Les premiers textes de René Thom sur la morphogenèse et la linguistique : 1966-1970.

Jean Petitot

Les premiers textes de René Thom sur la morphogenèse et la linguistique : 1966-1970

Jean Petitot

1 Introduction

Au milieu des années 1960, René Thom commença à rédiger ses premiers textes sur les applications à la morphogenèse en biologie et à la syntaxe actantielle en linguistique de la théorie de la stabilité structurelle et des déploiements universels de singularités de fonctions différentiables de codimension ≤ 4. Nous nous proposons de commenter cinq de ces articles :

1. *Une théorie dynamique de la morphogenèse* [1].
2. *A dynamical theory for morphogenesis* [2].
3. *Topological models in biology* [3].
4. *A mathematical approach to morphogenesis : archetypal morphologies* [4].
5. *Topologie et linguistique* [5].

Ces articles font partie de cette explosion créatrice qui conduira en quelques années à *Stabilité structurelle et Morphogenèse* [8] et à *Modèles mathématiques de la Morphogenèse* [11]. On trouvera dans ces deux ouvrages de référence un grand nombre de compléments et d'approfondissements. A partir des années 1970 les textes sur ces sujets deviendront de plus en plus nombreux.

Ces applications ne sont pas du tout du même ordre que celles dont on avait jusque là l'habitude, en particulier en physique. Elles s'insèrent dans une refonte de la notion même de *modélisation*. Comme l'indique le sous-titre de *Stabilité structurelle et Morphogenèse : Essai d'une théorie générale des modèles* et comme René Thom n'a eu de cesse de l'affirmer, la théorie des catastrophes (TC) est un « art des modèles » :

> Ce que nous apportons ici, c'est non pas une théorie scientifique, mais bien une méthode. (...) Nos méthodes (...) conduiront à un *art* des modèles. ([8], p. 324)

Ces applications se situent donc au carrefour de trois filons :

1. celui d'innovations mathématiques fort importantes en topologie et en géométrie différentielles ;
2. celui d'une redéfinition des applications des mathématiques à la réalité empirique (Thom y revenait sans cesse) ;

3. celui d'une problématique philosophique et scientifique compliquée, celle de la morphogenèse, qui depuis l'hylémorphisme d'Aristote, a eu une histoire fort mouvementée.

Il n'est donc pas étonnant qu'elles aient pu rencontrer quelques difficultés d'appréciation et susciter quelques controverses. Nous voudrions essayer de clarifier un peu la situation.

2 Une nouvelle conception de la modélisation

2.1 Présent mathématique et passé philosophique

La refonte thomienne du concept classique de modèle a réactivé de nombreux débats classiques de philosophie des sciences et la plupart des interrogations qu'elle a pu susciter étaient dues à l'écart toujours grandissant qui, depuis ce que l'on a appelé la « coupure épistémologique » galiléenne, s'est creusé, telle une dérive des continents, entre des mathématiques de la nature centrées sur le concept mécanique primitif de force et des philosophies de la nature centrées sur les concepts dynamiques primitifs de forme, de structure et d'organisation. D'Aristote au vitalisme du XIXe siècle, la morphogenèse biologique est demeurée du côté d'une dynamique des formes et a donc pâti du rejet des diverses philosophies spéculatives de la Nature. Mais le nœud gordien scientifique de cette histoire est que, comme l'ont noté des générations successives de savants, une mathématique idoine pour une dynamique des formes était « introuvable » et, comme le déplorait Buffon, « manquait absolument ». Faute de mathématiques appropriées, ces domaines des sciences naturelles restaient à la marge de la scientificité et les données expérimentales massives à leur sujet n'arrivaient pas à être modélisées. Ces disciplines butaient clairement sur un « obstacle épistémologique » majeur.

Nous allons parler de morphogenèse et de structures, mais il faut noter que de nombreuses disciplines se sont trouvées au cours des siècles dans la même situation. La théorie mécanique du mouvement elle-même n'a pu dépasser ses apories millénaires qu'avec l'avènement du calcul intégro-différentiel. Un autre exemple saisissant aux XVIIIe et XIXe siècles était celui de la chimie dont le concept primitif d'« affinité » était incompréhensible. L'« obstacle épistémologique » était évident et il aura effectivement fallu attendre la mécanique quantique pour avoir une théorie de la valence.

L'idée directrice de René Thom dans les années 1960 était que les nouveaux outils de la théorie des singularités pouvaient fournir la mathématique « introuvable » idoine qui pourrait venir compenser les effets de la « coupure » galiléenne. Haute ambition théorique qui se proposait d'utiliser des résultats mathématiques d'avant garde comme levier pour résoudre des problèmes théoriques restés ouverts pendant des siècles. Dans [1] Thom vise « la synthèse (...) des pensées 'vitaliste' et 'mécaniste' en Biologie ». Dans [4] il explique :

> What I offer you is a radically new point of view for biological problems.

Une telle ambition était-elle démesurée ? En fait, Thom s'était rendu compte que ce que l'on pourrait appeler le « supplément de géométrie » fourni par la notion de déploiement universel venait combler le « manque de géométrie » diagnostiqué depuis longtemps et permettait de géométriser des concepts morphologiques fondamentaux comme ceux de « chréode », de « champ morphogénétique » ou de « paysage épigénétique » utilisés par le grand embryologiste Conrad Hal Waddington. C'est bien là « l'origine de la théorie » comme il l'écrivit dès le §1.1. de ce qu'il qualifiait lui-même d'« article princeps » [1].

La conscience aiguë du fait que l'avènement de modèles mathématiques pour les phénomènes critiques, les ruptures de symétries, l'apparition de patterns et de morphologies constituait un événement scientifique majeur était d'ailleurs partagée par plusieurs savants des années 1960-1970 et faisait partie d'un vaste bouillonement d'idées. La TC y rencontrait, parfois avec quelques polémiques, les « structures dissipatives » d'Ilya Prigogine, la « synergétique » de Hermann Haken, ou « l'ordre à partir du bruit » de Henri Atlan. Il suffit de se rappeler le début de *La nouvelle alliance* [P-S] d'Ilya Prigogine et Isabelle Stengers qui met en scène le célèbre *Entretien* de 1769 entre d'Alembert, défenseur de la mécanique rationnelle quantitative mathématisée, et Diderot, défenseur de l'embryogenèse qualitative non mathématisée, pour se convaincre, d'une part, de l'épaisseur historique et philosophique des problèmes et, d'autre part, de la conscience qu'avaient ces auteurs de l'enjeu innovant de leurs modèles.

Pour une introduction aux multiples théories des phénomènes critiques, en particulier les caustiques en optique, les transitions de phase et le groupe de renormalisation, cf. ma compilation [P82b] de travaux de Arnold, Bergé, Berry, Bocarra, Brézin, Chazarain, Collet, Coullet, Derrida, Douady, Duistermaat, Eckmann, Golubitsky, Guckenheimer, Green, Hubbard, Itzykson, Jänich, Kléman, Pfeuty, Pommeau, Ruelle, Thom, Toulouse, Tresser, Zeeman.

L'importance fondamentale et la diversité impressionante des phénomènes critiques justifiaient à elles seules de vastes généralisations de leurs applications. Mais René Thom est allé beaucoup plus loin et sa vision vers l'aval d'un progrès futur aura été en définitive celle d'un retour amont vers l'hylémorphisme aristotélicien. C'est le statut de cette « boucle temporelle », de cette « Rückfrage » aurait dit Husserl, qu'il nous faut essayer de comprendre. Car, avec les modèles de Thom, il s'agit de tout sauf de quelques spéculations d'un mathématicien s'aventurant dans des domaines qu'il connaît mal. Il s'agit d'une ample opération sur l'histoire de la connaissance qui consiste à partir d'un grand progrès mathématique pour faire un « reset » historique de conceptions antiques tombées dans l'oubli. C'est un peu comme dans l'histoire des mathématiques lorsque l'invention du calcul intégro-différentiel permit de renouer avec les calculs d'Archimède ou comme dans l'histoire de l'art, lorsque Michel-Ange (qui participa en 1506 à la découverte du *Laocoon*) renoua avec la sculpture hellénistique.

2.2 Les difficultés d'appréciation de la TC

La difficulté rencontrée dans l'évaluation des modèles thomiens lorsqu'ils commencèrent à avoir un certain retentissement à fin des années 1960 et au début des années 1970 venait ainsi du fait qu'elle exigeait de conjuguer trois expertises :

1. bien connaître la théorie des singularités d'applications différentiables et des bifurcations de systèmes dynamiques ;
2. bien connaître dans leur technicité les théories biologiques et linguistiques *structurales* et comprendre pourquoi le concept clé de *morphologie* était susceptible de les unifier ;
3. bien connaître l'histoire philosophique, voire métaphysique, du problème de la forme.

Comme cela est pratiquement impossible et que, pour des raisons évidentes de taille des articles, René Thom ne pouvait qu'évoquer les points (2) et (3), il en est résulté

– que pour ceux qui connaissaient bien les mathématiques de (1) mais étaient habitués aux modèles physiques, les quelques indications de Thom sur les points (2) et (3) restaient insuffisantes ;
– que pour ceux qui connaissaient bien les domaines (2) et/ou (3), les mathématiques de (1) se révélaient inaccessibles et les quelques indications de Thom sur (2) et (3) trop sommaires.

3 Les articles

Les cinq articles discutés ici ont été publiés entre 1966 et 1970. Quatre sont consacrés à la morphogenèse biologique et un à la linguistique.

3.1 « Une théorie dynamique de la morphogenèse »

Ecrit en 1966, [1] est, selon ce que déclare Thom dans le chapeau de sa réédition comme chapitre 1 de la 2ème édition de *Modèles mathématiques de la Morphogenèse* [11], « l'article 'Princeps' de la Théorie des Catastrophes ». René Thom y définit ce qu'il entend précisément par « morphogenèse » (§1), y présente son modèle général de base (§2) et le raffine pour la biologie (§3). L'article a été publié en 1968 dans le tome 1 de *Towards a Theoretical Biology*, série de Proceedings éditée par Waddington qui a fortement soutenu René Thom dans son aventure intellectuelle.

3.2 « A dynamical theory for morphogenesis »

Egalement écrit en 1966 et présenté dans un colloque tenu au Japon à Katada, [2] résume le modèle de base.

3.3 ≪ Topological models in biology ≫

Publié en 1969 et réédité dans le tome 3 de *Towards a Theoretical Biology*, [3] reprend le modèle morphogénétique de base mais en partant du concept primitif de *stabilité structurelle* qui sera utilisé dans le titre de l'ouvrage [8]. Cette focalisation est essentielle. En effet les modèles thomiens reposent en grande partie sur les déploiements universels d'instabilités de systèmes dynamiques. D'emblée Thom explique que la théorie mathématique de la stabilité structurelle

> seems to offer far reaching possibilities to attack the problem of the stability of self-reproducing structures, like the living beings.

