

Rapport d'expertise de la procédure de qualification des équipements ILS. Limites et Probabilités de confiance.

Véronique Font, Bernard Garel, Ludovic D'Estampes, Guillaume Saint Pierre

► To cite this version:

Véronique Font, Bernard Garel, Ludovic D'Estampes, Guillaume Saint Pierre. Rapport d'expertise de la procédure de qualification des équipements ILS. Limites et Probabilités de confiance.. [Rapport Technique] IXI/AED/01/P015, IXI. 2002. <hal-01331340>

HAL Id: hal-01331340

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01331340>

Submitted on 13 Jun 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

IXI - MOSTI

Rapport d'expertise de la procédure de
qualification des équipements ILS.
Limites et Probabilités de confiance.

Véronique FONT, Bernard GAREL,
Ludovic d'ESTAMPES, Guillaume SAINT PIERRE

Ref. : IXI/AED/01/P015 - V.1 - Rev.0 - Date : 15 février 2002

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	Contexte et objectifs	1
1.2	Glossaire	1
1.3	Notations	2
1.4	Documents de référence	3
1.5	Présentation du rapport	4
2	Intervalles de confiance	4
2.1	Introduction	4
2.1.1	Interprétation	5
2.2	Méthode générale	5
2.2.1	Méthode	6
2.2.2	Remarques	7
3	Cadre de travail	8
4	Annexe Mathématique	12
4.1	Limite de confiance	12
4.1.1	Calcul des probabilités d'acceptation et de continuation . .	12
4.1.2	Limite de confiance après acceptation	14
5	Marche des calculs	16
5.1	Intervalle de confiance	16
5.2	Probabilité de confiance	19
6	Conclusion	28

1 Introduction

1.1 Contexte et objectifs

L'objet de cette étude est de clarifier certains passages du rapport DERA/WSS/WX1/CR 980799/2.3. «ILS Certification Requirements» (Ref. 2). Nous étudions en particulier le paragraphe 3.3 «Confidence Limits for Sequential Tests» p.28-34 et le paragraphe 2 de l'appendice D, p.69-72.

Les affirmations de ce dernier paragraphe ont été reprises à la page 3 de la note AWOG/8-WP/10 du 30/04/2001 (Ref. 7) :

«Two possible certification schemes are defined. If the design MTBO is at least twice the requirement (providing some confidence that the system will meet the requirement), a sequential test plan compiled to provide at least 60% confidence shall be performed...»

Although termed «60% test» it should be noted that the confidence level that can be achieved will be between 88% (accepting the system after 1 year without outages) and 64% (accepting the system with 8 outages).»

Elles servent de justification principale à l'adoption d'un plan de test séquentiel avec un risque du consommateur égal à 40%.

Rappelons que le plan de test séquentiel est préféré à une procédure classique (test à un instant donné) parce qu'il aboutit, en général, à une prise de décision plus rapide. La méthodologie est d'ailleurs séduisante puisqu'elle permet, au fur et à mesure que les observations arrivent :

- soit de prendre une décision d'acceptation,
- soit de prendre une décision de refus,
- soit de continuer à observer le matériel lorsqu'aucune des deux décisions précédentes ne peut être prise.

1.2 Glossaire

Estimateur : Toute statistique permettant d'approcher un paramètre inconnu.

Estimation : Valeur numérique prise par un estimateur.

ILS : Instrument Landing System,

MTBO : Mean Time Between Outages

MTBO objectif : MTBO que l'on souhaite atteindre pour la qualification.

Outage : Interruption de service de l'équipement.

Statistique : Toute fonction suffisamment régulière des observations considérées en tant que V.A.R. Une statistique est elle même une V.A.R.

V.A.R. : Variable aléatoire réelle.

Vrai MTBO : MTBO réel de l'appareil à qualifier, généralement cette valeur est inconnue.

1.3 Notations

θ : Paramètre décrivant le MTBO de l'équipement.

θ_1 : MTBO objectif de l'équipement.

θ_0 : d fois le MTBO objectif où d est une valeur fixée.

Temps standardisé : temps en heures divisé par $\theta_1 = \theta_0/d$ où θ_1 est pris égal au MTBO objectif.

$t' = \frac{t}{\theta_1}$: représente un temps standardisé.

$\theta' = \frac{\theta}{\theta_1}$: paramètre standardisé.

t_{A_i} : durée du test séquentiel conduisant à l'acceptation de l'équipement après i outages (après i outages le résultat du test séquentiel conduit à accepter l'hypothèse que le MTBO de l'équipement est égal à d fois le MTBO objectif).

t_{R_i} : durée du test séquentiel conduisant au rejet de l'équipement après i outages.

t'_{A_i} : temps standardisé d'acceptation associé à i outages, $t'_{A_i} = \frac{t_{A_i}}{\theta_1}$ (cf p.10).

t'_{R_i} : temps standardisé de rejet associé à i outages, $t'_{R_i} = \frac{t_{R_i}}{\theta_1}$ (cf p.10).

$\mathbb{P}\left(\left(i; t'_{(k)}\right); \theta'\right)$: probabilité que i outages se soient produits durant un temps d'observation standardisé $t'_{(k)}$ sans que le test ne se termine (aucune décision n'a pu être prise), pour une valeur θ' du paramètre standardisé (c'est-à-dire que le vrai MTBO est $\theta'\theta_1$). On l'appelle aussi probabilité de continuation.

$\mathbb{P}\left(\left(i; t'_{A_i}\right); \theta'\right)$: probabilité que le test se termine par une acceptation au temps standardisé t'_{A_i} , pour une valeur θ' du paramètre standardisé. On l'appelle aussi probabilité d'acceptation.

$\theta_{L,\gamma,i}$: limite de confiance inférieure (L : Lower) à 100 $(1 - \gamma)$ % après acceptation avec i outages. On a donc $\mathbb{P}[\theta > \theta_{L,\gamma,i} / \text{l'équipement est accepté après } i \text{ outages}] =$

$(1 - \gamma)$.

t'_0 : Temps standardisé de la durée maximale du test (troncature).

i_0 : Nombre d'outages maximal autorisés par le test (troncature).

$N(t'_{(k)}\theta_1)$: Nombre d'outages survenus pendant le temps d'observation $t'_{(k)}\theta_1$ (noté $R_{t'_{(k)}\theta_1}$ dans Ref. 12).

1.4 Documents de référence

1. **MIL-HDBK-781A** : Handbook for reliability test methods, plans, and environments for engineering, development, qualification, and production. 1 Apr 1996. Department of Defense (USA).
2. **ILS Certification Requirements**, Final report, M. Powe and S. Harding, January 2000, DERA/WSS/WX1/CR980799/2.3.
3. **Sequential Analysis** : Wald A., 1947, John Wiley & Sons, New York.
4. **Sequential Life Tests in Exponential Case**, Epstein B. and Sobel M., 1955, Annals of Mathematical Statistics, Volume 26, pp 82-93.
5. **Common European Guidance Materiel on Certification of ILS & MLS Ground System** (first draft).
6. **Sequential Analysis : tests and confidence intervals**, D. Siegmund, 1985, Springer-Verlag.
7. **All weather operations group (AWOG) co-ordination meeting**, report of the project team on certification, 30/04/2001.
8. **Sequential Tests of Statistical Hypotheses**, B.K. Ghosh, 1970, Addison-Wesley publishing company.
9. **Introduction to the theory of Statistics** (2nd ed.), A.Mood and F.Graybill, 1963, Mc Graw-Hill.
10. **Confidence Limits on MTBF for Sequential Test Plans of MIL-STD 781**, C.Bryant and J.Schmee, 1979, Technometrics, Volume 21, pp 33-42.
11. **Sequential Analysis, Direct Method**, L.Aroian, 1968, Technometrics, Volume 10, pp 125-132.
12. **Rapport concernant la possibilité d'utiliser le MTBO théorique dans la procédure de qualification des équipements ILS**, IXI/SDO/00/P093/N1, (IXI-MOSTI), 18/01/2001.
13. **Méthodes de calcul numérique**, Nougier, 1983, Masson.

1.5 Présentation du rapport

Dans un premier temps nous détaillons le calcul des limites de confiance inférieures pour le vrai MTBO après acceptation ($\theta_{L,\gamma,i}$). Puis, dans une deuxième partie, nous montrons comment calculer les probabilités de confiance après acceptation, lorsque l'acceptation est intervenue après i outages.

Par «probabilité de confiance» nous entendons «probabilité que le vrai MTBO dépasse une valeur donnée». Dans les applications, cette valeur est en général fixée à la valeur du MTBO objectif.

Divers calculs applicatifs sont effectués pour obtenir la valeur de ces probabilités en fonction des différents plans.

Ces résultats numériques nous permettent alors de présenter notre point de vue sur ces procédures.

2 Intervalles de confiance

2.1 Introduction

L'estimation d'un paramètre peut se faire de plusieurs façons. Une première façon consiste à calculer une valeur numérique brute. Cette valeur n'est pas d'un grand secours si l'on ne donne pas un ordre de grandeur de l'erreur d'estimation. C'est la raison pour laquelle on préfère souvent donner un intervalle dans lequel on espère que se trouve la vraie valeur du paramètre.

Soient X_1, X_2, \dots, X_n n VAR indépendantes identiquement distribuées de densité $x \mapsto f(x, \theta)$ lorsque θ est la vraie valeur du paramètre.

Dfinition 1 Soient $B_1 = T_1(X_1, \dots, X_n)$ et $B_2 = T_2(X_1, \dots, X_n)$ deux statistiques telles que

$$IP[B_1 < \theta < B_2] = 1 - \alpha \quad ,$$

alors $[B_1; B_2]$ est un intervalle de probabilité $1 - \alpha$ pour θ .

Dfinition 2 On appelle intervalle de confiance à $100(1 - \alpha)\%$ pour θ toute réalisation $[b_1; b_2]$ d'un intervalle de probabilité $1 - \alpha$.

