



# Allocation de Spectre et de Puissance dans les Systèmes Radio Cognitifs

Raouia Masmoudi, Elena Veronica Belmega, Inbar Fijalkow, Noura Sellami

## ► To cite this version:

Raouia Masmoudi, Elena Veronica Belmega, Inbar Fijalkow, Noura Sellami. Allocation de Spectre et de Puissance dans les Systèmes Radio Cognitifs. XXVème Colloque Grets, Sep 2015, Lyon, France. hal-01308908

**HAL Id: hal-01308908**

**<https://hal.science/hal-01308908>**

Submitted on 28 Apr 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Allocation de Spectre et de Puissance dans les Systèmes Radio Cognitives

Raouia MASMOUDI<sup>1,2</sup>, E. Veronica BELMEGA<sup>1</sup>, Inbar FIJALKOW<sup>1</sup>, Noura SELLAMI<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ETIS/ ENSEA, Université de Cergy-Pontoise, CNRS  
F-95000, Cergy-Pontoise, France

<sup>2</sup> LETI, École Nationale d'Ingénieurs de Sfax, Tunisie  
raouia.masmoudi, belmega, inbar.fijalkow@ensea.fr  
noura.sellami@iseecs.rnu.tn

**Résumé** – Cet article étudie un problème d'allocation de spectre et de puissance dans un système radio cognitive (CR) composé de plusieurs utilisateurs secondaires (SUs) et primaires (PUs). L'objectif est de minimiser la consommation globale de puissance des SUs sous contrainte d'une qualité minimale de service (QoS), d'interférence crête et moyenne maximales aux PUs. Afin d'étudier l'existence d'une solution optimale, nous proposons des conditions nécessaires et suffisantes pour la faisabilité du problème. La principale difficulté réside dans la non-convexité du problème en raison des contraintes discrètes d'allocation du spectre de type ordonnancement. Ainsi, nous construisons un problème plus simple et convexe basé sur la relaxation de Lagrange. Nous montrons que ce problème a des solutions discrètes qui sont les solutions optimales à notre problème initial non convexe. Nous proposons un algorithme itératif de sous-gradient pour calculer la solution optimale, lorsqu'elle existe. Plusieurs résultats numériques valident l'algorithme proposé.

**Abstract** – This paper investigates a joint spectrum scheduling and power allocation problem in Cognitive Radio (CR) networks composed of several secondary (SUs) and primary users (PUs). The objective is to minimize the overall SU system power consumption under minimum Quality of Service (QoS) constraints, maximum peak and average interference to the PUs constraints. Given the opposing nature of these constraints, we first study the problem feasibility and we provide sufficient and necessary conditions for the existence of a solution. The main challenge lies in the non-convexity of the problem because of the discrete spectrum scheduling policies. We overcome this issue by devising a simpler and convex problem based on Lagrangian relaxation. It turns out that, this problem has discrete solutions which are the optimal solutions to our initial non-convex problem. We propose an iterative sub-gradient algorithm to compute the optimal solution, when it exists. Several numerical results that sustain and give insight into the resolution of this problem are also provided.

## 1 Introduction

L'utilisation inefficace du spectre radio a conduit à des technologies innovantes de communication comme la radio cognitive (CR) [1]. Un système CR est basé sur les communications opportunistes entre des utilisateurs non-licenciés du spectre dits secondaires (SUs). Ces SUs communiquent soit à travers des bandes spectrales non utilisées qui sont licenciées aux utilisateurs primaires (PUs), soit à travers des bandes spectrales utilisées à condition que leur interférences au niveau des récepteurs primaires soient au dessous d'un certain seuil d'interférences prédéfini.

Dans les systèmes multi-utilisateurs, l'allocation de puissance devient particulièrement efficace lorsqu'elle est associée à une allocation discrète d'ordonnancement (*scheduling*) du spectre [2]. Dans cet article, nous considérons un problème d'allocation de spectre et de puissance dans lequel on minimise la consommation globale de puissance sous contrainte de qualité minimale de service (QoS) et d'interférence maximale aux récepteurs primaires. Ce problème est non trivial à cause de la nature discrète des contraintes d'ordonnancement du spectre (tel que un seul SU est autorisé à transmettre sur une bande). Un second défi dans notre travail par rapport à l'état de l'art [3], [4], réside dans le fait que la contrainte de QoS et les contraintes d'interférences peuvent ne pas être satisfaites simultanément. Afin

d'étudier l'existence d'une solution optimale, nous proposons des conditions nécessaires et suffisantes pour la faisabilité du problème.