Et il ajoute, que ce problème ≪ is one of the outstanding questions in present days Biology ≫.

Mais la notion de stabilité structurelle dépasse de beaucoup le domaine biologique. Thom introduit alors la notion de ≪ modèle sémantique ≫ destinée à s'appliquer à tous les domaines où il y a structure, de la biologie à la linguistique. Dès le départ donc, il entrevoit la possibilité d'élaborer un *langage* des formes, muni d'une ≪ syntaxe ≫ et d'une ≪ sémantique ≫, dont les unités seraient des ≪ chréodes ≫ au sens de Waddington, c'est-à-dire des champs morphogénétiques locaux élémentaires modélisables par des catastrophes élémentaires (CE).

3.4 ≪ A mathematical approach to morphogenesis : archetypal morphologies ≫

Exposé dans un colloque qui s'est tenu les 22-23 octobre 1968 au *Wistar Institute of Anatomy and Biology* de Tel Aviv, [4] reprend le modèle et présente un double intérêt. D'abord il introduit la notion de ≪ morphologies archétypes ≫ déductibles ≪ des interactions spatiales les plus générales ≫ et, comme les ≪ chréodes ≫, applicables aussi bien à la biologie qu'à la linguistique. Ensuite il a fait l'objet d'un des premiers débats avec des généticiens.

3.5 ≪ Topologie et linguistique ≫

Paru en 1970 dans le colloque de Rham édité par André Haefliger et Raghavan Narasimhan, [5] est, avec *Topologie et signification* [7], l'article princeps des applications de la TC à la linguistique. Dans le chapeau de sa réédition dans la 2ème édition de *Modèles mathématiques de la Morphogenèse* [11], René Thom y affirme que

> c'est l'article le plus élaboré concernant les morphologies archétypes associées aux verbes.

Il y évoque très brièvement le contexte de la sémio-linguistique depuis la révolution structuraliste introduite par Ferdinand de Saussure et développée en particulier par Roman Jakobson. De même que Waddington a été le soutien de Thom en biologie théorique, de même Jakobson a été son soutien en linguistique. Il s'agissait d'un vrai soutien puisque Jakobson est allé jusqu'à dire que, outre lui-même, il ne connaissait que quatre authentiques structuralistes : Saussure, le Prince Troubetskoï, Lévi-Strauss et Thom.

En ce qui concerne la syntaxe, Thom développe de façon détaillée dans cet article les morphologies archétypes et les graphes actantiels dérivables des CE. En ce qui concerne la sémantique, il part des travaux de Christopher Zeeman sur la dynamique neuronale des états mentaux et le flux temporel de leurs attracteurs

4 Le modèle local de base

4.1 Le modèle général

Dit très brièvement, le modèle de base utilisé pour expliquer l'apparition de morphologies et de patterns dans des substrats matériels fonctionne de la façon suivante. On considère un système S sujet d'un processus de morphogenèse dans un substrat de domaine U. [1] Souvent, $U = B \times T$ avec B une boîte spatiale et T un intervalle temporel. On introduit un espace M (une variété différentiable) de variables ≪ cachées ≫ ≪ internes ≫ x [4] et l'on suppose qu'il existe une ≪ dynamique interne ≫ (un champ de vecteurs) $X_u(x)$ définie sur M et dépendant des paramètres ≪ externes ≫ $u \in U$. Les points $x \in M$ décrivent les états internes instantanés et transients du système S et les attracteurs A_u, B_u, etc., de X_u en décrivent les états internes stables en u. Si $B(A_u)$ est le bassin d'attraction de A_u et si un état interne initial x appartient à $B(A_u)$, alors A_u est l'état interne asymptotique stable capturant x. Intuitivement, les bassins d'attraction partitionnent l'espace interne M, mais l'on sait qu'ils peuvent être intriqués de façon très compliquée.

Dans la plupart de ses modèles, Thom utilise une hypothèse ≪ d'adiabaticité ≫ disant que le système dynamique $X_u(x)$ est un système lent/rapide et que, quel que soit l'état initial $x \in B(A_u)$, le système S est ≪ instantanément ≫ capturé par l'état attracteur A_u. Il travaille alors sur les attracteurs en laissant de côté la partie transiente des dynamiques internes et il suppose qu'il existe une instance I – ce qu'il appelle une ≪ convention ≫ – sélectionnant, pour chaque valeur des paramètres externes u, l'attracteur A_u choisi par le système S. Il considère les valeurs critiques de u pour lesquelles l'un des attracteurs A_u se déstabilise, soit intrinsèquement (bifurcation), soit à cause de I (c'est le cas des transitions de phase du premier ordre en thermodynamique). Ces valeurs critiques définissent *l'ensemble catastrophique* K_U du processus. Le domaine (U, K_U) décomposé par K_U en sous-domaines est une morphologie.

Le lien de ces hypothèses générales et de données empiriques spécifiques avec des modèles mathématiques précis devient possible dans la situation suivante. Etant donnée une valeur critique u_0, supposons que la dynamique interne $X_{u_0}(x)$ soit telle qu'il existe un *déploiement universel* (W, K_W) de l'instabilité de A_{u_0}

1. Les notations changent d'un article à l'autre. Ici nous maintiendrons une notation uniforme.

avec un espace de déploiement $(W, 0)$ et un ensemble catastrophique K_W bien stratifié. Cela signifie

– que (W, K_W) est un déploiement de X_{u_0}, c'est-à-dire une famille différentiable Y_w de dynamiques telles que $Y_0 = X_{u_0}$ et que les Y_w soient moins instables que X_{u_0} (autrement dit, la famille Y_w stabilise X_{u_0}),
– que (W, K_W) est universel, c'est-à-dire que tout autre déploiement (V, K_V) de X_{u_0} au moyen d'une famille Z_v s'obtient par image inverse à partir d'une application différentiable $F : V \to W$ (avec $F(0) = 0$).

Si tel est le cas, la morphologie (U, K_U) est alors l'image inverse de (W, K_W) par une application $F : U \to W$ et Thom introduit l'hypothèse supplémentaire que F doit être *générique* et donc *transverse* sur K_W à cause du *principe* de stabilité structurelle.

Si $U = B \times T$, alors F est une « onde de croissance » $F_t : B \to W$ et le développement temporel $F_t^{-1}(K_W) = K_t \subset B$ décrit une dynamique morphogénétique, la thèse étant, pour l'embryogenèse, que la rencontre de F_t avec les strates de K_W déclenche des différenciations cellulaires de plus en plus spécialisées.

Thom considère donc en fait un processus morphogénétique comme une application structurellement stable $\mathcal{F}$ de l'*extension* spatio-temporelle U du substrat matériel dans l'espace fonctionnel $\mathcal{X}$ des dynamiques internes possibles sur l'espace interne M. La stabilité structurelle définit dans $\mathcal{X}$ un ensemble catastrophique $\mathcal{K}_{\mathcal{X}}$ très compliqué dont la morphologie empirique observée (U, K_U) est la trace sur U. La stabilité structurelle de $\mathcal{F}$ impose des contraintes de transversalité de $\mathcal{F}$ sur $\mathcal{K}_{\mathcal{X}}$. En résumé, les morphologies « externalisent » stablement dans l'extension du substrat les instabilités des dynamiques internes. Nous allons voir que la première apparition de cette idée clé remonte en fait à Turing (1952).

Dans [3], Thom fait une remarque particulièrement intéressante qu'il ne reprendra que rarement plus tard :

> the external variables w_i of the unfolding space must have some local realization as coordinates in U. This requires that the domain U is *polarized* by local agents.

Et Thom ajoute, qu'en embryologie c'est le postulat de la « Child's gradient theory ». En effet, si U n'est pas polarisé, le champ $\mathcal{F}$ n'est pas forcément transverse sur $K_{\mathcal{X}}$ et $\mathcal{F}^{-1}(K_{\mathcal{X}})$ peut devenir très compliqué (catastrophe « généralisée » ramifiée). Charles Manning Child était un éminent embryologiste dont l'ouvrage magistral de 1941 *Patterns and Problems of Development* [Ch] est contemporain des premiers grands textes de Waddington [Wa1] et [Wa2] auxquels Thom se référait constamment.

4.2 Le principe de stabilité structurelle

Il est essentiel de noter ici que la notion de stabilité structurelle possède un *triple statut* chez René Thom.

1. C'est bien sûr une propriété mathématique définissable chaque fois que l'on dispose sur un ensemble $\mathcal{X}$ d'une topologie $\mathcal{T}$ et d'une relation d'équivalence $\sim$: un élément X de $\mathcal{X}$ est structurellement stable si tout Y assez voisin au sens de $\mathcal{T}$ lui est équivalent au sens de $\sim$.
2. Comme propriété mathématique conduisant aux mécanismes de stabilisation par déploiements d'instabilités, c'est un générateur de modèles.
3. Mais c'est aussi pour la réalité empirique un principe d'existence, un principe de ≪ raison suffisante ≫, différent de la causalité.

Et comme, en tant que propriété mathématique, il élimine les structures trop ≪ pathologiques ≫, il garantit la *descriptibilté* des phénomènes. Thom a souvent insisté sur ce point : le monde naturel n'est pas un chaos, il est perceptible et descriptible et il existe des *conditions de possibilité* de la perceptibilité et de la descriptibilité. On voit ainsi se mettre en place ce qu'il faut bien appeler une épistémologie, plus, une philosophie des sciences, plus une ≪ métaphysique ≫ de la connaissance qui sont alternatives à celles de la physique et où le qualitatif se substitue au quantitatif, la stabilité structurelle au déterminisme et à la causalité, la géométrie catastrophiste des déploiements externes irréversibles aux dynamiques internes réversibles, la perceptibilité-descriptibilité des phénomènes à leur calculabilité.

4.3 Modèles de gradient ≪ statiques ≫ et CE

Ce modèle local de base est applicable de façon rigoureuse dans le cas où les dynamiques internes sont des dynamiques de gradient $X_u(x) = -\operatorname{grad}(f_u(x))$, $f_u(x)$ étant une fonction C^∞ sur M (un potentiel, une fonction énergie, etc.). Les états internes stables sont alors les minima quadratiques de f_u et les bassins d'attraction sont séparés par de ≪ bonnes ≫ séparatrices. Dans ce cas, il existe essentiellement deux conventions extrêmes (avec les conventions intermédiaires) pour l'instance de sélection I :

1. La convention du ≪ retard parfait ≫ imposant qu'un minimum de $f_u(x)$ reste occupé par le système tant qu'il ne disparaît pas par bifurcation en collapsant avec un autre point critique. Les instabilités pour lesquelles un minimum disparaît (ou apparaît) se déploient en catastrophes ≪ de bifurcation ≫.
2. La convention ≪ de Maxwell ≫ imposant que le système occupe toujours le minimum absolu de f_u tant que celui-ci est unique. Les instabilités pour lesquelles il existe (au moins) deux minima absolus se déploient en catastrophes ≪ de conflit ≫.