Exemple Supposons que les X_i suivent une loi normale $\mathcal{N}(\theta; \sigma^2)$ où σ^2 est connue. L'estimateur de maximum de vraisemblance de la moyenne est $\bar{X} =$

$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$. On sait alors que $\frac{\bar{X} - \theta}{\sigma/\sqrt{n}}$ suit une loi normale $\mathcal{N}(0; 1)$ et

$$\mathbb{P} \left[-1,96 < \frac{\bar{X} - \theta}{\sigma/\sqrt{n}} < 1,96 \right] = 0,95 \quad (1)$$

$$\implies \mathbb{P} \left[-1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} + \bar{X} < \theta < 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} + \bar{X} \right] = 0,95 \quad . \quad (2)$$

On obtient ici $B_1 = -1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} + \bar{X}$ et $B_2 = 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} + \bar{X}$.

Supposons $n = 4$, $x_1 = 1,2$, $x_2 = 3,4$, $x_3 = 0,6$, $x_4 = 5,6$ et $\sigma = 3$. On en déduit que $\bar{x} = 2,7$. Alors l'intervalle de confiance à 0,95% pour θ est

$$\left[\bar{x} - \frac{3}{2} (1,96); \bar{x} + \frac{3}{2} (1,96) \right] \quad . \quad (3)$$

Ici, on obtient l'intervalle $[-0,24; 5,64]$.

2.1.1 Interprétation

On convient d'écrire

$$\mathbb{P} [-0,24 < \theta < 5,64] = 0,95 \quad . \quad (4)$$

Il s'agit ici d'un abus de notation et il est important d'en bien saisir la signification.

Seule l'écriture (2) est exacte. Elle nous dit que la probabilité de l'intervalle aléatoire $[B_1; B_2]$ est de 0,95.

Ceci signifie que si l'on répétait 100 fois le calcul de l'intervalle (3) à l'aide d'échantillons successifs de n observations, **intervalle qui varierait à chaque fois**, dans 95% des cas en moyenne la vraie valeur de θ se trouverait dans les intervalles ainsi calculés.

La figure suivante montre les résultats du calcul de 15 intervalles de confiance à 50% pour le paramètre θ d'une loi normale $\mathcal{N}(0; 1)$ calculés avec un échantillon de taille 4, en supposant la variance **inconnue**.

Les intervalles sont représentés par des segments empilés au dessus de l'axe des θ et la moitié d'entre eux environ contiennent la vraie valeur (c'est-à-dire 0) du paramètre θ .

2.2 Méthode générale

Les deux exemples ci-dessus représentent des cas particuliers très favorables, car on peut obtenir une fonction des observations et du paramètre θ dont la loi est indépendante de θ . Une telle fonction est dite pivotale.



FIGURE 1 – Intervalles de confiance à 50%

2.2.1 Méthode

Dans le cas général, on procède de la façon suivante. Soit $\hat{\theta}_n = Y_n$ un estimateur de θ et $y \mapsto g(y, \theta)$ sa densité lorsque θ est la vraie valeur du paramètre. Soit $\gamma \in]0; 1[$; on peut trouver deux nombres h_1 et h_2 tels que

$$\mathbb{P}_\theta [Y_n < h_1] = \int_{-\infty}^{h_1} g(y, \theta) dy = \frac{\gamma}{2} \quad (5)$$

$$\mathbb{P}_\theta [Y_n > h_2] = \int_{h_2}^{+\infty} g(y, \theta) dy = \frac{\gamma}{2} \quad (6)$$

Il n'y a pas unicité de l'intervalle de probabilité $1 - \gamma$. En effet, au lieu de $\frac{\gamma}{2}$ en (5) et $\frac{\gamma}{2}$ en (6), on pourrait choisir γ_1 et γ_2 tels que $\gamma_1 + \gamma_2 = \gamma$. Quand on n'a pas de raisons de le faire on prend $\gamma_1 = \gamma_2 = \frac{\gamma}{2}$.

Si θ varie, les quantités h_1 et h_2 varient également et sont donc deux fonctions de θ . On peut écrire alors

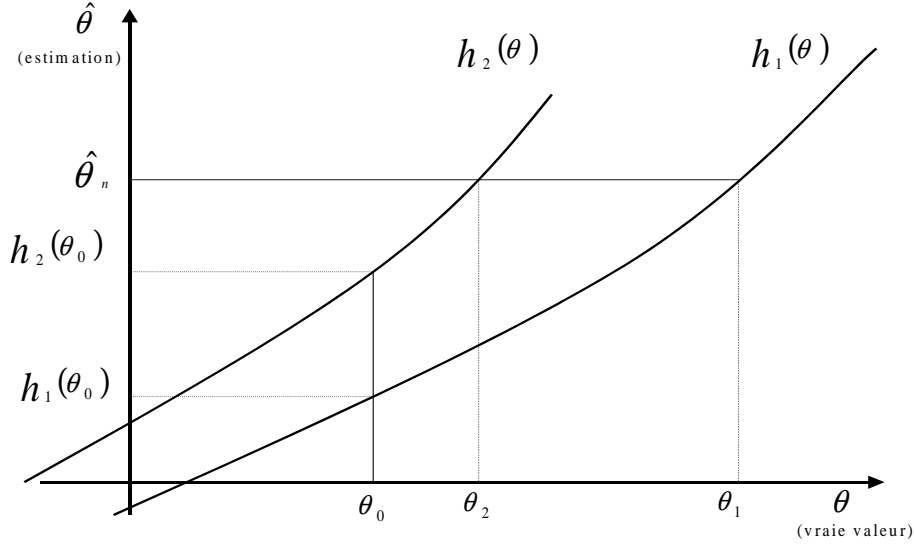
$$\mathbb{P}_\theta [h_1(\theta) < Y_n < h_2(\theta)] = \int_{h_1(\theta)}^{h_2(\theta)} g(y, \theta) dy = 1 - \gamma. \quad (7)$$

Il est possible de tracer h_1 et h_2 en fonction de θ .

Pour toute valeur θ_0 fixée, une verticale en $\theta = \theta_0$ coupe les courbes h_1 et h_2 en des points tels que leur projection sur l'axe $\hat{\theta}$ donnent deux valeurs $h_1(\theta_0)$ et $h_2(\theta_0)$ tels que

$$\mathbb{P}_{\theta_0} [h_1(\theta_0) < Y_n < h_2(\theta_0)] = 1 - \gamma.$$

Etant donné un échantillon de taille n pour lequel on obtient comme estimation la valeur $\hat{\theta}_n$, la ligne horizontale en $\hat{\theta} = \hat{\theta}_n$ coupe les courbes h_1 et h_2 en



des points tels que leur projection sur l'axe θ notées respectivement θ_1 et θ_2 vont définir l'intervalle de confiance.

Si on note Θ_1 et Θ_2 les VAR dont les réalisations respectives sont θ_1 et θ_2 , on obtient

$$\Theta_2 < \theta < \Theta_1 \iff h_1(\theta) < Y_n < h_2(\theta)$$

et donc

$$\mathbb{P}[\Theta_2 < \theta < \Theta_1] = \mathbb{P}_\theta[h_1(\theta) < Y_n < h_2(\theta)] = 1 - \gamma.$$

Alors $]\theta_2; \theta_1[$ est un intervalle de confiance à $100(1 - \gamma)\%$ de θ .

2.2.2 Remarques

1- Il est possible parfois de calculer θ_2 et θ_1 pour une estimation $\hat{\theta}_n$ donnée sans faire le calcul de h_1 et h_2 . Les valeurs θ_2 et θ_1 sont telles que $h_1(\theta_1) = h_2(\theta_2) = \hat{\theta}_n$. La valeur θ_1 est la valeur de θ pour laquelle

$$\int_{-\infty}^{\hat{\theta}_n} g(y, \theta) dy = \frac{\gamma}{2} \tag{8}$$

et θ_2 est la valeur de θ pour laquelle

$$\int_{\hat{\theta}_n}^{+\infty} g(y, \theta) dy = \frac{\gamma}{2}. \tag{9}$$

S'il est possible de donner une forme explicite en θ aux termes de gauche et s'il est possible de résoudre ces équations de manière unique en θ alors les racines de ces équations sont les limites de confiance à $100(1 - \gamma)\%$ cherchées.

2- La méthode que nous venons de décrire peut s'appliquer avec un échantillon de VAR discrètes et un estimateur discret de θ .

Les intégrales (8) et (9) deviennent des sommes.

Si on note $g(y, \theta)$ la probabilité que $\hat{\theta}$ prenne la valeur y , les équations ne peuvent pas, la plupart du temps, être résolues de façon exacte et la méthode donne des intervalles de confiance supérieure à $100(1 - \gamma)\%$.

3- Cette méthode s'applique, plus généralement, à toute statistique dont la loi dépend de θ et pour laquelle on peut faire les calculs indiqués en (5) et (6).

3 Cadre de travail

Pour un localiser de catégorie III, l'objectif souhaité est un MTBO supérieur à 4000 heures. On devrait donc effectuer le test de

$$H_0 : \theta > 4000 \text{ contre } H_1 : \theta < 4000.$$

Le test séquentiel du rapport des probabilités de Wald nous oblige à considérer des hypothèses simples, c'est-à-dire des hypothèses où la valeur envisagée du paramètre est unique. La pratique est alors de tester

$$H_0 : \theta = \theta_0 = 8000 \text{ contre } H_1 : \theta = \theta_1 = 4000.$$

Ceci évite de retenir H_0 lorsque la vraie valeur est trop proche de 4000.

Les calculs que nous faisons sont développés en temps standardisé. Il n'y a pas unicité de la standardisation, mais actuellement il semble que ce temps s'évalue en multiples de θ_1 . A θ_1 (Lower test MTBO) correspond la valeur standardisée 1 et à θ correspond le paramètre standardisé $\theta' = \frac{\theta}{\theta_1}$.

Remarque : *Un temps standardisé est noté t' .*

Le plan de test séquentiel est représenté sur un graphe où le nombre d'outages apparaît en ordonnées tandis que le temps standardisé figure en abscisses.

Nous rappelons ici quelques éléments du rapport IXI/SDO/00/P093/N1 (Ref. 12).