Dans [3], les auteurs considèrent un problème d'allocation de spectre et de puissance dans un système *Orthogonal Frequency Division Multiplexing* (OFDM) sans le contexte radio cognitif. Inspiré par ce travail, nous proposons un problème plus simple et convexe basé sur la relaxation de Lagrange. Nous montrons que ce problème a des solutions discrètes qui optimisent notre problème initial. Nous proposons un algorithme itératif de type sous-gradient [5] pour calculer la solution lorsqu'elle existe.

## 2 Modèle du système

Nous considérons un modèle de canal CR illustré dans la figure 1 composé de  $Q \geq 1$  SU et  $K \geq 1$  PU. Chaque utilisateur primaire/secondaire se compose respectivement d'un émetteur primaire/secondaire (PT/ST) et un récepteur primaire/secondaire (PR/SR). La transmission est effectuée dans  $N$  bandes de fréquence orthogonales. La puissance d'émission de  $ST_q$  du  $q^{\text{ème}}$  SU dans la bande  $n \in \mathcal{N} \triangleq \{1, \dots, N\}$  est notée par  $p_{qn}$ , l'allocation de puissance du  $q^{\text{ème}}$  SU est notée  $\underline{p}_q = (p_{q1}, p_{q2}, \dots, p_{qN}) \in \mathbb{R}_+^N$ ,  $\forall q \in \mathcal{Q} \triangleq \{1, \dots, Q\}$  et le profil global d'allocation de puissance pour tous les SUs est noté par  $\underline{p} = (\underline{p}_1, \underline{p}_2, \dots, \underline{p}_Q) \in$

$\mathbb{R}_+^{N \times Q}$ . Le signal reçu au  $SR_q$  dans la bande  $n$  s'écrit :  $y_{qn} =$

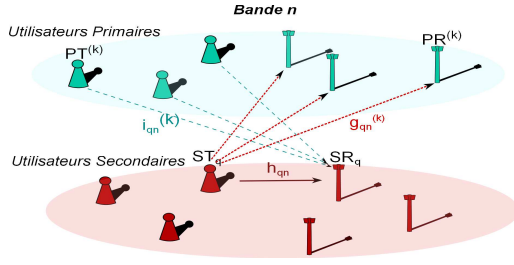


FIGURE 1: Système CR : seul  $SU_q$  est actif dans la bande  $n$

$$\sqrt{p_{qn} h_{qn}} s_{qn} + \sum_{k \in \mathcal{K}} i_{qn}^{(k)} + b_{qn},$$

où  $s_{qn}$  désigne le signal transmis au  $ST_q$ ,  $h_{qn}$  le gain de puissance du lien direct  $ST_q - SR_q$ ,  $b_{qn} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_{qn}^2)$  le bruit dans la bande  $n$  et  $i_{qn}^{(k)} \sim \mathcal{CN}(0, (\tau_{qn}^{(k)})^2)$  le signal d'interférence du  $k^{\text{ème}}$  PU au  $q^{\text{ème}}$  SU,  $k \in \mathcal{K} \triangleq \{1, \dots, K\}$ . Ces hypothèses sont habituelles en allocation de ressources dans les canaux CR [6–9]. Dans ce contexte, nous définissons le débit de la transmission du  $q^{\text{ème}}$  SU dans chaque bande  $n$  :

$$r_{qn}(x_{qn}, p_{qn}) = \begin{cases} x_{qn} \log \left( 1 + \frac{c_{qn} p_{qn}}{x_{qn}} \right), & \text{si } x_{qn} > 0, \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (1)$$

