équation (4) démontre que le champ après RT $\psi_{TR}(\mathbf{x}_2) \sim \mathbf{G}^*(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2) - \Gamma\mathbf{G}(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)$ n'est pas symétrique dans le domaine temporel car un champ virtuel proportionnel à $(1-\Gamma)\mathbf{G}(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)$ est ré-émis par l'antenne du fait du courant induit sur cette antenne.

Une antenne parfaitement adaptée ($\Gamma = 0$) absorbe complètement l'énergie incidente et $\psi_{TR}(\mathbf{x}_2) \sim \mathbf{G}^*(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)$. Cette relation est identique au modèle du "puit acoustique" qui montre qu'il est possible de focaliser les ondes avec une résolution sub-longueur d'onde

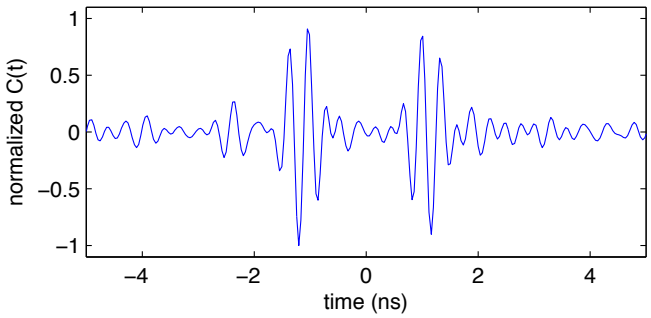


Fig. 1. Inter-corrélation normalisée $C(t)$ mesurée à l'aide d'une sonde non-invasive déplacée à deux positions.

[de Rosny(2002)]. Une telle absorption est de plus possible pour un objet absorbant lorsque le champ incident est contrôlé [Sentenac(2013)], [Noh(2013)]. Ces résultats illustrent qu'une antenne adaptée agit comme un puit passif lors d'un processus de RT. Néanmoins, une absorption parfaite ne peut être observée expérimentalement que lorsque le champ après RT est mesuré avec une sonde non-invasive. Une seconde antenne absorbante en $\mathbf{x}_2$ peut en effet fortement modifier le champ et la seconde impulsion aux temps positifs est alors de nouveau présente.

III. Mesures

Ces résultats théoriques sont maintenant confirmés expérimentalement. Les mesures se déroulent dans une chambre réverbérante (CR) de volume $V = 93.3\,m^3$. Nous visons la reconstruction de la réponse impulsionnelle entre deux antennes réceptrices en $\mathbf{x}_1$ et $\mathbf{x}_2$ à partir du champ diffus généré par une unique source, une troisième antenne en $\mathbf{x}_3$. Le théorème d'équipartition peut s'appliquer du fait des multiples réflexions sur les parois de la CR [Weaver(1982)], [Weaver(2001)]. Les coefficients de transmission $s_{13}(\omega)$ et $s_{23}(\omega)$ sont mesurés avec un analyseur de réseau dans la bande [2-4] GHz. Le pas fréquentiel est de δf=100 kHz. Cette gamme de fréquence est bien supérieure à la première résonance de la cavité (43 MHz). Ainsi le champ est statistiquement uniforme et dépolarisé [Hill(1998)]. L'inter-corrélation entre les deux signaux est donnée par $C(\omega) = s_{13}(\omega)s_{23}^*(\omega)V_0^2(\omega)$. $V_0(\omega) = V_0$ est la tension appliquée au port 3.

L'antenne en émission est située près d'un coin de la CR pour réduire les contributions ballistiques du champ. Afin d'augmenter la contribution des temps longs, la décroissance exponentielle de l'enveloppe des signaux dans le domaine temporel est compensée. La transformée de Fourier inverse de $s_{13}(\omega)$ et $s_{23}(\omega)$ est ainsi multipliée par $exp(t/\tau_a)$. $\tau_a = 1.8\mu s$ est la constante de temps moyenne d'atténuation de la CR. Les signaux sont ensuite corrélés. Malgré la propriété auto-moyennante de l'inter-corrélation en milieu réverbérant [Bal(2002)], $C(t)$ est