En ayant fixé le risque du producteur à α et le risque du consommateur à β , on calcule

$$A = \frac{(1 - \beta)(d + 1)}{2\alpha d} \quad \text{et} \quad B = \frac{\beta}{1 - \alpha} \quad \text{où} \quad d = \frac{\theta_0}{\theta_1}.$$

On obtient alors dans le plan (temps, nombre d'outages) 2 droites

$$\begin{aligned} r &= a + bt, \\ r &= c + bt \end{aligned}$$

et nous renvoyons à la page 16 de la Ref.12 pour une vue synthétique de la procédure.

Il est possible d'énoncer la règle de décision en fonction du temps. Posons

$$D = \frac{1}{\theta_1} - \frac{1}{\theta_0} > 0 \quad h_0 = -\frac{\ln B}{D},$$

$$h_1 = \frac{\ln A}{D} \quad s = \frac{\ln d}{D},$$

le test séquentiel du rapport des probabilités de Wald noté $S(A, B)$ a pour règle

- continuer l'expérimentation si $rs - h_1 < t < rs + h_0$,
- accepter H_0 si $t \geq rs + h_0$,
- accepter H_1 si $t \leq rs - h_1$.

De plus, la version tronquée du test précédent consiste à se fixer un temps t_0 au delà duquel le test ne doit pas continuer et un nombre d'outages i_0 qui ne doit pas être dépassé.

Si aucune décision n'a été prise avant que le temps t_0 ne se soit écoulé ou que i_0 outages n'aient été observés alors :

- on accepte H_0 si le temps t_0 s'est écoulé sans atteindre i_0 outages,
- on accepte H_1 si i_0 outages se sont produits pendant une durée inférieure à t_0 .

Enfin, i_0 est le plus petit entier vérifiant

$$\frac{\chi_{2i_0, \alpha}^2}{\chi_{2i_0, 1-\beta}^2} \geq \frac{\theta_1}{\theta_0} = \frac{1}{d}$$

et

$$t_0 = \frac{\theta_0 \chi_{2i_0, \alpha}^2}{2}.$$

Remarque : ces quantités ont été notées n_0 et T_0 dans la Ref.12.

Pour obtenir la règle de décision en temps standardisé, il faut poser

$$h'_0 = -\frac{\ln B}{1 - \frac{1}{d}} \quad h'_1 = \frac{\ln A}{1 - \frac{1}{d}},$$

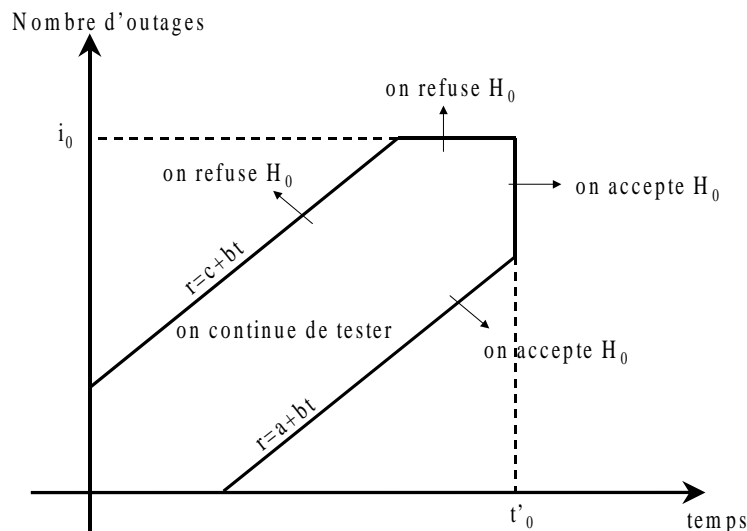
$$s' = \frac{\ln d}{1 - \frac{1}{d}} \quad t' = \frac{t}{\theta_1},$$

r le nombre d'outages.

Alors t'_0 , temps standardisé de troncature, vaut

$$t'_0 = \frac{d}{2} \chi_{2i_0, \alpha}^2.$$

En temps standardisé, la règle de décision du test $S(A, B)$ est donnée par :



- si $t' \geq rs' + h'_0$ on accepte H_0 ,
- si $t' \leq rs' - h'_1$ on rejette H_0 ,
- si $rs' - h'_1 < t' < rs' + h'_0$ on continue l'observation de l'équipement.

Notons toutefois que la troncature ci-dessus, qui est également celle retenue dans le rapport DERA (Ref. 2, p.28), n'est pas celle présentée dans la note AWOG (Ref. 7) où le temps correspondant à la troncature a été retardé (le temps de fin de test est supérieur à t'_0). Les équations des droites de confiance (acceptation ou rejet) ont été cependant conservées :

$$U_0 \text{ (frontière d'acceptation) est donnée par } r = \frac{t' - h'_0}{s'},$$

$$U_1 \text{ (frontière de rejet) est donnée par } r = \frac{t' + h'_1}{s'}.$$

On note (t', i) un point de la région de continuation qui ne peut être atteint que par i outages en un temps standardisé total t' , et $\mathbb{P}((i, t'); \theta')$ la probabilité calculée, lorsque θ' est la vraie valeur du paramètre, que i outages surviennent en un temps standardisé total t' , sans que le test ne soit terminé.

On note t'_{A_i} le **temps standardisé d'acceptation** tel que l'équipement est accepté si i outages au plus ont eu lieu durant $t'_{A_i} \times \theta_1$ heures. Il s'agit d'un temps standardisé de fin de test avec acceptation. Alors $\mathbb{P}((i, t'_{A_i}); \theta')$ désigne la probabilité que le test se termine par une acceptation au temps $t'_{A_i} \times \theta_1$ lorsque θ' est la vraie valeur du paramètre.

On note de façon analogue t'_{R_i} le **temps standardisé de rejet** qui est tel que l'équipement est rejeté avec au moins i outages au temps ou avant le temps $t'_{R_i} \times \theta_1$ heures.

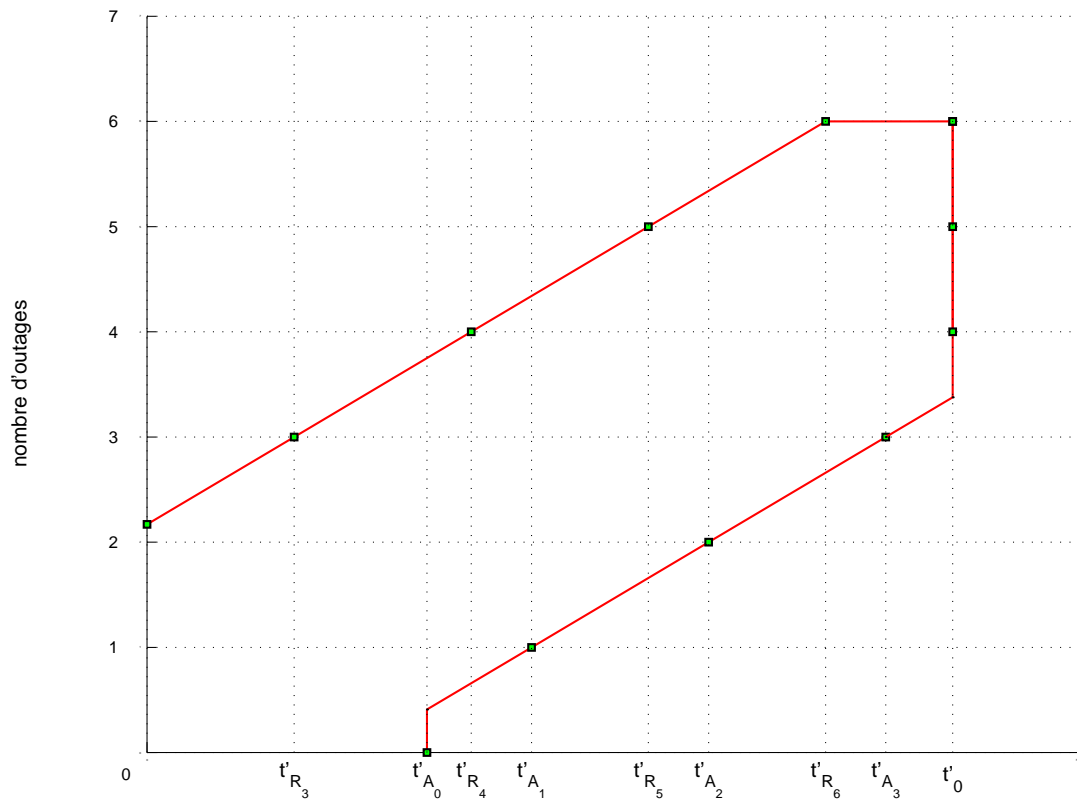


FIGURE 2 – Positionnement des temps de fin de test

Exemple Dans le plan séquentiel associé à la figure 4, si θ_1 est le MTBO objectif de l'équipement testé, l'équipement va être accepté si on ne relève qu'un seul outage durant le temps $\theta_1 t'_{A_1}$. Il va être rejeté si on relève quatre outages durant le temps $\theta_1 t'_{R_4}$.

4 Annexe Mathématique

4.1 Limite de confiance

Avant de pouvoir calculer les limites de confiance du paramètre θ , il est nécessaire de calculer les probabilités d'acceptation et de continuation $\mathbb{P}((i, t'); \theta')$ pour certaines valeurs de t' .