Comme notre problème d'intérêt est un problème discret par rapport au paramètre d'ordonnancement de spectre, i.e.,  $x_{qn} \in \{0, 1\}$ , l'équation (1) correspond exactement au débit atteignable de Shannon. Par contre, dans le cas continu l'expression (1) n'est pas le débit de Shannon mais cette fonction va jouer un rôle important dans la relaxation de Lagrange qu'on proposera par la suite. Le débit total de la transmission du  $SU_q$  est donné par :

$$R_q(x_q, p_q) = \sum_{n \in \mathcal{N}} r_{qn}(x_{qn}, p_{qn}), \quad (2)$$

où  $x_{qn}$  représente la fraction de bande  $n$  qui est allouée au  $SU_q$  : ce paramètre d'ordonnancement  $x_{qn}$  est égal à 1 si  $SU_q$  est autorisé à transmettre dans la bande  $n$  et zéro sinon. Pour éviter les interférences aux PUs et entre les SUs, nous supposons qu'au plus un SU est autorisé à transmettre dans une bande donnée.  $c_{qn} = h_{qn} / (\sigma_{qn}^2 + \sum_{k=1}^K (\tau_{qn}^{(k)})^2)$  représente le rapport signal à interférences plus bruit (SINR) de la liaison directe du  $q^{\text{ème}}$  SU.

### 3 Formulation du problème

Nous cherchons l'allocation optimale du spectre et de puissance qui minimise la consommation de puissance globale des SUs sous contraintes de débit minimal et puissances d'interférences maximales. Ce problème d'optimisation (discret par rapport à  $\mathbf{x}$ ) s'écrit comme suit :

$$(DP_1) \begin{cases} \min_{(\mathbf{x}, \mathbf{p})} & \sum_{q \in \mathcal{Q}} \sum_{n \in \mathcal{N}} p_{qn} \\ \text{s.c} & \sum_{n \in \mathcal{N}} g_{qn}^{(k)} p_{qn} \leq \bar{P}_q^{(k)}, \forall q, \forall k \\ & 0 \leq g_{qn}^{(k)} p_{qn} \leq P_{qn}^{\text{peak}(k)}, \forall n, \forall q, \forall k \\ & R_q(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \geq R_q^{\min}, \forall q \\ & \sum_q x_{qn} \leq 1, \forall n \\ & x_{qn} \in \{0, 1\}, \forall n, \forall q \end{cases}$$

où  $R_q^{\min}$  représente la qualité de service minimale requise au  $SU_q$ ,  $g_{qn}^{(k)}$  le gain de puissance du lien interférant  $ST_q - PR^{(k)}$ ,  $\bar{P}_q^{(k)}$  est la puissance maximale d'interférence moyenne qui peut être causée par  $SU_q$  au  $PU^{(k)}$  et  $P_{qn}^{\text{peak}(k)}$  est la puissance maximale d'interférence crête autorisée dans la bande  $n$ .

La fonction objective de  $(DP_1)$  est la minimisation de puissance globale qui est en cohérence avec le contexte des communications *green* [10]. La première question qui se pose est de savoir si la contrainte de QoS, les contraintes d'interférence aux PR et les contraintes d'ordonnancement peuvent être simultanément satisfaites en fonction des paramètres du système.

#### 3.1 L'ensemble faisable

On définit l'ensemble faisable de  $(DP_1)$   $\mathcal{S}_{\mathcal{F}}$  comme suit :

$$\mathcal{S}_{\mathcal{F}} = \left\{ (\mathbf{x}, \mathbf{p}) \in \{0, 1\}_+^{N \times Q} \times \mathbb{R}_+^{N \times Q} \text{ tel que :} \right. \\ \left. \begin{aligned} & \sum_{n \in \mathcal{N}} g_{qn}^{(k)} p_{qn} \leq \bar{P}_q^{(k)}, \forall q, \forall k; \\ & 0 \leq g_{qn}^{(k)} p_{qn} \leq P_{qn}^{\text{peak}(k)}, \forall n, \forall q, \forall k; \\ & R_q(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \geq R_q^{\min}, \forall q; \\ & \sum_{q \in \mathcal{Q}} x_{qn} \leq 1, \forall n \text{ et } x_{qn} \in \{0, 1\}, \forall n, \forall q. \end{aligned} \right.$$