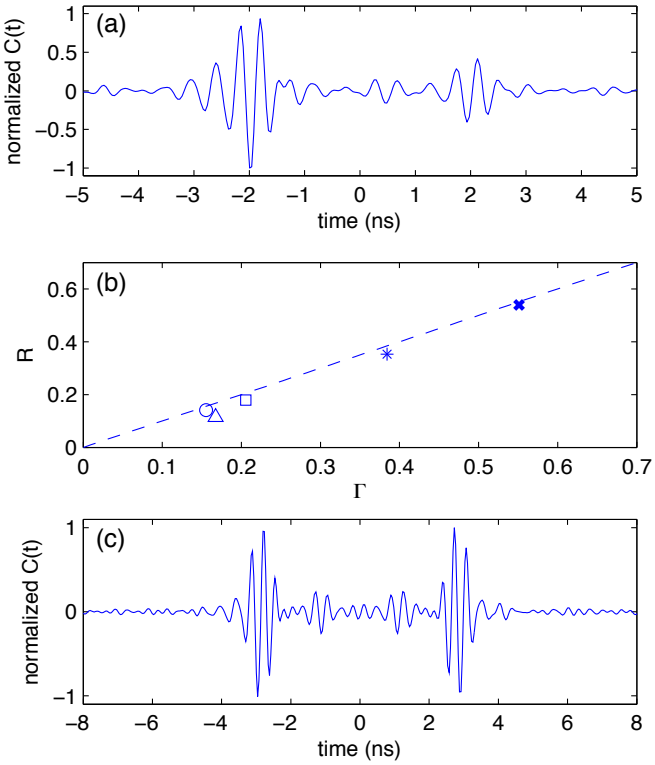


Fig. 2. (a) Inter-corrélation normalisée $C(t)$ pour une antenne cornet et une sonde non-invasive (b) Rapport entre l'amplitude maximale aux temps négatifs et l'amplitude maximale aux temps positifs en fonction de la désadaptation Γ de la première antenne, pour une antenne cornet ultra large-bande (étoile), deux autres antennes cornet (cercle et croix), une antenne discone (carré) et une antenne log-périodique (triangle). La ligne représente $R = \Gamma$. (c) Inter-corrélation normalisée $C(t)$ pour deux antennes cornet identiques face à face.

dominé par de fortes fluctuations car i) une unique source est utilisée; et ii) τ_a est faible en comparaison du temps d'Heisenberg de la cavité, $\tau_H \sim 8\,ms$, qui est estimé à partir de la densité modale de la CR donnée par la formule de Weyl. Nous moyennons l'inter-corrélation sur 50 positions d'un brasseur de modes. Sa rotation en effet permet d'obtenir des réalisations statistiquement indépendentes du champ diffus [Lemoine(2008)]. Ainsi $C(t)$ devrait converger vers la fonction de Green moyenne de la cavité, c'est-à-dire l'onde ballistique entre les antennes et les réflexions dans la CR qui ne sont pas affectées par le brasseur de modes. Dans l'équation (1), $Z_{2,1}$ doit ainsi être remplacé par sa valeur moyenne sur les positions du brasseur, $\langle Z_{2,1}\rangle$. Ce changement est implicite dans la suite de l'article.

L'inter-corrélation $C(t)$ est tout d'abord mesurée en translatant à deux positions une sonde électro-optique de taille inférieure à un dixième de la longueur d'onde. Cette sonde permet une mesure non-invasive du champ. Sa translation modifie très peu le champ diffus dans la CR de telle sorte que $C(t)$ est équivalent à une corrélation entre deux sondes statiques similaires. Deux impulsions symétriques à -1.2 ns et 1.2 ns composent $C(t)$ (Fig. 1),

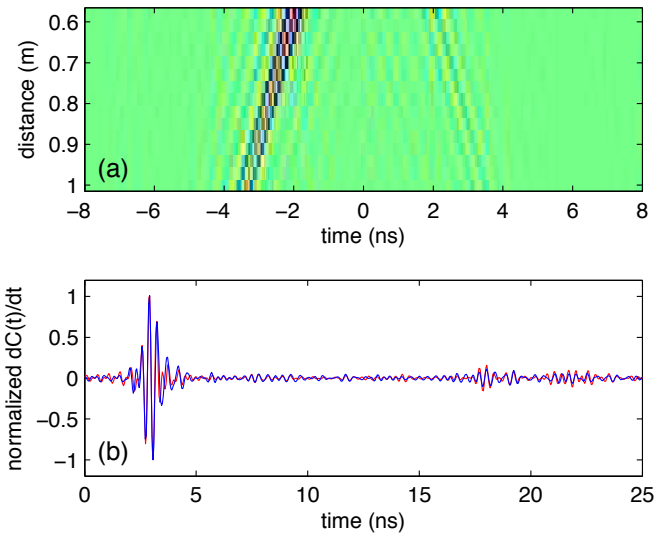


Fig. 3. (a) Représentation en couleur de $C(t)$ lorsque la distance entre une antenne cornet et une sonde non-invasive augmente entre 0.55m et 1m. (b) $dC(t)/dt$ (bleu) aux temps négatifs est comparé avec la réponse impulsionnelle mesurée activement (rouge).

en accord avec les équations (1)-(2).