4.1.1 Calcul des probabilités d'acceptation et de continuation

Soit $(t'_{(k)})_k$ une suite de temps de fin de test standardisés, distincts et rangés dans l'ordre croissant telle que $t'_{(0)} = 0$ et $t'_{(j)} = t'_0$. On pose pour $l = 1 \dots j$

$$\Delta_l = t'_{(l)} - t'_{(l-1)}.$$

On a alors

$$]0, t'_{(k)}] = \cup_{l=1}^k]t'_{(l-1)}, t'_{(l)}] \text{ et } \sum_{l=1}^k \Delta_l = t'_{(k)}.$$

Soit $(t'_{(k)}, i)$, $k \leq j$, un point de la région de continuation ou de la frontière d'acceptation. Nous allons calculer les probabilités $\mathbb{P}((i, t'_{(k)}); \theta')$ pour toutes les valeurs possibles de θ' . Pour une valeur θ' du paramètre standardisé, la probabilité que δ_l outages surviennent dans l'intervalle de temps $]t'_{(l-1)}, t'_{(l)}]$ est égale à

$$\mathbb{P}(\delta_l \text{ outages dans }]t'_{(l-1)}, t'_{(l)}]; \theta') = \mathbb{P}(N(t'_{(l)}\theta_1) - N(t'_{(l-1)}\theta_1) = \delta_l; \theta').$$

Or $N(t'_{(l)}\theta_1) - N(t'_{(l-1)}\theta_1)$ suit une loi de Poisson de paramètre $\frac{\Delta_l}{\theta'}$. On peut alors en déduire que

$$\boxed{\mathbb{P}(\delta_l \text{ outages dans }]t'_{(l-1)}, t'_{(l)}]; \theta') = e^{-\frac{\Delta_l}{\theta'}} \frac{(\frac{\Delta_l}{\theta'})^{\delta_l}}{\delta_l!}.$$

Si maintenant on considère un k -uplet $(\delta_1, \dots, \delta_k)$ d'entiers positifs tels que $\sum_{l=1}^k \delta_l = i$ et ne conduisant pas à une terminaison du test avant $t'_{(k)}$ alors la probabilité qu'il y ait i outages pendant le temps $t'_{(k)}$ avec pour chaque l , δ_l outages dans

l'intervalle $]t'_{(l-1)}, t'_{(l)}]$ sans que le test ne se termine avant $t'_{(k)}$ est égale à

$$\begin{aligned} & \mathbb{P}((\delta_1, \dots, \delta_k), \text{ pas de terminaison avant } t'_{(k)}; \theta') \\ &= \mathbb{P}(\forall l = 1 \dots k, \delta_l \text{ outages dans }]t'_{(l-1)}, t'_{(l)}]; \theta') \\ &= \mathbb{P}(\forall l = 1 \dots k, N(t'_{(l)}\theta_1) - N(t'_{(l-1)}\theta_1) = \delta_l; \theta'). \end{aligned}$$

Par indépendance des accroissements de N , on obtient alors

$$\begin{aligned} & \mathbb{P}((\delta_1, \dots, \delta_k), \text{ pas de terminaison avant } t'_{(k)}; \theta') \\ &= \prod_{l=1}^k e^{-\frac{\Delta_l}{\theta'}} \frac{(\frac{\Delta_l}{\theta'})^{\delta_l}}{\delta_l!} \\ &= \left[\prod_{l=1}^k e^{-\frac{\Delta_l}{\theta'}} \left(\frac{1}{\theta'}\right)^{\delta_l} \right] \left[\prod_{l=1}^k \frac{(\Delta_l)^{\delta_l}}{\delta_l!} \right] \\ &= e^{-\frac{t'_{(k)}}{\theta'}} \left(\frac{1}{\theta'}\right)^i \prod_{l=1}^k \frac{(\Delta_l)^{\delta_l}}{\delta_l!}. \end{aligned}$$

Par conséquent, la probabilité que i outages surviennent pendant un temps $t'_{(k)}$ pour une valeur θ' du paramètre standardisé est

$$\begin{aligned} & \mathbb{P}((i, t'_{(k)}); \theta') \\ &= \sum_S \mathbb{P}((\delta_1, \dots, \delta_k), \text{ pas de terminaison avant } t'_{(k)}; \theta') \\ &= e^{-\frac{t'_{(k)}}{\theta'}} \left(\frac{1}{\theta'}\right)^i \sum_S \prod_{l=1}^k \frac{(\Delta_l)^{\delta_l}}{\delta_l!}, \end{aligned}$$

où S désigne l'ensemble des k -uplets tels que $\sum_{l=1}^k \delta_l = i$ et ne conduisant pas à une terminaison du test avant l'instant $t'_{(k)}$.

En posant,

$$c'(i, t'_{(k)}) = \sum_S \prod_{l=1}^k \frac{(\Delta_l)^{\delta_l}}{\delta_l!}, \quad (10)$$

on obtient la relation

$$\mathbb{P}((i, t'_{(k)}); \theta') = e^{-\frac{t'_{(k)}}{\theta'}} \left(\frac{1}{\theta'}\right)^i c'(i, t'_{(k)}). \quad (11)$$

On pose

$$c(i, t'_{(k)}) = c'(i, t'_{(k)}) i! \left(\frac{1}{t'_{(k)}}\right)^i. \quad (12)$$

Remarque : Cette modification permet d'obtenir des coefficients $c\left(i, t'_{(k)}\right)$ à valeurs dans un intervalle de longueur nettement inférieure à celle de l'intervalle auquel appartiennent les coefficients $c'\left(i, t'_{(k)}\right)$.

On aboutit alors à la relation fondamentale donnant la probabilité de continuation

$$\mathbb{P}\left(\left(i, t'_{(k)}\right); \theta'\right) = c\left(i, t'_{(k)}\right) e^{-\frac{t'_{(k)}}{\theta'}} \frac{\left(\frac{t'_{(k)}}{\theta'}\right)^i}{i!}. \quad (13)$$

Pour la probabilité d'acceptation, il suffit de prendre t'_{A_i} à la place de $t'_{(k)}$.

Le calcul à la main des coefficients $c\left(i, t'_{(k)}\right)$ définis par les relations (10) et (12) est long car il faut dénombrer tous les k -uplets tels que $\sum_{l=1}^k \delta_l = i$ et ne conduisant pas à une terminaison du test avant $t'_{(k)}$. Il est plus astucieux d'utiliser la méthode directe d'Aroian (Ref. 11) pour calculer $\mathbb{P}\left(\left(i, t'_{(k)}\right); \theta'\right)$ pour une certaine valeur de θ' , par exemple $\theta' = 1$, afin d'obtenir le coefficient $c\left(i, t'_{(k)}\right)$.

Pour le calcul de $\mathbb{P}\left(\left(i, t'_{(k)}\right); \theta'\right)$ pour les autres valeurs de θ' , il suffit ensuite de faire varier la valeur de θ' dans la relation (13) car les coefficients $c\left(i, t'_{(k)}\right)$ ne dépendent pas de θ' .

4.1.2 Limite de confiance après acceptation

Nous allons utiliser la méthode décrite au paragraphe 2 pour obtenir les limites standardisées de confiance à $100(1 - \gamma)\%$ lorsque l'hypothèse H_0 a été acceptée, c'est-à-dire lorsque le test a conduit à accepter l'équipement. Nous allons manipuler des variables aléatoires discrètes. En conséquence, la méthode conduira à l'obtention de limites de confiance de probabilité plus grande que $100(1 - \gamma)\%$.

L'acceptation se produit comme l'illustre la figure 4 aux temps standardisés $t'_{A_0}, t'_{A_1}, \dots, t'_{A_{i_0-1}}$. On peut remarquer que les temps d'acceptation standardisés sur la troncature verticale sont égaux à t'_0 .

Pour pouvoir appliquer la méthode du paragraphe 2, nous avons besoin d'un estimateur de θ' . Soit T_A le moment où le test conduit à accepter l'équipement.

La probabilité que le test se termine au temps t'_{A_i} est égale à la probabilité $\mathbb{P}\left(\left(i, t'_{A_i}\right); \theta'\right)$ que le test se termine par une acceptation avec i outages, et la probabilité que le test ne se termine pas par une acceptation est égale à $\mathbb{P}(\text{Rejet de l'équipement}; \theta')$.

Ainsi, T_A est une variable aléatoire discrète qui prend les valeurs t'_{A_i} , pour i variant de 0 à $i_0 - 1$, avec les probabilités $\mathbb{P}\left(\left(i, t'_{A_i}\right); \theta'\right)$, lorsque le test se termine

par une acceptation, et la valeur $+\infty$ avec la probabilité $\mathbb{P}(\text{Rejet de l'équipement}; \theta')$, lorsque le test se termine par un rejet.

On se propose alors d'estimer θ' par

$$\hat{\theta}' = \frac{T_A}{N(T_A)} \mathbb{1}_{\{T_A < +\infty\}},$$

ce qui revient à estimer θ' par $\frac{t'_{A_i}}{i}$ lorsque le test se termine au temps t'_{A_i} par une acceptation après i outages et par 0 sinon.

La limite de confiance que nous allons obtenir dépend du résultat du test. On suppose alors que **le test s'est terminé par une acceptation au temps t'_{A_i} avec i outages**. La réalisation de $\hat{\theta}'$ est égale à $\frac{t'_{A_i}}{i}$.

Notons $\theta'_{L,\gamma,i}$ la limite inférieure de confiance à $100(1-\gamma)\%$ de θ' lorsque le test s'est terminé par une acceptation avec i outages. La limite inférieure $\theta_{L,\gamma,i}$ de confiance à $100(1-\gamma)\%$ de θ est égale à $\theta_1 \theta'_{L,\gamma,i}$.

La borne inférieure de confiance à $100(1-\gamma)\%$ est d'après l'équation (9) solution de

$$\sum_{s/\frac{t'_{A_s}}{s} \geq \frac{t'_{A_i}}{i}} \mathbb{P}\left(\hat{\theta}' = \frac{t'_{A_s}}{s}; \theta'_{L,\gamma,i}\right) + \mathbb{P}\left(\hat{\theta}' = 0; \theta'_{L,\gamma,i}\right) \mathbb{1}_{\left\{0 \geq \frac{t'_{A_i}}{i}\right\}} = \gamma. \quad (14)$$

D'une part, on a $\frac{t'_{A_i}}{i} > 0$, donc le second terme de cette somme est nul.

Montrons d'autre part que la suite $\left(\frac{t'_{A_s}}{s}\right)_s$ est décroissante.