Nous fournissons des conditions nécessaires et/ou suffisantes pour l'existence d'au moins une solution  $\mathcal{S}_{\mathcal{F}} \neq \emptyset$ . Comme nous supposons qu'au plus un SU est autorisé à transmettre dans une bande, nous n'avons aucune solution quand  $N < Q$  à cause des contraintes de QoS minimum. Lorsque  $N \geq Q$ , une solution optimale existe en respectant les conditions suivantes :

**Théorème 1 Condition nécessaire :** En supposant que  $N \geq Q$ ,  $R_q^{\min} > 0, \forall q$ , si le débit minimum  $R_{\ell}^{\min}$  d'un SU arbitraire  $\ell$  est supérieur au débit maximum  $R_{\ell}^{\max}$  du  $SU_{\ell}$  atteignable si  $SU_{\ell}$  était le seul SU dans le système, alors l'ensemble faisable  $\mathcal{S}_{\mathcal{F}}$  est vide.

**Théorème 2 Condition suffisante :** En supposant que  $N \geq Q$ ,  $R_q^{\min} > 0, \forall q$ , si pour chaque  $SU_q$ , le débit minimum requis  $R_q^{\min}$  est inférieur au seuil :

$$R_q^{CS} = \log \left( 1 + \min_n \left\{ c_{qn} \min_k \left\{ \frac{\bar{P}_q^{(k)}}{g_{qn}^{(k)}}, \frac{P_{qn}^{\text{peak}(k)}}{g_{qn}^{(k)}} \right\} \right\} \right) \text{ qui correspond au débit dans son pire canal, alors l'ensemble faisable est non-vide.}$$

Dans ce qui suit, nous allons proposer un algorithme efficace afin de résoudre le problème  $(DP_1)$  quand l'ensemble faisable  $\mathcal{S}_{\mathcal{F}}$  est non-vide, en utilisant la relaxation de Lagrange [5].

#### 3.2 La relaxation de Lagrange

Lorsque l'ensemble faisable  $\mathcal{S}_{\mathcal{F}}$  est non-vide, nous résolvons un problème de relaxation de Lagrange dans lequel le paramètre d'ordonnancement est continu  $x_{qn} \in [0, 1]$  :

$$(CP_2) \begin{cases} \min_{(\mathbf{x}, \mathbf{p})} & \sum_{q \in \mathcal{Q}} \sum_{n \in \mathcal{N}} p_{qn} \\ \text{s.c} & \sum_{n \in \mathcal{N}} g_{qn}^{(k)} p_{qn} \leq \bar{P}_q^{(k)}, \forall q, \forall k \\ & 0 \leq g_{qn}^{(k)} p_{qn} \leq x_{qn} P_{qn}^{\text{peak}(k)}, \forall n, \forall q, \forall k \\ & R_q(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \geq R_q^{\min}, \forall q \\ & \sum_q x_{qn} \leq 1, \forall n \\ & 0 \leq x_{qn} \leq 1, \forall n, \forall q \end{cases}$$

Ce problème relaxé ( $CP_2$ ) est un problème d'optimisation convexe [11], plus simple à résoudre que ( $DP_1$ ). Inspiré de [3], le problème ( $CP_2$ ) n'est pas exactement la relaxation de Lagrange de ( $DP_1$ ) mais d'un autre problème discret équivalent dans lequel la contrainte de puissance d'interférence crête  $g_{qn}^{(k)} p_{qn} \leq P_{qn}^{peak(k)}$  est remplacée par  $g_{qn}^{(k)} p_{qn} \leq x_{qn} P_{qn}^{peak(k)}$  et en utilisant la fonction de (1). Ainsi, nous proposons le théorème suivant :

**Théorème 3** Si ( $CP_2$ ) est faisable, alors il a au moins une solution discrète et toutes les solutions discrètes de ( $CP_2$ ) représentent les solutions optimales de ( $DP_1$ ).