Pour ces modèles locaux de gradient (CE) qu'il appelle aussi ≪ statiques ≫, Thom va utiliser à fond ses résultats récents généralisant ceux de Whitney, ainsi que ceux de Malgrange, Mather, Arnold, etc. sur la caractérisation de la stabilité structurelle (f est structurellement stable ssi tous ses points critiques sont quadratiques, i.e. non dégénérés, et toutes ses valeurs critiques sont distinctes ; on dit alors que f est une fonction de Morse excellente), sa généricité, et la classification des singularités de petite codimension (≤ 4, la dimension de l'espace-temps) avec leurs formes normales et leurs déploiements universels. Nous renvoyons au grand article de 1956 [6] des *Annales de l'Institut Fourier* sur « Les singularités des applications différentiables ».

Pour une introduction aux différents concepts et théorèmes, cf. ma compilation [P82a] de travaux de Thom, Mather, Malgrange, Arnold et Zeeman, ainsi que de Boardman, Chenciner, Golubitsky, Guillemin, Milnor, Poénaru, Porteous, Ruelle, Sard, Siersma, Tougeron, Wall.

Dans nombre de ses textes, Thom reprendra le théorème de classification des CE (cuspoïdes et ombilics). Dans les cinq articles discutés ici, la meilleure présentation est celle donnée dans [5].

4.4 L'exemple de la queue d'aronde

Pour fixer les idées, considérons l'exemple du déploiement universel de la singularité x^5 correspondant à la CE dite « queue d'aronde ». Cette singularité d'une seule variable interne x fusionne deux minima et deux maxima. C'est un point d'inflexion dégénéré. On montre que son déploiement universel est de dimension 3 et qu'il est donné par la forme normale

$$x^5 + ux^3 + vx^2 + wx = f_{u,v,w}(x) \ .$$

L'ensemble de *bifurcation* $K \subset W$ est représentable comme la surface paramétrique de W d'équations

$$(-u, v = -4x^3 - 2ux, w = 3x^4 + ux^2),$$

La figure 1 montre K pour $u \in [-1, 1]$ et $x \in [-1.3, 1.3]$.

Pour montrer la façon dont l'ensemble catastrophique complet (bifurcations et conflits) réalise géométriquement la classification des stabilisés partiels et complets de f, on représente dans la figure 2 une section de dimension 2 de (W, K) transverse sur K dans sa partie la plus compliquée.

4.5 Modèles dynamiques « métaboliques » et catastrophes généralisées

Les modèles locaux « statiques » de CE sont évidemment beaucoup trop simples et Thom introduisit des modèles plus raffinés baptisés « métaboliques » où les dynamiques internes $X_u(x)$ peuvent être des systèmes dynamiques quelconques. Il expliqua souvent à ses différents interlocuteurs non mathématiciens qu'il s'agissait là d'un saut énorme de complexité et que les intuitions du modèle général constituaient des problèmes largement ouverts (nous sommes à la fin des années 1960) sur lesquels travaillaient intensément, outre lui-même, des spécialistes comme Peixoto, Smale, Ruelle, etc. A l'époque, le chaos déterministe, les attracteurs étranges et l'extraordinaire complexité susceptible d'être structurellement stable étaient des sujets émergents. Peixoto avait caractérisé la stabilité structurelle pour la dimension 2 et Smale avait montré que les dynamiques

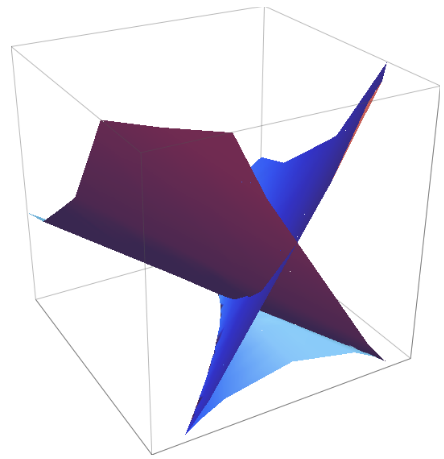

FIGURE 1 – L'ensemble de bifurcation K dans l'espace W des (u, v, w) du déploiement universel $x^5 + ux^3 + vx^2 + wx$ de la singularité x^5 pour $u \in [-1, 1]$ et $x \in [-1.3, 1.3]$. Les équations paramétriques de K sont $(-u, v = -4x^3 - 2ux, w = 3x^4 + ux^2)$.

structurellement stables ne sont pas denses en dimension ≥ 4 et que la stabilité structurelle n'était donc pas une propriété générique.

Théorème de Peixoto. Soit X un champ de vecteurs C^r ($r \geq 1$) sur une variété C^r-différentiable M compacte orientable de dimension 2.

1. X est structurellement stable si et seulement si
   (a) La récurrence se limite à un nombre fini de points fixes et d'orbites périodiques tous hyperboliques (voir plus bas) ;
   (b) il n'existe pas d'orbite joignant deux points cols.
2. La stabilité structurelle est une propriété *ouverte et dense* dans l'espace fonctionnel $\Gamma(TM)$ des X (sections différentiables du fibré tangent TM).

Ce théorème dit que, pour être structurellement stable, X doit être *de Morse-Smale*, ces dynamiques simples généralisant directement les dynamiques de gradient. La seconde condition signifie que les intersections entre les variétés stables et instables doivent être transversales (voir plus bas).

4.6 Le difféomorphisme de Thom-Smale

Ma génération a appris la complexité des dynamiques générales entre autres sur l'exemple frappant (et très pédagogique) du difféomorphisme de Thom-Smale. A côté des dynamiques qui sont des systèmes d'équations différentielles, on peut considérer des dynamiques qui consistent à itérer un difféomorphisme d'une variété.

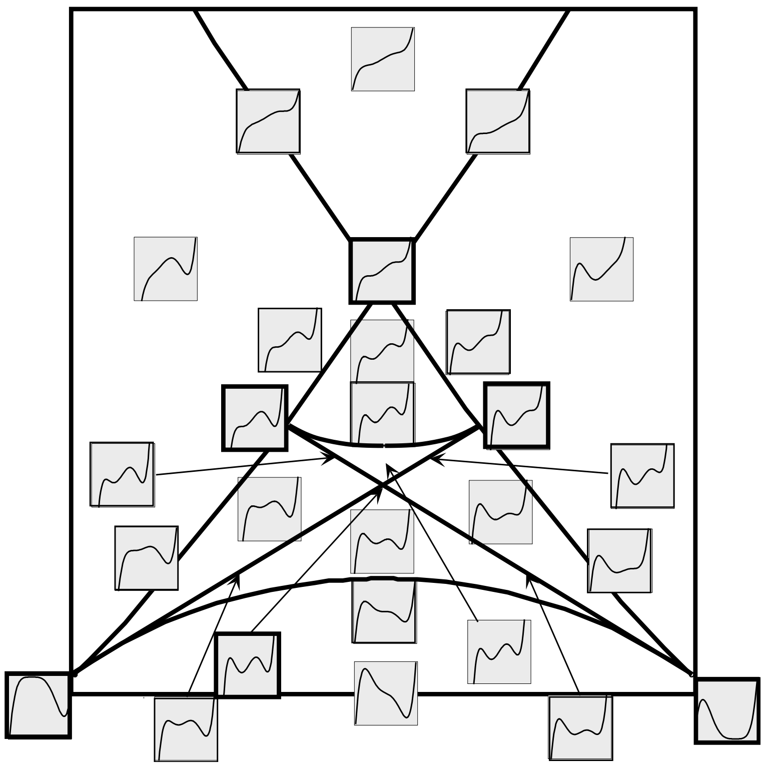

FIGURE 2 – Section de dimension 2 de (W, K) transverse sur K dans sa partie la plus compliquée. On a représenté à la fois les strates de bifurcation et les strates de conflit.

Considérons alors le difféomorphisme sur le tore $\mathbb{T} = \mathbb{R}^2/(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$ induit par l'automorphisme linéaire Φ de $\mathbb{R}^2$ de matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ dans la base standard $\{(1,0), (0,1)\}$. A est à coefficients dans $\mathbb{Z}$ et de déterminant 1. Elle est donc inversible et son inverse est également à coefficients dans $\mathbb{Z}$. Elle laisse par conséquent le réseau $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ de $\mathbb{R}^2$ invariant et Φ passe donc au quotient.

Φ induit sur $\mathbb{T}$ un difféomorphisme φ_A qui préserve la mesure de Lebesgue. En tout point a de $\mathbb{T}$, le plan tangent $T_a\mathbb{T}$ s'identifie à $\mathbb{R}^2$ et l'application linéaire tangente $D_a\varphi_A$ à φ_A en a est alors A.

Le seul point fixe de A sur $\mathbb{R}^2$ est l'origine $\mathbf{0} = (0,0)$ puisque si $A\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ alors $x + y = x$ et donc $y = 0$ et $x + 2y = y$ et donc $x = 0$. L'équation aux valeurs propres est

$$\lambda^2 - 3\lambda + 1 = 0$$

le produit des valeurs propres étant $\det(A) = 1$ et leur somme étant $\mathrm{trace}(A) = 3$. Les valeurs propres en $\mathbf{0}$ sont par conséquent (s pour « stable » et u pour « unstable ») :

$$\begin{cases} \lambda_s = \frac{3-\sqrt{5}}{2}, \text{ direction propre } E_s = (\lambda_s - 2, 1) = \left(-\frac{1+\sqrt{5}}{2}, 1\right) \\ \lambda_u = \frac{3+\sqrt{5}}{2}, \text{ direction propre } E_u = (\lambda_u - 2, 1) = \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}, 1\right) \end{cases}$$

- Comme $0 < \lambda_s < 1$, la direction propre $E_s = \left(-\frac{1+\sqrt{5}}{2}, 1\right)$ est attractive (i.e. stable).
- Comme $1 < \lambda_u$, la direction propre $E_u = \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}, 1\right)$ est repulsive (i.e. instable).
- Comme aucune des valeurs propres n'est de module 1, on dit que le point fixe $\mathbf{0}$ est *hyperbolique*.

Soit U le changement de base défini par les vecteurs propres :

$$U = \begin{pmatrix} \frac{-1+\sqrt{5}}{2} & -\frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Son inverse est $U^{-1} = \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix} 1 & \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ -1 & \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{pmatrix}$. La conjugaison de A par U diagonalise A et donne

$$D = U^{-1}AU = \begin{pmatrix} \lambda_u & 0 \\ 0 & \lambda_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3+\sqrt{5}}{2} & 0 \\ 0 & \frac{3-\sqrt{5}}{2} \end{pmatrix}.$$

Cela permet de calculer facilement les puissances successives de A, $A^k = UD^kU^{-1}$. Cela permet aussi de montrer que le seul point *périodique* de A est $\mathbf{0} = (0,0)$. En effet, si $v = (x,y)$ est un vecteur de $\mathbb{R}^2$, dire que v est k-périodique revient à dire que v est un point fixe de A^k, i.e. $A^k v = v$. Soit $w = (x', y') = U^{-1}v$. Alors

$$D^k w = U^{-1} A^k U w = U^{-1} A^k v = U^{-1} v = w$$

et w est un point fixe de $D^k = \begin{pmatrix} \lambda_u^k & 0 \\ 0 & \lambda_s^k \end{pmatrix}$. Donc $\lambda_u^k x' = x'$ et $\lambda_s^k y' = y'$ et comme λ_s^k et λ_u^k sont toujours différents de 1 puisque $|\lambda_s|$ et $|\lambda_u|$ sont $\neq 1$, la seule solution est $\mathbf{0} = (0,0)$.