– Soient t'_{A_s} et $t'_{A_{s+1}}$ deux temps d'acceptation standardisés sur la frontière d'acceptation avant la troncature. Alors

$$\frac{t'_{A_s}}{s} - \frac{t'_{A_{s+1}}}{s+1} = h'_0 \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1}\right) > 0 \quad \text{car } h'_0 = \frac{-\log B}{1-1/d} > 0.$$

– Soient (s, t'_0) et $(s+1, t'_0)$ deux points de la frontière d'acceptation à la troncature tels que $t'_{A_s} = t'_{A_{s+1}} = t'_0$. Alors

$$\frac{t'_{A_s}}{s} - \frac{t'_{A_{s+1}}}{s+1} = \frac{t'_0}{s} - \frac{t'_0}{s+1} > 0.$$

– Soient t'_{A_s} et $t'_{A_{s+1}}$ deux temps d'acceptation standardisés tels que $t'_{A_{s+1}} = t'_0$ et t'_{A_s} est sur la frontière d'acceptation avant la troncature. Alors

$$\frac{t'_{A_s}}{s} - \frac{t'_{A_{s+1}}}{s+1} = s' + \frac{h'_0}{s} - \frac{t'_{A_{s+1}}}{s+1} \geq h'_0 \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1}\right) > 0 \quad \text{car } t'_{A_{s+1}} \leq (s+1)s' + h'_0.$$

Enfin, on a $\left\{ \hat{\theta}' = \frac{t'_{As}}{s} \right\} = \{ \text{acceptation du test avec } s \text{ outages} \}$ donc

$$\mathbb{P} \left(\hat{\theta}' = \frac{t'_{As}}{s}; \theta'_{L,\gamma,i} \right) = \mathbb{P} \left((s, t'_{As}); \theta'_{L,\gamma,i} \right).$$

On peut alors réécrire la relation (14) comme suit

$$\gamma = \sum_{s=0}^i \mathbb{P} \left((s, t'_{As}); \theta'_{L,\gamma,i} \right)$$

$$\gamma = \sum_{s=0}^i c(s, t'_{As}) e^{-\frac{t'_{As}}{\theta'_{L,\gamma,i}}} \frac{\left(\frac{t'_{As}}{\theta'_{L,\gamma,i}} \right)^s}{s!}. \quad (15)$$

On résoud ensuite cette dernière équation en $\theta'_{L,\gamma,i}$ par la **méthode de bisection** (ref. 13).

5 Marche des calculs

5.1 Intervalle de confiance

On calcule tout d'abord par la méthode d'Aroian la suite des probabilités d'acceptation, de continuation et de rejet pour la valeur $\theta' = 1$ du paramètre standardisé. Cette méthode consiste à calculer de proche en proche les probabilités d'acceptation, de continuation et de rejet de la manière suivante :

les temps standardisés correspondant aux intersections des lignes d'outages avec les frontières d'acceptation et de rejet sont calculées. On obtient ainsi la suite des temps standardisés d'acceptation et de rejet pour $\alpha = 0, 1$, $\beta = 0, 4$, $d = 2$, $\theta_1 = 4000$ et un temps minimum d'observation de un an.

1,1507 2,19 2,5370 3,0082 3,9233 4,3945 5,3096 5,7808 6,3038

Sur le graphe ci-dessus, les temps standardisés de rejet ont été arrondis et portés en bas du graphe. Ceux d'acceptation ont été portés en haut du graphe.

On détermine alors des zones (ici A , B jusqu'à E) où le nombre d'outages déterminant le rejet est constant. On les appelle zone d'homogénéité.

La zone A s'étend de 0 jusqu'à 1,1507 unité de temps, intervalle de temps durant lequel il faut au moins 3 outages pour entraîner le rejet.

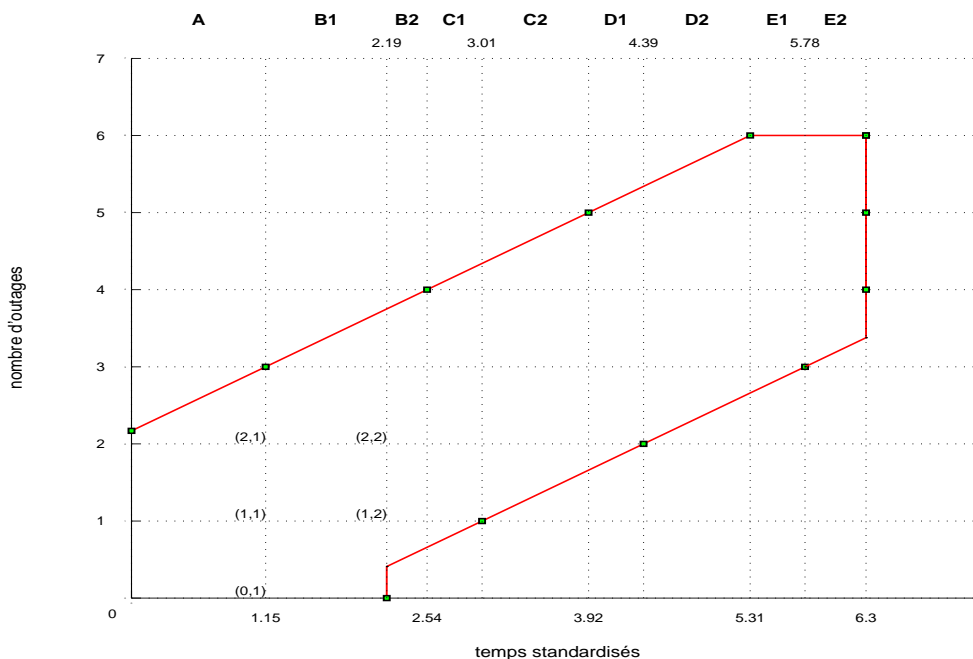


FIGURE 5 – Zones d’homogénéité et numérotation des zones de continuation

La zone B est la zone où il faut au moins 4 outages pour entraîner le rejet. Elle comprend deux parties B_1 et B_2 . La zone B_1 est la partie de la zone B où une acceptation a lieu s’il n’y a pas d’outages. Et ainsi de suite...

Pour chaque temps standardisé d’acceptation ou de rejet, on calcule les probabilités d’acceptation et de continuation $\mathbb{P}((i, t'); 1)$ dont nous déduisons ultérieurement les coefficients d’acceptation et de continuation.

La méthode utilisée ici est connue sous le nom de méthode directe d’Aroian.

A chaque étape m de la procédure du test séquentiel, on peut définir trois régions

- D_m^1 la région de rejet,
- D_m^0 la région d’acceptation,
- D_m la région de continuation.

Si (X_1, \dots, X_m) désigne un échantillon associé à D_m , on a

$$\mathbb{P}_\theta((X_1, \dots, X_m) \in D_m) + \sum_{n=1}^m \mathbb{P}_\theta((X_1, \dots, X_n) \in D_n^0) + \sum_{n=1}^m \mathbb{P}_\theta((X_1, \dots, X_n) \in D_n^1) = 1.$$

On note $C_m = \mathbb{P}_\theta((X_1, \dots, X_m) \in D_m)$
 $\mathbb{P}_m^0 = \mathbb{P}_\theta((X_1, \dots, X_m) \in D_m^0)$
 $\mathbb{P}_m^1 = \mathbb{P}_\theta((X_1, \dots, X_m) \in D_m^1)$

A l’étape 1, on a $C_1 + \mathbb{P}_1^0 + \mathbb{P}_1^1 = 1$.

A l'étape 2, on a $C_2 + \mathbb{P}_2^0 + \mathbb{P}_2^1 = C_1$.

Enfin, à la dernière étape, on a tout simplement $\mathbb{P}_{m_0}^0 + \mathbb{P}_{m_0}^1 = C_{m_0-1}$.

Les probabilités de continuation au temps t'_{R_3} ($=1,1507$, temps standardisé de rejet après au moins 3 outages) sont données par

$$\begin{aligned} \mathbb{P}((0; 1, 1507); 1) &= e^{-1,1507} = 0,3164 \\ \mathbb{P}((1; 1, 1507); 1) &= 1,1507 \cdot e^{-1,1507} = 0,3641 \\ \mathbb{P}((2; 1, 1507); 1) &= \frac{(1,1507)^2}{2} \cdot e^{-1,1507} = 0,2095. \end{aligned}$$

Ces quantités représentent les probabilités qu'il se soit produit respectivement 0,1,2 outages durant le temps standardisé 1,1507 en supposant que la vraie valeur de θ' est 1. Ces valeurs sont calculées à partir de la loi de Poisson.

On peut alors calculer $\mathbb{P}((3, t'_{R_3}); 1)$ par complémentation à 1 de la somme de ces trois probabilités.

Les probabilités de continuation au temps t'_{A_1} ($=2,19$) sont calculées de la manière suivante.

Pour arriver en (1,2), il faut soit partir de (1,1) et qu'il ne se produise aucun outage, soit partir de (0,1) et qu'il se produise 1 outage.

La probabilité de continuation calculée en (1,2) est donc

$$e^{(2,19-1,1507)} (0,3641 + (2,19 - 1,1507) \times 0,3164)$$

et ainsi de suite...

La probabilité d'acceptation au temps t'_{A_1} ($=2,19$) est donnée par

$$\mathbb{P}((0; 2, 19); 1) = e^{-2,19} = 0,1119.$$

Cette quantité représente la probabilité qu'aucun outage ne se soit produit durant le temps 2,19 en supposant que 1 soit la vraie valeur de θ' .

On obtient alors la suite des coefficients d'acceptation $c(i, t'_{A_i})$ et de continuation $c(i, t')$ à l'aide des formules

$$\begin{aligned} c(i, t'_{A_i}) &= e^{t'_{A_i}} \frac{i!}{(t'_{A_i})^i} \mathbb{P}((i, t'_{A_i}); 1), \\ c(i, t') &= e^{t'} \frac{i!}{(t')^i} \mathbb{P}((i, t'); 1) \quad . \end{aligned}$$

On est alors capable de résoudre par la méthode de bisection l'équation (15) qui donne la limite standardisée inférieure de confiance à 100 $(1 - \gamma)$ % lorsque le test se termine par une acceptation.

5.2 Probabilité de confiance

Il est maintenant possible d'inverser le problème. Sachant que le test se termine par une acceptation, on désire connaître le niveau de confiance que l'on peut avoir dans le fait que le vrai MTBO dépasse la valeur objectif θ_1 .

Ceci signifie que l'on souhaite calculer $\mathbb{P}(\theta' > 1 \mid (i, t_{A_i}))$ qui est la probabilité que le vrai MTBO dépasse la valeur standardisée 1 lorsque le test s'est terminé par une acceptation après i outages.

Ce problème est en quelque sorte le problème dual du précédent. C'est la même équation (15) qui va servir, mais au lieu de la résoudre en θ' on va la résoudre en γ .