Les deux points clés de ce théorème sont d'une part l'expression du débit dans (1) et d'autre part le remplacement des contraintes d'interférences crêtes en  $g_{qn}^{(k)} p_{qn} \leq x_{qn} P_{qn}^{peak(k)}$ , qui permettent au ( $CP_2$ ) d'avoir des solutions discrètes. En introduisant ces contraintes, il n'y a pas une perte d'optimalité par rapport au problème initial. Donc, tout algorithme qui résout ( $CP_2$ ), résout également ( $DP_1$ ). Par la suite, nous proposons un tel algorithme qui permet de résoudre le problème ( $DP_1$ ) lorsque l'ensemble faisable  $\mathcal{S}_{\mathcal{F}}$  est non-vide.

### 3.3 Algorithme de sous-gradient

Le problème ( $CP_2$ ) est convexe et peut être résolu via une formulation duale. On associe les multiplicateurs de Lagrange  $\lambda = (\lambda_q)_{q \in \mathcal{Q}}$  avec les contraintes des puissances d'interférence totale,  $\beta = (\beta_q)_{q \in \mathcal{Q}}$  avec les contraintes des débits et  $\mu = (\mu_n)_{n \in \mathcal{N}}$  avec les contraintes d'ordonnancement, résultant dans le Lagrangien suivant :

$$L(\lambda, \beta, \mu, \mathbf{x}, \mathbf{p}) = \sum_q \sum_n p_{qn} - \sum_q \beta_q (R_q(\mathbf{x}, \mathbf{p}) - R_q^{min}) + \sum_k \sum_q \lambda_q^{(k)} (\sum_n g_{qn}^{(k)} p_{qn} - \bar{P}_q^{(k)}) + \sum_n \mu_n (\sum_q x_{qn} - 1)$$

La valeur optimale du problème ( $CP_2$ ) est donnée par :

$$\max_{(\lambda, \beta, \mu) \geq 0} \min_{(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \in \mathcal{S}_{\mathcal{F}}} L(\lambda, \beta, \mu, \mathbf{x}, \mathbf{p}). \quad (3)$$

Nous résolvons le problème ( $CP_2$ ) par les étapes suivantes :

**Étape 1 :** La puissance optimale  $\mathbf{p}$  qui maximise  $L(\lambda, \beta, \mu, \mathbf{x}, \mathbf{p})$  pour  $\lambda, \beta$  et  $\mu$  fixés est :

$$p_{qn}^* = \frac{x_{qn}}{c_{qn}} \left[ \frac{\beta_q c_{qn}}{1 + \sum_k \lambda_q^{(k)} g_{qn}^{(k)}} - 1 \right]_{0}^{\min\{P_{qn}^{peak(k)}\} c_{qn}} \quad (4)$$

**Étape 2 :** En substituant  $\mathbf{p}^*$  dans  $L(\lambda, \beta, \mu, \mathbf{x}, \mathbf{p})$ , on obtient :

$$G(\lambda, \beta, \mu, \mathbf{x}) = - \sum_q \sum_n x_{qn} (\varphi_{qn} - \mu_n) + \sum_q \beta_q R_q^{min} - \sum_k \sum_q \lambda_q^{(k)} \bar{P}_q^{(k)} - \sum_n \mu_n, \quad (5)$$

où  $\varphi_{qn} = \varphi(a, b, c, d)$  est défini par :

$$\begin{cases} 0 & \text{si } \frac{a}{c} \geq b; \\ -b + \frac{a}{c} + b \log(\frac{bc}{a}) & \text{si } \frac{a}{c} \leq b \leq \frac{a(dc+1)}{c}; \\ -da + b \log(1 + dc) & \text{si } \frac{(a)(dc+1)}{c} < b \end{cases} \quad (6)$$

$$a = 1 + \sum_k \lambda_q^{(k)} g_{qn}^{(k)}, \quad b = \beta_q, \quad c = c_{qn} \text{ et } d = \min\{P_{qn}^{peak(k)}\}.$$

**Étape 3 :** À partir de (5), nous remarquons que la fonction  $G$

est affine en  $\mathbf{x}$ . Nous l'optimisons par rapport à  $\mathbf{x}$  tel que  $x_{qn} \in [0, 1]$  et obtenons <sup>1</sup> :

$$G(\lambda, \beta, \mu) = - \sum_q \sum_n [\varphi_{qn} - \mu_n]^+ + \sum_q \beta_q R_q^{min} - \sum_k \sum_q \lambda_q^{(k)} \bar{P}_q^{(k)} - \sum_n \mu_n. \quad (7)$$

où l'allocation optimale d'ordonnancement de spectre  $\mathbf{x}^*$  est :

$$x_{qn}^*(\mu) = \begin{cases} 1 & \text{si } \varphi_{qn} > \mu_n \\ 0 & \text{si } \varphi_{qn} < \mu_n \end{cases} \quad (8)$$