Quand on passe au quotient, A devient le difféomorphisme φ_A. L'origine $\mathbf{0} = (0,0)$ reste le seul point fixe puisque si $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+k \ \ (k \in \mathbb{Z}) \\ y+l \ \ (l \in \mathbb{Z}) \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \operatorname{mod}(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$ alors $x = l - k$ et $y = k$ et donc $x \equiv y \equiv 0 \operatorname{mod}(\mathbb{Z})$. Mais il existe d'autres points périodiques.

En fait, les directions propres E_s et E_u s'enroulent sur le tore $\mathbb{T}$ et cela de façon *dense* car leur pente est irrationnelle. On montre alors les résultats suivants.

– La droite E_s enroulée sur $\mathbb{T}$ est l'ensemble

$$W^s(\mathbf{0}) = \left\{ a \in \mathbb{T} \mid \varphi^n(a) \underset{n \to \infty}{\longrightarrow} \mathbf{0} \right\}.$$

Elle s'appelle la *variété stable* de $\mathbf{0}$.

– La droite E_u enroulée sur $\mathbb{T}$ est l'ensemble

$$W^u(\mathbf{0}) = \left\{ a \in \mathbb{T} \mid \varphi^{-n}(a) \underset{n \to \infty}{\longrightarrow} \mathbf{0} \right\}.$$

Elle s'appelle la *variété instable* de $\mathbf{0}$.

– $W^s(\mathbf{0})$ et $W^u(\mathbf{0})$ sont donc des sous-variétés densément immergées de $\mathbb{T}$.
– Elles s'intersectent transversalement en une infinité dense de points *homocliniques* (terminologie remontant à Poincaré) .
– D'après un théorème de Smale, pour chaque point homoclinique a il existe un ensemble de Cantor Λ contenant a et $n \in \mathbb{N}$ tels que Λ soit φ_A^n-invariant et que, sur Λ, φ_A^n soit isomorphe à la dynamique « symbolique » dite du *shift* donnée par $\theta : S \to S$, $(\alpha_n)_{n \in \mathbb{Z}} \mapsto (\alpha'_n = \alpha_{n+1})_{n \in \mathbb{Z}}$ où S est l'ensemble des suites sur $\mathbb{Z}$ d'un alphabet fini.

Comme $\mathbb{T}$ est compact et que donc les trajectoires ne peuvent pas s'échapper vers l'infini mais doivent s'enrouler au contraire sur $\mathbb{T}$, la structure des points périodiques de φ_A est assez compliquée. Pour prendre l'exemple le plus simple, considérons $A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$. Par passage au quotient, dire que la projection a de $v = (x,y)$ est 2-périodique, c'est dire qu'il existe $r, s \in \mathbb{Z}$ tels que $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+r \\ y+s \end{pmatrix}$, autrement dit que x et y satisfont le système linéaire

$$\begin{cases} 2x + 3y = x + r \\ 3x + 5y = y + s \end{cases}$$

soit $x = \frac{-4r+3s}{5}$ et $y = \frac{3r-s}{5}$. Quand on passe au quotient mod(1), ce réseau doublement infini donne 5 points : évidemment $(0,0)$ qui est 1-périodique et 4 points strictement 2-périodiques : $(0.2, 0.6)$, $(0.4, 0.2)$, $(0.6, 0.8)$ et $(0.8, 0.4)$.

Les points k-périodiques forment un sous-groupe additif car A est linéaire. L'addition de $\mathbb{R}^2$ passe au quotient et définit une addition sur $\mathbb{T}$ ($\mathbb{T}$ est une courbe elliptique). Dans le cas présent, on vérifie que les points 2-périodiques forment un groupe cyclique à 5 éléments du groupe $\mathbb{T}$.

Lorsque k augmente, le nombre de points k-périodiques augmente et l'on peut montrer qu'il y en a une *infinité dense* dans $\mathbb{T}$.

En fait, le difféomorphisme de Thom-Smale est *globalement* hyperbolique. On dit que c'est un difféomorphisme d'Anosov. Cela signifie qu'il existe une décomposition globale φ_A-invariante du fibré tangent en somme directe de sous-fibrés, $T\mathbb{T} = W^s \oplus W^u$, sur lesquels $D\varphi_A$ est respectivement uniformément contractante et dilatante.

Plus précisément, on appelle variété stable de φ_A en a l'ensemble

$$W^s(a) = \left\{ t \in \mathbb{T} \mid \operatorname{dist}\left(\varphi^n(a), \varphi^n(t)\right) \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} \mathbf{0} \right\}$$

(dist$(\bullet, \bullet)$ est la distance sur $\mathbb{T}$ induite par la distance euclidienne sur $\mathbb{R}^2$) et variété instable l'ensemble

$$W^u(a) = \left\{ t \in \mathbb{T} \mid \operatorname{dist}\left(\varphi^{-n}(a), \varphi^{-n}(t)\right) \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} \mathbf{0} \right\} \ .$$

$W^s(a)$ et $W^u(a)$ sont des sous-variétés densément immergées et, en chaque point a, $T_aW^s = E_s$ et $T_aW^u = E_u$. Autrement dit, à travers l'identification $T_a\mathbb{T} = \mathbb{R}^2$ en tout point a, la décomposition $T\mathbb{T} = W^s \oplus W^u$ devient tout simplement celle $\mathbb{R}^2 = E_s \oplus E_u$.

L'hyperbolicité globale implique de très fortes propriétés d'*ergodicité* : la récurrence est maximale et φ_A est Anosov et mixing (mélangeant), ce qui signifie que quels que soient les ouverts V et W de $\mathbb{T}$, après un certain N, tous les $\varphi_A^n(V)$, $n \geq N$, recoupent W. Qui plus est, cette énorme complexité est *structurellement stable*, ce qui est tout à fait remarquable.

Des exemples de ce type ont beaucoup frappé les gens à l'époque. Comme en témoigne Ethan Akin :

> Thom's beautiful torus map examples came as something of a shock.

Ils ont permis, entre autres à Smale, de caractériser des classes de difféomorphismes (et de champs de vecteurs) avec de bonnes propriétés d'hyperbolicité, et donc de stabilité structurelle. Si X est un système dynamique sur M et si Γ_t est son flot, on dit qu'un point $x \in M$ est *errant* s'il existe un voisinage U de x tel que Γ_t soit disjoint définitivement de U au bout d'un certain temps. En particulier x est *non récurrent* au sens où au bout d'un certain temps sa trajectoire ne passe plus dans U. Il s'agit d'une condition ouverte. On note Ω l'ensemble des points non errants. Ω est un fermé X-invariant.

L'axiome A de Smale impose que (comme pour l'exemple du tore où $\Omega = \mathbb{T}$), Ω soit compact et globalement hyperbolique et que les points périodiques y soient denses. Dans ce cas, sous quelques hypothèses techniques supplémentaires, on sait démontrer la stabilité structurelle (cf. [P82c]). On démontre qui plus est (théorème de « décomposition spectrale ») que Ω est décomposable en domaines de bases (« basic sets ») de type Anosov assemblés entre eux par une dynamique à la Morse-Smale.

4.7 La sratégie méthodologique des modèles métaboliques

C'est le théorème de « décomposition spectrale » de Smale qui a servi de justification à Thom pour ses modèles « métaboliques ». Pour dominer les difficultés posées par l'usage de dynamiques non de gradient, il fit des hypothèses permettant d'envisager des applications au moins *qualitatives* à des phénomènes empiriques.

L'idée était de faire une sorte de *moyennage thermodynamique* des attracteurs. Il garda l'hypothèse d'adiabaticité et il se restreignit à une classe de dynamiques internes possédant un nombre fini d'attracteurs (sur lesquels la dynamique interne peut être ergodique), dont les bassins d'attraction sont séparés par des hypersurfaces stratifiables, et pour lesquelles on peut caractériser la stabilité structurelle et montrer qu'elle est générique. Cela lui permit de considérer des fonctions de Liapounov sur les $B(A)\backslash A$ et de faire intuitivement comme si l'on était en présence de dynamiques internes ressemblant à des dynamiques de gradient mais avec des attracteurs possédant une topologie interne éventuellement compliquée.

4.8 La notion de « centre organisateur »

La singularité instable se déployant dans un déploiement universel (W, K_W) est appelée par Thom, en reprenant un terme introduit par l'embryologiste Hans Spemann, un « centre organisateur ». C'est une instabilité purement interne qui n'est pas encore « externalisée » dans une morphologie. Thom y raccorde deux problématiques :

1. Les mécanismes de « reconstruction » des centres organisateurs. C'est ainsi qu'il interprète en biologie « l'état germinal » comme une singularité très dégénérée, mais de codimension finie, d'un potentiel sur M (cf. [3]). L'idée est que des dynamiques *externes* (et non plus internes) peuvent faire revenir le système au centre organisateur même si le déploiement spontané de celui-ci est un processus irréversible de stabilisation.

2. Une autre problématique intimement associée aux centres organisateurs est celle de la dialectique local/global dans les déploiements. Elle est au coeur de l'idée d'un « langage » morphologique pouvant composer « syntaxiquement » des CE. Les CE sont des modèles (W, K_W) locaux où W est de dimension ≤ 4. Une facon de les composer est de considérer des déploiements universels $(\mathcal{V}, \mathcal{K}_\mathcal{V})$, toujours locaux, de centre organisateur de *grande* codimension N. En plongeant alors une variété V de dimension ≤ 4 dans $\mathcal{V}$ de façon à ce que l'image de V soit transverse sur $\mathcal{K}_\mathcal{V}$,

passe loin du centre organisateur et se trouve dans la région où $\mathcal{K}_{\mathcal{V}}$ est de complexité maximale, on obtient un composé *global* (qui peut être très compliqué) de CE (W, K_W). D'où une *syntaxe générative* naturelle, purement géométrique.