L'inter-corrélation est ensuite mesurée entre une antenne cornet et la sonde de polarisation identique. Une forte asymétrie est obtenue sur la Fig. 2a malgré le caractère isotrope du champ. Ce résultat pourrait sembler surprenant puisqu'une forte asymétrie provient habituellement d'une distribution non-uniforme du champ [Campillo(2003)], [Snieder(2006)], [Fan(2009)]. Cependant cette asymétrie est parfaitement prédite par l'équation (4) qui montre que le rapport des amplitudes aux temps positifs et négatifs, $R = max[|C(t>0)|]/max[|C(t<0)|]$, est égal à Γ. Γ peut être estimé à partir du paramètre S_{11} de l'antenne ($\Gamma = |S_{11}|$). Sur la Fig. 2a, nous obtenons $R = 0.35$, en bon accord avec la moyenne sur la bande passante de $\Gamma = 0.38$. R et Γ ont été mesurés pour d'autres antennes (cornet, discone, log-périodique) sur différentes bande-passantes. Un bon accord est obtenu sur la Fig. 2b. R est typiquement légèrement plus faible qu'en théorie du fait des portes ohmiques non inclues dans le calcul.

L'inter-corrélation entre deux antennes cornet face à face est représentée sur la Fig. 2c. La symétrie du signal est de nouveau obtenue comme pour des sondes non-invasives mais est maintenant due à l'utilisation d'antennes identiques (bien qu'absorbantes). Il peut être montré analytiquement que le rapport des amplitudes aux temps négatifs et positifs est donné par le rapport des désadaptations des deux antennes, Γ_1/Γ_2 .

Sur la Fig. 3, l'inter-corrélation entre une antenne cornet et la sonde non-invasive est mesurée pour différentes distances entre antennes. Le temps du trajet direct correspond bien à la distance entre antennes sur la Fig. 3a. Enfin l'inter-corrélation est comparée sur la Fig. 3b à la réponse impulsionnelle entre ces antennes mesurée activement. Les deux signaux sont en très bon accord sur plus de 25 ns. Non seulement l'onde directe mais aussi les premiers échos dans la CR sont ainsi retrouvés. Ceci est d'importance pour les problématiques d'imagerie qui pourront être envisagés à la suite de cette étude.

IV. CONCLUSION

En conclusion, nous avons démontré la reconstruction de la fonction de Green en électromagnétisme dans une cavité chaotique en utilisant une unique source. En modifiant les modes de la cavité à l'aide d'un brasseur de modes, l'inter-corrélation du champ diffus converge vers la réponse impulsionnelle entre les antennes réceptrices. Notre théorie basée sur le théorème de fluctuation-dissipation permet d'interpréter l'inter-corrélation en mettant en exergue les propriétés des antennes. Cette approche permet notamment de mesurer le couplage entre deux antennes uniquement en réception.

REFERENCES

[Rytov(1989)] S. M. Rytov, Y. A. K. Kravtï¸ sov, and V. I. Tatarskii, *Principles of Statistical Radiophysics. 3: Elements of random fields* (Springer, New York, 1989).

[Levin(1967)] M. L. Levin and S. M. Rytov, *A Theory of Equilibrium Thermal Fluctuations in Electrodynamics* (Nauka, Moscow, 1967).

[Agarwal(1975)] G. S. Agarwal, Phys. Rev. A **11**, 230 (1975).

[Weaver(2001a)] R.L. Weaver and O.I. Lobkis, Phys. Rev. Lett. **87**, 134301 (2001a).

[van Tiggelen(2003)] B.A. van Tiggelen, Phys. Rev. Lett. **91**, 243904 (2003).

[Weaver(2001b)] R. L. Weaver and O. I. Lobkis, J. Acoust. Soc. Am. **109**, 2347 (2001b).