Un problème délicat est celui de l'interprétation de cette probabilité. La seule façon d'y parvenir est de revenir au problème initial. Supposons que la résolution de (15) nous amène à la valeur γ_0 . Alors, il faut envisager la réponse sous l'angle suivant :

si l'on avait voulu chercher la borne inférieure de confiance à $100(1 - \gamma)\%$ (c'est-à-dire $\theta'_{L,\gamma_0,i}$), on aurait trouvé 1.

Comme ici, $\theta'_{L,\gamma,i}$ est fixé c'est γ_0 qui varie en fonction de i .

Les valeurs obtenues sont détaillées dans les tableaux ci-dessous et diverses comparaisons sont effectuées.

Sont présentés tout d'abord les graphiques correspondant aux différents plans envisagés : de $\beta = 0,1$ à $0,4$ avec $\alpha = 0,1$ et diverses configurations dans le cas de $\beta = 0,4$.

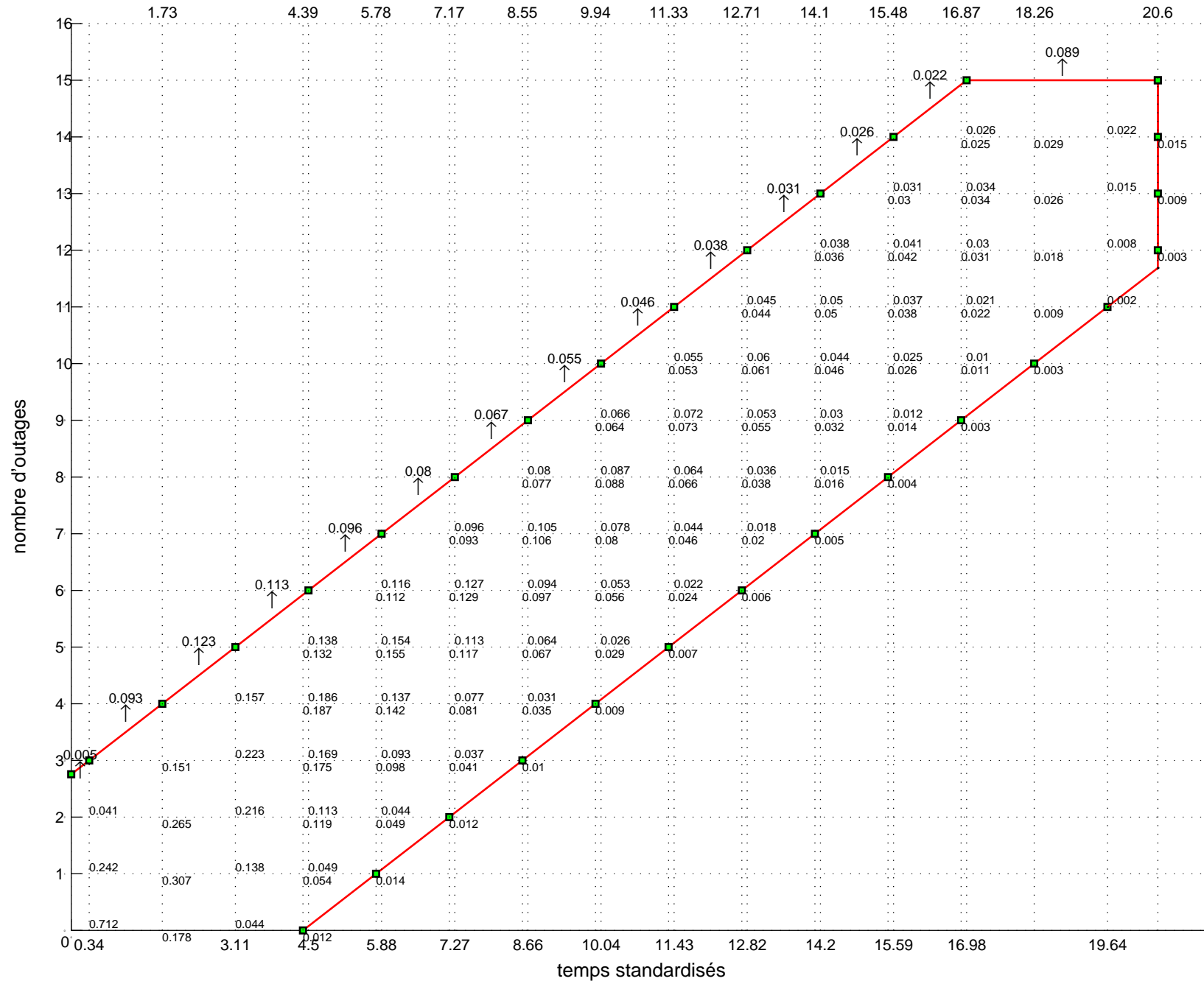
Apparaissent sur l'axe des x , les valeurs numériques des temps standardisés.

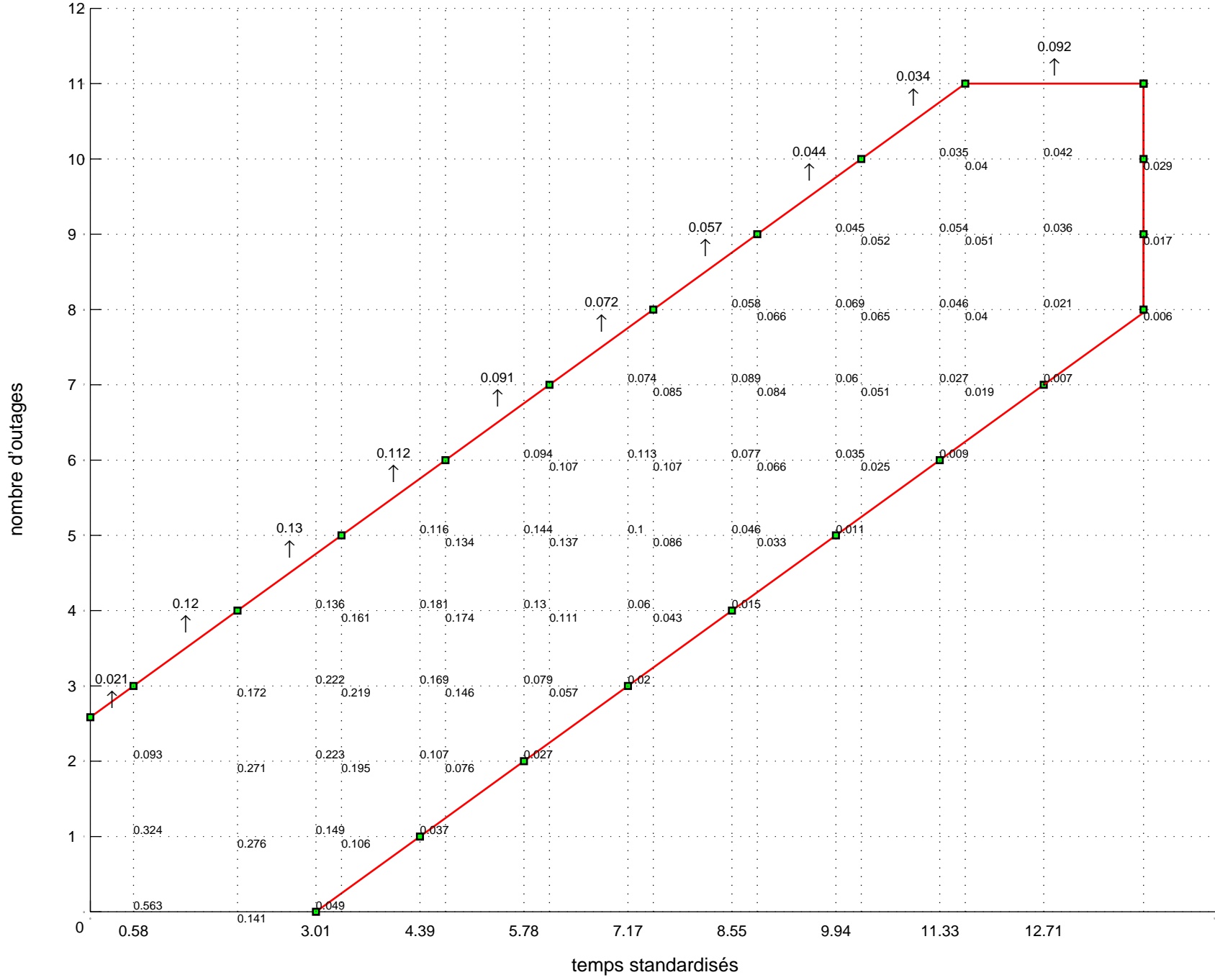
Puis les probabilités de continuation, d'acceptation et de rejet sont indiqués sur chaque plan à 10^{-3} près.

Ces probabilités nous permettent de résoudre l'équation (15) en γ et de remplir les tableaux qui fournissent également les temps standardisés d'observation.