5 TC et équations de réaction-diffusion : de Turing à Thom

Il est particulièrement intéressant de revenir un peu en détail sur l'introduction du modèle thomien dans l'article « princeps » [1] écrit en 1966 et publié en 1968. Il concerne la biochimie de la différenciation cellulaire. Thom suppose qu'il existe dans le substrat des substances s_i de concentrations respectives c_i, les c_i évoluant selon des dynamiques métaboliques internes qui sont celles (fortement non linéaires) de la cinétique chimique : $\frac{dc_i}{dt} = X_i(c_j)$. Il « localise » alors ces réactions biochimiques internes en les faisant dépendre de l'extension spatiale du substrat. Il suppose donc que les c_i ne sont pas seulement des fonctions $c_i(t)$ du temps mais aussi des fonctions $c_i(u, t)$ de la position u dans l'extension U du substrat et il introduit sa toute première équation :

$$\frac{\partial c_i}{\partial t}(u, t) = X_i(c_j(u, t)) + k\Delta c_i(u, t)$$

où $k\Delta c_i$ est un terme de diffusion, Δ étant le laplacien spatial et k un coefficient de diffusion.

Dans une note, Thom explique alors que

> cette idée d'interpréter la différenciation cellulaire en terme de 'régime stable du métabolisme', d'attracteur de cinétique biochimique est attribuée souvent à Delbrück et Szilárd. En fait, on la trouve énoncée – sous sa forme locale, qui est la seule correcte – dans Waddington, *An Introduction to Modern Genetics*, 1940. [2]

Ce texte de Waddington [Wa1] est en fait de 1939 et est suivi de près par l'ouvrage de 1940 *Organizers and Genes* [Wa2].

La note de Thom est l'enjeu d'un fort intéressant échange épistolaire que l'on trouve dans le CD-Rom de Michèle Porte [Por] et discuté dans les remarques [Fr] de Sara Franceschelli. Je me souviens bien des échanges approfondis entre Thom et Waddington que j'ai eu la chance de suivre dès 1969. Ils montrent que les enjeux étaient d'emblée assez techniques.

- Edimbourg, 25 janvier 1967 : Waddington mentionne sa priorité ;
- Bures, 27 janvier : Thom propose sa note ;
- Edimbourd, 4 février : Waddington lui envoie son texte avec celui de Delbrück ;

2. Après avoir travaillé en physique théorique juqu'à la fin des années 1930, Max Delbrück fut l'un des fondateurs de la biologie moléculaire. Il reçu le prix Nobel en 1969. Après avoir collaboré au projet Manhattan, Leó Szilárd se tourna également vers la biologie moléculaire en 1947.

– Bures, 20 février : Thom commente en détail les deux papiers et corrige l'interprétation de Delbrück donnée par Waddington ;
– Edimbourg, 23 février : Waddington répond de façon détaillée aux commentaires de Thom.

Dans son texte de 1949 [De] ≪ Unités biologiques douées de continuité génétique ≫, Max Delbrück se réfère à Sonneborn et Beale et insiste sur le fait qu'il peut y avoir plusieurs équilibres métaboliques en compétition avec passage d'un équilibre à un autre (des bifurcations) ≪ sous l'influence de perturbations transitoires ≫. Il donne un exemple très simple avec trois équilibres dont deux sont stables et un instable.

Les dates sont importantes : en 1940 Waddington, en 1949 Delbrück, en 1966 Thom. Car ce qui est le plus intéressant est que l'équation de Thom est une *équation de réaction-diffusion* analogue à celle introduite par Alan Turing dans son article pionnier de 1952 sur la morphogenèse ≪ The Chemical Basis of Morphogenesis ≫ [Tu] (pour cet article, cf. notre survey [P13] pour le Colloque de l'AIPS de 2012 et celui [P-L] de N. Pisanti et G. Longo).

La proximité entre l'article de Turing de 1952 et celui de Thom (qui ne le connaissait sans doute pas) de 1966 est saisissante sur plus d'un point. D'abord les références aux maîtres de la morphogenèse sont exactement les mêmes : D'Arcy Thompson, Child, Waddington. Le problème traité est exactement le même. Turing le formule ainsi en 1952 :

> It is suggested that a system of chemical substances, called morphogens, reacting together and diffusing through a tissue, is adequate to account for the main phenomena of morphogenesis.

L'année d'après (1953), il le précise :

> It was suggested in Turing (1952) that this might be the main means by which the chemical information contained in the genes was converted into a geometrical form.

On ne peut sans doute pas mieux formuler les choses : comprendre comment ≪ the chemical information contained in the genes was converted into a geometrical form ≫. **LE** problème est de comprendre comment une structuration *spatiale* (une forme, donc) peut émerger de réactions *biochimiques* génétiquement contrôlées. Pour Turing comme pour Thom une forme est une brisure de l'homogénéité spatiale d'un tissu biologique et donc une brisure des symétries sous-jacentes à l'homogénéité.

Turing explique alors que la formation de patterns est causée par les instabilités des réactions chimiques et il la modélise par des équations de réaction-diffusion non linéaires qu'il étudiera numériquement au moyen des calculateurs qu'il avait lui-même créés quelques années auparavant :

$$\frac{d\Gamma_m}{dt} = \mu_m \nabla^2 \Gamma_m + f_m\left(\Gamma_1, \cdots, \Gamma_M\right)$$

où les Γ_m sont les concentrations respectives de M morphogènes, ∇^2 est le laplacien spatial, les μ_m des coefficients de diffusion et les f_m les équations de cinétique chimique. Les instabilités sont donc des « diffusion-driven instabilities ».

Ces équations de réaction-diffusion ont suscité un considérable intérêt, mais seulement après plus de 20 ans comme l'a souligné James Murray en 1990. On a en particulier bien compris que c'étaient les différences de valeurs entre les coefficients de diffusion μ_m qui engendraient des instabilités. Un bon survey de ces phénomènes est celui de Hans Meinhardt de 2012 [Me]. Un modèle très simple est du type suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial c_1}{\partial t} = \rho \frac{c_1^2}{c_2} - \alpha c_1 + \sigma_1 + k_1 \Delta c_1 \\ \frac{\partial c_2}{\partial t} = \rho c_1^2 - \beta c_2 + \sigma_2 + k_2 \Delta c_2 \end{cases} \quad \alpha < \beta,\ k_1 \ll k_2$$

Le morphogène activateur c_1 est auto-catalytique (terme c_1^2 dans $\frac{\partial c_1}{\partial t}$) et sa production est inhibée par le morphogène inhibiteur c_2 (terme $\frac{1}{c_2}$ dans $\frac{\partial c_1}{\partial t}$). Qui plus est, c_1 catalyse son inhibiteur (terme c_1^2 dans $\frac{\partial c_2}{\partial t}$). Les termes linéaires αc_1 et βc_2 ($\alpha < \beta$) sont des termes de dégradation ; la constante σ_2 permet un état homogène stable et la constante σ_1 permet de déclencher le processus ; k_1 et k_2 sont des coefficients de diffusion avec k_1 lent $\ll k_2$ rapide. Une fluctuation locale initiale de l'activateur c_1 induit un pic local de c_1 qui diffuse lentement. Mais ce pic amplifie aussi c_2, et comme c_2 diffuse plus vite que c_1, il va inhiber la production de c_1 à une certaine distance car lorsque c_1 y arrivera il y aura assez de c_2 pour en bloquer la production (ce que l'on appelle une « inhibition latérale »). D'où l'appartion d'un bord, d'une discontinuité qualitative. On comprend donc comment, avec de tels mécanismes, on peut obtenir des patterns. Il est remarquable que ceux-ci puissent être d'une complexité et d'une diversité si incroyables : ondes spirales en chimie, patterns des coquilles et de la peau chez les animaux, etc.

Quelle est donc la différence entre les modèles de Turing et ceux de Thom ? *Thom évince la diffusion au nom de la stabilité structurelle.* Les termes de diffusion $k\Delta c_i(u,t)$ peuvent être selon lui traités comme des petites perturbations et donc, si les dynamiques de cinétique chimique $X_i(c_j(u,t))$ sont structurellement stables, ils ne changent pas la situation qualitative et n'ont pas d'effets morphogènes. A partir de là Thom introduit son propre modèle. Chez Turing, la dynamique interne est partout la même et c'est la diffusion spatiale comme processus de transport qui produit les instabilités et les patterns. Chez Thom, l'espace externe paramétrise les dynamiques internes et sa polarisation guide les déploiements d'instabilités qui produisent les morphologies.

A notre connaissance, Thom n'est jamais revenu aux équations de réaction-diffusion. Et peu de spécialistes se sont intéressés à la comparaison des deux types de modèles. Citons toutefois l'article de Grégoire Nicolis (avec J.F.G Auchmuty) de 1974 [Ni] pour qui les équations de Turing sont des structures dissipatives. Dans sa comparaison, Nicolis réduit les modèles de Thom aux CE et donc à des dynamiques internes de gradient, ce qui lui permet d'affirmer que Thom ne tient pas compte des bifurcations de systèmes non-gradient comme la bifurcation de Hopf et ne considère pas des EDP non linéaires. Cela est inexact car Thom pensait plus aux catastrophes généralisées que l'on trouve dans des systèmes lents/rapides qu'aux simples CE. Mais Nicolis souligne néanmoins avec justesse le point clé :

> In Thom's theory the explicit influence of diffusion in the equations of evolution of chemical systems is neglected. Instead only the parametric dependence of the local reaction rates on the spatial position is taken into account.

Et après avoir souligné cette divergence, il souligne la convergence malgré tout remarquable des deux points de vue :

> However, in both our analysis and in Thom's theory one observes qualitatively different solutions of systems of nonlinear differential equations in different regions of a parameter space and these qualitatively different solutions describe the morphology of the system.

En 1973-1974, Yoram Schiffmann discuta en détail le problème et montra que l'on pouvait construire de façon assez compliquée des potentiels explicites et appropriés (ce n'étaient pas ceux obtenus en négligeant la diffusion) permettant d'exprimer les bifurcations de patterns en termes de bifurcations de potentiels. Il est intéressant de le citer [Sc] :

> The difficulty with Thom's approach to biological morphogenesis is twofold. First, it neglects diffusion. But diffusion is central to biological morphogenesis. Second, it assumes the existence of a meaningful potential but does not prove its existence. But the existence of a potential is central to CT. It is precisely because potentials were not envisaged for an arbitrary mechanism in a reaction-diffusion system far from equilibrium that CT was criticized in the literature.

6 La « two fold way » de la TC

6.1 L'indépendance par rapport au substrat

Sans doute que l'un des principes thomiens qui a le plus étonné ses collègues scientifiques a été celui de « l'indépendance par rapport au substrat » qui affirme que la géométrie des morphologies observées dans la nature est en grande partie *indépendante* de la physico-chimie spécifique du substrat. La géométrie « platonicienne » des brisures de symétries domine la physique matérielle.

Thom le formule dans [1] dès la phrase d'ouverture en disant qu'il utilise le terme de « morphogenèse »

> pour désigner tout processus créateur (ou destructeur) de formes ; on ne s'occupera ni de la nature (matérielle ou non) du substrat des formes considérées, ni de la nature des forces qui causent ces changements.