Si  $\varphi_{qn} = \mu_n$ , la valeur optimale de  $x_{qn}^*$  peut être n'importe quel réel dans l'intervalle  $[0, 1]$ . Ces cas problématiques se produisent avec une probabilité nulle si les gains de canaux sont aléatoires. Nous prenons  $x_{qn}^*(\mu) = 1$  si  $\varphi_{qn} = \mu_n$ . Nous pouvons alors maximiser la fonction dual  $G(\lambda, \beta, \mu)$  par rapport à  $\mu$  pour  $\lambda$  et  $\beta$  fixés, en définissant  $\mu_n = \mu_n^*(\lambda, \beta)$  obtenu de la manière suivante :

$$\mu_n^*(\lambda, \beta) = \max_q \varphi_{qn}(\lambda_q^{(k)}, \beta_q). \quad (9)$$

À partir de (8) nous observons que ( $CP_2$ ) a des solutions discrètes en  $\mathbf{x}^*$  quand il est faisable. Puisque nous sommes intéressés à résoudre le problème discret ( $DP_1$ ), nous choisissons de sélectionner une solution discrète comme suit :

$$x_{qn}^*(\mu^*) = \begin{cases} 1 & \text{si } \varphi_{qn} = \mu_n^* \\ 0 & \text{si } \varphi_{qn} < \mu_n^* \end{cases} \quad (10)$$

**Étape 4 :** En substituant  $\mu^*$  dans  $G(\lambda, \beta, \mu)$  et en remarquant que  $\mu^*, \mathbf{p}^*, \mathbf{x}^*$  sont fonctions de  $\lambda$  et  $\beta$ , alors on a :

$$G(\lambda, \beta) = - \sum_n \max_q \varphi_{qn}(\lambda_q^{(k)}, \beta_q) + \sum_q \beta_q R_q^{min} - \sum_k \sum_q \lambda_q^{(k)} \bar{P}_q^{(k)}. \quad (11)$$

La solution de l'équation (3) est donnée par la minimisation de  $G(\lambda, \beta)$  par rapport à  $\lambda \geq 0$  et  $\beta \geq 0$ . Pour cela, on utilise la méthode itérative de sous-gradient [5] et on met à jour  $\lambda$  et  $\beta$  comme suit :

$$\lambda_q^{(k)[t]} = \left[ \lambda_q^{(k)[t-1]} - \tau_\lambda (\bar{P}_q^{(k)} - \sum_n g_{qn}^{(k)} p_{qn}^{*[t]}) \right]^+ \quad (12)$$

$$\beta_q^{[t]} = \left[ \beta_q^{[t-1]} + \tau_\beta (R_q^{min} - R_q(x_{qn}^{*[t]}, p_{qn}^{*[t]})) \right]^+ \quad (13)$$

Cet algorithme de sous-gradient converge vers l'une des solutions optimales de ( $CP_2$ ) à condition que l'ensemble faisable soit non-vide.