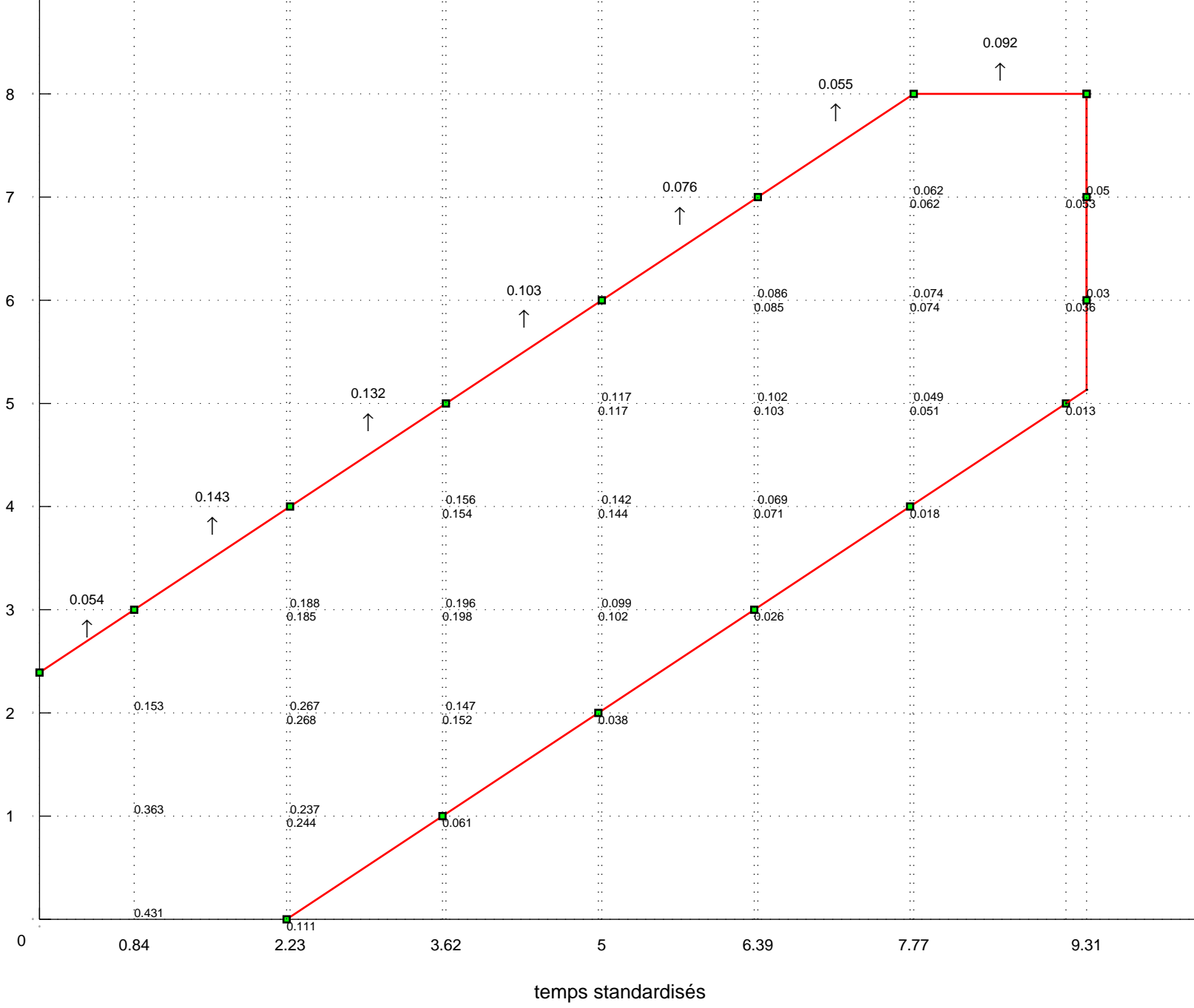
Pour une acceptation avec 0 outage, on passe d'une probabilité de confiance de 95,06 lorsque $\beta = 0,1$ à 88,81 lorsque $\beta = 0,4$ à condition d'exiger un temps minimum d'observation de 2,19 en temps standardisé, soit environ 1 an en temps réel lorsque $\theta_1 = 4000$ heures. Par contre, le temps standardisé d'observation passe de 4,39 à 2,19 : il est divisé par 2.

On constate dans le dernier plan que les probabilités de confiance restent toujours supérieures à 60%.