≪ Difficile à admettre ≫ comme le reconnaît Thom lui-même, ce principe est justifié par l'existence des théorèmes de classification des singularités et de leurs déploiements universels, théorèmes qui montrent qu'il existe des modèles géométriques universels en quelque sorte ≪ platoniciens ≫. Il se passe avec les CE ce qui se passe avec les solides platoniciens (les sous-groupes finis de rotation de $\mathbb{R}^3$). Mais un tel principe vient remettre en cause l'évidence que la physico-chimie interne du substrat doit être la cause de sa morphologie externe. Bien entendu, le substrat est dans sa matérialité la cause matérielle des morphologies ; mais, selon Thom, il n'en est pas la cause formelle.

6.2 Les deux voies : déduction ou abduction

Dans les années 1970, cette difficulté sera thématisée par ce que Thom a appelé la ≪ two fold way ≫ de la TC.

1. Dans la ≪ première voie ≫, on connaît explicitement les dynamiques internes $X_u(x)$ et on en déduit les morphologies externes (U, K_U). Cest le cas en physique par exemple pour les caustiques en optique géométrique et ondulatoire (intégrales oscillantes), pour les ondes de choc, pour les transitions de phases et les phénomènes de rupture de symétrie (cf. [P82b]).
2. Dans la ≪ seconde voie ≫, on continue à supposer qu'il existe des dynamiques internes mais on ne les connaît pas. On observe seulement les morphologies externes (U, K_U) et l'on cherche à en abduire les dynamiques internes les plus simples susceptibles de les engendrer. Cela est justifié car les dynamiques internes sont en général considérablement *sous-déterminées* par rapport aux morphologies externes, une partie considérable de leur flot étant structurellement stable et donc *non morphogène*. Dans [1], Thom explique que sa ≪ tentative ≫

   > consiste à essayer de décrire les modèles dynamiques compatibles avec une morphologie empiriquement donnée.

Un des exemples les plus spectaculaires de cette stratégie est selon nous la façon dont, partant de la phénoménologie des potentiels d'action neuronaux, Christopher Zeeman est ≪ remonté ≫ abductivement aux équations de Hodgkin et Huxley [Ze2].

6.3 Le débat de 1969 au Wistar Institute

Cette méthodologie qualitative inusuelle a suscité bien des débats, et cela dès le tout début. Sur ce point, la discussion [4] de 1969 au Wistar Institute est particulièrement significative. D'abord, en réponse à une remarque du généticien Marcello Siniscalco, Thom réaffirme sa position platonico-géométrique :

> My fundamental claim is that any stable structure owes its stability to a kind of geometrico-algebraic archetype which has a kind of platonic existence ; e.g., a mathematical structure, of which living beings are just a particular realization.

Le généticien Walter Bodmer lui rétorque alors que tout (les singularités, les instabilités, les bifurcations, les morphologies) doit dériver des équations explicites des systèmes :

> The equations that you have should describe what you are looking at. To get something useful out, it seems to me you have to put in a determinate system of equations.

Thom répond qu'il ne considère pas des systèmes d'équations explicites mais des structures géométrico-algébriques où les équations n'interviennent qu'à homéomorphisme près, ce qui exige un ≪ qualitative thinking ≫. Et lorsque Bodmer lui répond que le qualitatif n'est que du quantitatif affaibli, Thom interjecte ≪ No, No, No ≫, ce qui permet à l'editor du colloque (Vittorio Defendi) de conclure ironiquement : ≪ On this hopeful note of common agreement, the conference was ended. ≫

6.4 Vers un fonctionnalisme morphologique

En fait, la seconde voie de la TC n'a rien de particulièrement surprenant. Dans un contexte certes très différent, elle est assez analogue à ce que l'on rencontre en informatique où des idéalités symboliques organisées syntaxiquement et sémantiquement par des langages – autrement dit des ≪ softwares ≫ – se trouvent implémentées, compilées, réalisées dans des machines physiques – autrement dit des ≪ hardwares ≫. La thèse de l'indépendance des softwares par rapport aux harwares est alors tout à fait banale et s'appelle ≪ fonctionnalisme ≫.

Le fonctionnalisme est également tout à fait banal en sciences cognitives (niveau neuronal VS niveau psychologique ou mental). En fait le fonctionnalisme intervient dès que l'on cherche à théoriser comment des ≪ langages ≫ peuvent être implémentés dans des processus matériels.

On peut dire que Thom a développé un *fonctionnalisme morphologique* où des idéalités morphologiques locales (CE, chréodes, etc.) organisées syntaxiquement et sémantiquement par un langage géométrique multidimensionnel se trouvent implémentées dans des substrats biologiques.

6.5 Réduction dimensionnelle et réduction de variables

Qui plus est, la méthode de la seconde voie – chercher les dynamiques internes *les plus simples* susceptibles d'engendrer la morphologie observée – est tout à fait standard dans de nombreuses disciplines. Elle repose :

1. sur la recherche et la *sélection des variables morphogénétiquement pertinentes* ;
2. sur un *principe de parcimonie* (rasoir d'Ockham) ;
3. sur la *réduction dimensionnelle* corrélative.

On ne peut donc que se demander pourquoi elle a été si difficile à admettre.

7 TC, discontinuités qualitatives et phénoménologie

Nous avons vu que la méthodologie qualitative thomienne élargit les modèles classiques de type physique (à base d'équations différentielles) à une philosophie des sciences non classique. Ce « morphological turn » va très loin, puisque, d'emblée, Thom identifie explicitement la notion de morphologie à celle de *phénomène*. Au-delà de son souci de modéliser telle ou telle classe de morphologies empiriques, se fait ainsi jour la volonté de refonder mathématiquement le concept primitif de « phénomène », comme en mécanique classique on avait identifié, via le calcul différentiel, « phénomène » et « mouvement » ou comme en mécanique quantique on avait identifié, via la théorie des opérateurs sur les espaces de Hilbert, « phénomène » et « valeur spectrale d'observable ».

Au symposium de Katada de 1967 [2], Thom définit un phénomène naturel dans un domaine $U \subset \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}$ de l'espace-temps par l'opposition entre les points *phénoménologiquement réguliers* au voisinage desquels le substrat est localement homogène et les points *phénoménologiquement singuliers* au voisinage desquels le substrat est rendu localement hétérogène par des discontinuités qualitatives. Au début de [1], il explique que

> le propre de toute forme, de toute morphologie est de s'exprimer par une discontinuité des propriétés du milieu.

Il affirme également dans [3] que toute morphologie repose sur des discontinuités. Il s'agit d'un leitmotiv : « phénomène » ≡ « morphologie » ≡ « points réguliers/singuliers » ≡ « système de discontinuités qualitatives ». Thom y revient constamment. Ces identifications sont importantes car elles soulignent le fait que Thom veut dégager les principes permettant de réintégrer dans le domaine scientifique une sorte de « part maudite ». En effet, comme il y insiste dans [1],

> rien ne met plus mal à l'aise un mathématicien qu'une discontinuité, car tout modèle quantitatif utilisable repose sur l'emploi de fonctions analytiques, donc continues.

Les scientifiques classiques n'aimaient pas les discontinuités et cherchaient à les éliminer. Il n'était donc pas pertinent pour eux de se focaliser sur des phénomènes pour lesquels le concept de discontinuité est *constitutif*. Il y a chez Thom un retournement complet de la valeur attribuée aux singularités et aux discontinuités. Au lieu de les considérer comme des « mauvais » objets, il les considère comme des objets « excellents », phénoménologiquement dominants, en lesquels se concentre l'information pertinente.

Thom ne cite pas Husserl, mais on peut montrer (cf. [P85] et [P88]) que la définition thomienne recoupe parfaitement la définition donnée par Husserl d'un phénomène sensible. Chez Husserl, l'homogénéité locale s'appelle *Verschmelzung* et les discontinuités qualitatives *Sonderung*.

8 Structuralisme biologique VS biologie moléculaire : information positionnelle et homéogènes

La validité des modèles locaux de morphogenèse – qu'ils soient statiques (dynamiques de gradient) ou métaboliques (dynamiques générales) – sont des modèles de champs morphogénétiques à la Child-Waddington présupposant que, si les gènes contrôlent bien les différenciations cellulaires, ils ne sont pas pour autant la cause des morphologies observées. Selon Thom, les morphologies sont, nous l'avons vu, contraintes par des contraintes topologico-géométriques ≪ platoniciennes ≫ imposées par le principe de stabilité structurelle et résultent de l'action de ce que l'on appelait à l'époque (par exemple Lewis Wolpert, cf. [Wo]) *l'information positionnelle*.

Il faut bien voir que dans les années 1960 il existait un antagonisme marqué entre une encore jeune biologie moléculaire et un *structuralisme* embryologique, antagonisme hérité du conflit virulent entre biochimie et vitalisme de la seconde moitié du XIXe siècle, le vitalisme affirmant que l'organisation morphologique du vivant procédait d'un principe organisateur vital irréductible à des mécanismes physico-chimiques. Au début du XXe siècle les grands embryologistes Hans Driesch (1867-1941) et Hans Spemann (1869-1941, Nobel 1935 pour la découverte de l'induction embryologique et inventeur, nous l'avons rappelé, du concept de centre organisateur) étaient encore vitalistes de façon déclarée.

Même si les structuralistes comme Waddington, Brian Goodwin ou Gerry Webster (cf. [W-G]) n'étaient plus vitalistes au sens du XIXe siècle, ils maintenaient fortement la thèse que les processus de morphogenèse et l'expression du génotype par le phénotype resteraient incompréhensibles tant qu'on n'aurait pas donné un statut scientifique rigoureux à la notion d'information positionnelle contrôlant la différenciation cellulaire (cf. [P85]). Selon eux, c'était la position des cellules qui sélectionnait certains régimes métaboliques en déclenchant certains gènes. Il ne voyaient pas comment la biologie moléculaire et le néodarwinisme pouvaient expliquer dans les organismes des mécanismes comme

1. la genèse dynamique, l'autorégulation et la stabilité structurelle ;
2. l'équipotence, à savoir le fait que les parties de l'organisme sont initialement équipotentes et ajustent leur développement à la structure du tout (problème relié à la façon dont des cellules initialement totipotentes se spécialisent en cellules de moins en moins pluripotentes et dont, inversement, des cellules unipotentes peuvent être reprogrammées par induction en cellules pluripotentes) ;
3. l'équifinalité, à savoir le fait que le développement est lui-même structurellement stable comme processus, son état final étant dans une large mesure indépendant de son état initial ;
4. la clôture de l'ensemble des structures morphologiques élémentaires et l'existence de contraintes, de ≪ lois ≫ de la forme ;
5. la ≪ générativité ≫ des formes, l'ouverture de l'ensemble clos des structures élémentaires vers la complexité.

Comme il est affirmé dans la présentation de [W-G], il s'agit de comprendre

> how these hierarchically organized dynamic fields undergo robust symmetry-breaking cascades to produce generic forms. These are the basic morphological structures available for evolutionary transformations, whose classification into equivalence classes provides a basis for taxonomic relationships.