[Wapenaar(2004)] K. Wapenaar, Phys. Rev. Lett. **93**, 254301 (2004).

[Snieder(2004)] R. Snieder, Phys. Rev. E **69**, 046610 (2004).

[Wapenaar(2006)] K. Wapenaar, E. Slob, and R. Snieder, Phys. Rev. Lett. **97**, 234301 (2006).

[Davy(2013)] M. Davy, M. Fink, and J. de Rosny, Phys. Rev. Lett. **110**, 203901 (2013).

[Sabra(2005)] K. Sabra, P. Roux, and W. Kuperman, J. Acoust. Soc. Am. **118**, 3524 (2005).

[Roux(2005)] P. Roux, K. G. Sabra, W. A. Kuperman, and A. Roux, J. Acoust. Soc. Am. **117**, 79 (2005).

[Lobkis(2001)] O. Lobkis and R. Weaver, J. Acoust. Soc. Am. **110**, 3011 (2001).

[Weaver(2005)] R. L. Weaver and O. I. Lobkis, J. Acoust. Soc. Am. **118**, 3447 (2005).

[Chehami(2015)] L. Chehami, J. D. Rosny, C. Prada, E. Moulin, and J. Assaad, IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control **62**, 1544 (2015).

[Derode(2003)] A. Derode, E. Larose, M. Campillo, and M. Fink, Appl. Phys. Lett. **83**, 3054 (2003).

[Larose(2006)] E. Larose, L. Margerin, A. Derode, B. van Tiggelen, M. Campillo, N. Shapiro, A. Paul, L. Stehly, and M. Tanter, Geophys. **71**, SI11 (2006).

[De Rosny(2014)] J. De Rosny and M. Davy, Europhys. Lett. **106**, 54004 (2014).

[Shapiro(2005)] N. Shapiro, M. Campillo, L. Stehly, and M. Ritzwoller, Science **307**, 1615 (2005).
[Campillo(2003)] M. Campillo and A. Paul, Science **299**, 547 (2003).
[Campillo(2014)] M. Campillo, P. Roux, B. Romanowicz, and A. Dziewonski, Treat. Geophys. , 256 (2014).
[Roux(2004)] P. Roux, W. Kuperman, and N. Grp, J. Acoust. Soc. Am. **116**, 1995 (2004).
[Nowakowski(2015)] T. Nowakowski, L. Daudet, and J. de Rosny, J. Acoust. Soc. Am. **138**, 3010 (2015).
[Badon(2015)] A. Badon, G. Lerosey, A. C. Boccara, M. Fink, and A. Aubry, Phys. Rev. Lett. **114**, 023901 (2015).
[Twiss(1955)] R. Twiss, J. Appl. Phys. **26**, 599 (1955).
[Dicke(1946)] R. Dicke, Rev. Sci. Instrum. **17**, 268 (1946).
[Haus(1959)] H. A. Haus and R. B. Adler, *Circuit theory of linear noisy networks* (Technology Press/Massachusetts Institute of Technology/John Wiley and Sons, Inc., NY, 1959).
[Fink(2008)] M. Fink, Phys. Today **50**, 34 (2008).
[de Rosny(2002)] J. de Rosny and M. Fink, Phys. Rev. Lett. **89**, 124301 (2002).
[Sentenac(2013)] A. Sentenac, P. Chaumet, and G. Leuchs, Opt. Lett. **38**, 818 (2013).
[Noh(2013)] H. Noh, S. M. Popoff, and H. Cao, Opt. Expr. **21**, 17435 (2013).
[Weaver(1982)] R. L. Weaver, J. Acoust. Soc. Am. **71** (1982).
[Weaver(2001)] R. L. Weaver, J. Acoust. Soc. Am. **110** (2001).
[Hill(1998)] D. Hill *et al.*, IEEE Trans. Electromagn. Comp. **40**, 209 (1998).
[Bal(2002)] G. Bal, G. Papanicolaou, and L. Ryzhik, Stoch. Dyn. **2**, 507 (2002).
[Lemoine(2008)] C. Lemoine, P. Besnier, and M. Drissi, IEEE Trans. Electromagn. Compat. **50**, 227 (2008).
[Snieder(2006)] R. Snieder, J. Sheiman, and R. Calvert, Phys. Rev. E **73**, 066620 (2006).
[Fan(2009)] Y. Fan and R. Snieder, Geophys. J. Int. **179**, 1232 (2009).