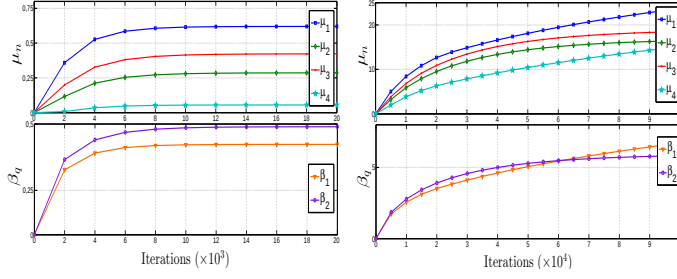
## 4 Résultats numériques

Dans cette section, nous évaluons l'algorithme proposé à travers des simulations numériques. Nous considérons le scénario 1<sup>2</sup> :  $N = 4, K = 8, Q = 2, \bar{P}_q^{(k)} = 10 \text{ W}, \forall q, \forall k, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 27.8797 & 2.0727 & 0.7779 & 4.3263 \\ 7.6688 & 7.6722 & 11.0049 & 1.7281 \end{pmatrix}, P_{qn}^{peak(k)} = 20 \text{ W}, \mathbf{g}^{(k)} = \begin{pmatrix} 2.4086 & 3.2329 & 1.1983 & 0.4016 \\ 1.8904 & 0.1510 & 0.0362 & 0.3318 \end{pmatrix}, \forall k, P_{qn}^{peak(k)} = 20 \text{ W}, \forall q, \forall n, \forall k, R_1^{CS} = 1.4421 \text{ bps}, R_2^{CS} = 4.7488 \text{ bps}, \forall q, \forall n, \forall k, \text{ les débits de la condition suffisante (Théorème 2) : } R_1^{CS} = 1.4421 \text{ bps}, R_2^{CS} = 4.7488 \text{ bps et les débits de la condition nécessaire (Théorème 1) : } R_1^{max} = 8.0803 \text{ bps}, R_2^{max} = 12.8686 \text{ bps}.$

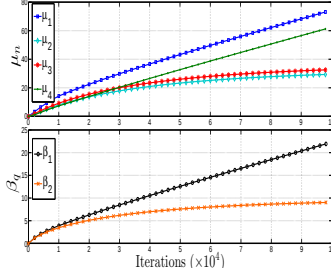
1. Notons par  $[x]^+ = \max(x, 0)$ .

2. Notons par  $\mathbf{c} = [c_{qn}]_{q,n}$  et  $\mathbf{g}^{(k)} = [g_{qn}^{(k)}]_{q,n}$  les matrices de dimension  $Q \times N$  avec les coefficients  $c_{qn}$  pour tous les SUs et toutes les bandes, respectivement  $g_{qn}$  pour tous les SUs, toutes les bandes et pour chaque PU.

## 4.1 Comportement de l'algorithme proposé



(a) CS ne sont pas respectées et CN sont respectées



(b) CN ne sont pas respectées

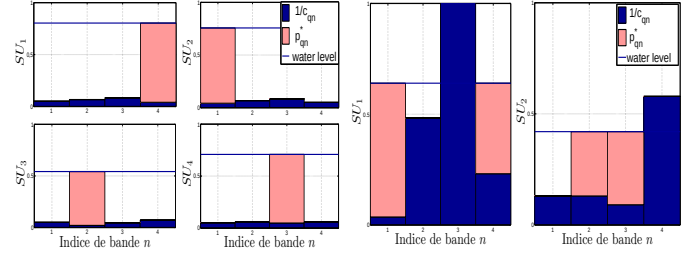
FIGURE 2: Comportement de l'algorithme lorsque (a) CS ne sont pas respectées et CN sont respectées ; (b) CN ne sont pas respectées.

Dans la figure 2, nous illustrons le comportement de notre algorithme pour le scénario 1 en fixant la valeur du débit cible  $R_q^{min}$ ,  $\forall q$ . Nous traçons le multiplicateur de Lagrange  $\mu_n$  associé à la contrainte d'ordonnancement et le multiplicateur de Lagrange  $\beta_q$  associé à la contrainte de débit. Dans la figure 2(a), quand les CS ne sont pas respectées mais les CN sont respectées, nous remarquons qu'il existe deux cas : soit l'algorithme converge (figure de gauche lorsque  $R_1^{min} = R_2^{min} = 3 \text{ bps}$ ) à la solution optimale, soit il diverge (figure de droite lorsque  $R_1^{min} = R_2^{min} = 8 \text{ bps}$ ). Dans la figure 2(b), nous montrons le cas où l'algorithme ne converge pas avant d'atteindre le nombre max d'itérations dans le cas où les CN ne sont pas respectées lorsque  $R_1^{min} = R_2^{min} = 13 \text{ bps}$ .

En conclusion, si les CS ne sont pas respectées, nous ne savons pas a priori si l'algorithme converge ou non. Nous pouvons seulement dire que, s'il converge avant d'atteindre le nombre maximum d'itérations, le problème est faisable et le point de convergence est la solution optimale.