Thom est entré de plain pied dans ce débat en offrant aux structuralistes l'appui de ses nouvelles mathématiques. D'où une dure controverse avec les tenants de la biologie moléculaire. Ce débat était passionnant sur le plan des idées et, comme nous allons le voir, était un avatar d'un des différends les plus récurrents des sciences modernes, remontant bien avant l'*Entretien*, déjà évoqué, entre Diderot et d'Alembert.

Il est toutefois en passe d'être en partie résolu depuis les travaux d'Edward Lewis (Nobel 1995) sur les *gènes homéotiques* (gènes « architectes ») qui marquent la position d'une cellule. Les homéogènes sont des gènes de régulation déterminant les sites où certaines structures anatomiques vont se développer. Ils encodent les facteurs de transcription contrôlant l'expression des gènes pour les structures anatomiques. Comme le remarquait en 2007 Alain Prochiantz dans la Leçon inaugurale de sa chaire *Processus morphogénétiques* du Collège de France, jusqu'aux années 1980, le développement était conçu avant tout comme une affaire de différenciation cellulaire, et donc d'expression de gènes, la question des assemblages morphologiques n'étant que peu abordée par la biologie moléculaire. Situation – contexte des premiers travaux de Thom – qui a radicalement changé avec la découverte en 1991 des homéoprotéines qui sont des signatures moléculaires de la position des cellules qui les expriment et avec la transduction (capacité pour une molécule de passer à travers une membrane plasmique et d'entrer dans une cellule) qui permet l'échange d'information de position lors du développement. Les homéoprotéines sont des facteurs de transcription qui se fixent sur l'ADN par un homéodomaine et qui peuvent franchir les membranes cellulaires et agir comme des *morphogènes diffusants*. Cela relie position et différentiation par un mécanisme qui ressemble énormément à celui dont Turing et Thom ressentaient le besoin. Il y a là une convergence remarquable qui permet enfin de surmonter partiellement l'obstacle épistémologique d'une théorie à la fois géométro-dynamique et génétique de la morphogenèse.

Par ailleurs de nouvelles méthodes d'imagerie ont permis récemment la reconstruction quantitative de l'embryogenèse et la modélisation des comportements cellulaires précoces (cf. par exemple le Programme CNRS *BioEmergences* [BE] dirigé par Nadine Peyriéras). Avec des outils de microscopie multiphotonique à balayage on a pu enregistrer des signaux de mitose et des variations de propriétés optiques des membranes permettant de reconstruire positions, contacts, différenciations, lignages, trajets et migrations cellulaires. Ces données empiriques quantitatives sont étonnamment compatibles avec les modèles thomiens.

9 Fonction et signification

Mais Thom est allé plus loin que les modèles morphogénétiques de *structure*. En effet, en biologie, la structure est inséparable de la *fonction* et il fallait donc interpréter mathématiquement la notion de fonction. L'hypothèse de Thom, assez spéculative, est particulièrement bien formulée dans [1] :

> L'idée fondamentale de notre modèle est que toute spécialisation cellulaire étant caractérisée par un régime stable du métabolisme local, c'est-à-dire un attracteur A de la cinétique biochimique tangente au point considéré, la signification fonctionnelle du tissu correspondant s'exprime dans la structure géométrique ou topologique de cet attracteur A.

Dès 1965, Zeeman avait introduit dans *Topology of the Brain* la considération d'attracteurs neuronaux de très grande dimension. Thom a repris la même hypothèse pour modéliser la *signification* des « idées » dans les modèles neuronaux d'activités mentales. Dans « Topologie et linguistique » [5], il explique bien ce point. Tout processus psychique est corrélatif des processus neurophysiologiques qui l'implémentent. Or les dynamiques neuronales sont essentiellement des dynamiques de couplage d'oscillateurs dans des espaces de dimension énorme et l'on sait (cf. par exemple les travaux de David Ruelle et Floris Takens de l'époque [R-T] sur la turbulence) que, sous la contrainte de stabilité structurelle, de tels couplages conduisent à des attracteurs étranges très compliqués. On peut donc faire l'hypothèse qu'un contenu mental est représenté par un tel attracteur, que sa signification correspond à la topologie de l'attracteur et que le « flux de conscience » est une dynamique « lente » faisant passer d'attracteur en attracteur par des bifurcations successives.

Il faut noter que cette idée pionnière sera retrouvée dans les années 1980, indépendamment de Thom et de Zeeman, par les spécialistes de réseaux de neurones. Un expert de physique statistique comme Daniel Amit en fera même le titre de son ouvrage de référence de 1989 *Modeling Brain Function : The World of Attractor Neural Networks* [Am]. Un nombre considérable de publications sont parues dans ce domaine. Elles n'ont pas soulevé de problèmes épistémologiques particuliers car on y part d'équations différentielles explicites, de type équations de Wilson-Cowan-Hopfield. Si l'on veut faire le lien avec la TC, on peut dire qu'ils relèvent de la « première voie ». Mais Thom et Zeeman n'ont toujours pas été égalés car la complexité possible des attracteurs et leurs bifurcations n'y sont presque jamais pris en compte.

Ainsi se confirme que Thom visait bien une théorie géométrique *commune* à la biologie et au langage où la morphologie et la fonction côté biologie correspondent respectivement à la syntaxe et à la signification côté langage, la morphologie-syntaxe étant modélisée par des ensembles catastrophistes externes et la fonction-signification par la topologie des attracteurs internes. Le partage syntaxe/sémantique est assez clair. La syntaxe consiste à faire comme si les attracteurs A_i étaient des points et comme si les fonctions de Liapounov sur les $B(A_i) \backslash A_i$ étaient des fonctions potentiel et à se focaliser sur les interactions entre attracteurs simples. La sémantique consiste au contraire à se focaliser sur la structure interne (compliquée) des A_i. Cette conception était évidemment fort éloignée des conceptions formelles logico-combinatoires dominantes à l'époque. On pourrait dire que si ces dernières reposent sur ce que Frege appelait une « Begriffsschrift » où les contenus sont réduits à des symboles, celle de Thom repose sur une « Begriffsgeometrie » où la réduction des contenus à des symboles est remplacée par la réduction d'attracteurs à des minima de potentiel.

	Begriffsschrift	*Begriffsgeometrie*
Contenus	Sens	Topologie des attracteurs
Réduction des contenus	à des symboles	à des minima de potentiels
Syntaxe	relations entre symboles	interactions entre minima

10 Mécanisme et hylémorphisme

Avant que d'en venir, pour conclure, au texte de Thom sur la linguistique [5], arrêtons-nous un instant sur l'épaisseur *métaphysique* du problème de la forme. En effet, dès le début, Thom s'est considéré comme le mathématicien de l'hylémorphisme aristotélicien. Et au cours des années, après la biologie et la linguistique, après les nombreuses réflexions d'épistémologie des modèles, après l'*Esquisse d'une sémiophysique* (1988) et l'*Apologie du Logos* (1990) son rapport à Aristote et à l'hylémorphisme devint de plus en plus profond. Le lecteur intéressé pourra consulter quelques items de la Bibliographie générale du Volume 1 [12] des *Œuvres mathématiques*, [246] (1990), [265] (1991), [291] (1994), [305] (1995), [316] (1997, « The hylemorphic schema in mathematics »), [319] (1998), [322] (1999, « Aristote topologue », un des derniers articles).

C'est pourquoi l'évaluation de la portée scientifique des modèles thomiens n'est possible que si l'on prend la mesure de « l'aporie fondatrice » séculaire qu'ils essayent de résoudre. Pour ce faire, peut-être que le mieux est de rappeler que certains parmi les plus grands philosophes ont toute leur vie tourné autour de cette aporie, comme on l'a fait pendant des siècles pour le paradoxe de Zenon, l'indépendance du Ve postulat d'Euclide ou la transcendance de π (la quadrature du cercle).

Le cas de Leibniz est exemplaire. Toute sa vie, il a été tourmenté par le fait que le triomphe de la mécanique (dont il fut l'un des principaux acteurs) avait rendu incompréhensible toute dynamique des formes dans la mesure où celle-ci ne pouvait pas se passer de concepts néo-aristotéliciens comme ceux d'*entéléchie* ou de *forme substantielle*. L'antinomie est la suivante. Dans la conception mécaniste où seules « la figure, la grandeur et le mouvement » (comme on disait à l'époque) sont objectifs, les corps du monde sensible ne sont pas des « substances composées » mais seulement des agrégats dont l'unité et l'individuation ne sont que mentales et nominales, résultent de la perception et du langage qui découpent dans la réalité des unités phénoménales, et ne sont par conséquent qu'apparentes. Or, dans une lettre du 2 février 1706 à des Bosses, Leibniz explique que :

> outre la figure, la grandeur et le mouvement, il faut admettre des formes au moyen desquelles la différence des apparences surgisse dans la matière, formes qu'on ne peut intelligiblement chercher, me semble-t-il, qu'à partir des entéléchies.

C'est tout le point. Si l'on pense de façon non plus nominaliste mais réaliste que les corps sont des substances composées qui possèdent un répondant ontologique *per se*, alors il faut comprendre comment la matière peut s'organiser morphologiquement et, d'une façon ou d'une autre, refaire droit à l'hylémorphisme.

Dans son ouvrage de référence de 1986 *Architectonique disjonctive, Automates systémiques et Idéalité transcendantale dans l'œuvre de G. W. Leibniz* [Ro], André Robinet, l'un des meilleurs spécialistes de la question, a analysé la suite ininterrompue de tentatives faites par Leibniz au cours d'un ≪ effort intellectuel incommensurable ≫ :

1. Après leur rejet entre 1668 et 1671 au profit d'un pan-mécanisme fondé uniquement sur la grandeur, la figure et le mouvement, réhabilitation des formes substantielles, à partir de 1679, dans la correspondance avec Arnauld.
2. Réhabilitation des entéléchies en 1691. L'entéléchie conjugue forme substantielle et force. Elle est ≪ le principe de l'actualité et de la réalité dont la forme substantielle n'est plus que l'application aux substances vivantes et aux substances corporelles ≫ ([Ro], p. 64). En 1695, Leibniz introduit dans le *Système nouveau de la Nature* le concept de forces primitives internes (différentes des forces mécaniques externes dites alors ≪ dérivées ≫) comme un principe interne analogue à un principe vital organique.
3. A partir de 1696, la théorie *monadologique* permet de faire la synthèse entre l'entéléchie et la matière première et d'élaborer les concepts d'action et d'énergie (cf. p. 73).
4. Enfin, entre 1712 et 1716, principalement dans la correspondance avec des Bosses, le *vinculum substantiale* essaye de comprendre comment au-delà des formes substantielles, des entéléchies et des monades qui ne font que ≪ conférer l'unité de la forme à la matière première ≫ (p. 89), les corps peuvent être d'authentiques ≪ automates systémiques ≫ se manifestant comme complexes de ≪ discontinuités observées dans la matière-étendue ≫ (p. 29).