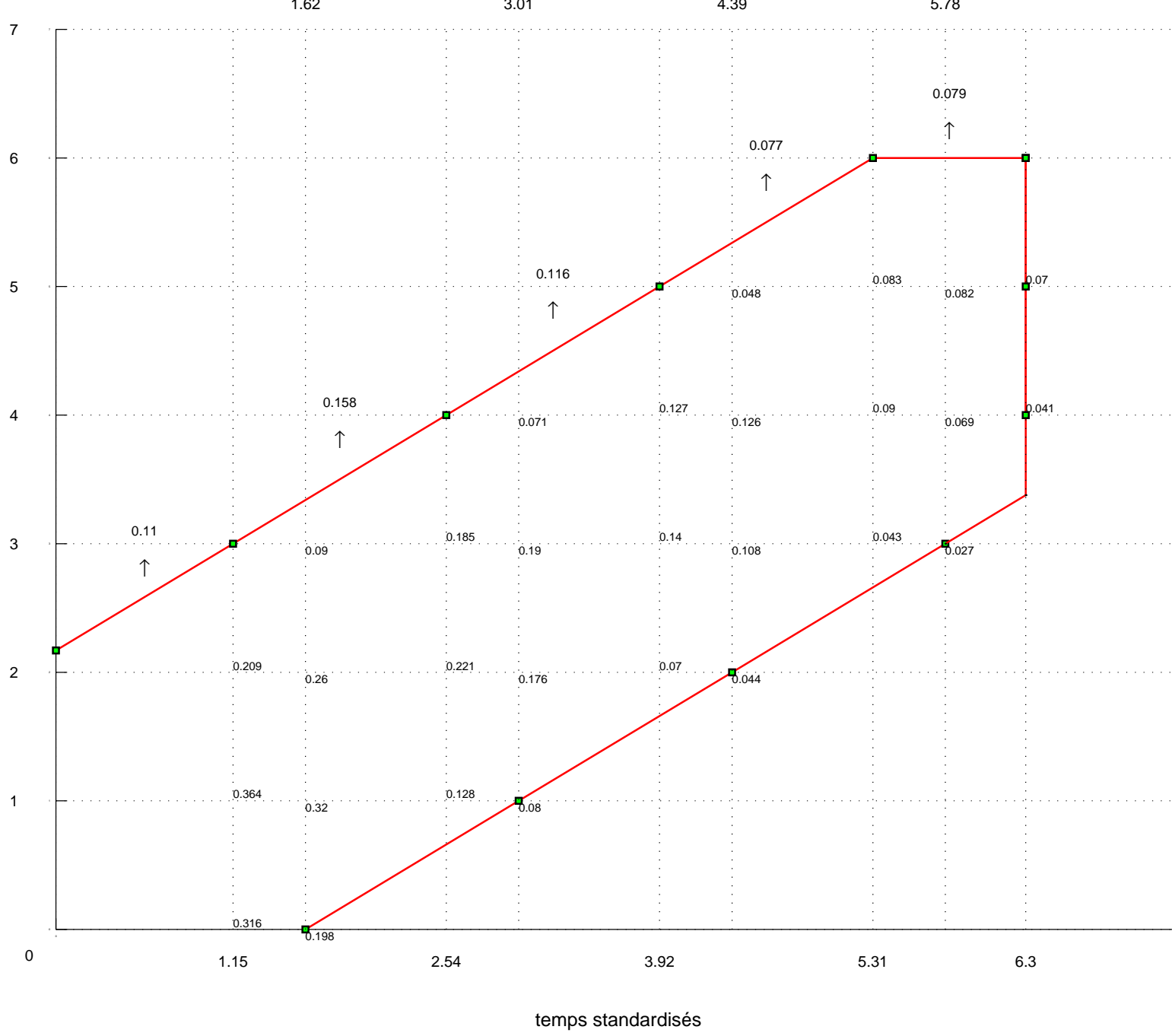




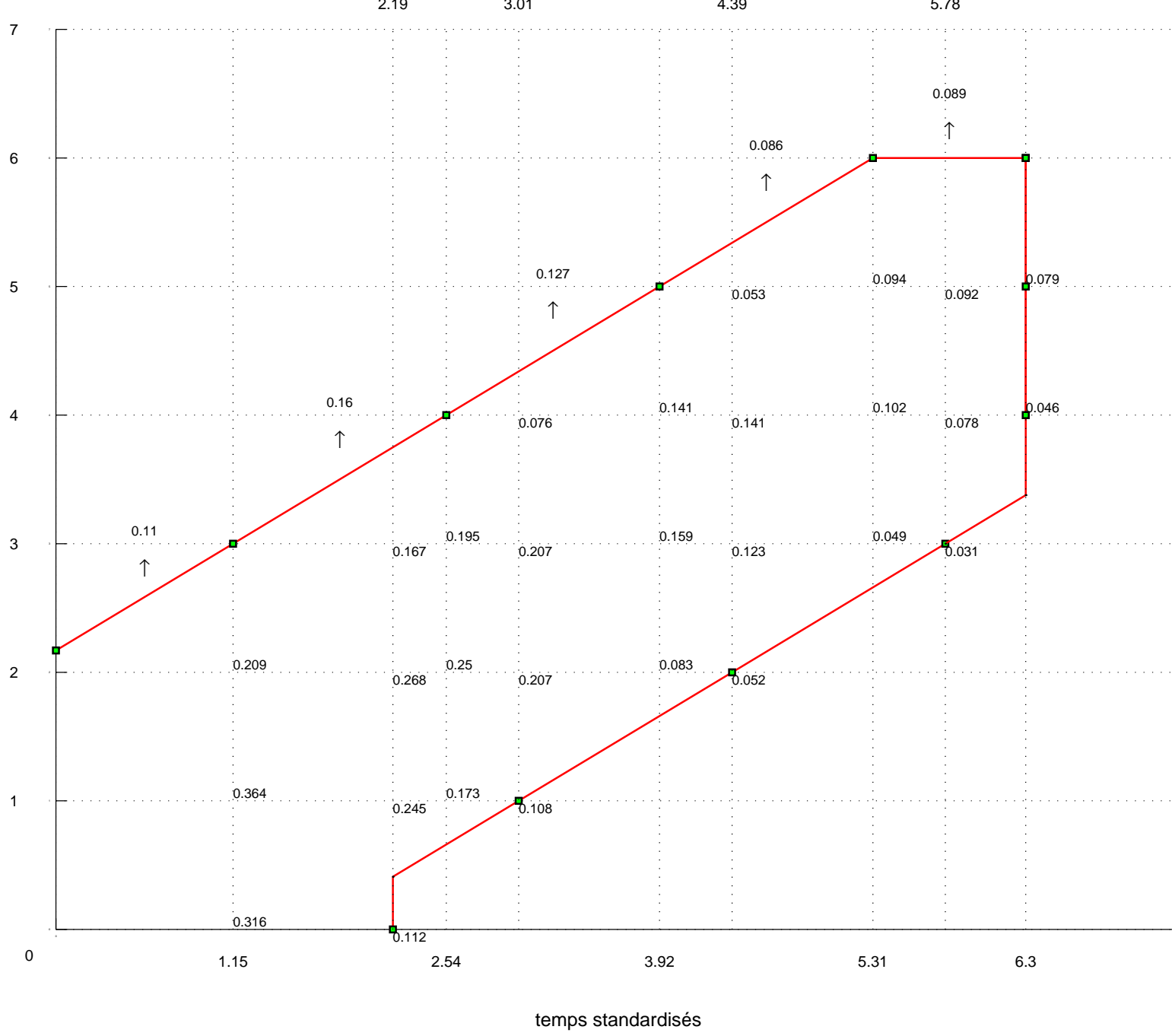
nombre d'outages

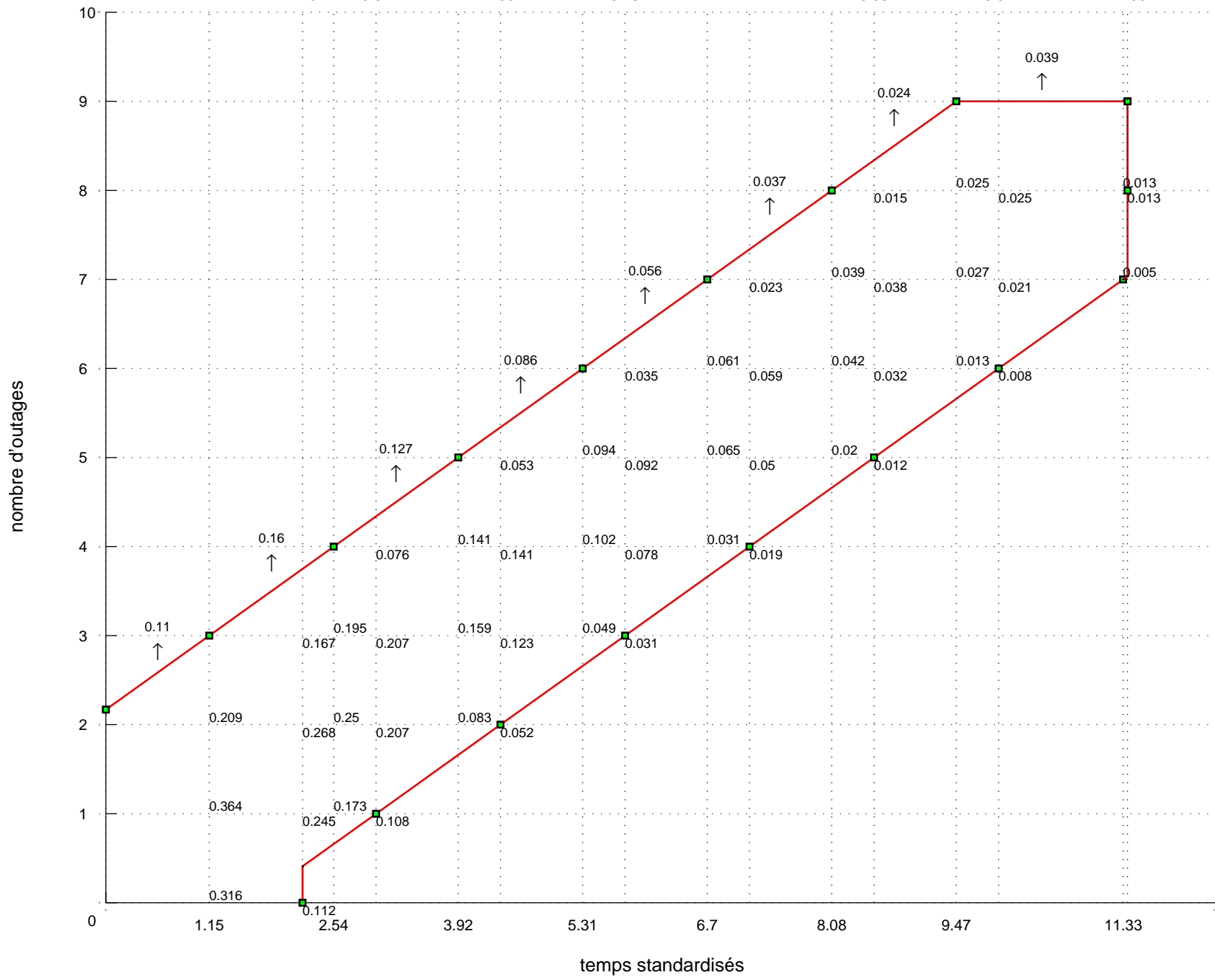


nombre d'outages



nombre d'outages





Valeur de Beta						
	0.1 sans tps minimum	0.2 sans tps minimum	0.3 sans tps minimum	0.4 sans tps minimum	0.4 avec tps minimum ¹	0.4 avec tps minimum, plan modifié ²
0	98,77	95,06	88,89	80,25	88,81	88,81
t'_{A_0}	4,3944	3,0082	2,1972	1,6219	2,19	2,19
1	97,41	91,35	82,79	72,24	77,99	77,99
t'_{A_1}	5,7807	4,3944	3,5835	3,0082	3,0082	3,0082
2	96,19	88,66	78,99	67,84	72,82	72,82
t'_{A_2}	7,167	5,7807	4,9698	4,3944	4,3944	4,3944
3	95,16	86,68	76,44	65,13	69,73	69,73
t'_{A_3}	8,5533	7,167	6,3561	5,7807	5,7807	5,7807
4	94,3	85,18	74,66	61,04	65,12	67,79
t'_{A_4}	9,9396	8,5533	7,7424	6,3038	6,3038	7,167
5	93,58	84,04	73,4	54,06	57,26	66,54
t'_{A_5}	11,3259	9,9396	9,1287	6,3038	6,3038	8,5533
6	92,98	83,16	70,39			65,73
t'_{A_6}	12,7122	11,3259	9,3122			9,9396
7	92,48	82,48	65,4			65,22
t'_{A_7}	14,0985	12,7122	9,3122			11,3259
8	92,07	81,92				63,9
t'_{A_8}	15,4848	14,0415				11,3375
9	91,73	80,22				
t'_{A_9}	16,8711	14,0415				

TAB.1 - Evolution des probabilités de confiance que Vrai MTBO > MTBO objectif et des temps standardisés correspondant en fonction de β où $\theta_0 = 8000$.

Ce tableau nous indique par exemple que si le test conduit à accepter l'équipement après 0 outage avec un temps minimum d'observation de 1 an (plan modifié) et une valeur de $\beta = 0,4$, la probabilité de confiance que le vrai MTBO soit supérieure à 4000 heures est de 88,81%.

De même si pour le même plan, le test conduit à accepter l'équipement après

-
1. avec temps minimum : pour ce plan, on observe pendant un temps minimum d'un an.
 2. le nombre maximum d'outages i_0 et le temps maximum d'observation t_0 ont été augmentés.

avoir observé 4 outages durant un temps de $7,167 \times 4000$ heures, la probabilité que le vrai MTBO soit supérieur à 4000 heures est de 67,79%.

	Valeur de Beta			
	0.1 sans tps minimum	0.2 avec tps minimum	0.3 avec tps minimum	0.4 avec tps minimum
0	98,77	98,75	98,75	98,75
t'_{A_0}	4,3944	4,38	4,38	4,38
1	97,41	93,34	93,26	93,26
t'_{A_1}	5,7807	4,3944	4,38	4,38
2	96,19	90,36	86,6	81,42
t'_{A_2}	7,167	5,7807	4,9698	4,3944
3	95,16	88,24	83,2	77,13
t'_{A_3}	8,5533	7,167	6,3561	5,7807
4	94,3	86,66	80,99	71,17
t'_{A_4}	9,9396	8,5533	7,7424	6,3038
5	93,58	85,46	79,45	61,33
t'_{A_5}	11,3259	9,9396	9,1287	6,3038
6	92,98	84,55	75,85	
t'_{A_6}	12,7122	11,3259	9,3122	
7	92,48	83,84	69,91	
t'_{A_7}	14,0985	12,7122	9,3122	
8	92,07	83,26		
t'_{A_8}	15,4848	14,0415		
9	91,73	81,5		
t'_{A_9}	16,8711	14,0415		

TAB.2 - Evolution des probabilités de confiance que Vrai MTBO > MTBO objectif et des temps standardisés correspondant en fonction de β où $\theta_0 = 4000$.

6 Conclusion

Les calculs effectués dans le cadre du rapport DERA s'appuient sur des connaissances statistiques qui ont été reconnues et publiées dans des revues spécialisées. Sous réserve de bien comprendre ce qu'est un intervalle de confiance et une probabilité de confiance, les propositions faites nous semblent cohérentes. Notons que lors d'un test d'un équipement dont on souhaite le fonctionnement pendant un minimum de 4000 heures, le lower test MTBO θ_1 est fixé à 4000 alors que θ_0 est fixé à 8000 heures. On adopte ainsi d'emblée une politique sécuritaire. De plus, le niveau de confiance de 60% n'est conseillé que lorsqu'il existe de bonnes raisons de penser, avant le test, que les appareils sont conformes.

Ce qui peut surprendre dans cette optique est la possible prise de décision à partir d'un nombre très faible d'observations. D'un point de vue théorique, ceci est parfaitement rigoureux à condition de s'assurer préalablement de la validité des hypothèses statistiques de travail. Ces deux hypothèses sont

- (i) **la loi du temps entre deux outages est une loi exponentielle,**
- (ii) **le MTBO est constant dans le temps.**

C'est pour tester l'ajustement à cette loi que l'on doit disposer de beaucoup d'observations. Il faut absolument s'assurer de la validité de ces deux hypothèses pour pouvoir faire confiance aux calculs expertisés plus haut.

Notons de plus qu'il serait intéressant de mettre une probabilité a priori sur la valeur possible du MTBO (plutôt que devoir trancher entre deux valeurs préétablies θ_0 et θ_1) puis de calculer des probabilités a posteriori et de comparer les résultats ainsi obtenus avec ceux expertisés plus haut (techniques bayésiennes).

Précisons enfin que cette étude n'a pas pris en compte la possibilité de traiter des systèmes (plusieurs capteurs de même catégorie fonctionnant séparément dans des conditions identiques). Ceci pourrait également diminuer le temps nécessaire à la qualification des appareils.