## 4.2 Solution optimale

Dans la figure 3, nous représentons l'allocation de spectre et de puissance dans scénario 1. L'allocation de puissance  $p_{qn}^*$  est de type *water-filling* comme définie dans (4). Nous remarquons que chaque bande est attribuée à un SU et que toutes les bandes sont utilisées. En général, le SU qui utilise une bande donnée est celui qui a le SINR maximum dans cette bande. Nous représentons les deux cas. Lorsque la solution existe et l'algorithme converge, figure 3(a) représente le cas où les CS sont respectées lorsque  $R_1^{min} = R_2^{min} = 1.2 \text{ bps}$  et figure 3(b) représente le cas où les CS ne sont pas respectées et CN sont respectées lorsque  $R_1^{min} = R_2^{min} = 3 \text{ bps}$ .



(a) CS sont respectées

(b) CS ne sont pas respectées

FIGURE 3: Solution optimale  $(x^*, p^*)$  existe lorsque (a) CS sont respectées ; (b) CS ne sont pas respectées.

## 5 Conclusion

Nous avons étudié un problème d'allocation de spectre et de puissance *green* dans un système radio cognitif qui minimise la consommation de puissance globale des SUs sous contraintes de débit minimal et puissances d'interférences maximales. Nous avons fourni des conditions nécessaires et suffisantes pour l'existence d'une solution optimale. La non-convexité de ce problème (en raison des contraintes d'ordonnancement discrètes) est surmontée en considérant la relaxation de Lagrange et en changeant la contrainte d'interférences crête. Nous avons alors proposé un algorithme itératif de sous-gradient pour calculer la solution optimale du problème quand elle existe.

## Références

- [1] J. Mitola and G. Q. Maguire Jr, "Cognitive Radio : Making Software Radios more Personal", *IEEE Pers. Communications*, vol. 6, no. 4, 13–18, 1999.
- [2] A. Alsawah and I. Fijalkow, "Practical Radio Link Resource Allocation for Fair QoS-Provision in OFDMA Cellular Systems with Partial Channel-State Information", *EURASIP Signal Processing*, 2009.
- [3] H. Jianwei, V.G. Subramanian, R. Agrawal and R.A. Berry, "Joint Scheduling and Resource Allocation in Uplink OFDM Systems for Broadband Wireless Access Networks", *IEEE JSAC*, vol. 27, no. 2, Feb. 2009.
- [4] V.G.Subramanian, R.A. Berry and R. Agrawal, "Joint Scheduling and Resource Allocation in CDMA Systems", *IEEE Trans. Information theory*, vol. 56, no. 5, May. 2010.
- [5] S. Boyd, L. Xiao and A. Mutapic, "Subgradient Methods", *Stanford University*, 2003.
- [6] R. Masmoudi, E. V. Belmega, I. Fijalkow and N. Sellami, "A Closed-Form Solution to the Power Minimization Problem over two Orthogonal Frequency Bands under QoS and Cognitive Radio Interference Constraints", *IEEE DySPAN*, 212–222, USA, Oct. 2012.
- [7] D. T. Ngo and T. Le-Ngoc, "Distributed Resource Allocation for Cognitive Radio Networks with Spectrum-Sharing Constraints", *IEEE Trans. Vehicular Technology*, vol. 60, no. 7, 3436 – 3449, Sep. 2011.
- [8] R. Masmoudi, E.V. Belmega, I. Fijalkow and N. Sellami, "A Unifying View on Energy-Efficiency Metrics in Cognitive Radio Channels", *EU-SIPCO*, 171 – 175, Lisbon, Sep. 2014.
- [9] R. Masmoudi, E.V. Belmega, I. Fijalkow and N. Sellami, "Joint Scheduling and Power Allocation in Cognitive Radio Systems", *Workshop IEEE SCAN in ICC conference*, London, Jun. 2015.
- [10] E. Masera and T. Lestable, "Econhome Project Presentation", *Mobile World Congress*, Barcelona, Feb. 2011.
- [11] S.Boyd and L. Vandenberghe, "Convex Optimization", *Cambridge Univ. Press*, UK, 2004.