Après Leibniz, il y aura les Lumières françaises et les débats de type Diderot-d'Alembert. Après les Lumières françaises, il y aura l'*Aufklärung* allemande. Une fois mise en place sa Critique transcendantale pour expliquer comment il fallait radicalement transformer la métaphysique pour que la mécanique, qui avait physiquement raison (c'était pour lui, on le sait, un *factum rationis*), ait aussi métaphysiquement raison, Kant s'est heurté à son tour à l'obstacle épistémologique de l'organisation du vivant, au statut de sa ≪ bildende

Kraft ≫ (force formatrice interne) et à l'aporie de sa ≪ finalité interne objective ≫. Pour thématiser philosophiquement ce qu'il appelle lui-même une *antinomie*, Kant à dû écrire une troisième Critique, la *Critique de la Faculté de Juger* de 1790, où dans la partie ≪ Critique du jugement téléologique ≫ il essaye de penser le statut scientifique d'une Nature productrice de formes. Une telle Nature n'est pas une ≪ physis ≫ relevant du mécanisme mais une ≪ poiesis ≫ relevant d'une techné.

Dans son ouvrage sur le kantisme et le post-kantisme [Ca], Ernst Cassirer a fortement souligné que la CFJ est bien la solution transcendantale apportée par Kant au problème hylémorphique aristotélicien des formes substantielles et des entéléchies permettant de penser les formes comme immanentes à la matière.

Après le criticisme, et en se réclamant de ≪ l'immense mérite de notre vieux Kant envers le monde ≫, Goethe va toute sa vie réfléchir sur l'organisation biologique comme ≪ finalité interne objective ≫. C'est lui qui va fonder, sous le nom de *Morphologie*, un premier structuralisme dynamique. On connaît sa passion pour le débat Cuvier / Geoffroy Saint-Hilaire sur les corrélations et le plan d'organisation des êtres vivants. En étudiant la morphogenèse des plantes – qu'il appelait aussi ≪ Métamorphose ≫ –, il a élaboré une doctrine de la Morphologie qu'il a appliquée à la fois aux formes naturelles et aux structures plastiques. Il a ainsi théorisé un monisme naturaliste fondé sur un élargissement du concept mécaniste de Nature. On trouve chez Goethe l'intuition d'un principe interne ≪ entéléchique ≫ engendrant la connexion spatiale (externe) des parties dans un organisme (ce qu'il appelait les ≪ corrélations ≫).

Dans la seconde moitié du XIXe siècle le mécanisme physicaliste, devenu biochimie, combattra ces orientations vitalistes. Mais le filon Leibniz-Kant-Goethe ne disparaîtra pas complètement.

On le retrouve au XXe siècle chez les embryologistes dont nous avons parlé.

On le retrouve chez Paul Valéry qui méditait souvent sur la ≪ technique ≫ morphogénétique de la Nature et visait une ≪ intelligence des formes ≫, l'aporie étant que ≪ ni machine, ni intention, ni hasard ≫ ne pouvaient selon lui expliquer les formes (cf. [P98]). Florence de Lussy a découvert dans ses notes du Collège de France de 1940-1941 un projet de morphologie généralisée. On y voit Valéry s'occuper de processus physiques de diffusion et de propagation, d'occupation spatiale de formes, de formes physiques complexes comme les tourbillons, de formes biologiques organisées végétales et animales. Comme il le formule fort bien, dans les formes, la vie ≪ ne sépare pas sa géométrie de sa physique ≫. C'est bien tout le problème.

On voit quelle est toute l'épaisseur historique et philosophique du problème morphologique auquel Turing, Thom et d'autres ont commencé à apporter une solution.

Mais il ne faudrait pas croire pour autant que ces progrès physiques et biochimiques bouclent la question sur le plan philosophique. En effet le filon morphologique, et en particulier les intuitions goethéennes, sont également à l'origine du *structuralisme* moderne (cf. [P99]) : la Morphologie a inspiré le formalisme russe qui est à l'origine du structuralisme de Jakobson ; Vladimir Propp qui a introduit les syntaxes actantielles dans les théories narratives s'est constamment référé à Goethe et lui a même emprunté son titre de 1928 *La Morphologie du conte*. Enfin Claude Lévi-Strauss [L-S], se réclamait lui aussi du naturalisme de Goethe à partir de D'Arcy Thompson :

> Elle [la notion de structure comme transformation] me vient d'un ouvrage qui a joué pour moi un rôle décisif et que j'ai lu pendant la guerre aux Etats-Unis : *On Growth and Form* (...) de D'Arcy Thompson. (...) Ce fut une illumination, d'autant que j'allais vite m'apercevoir que cette façon de voir s'inscrivait dans une longue tradition : derrière Thompson, il y avait la botanique de Goethe (...).

C'est pourquoi nous allons maintenant esquisser comment le filon morphologique a eu une postérité fondamentale en sciences du langage en tant que l'une des sources principales du structuralisme que Thom s'est également proposé de modéliser.

11 De la biologie au langage : morphologies archétypes et syntaxe actantielle

11.1 Les modèles actantiels

Notre parenthèse métaphysique nous conduit au dernier des cinq articles. Comme nous l'avons vu, l'idée de « modèle sémantique » multidimensionnel apparaît dans [3] :

> This decomposition of a morphological process taking place on an Euclidean space $\mathbb{R}^m$ can be considered as a kind of generalized m-dimensional language ; I propose to call it a 'semantic model'.

Cette idée générale se spécialise de façon particulièrement originale avec l'introduction dans [4] et [5] des « morphologies archétypes ». L'idée est de considérer les CE (donc des déploiements universels) (W, K_W), d'introduire des sections (S, K_S) transverses de dimension 1 ou 2, et de traiter les minima m_i des potentiels générateurs $V_s(x)$ comme des *places pour des actants*. On introduit un axe temporel, i.e. une factorisation $S = B \times T$ (B n'intervient pas si $\dim S = 1$) de façon à pouvoir suivre l'évolution des m_i. A la traversée des strates de K_S qui les impliquent, les m_i *interagissent* entre eux à travers des catastrophes de conflit et de bifurcation. On obtient ainsi des « morphologies archétypes » d'interactions actantielles.

Plus généralement (cf. notre survey [P14]), on peut considérer des *chemins* γ dans les espaces externes W des CE (W, K_W) et leur associer des scenarii actantiels dont les événements sont les intersections (génériquement) transversales de γ avec des strates de codimension 1 de K_W. Lorsqu'on déforme un γ au moyen d'une famille à un paramètre γ_u en gardant les extrémités fixes (comme on le fait classiquement en théorie de l'homotopie) le scénario associé changera qualitativement lorsque γ_u traversera (génériquement) une strate de codimension 2 de K_W. On génère ainsi des *variantes* de scenarii actantiels.

Les morphologies archétypes dérivées des CE sont intimement liées aux « graphes actantiels » qui relèvent pour leur part de la seule phénoménologie de la perception. Ils en sont des modèles générateurs, comme les CE sont des modèles locaux de morphologies empiriques. On considère une scène spatio-temporelle où évoluent différents actants. Comme le note Thom dans [5], les actants occupent des domaines spatiaux qui sont en général des boules topologiques $B_i(t)$ dans un domaine spatial $U(t)$. On contracte alors chaque B_i en un point b_i et on regarde les trajectoires $b_i(t)$. Une interaction entre $B_i(t)$ et $B_j(t)$ au temps $t = t_0$ sera un point commun à $b_i(t)$ et $b_j(t)$ en t_0. On obtient ainsi topologiquement un graphe d'interaction temporellement fléché dit « graphe actantiel ». Thom remarque alors que ces graphes sont également déductibles des morphologies archétypes qui modélisent les scénarii dynamiques d'interactions d'attracteurs. On trouvera dans [5] leur classification (capture, émission, transfert, excision, etc.) ainsi que les rôles actantiels qu'ils déterminent (sujet, agent, destinateur, destinataire, objet, bénéficiaire, instrumental, etc.).

Le lien entre les graphes actantiels enracinés dans la perception et les morphologies archétypes dérivées des CE est essentiel sur le plan théorique. Il est évident que de simples graphes ne sauraient définir des rôles actantiels. Mais si on les associe à une morphologie archétype qui provient d'un scénario dynamique d'interaction d'attracteurs, alors ils le peuvent. Par ailleurs ce lien entre perception et langage est également très important sur le plan des théories neuropsychologiques de la perception. Ce point a été toutefois peu approfondi par Thom. Le lecteur intéressé pourra consulter [P11].

Une thèse fondamentale de Thom, thèse qui a suscité beaucoup de débats, est que, au-delà de la description de simples scènes spatio-temporelles, les graphes actantiels associés aux morphologies archétypes sont des *schèmes universels* pour les structures syntaxiques et les rôles actantiels dans les langues naturelles. Thom justifie cette thèse d'universalité par l'évolution, la possibilité de décrire les scènes spatio-temporelles et de transmettre la description à des congénères ne voyant pas la scène étant vitale pour la survie des premiers hommes et constitutive de *l'origine* du langage. D'où une conception *réaliste* du langage enracinant la syntaxe dans les structures de la perception. Comme il est affirmé, toujours dans [5] :

> Le type topologique de l'interaction détermine la structure syntaxique de la phrase qui le décrit.

11.2 La valence verbale

Une des conséquences de sa théorie dont Thom était le plus fier était qu'elle expliquait la limitation drastique de la valence verbale. Dans un graphe actantiel, les vertex sont des nœuds verbaux et les arêtes sont les actants que le nœud verbal fait interagir. Le nombre d'arêtes (le degré du vertex) s'appelle la valence du nœud verbal. On constate empiriquement que, dans toutes les langues, celle-ci est limitée à 4. Pour Thom cela était la conséquence du fait qu'il ne peut pas y avoir plus de 4 déterminations en interaction locale dans les morphologies archétypes.

12 La TC et la sémio-linguistique structurale et cognitive

Les propositions de Thom en sémio-linguistique ont été accueillies de façon mitigée par les spécialistes. Roman Jakobson, nous l'avons vu, était enthousiaste, ainsi que quelques autres linguistes comme Hansjakob Seiler (spécialiste des universaux du langage, cf. [Se]) et Wolfgang Wildgen (cf. [Wi]) en Allemagne, Bernard Pottier (cf.[Pot]) en France, Per-Aage Brandt (cf. [Br]) au Danemark ou Umberto Eco en Italie. Mais la plupart sont restés assez réservés. Nous retrouvons là le même problème qu'avec la morphogenèse biologique. Pour les spécialistes de linguistique et de sémiotique connaissant bien l'histoire, les théories et les controverses de leurs disciplines, Thom était une sorte de météorite venu d'ailleurs dont ils n'avaient aucun moyen de comprendre les mathématiques. Et d'un autre côté, les scientifiques comprenant ces mathématiques n'avaient en général aucune idée des problèmes sémio-linguistiques auxquels s'attaquait Thom. Et pourtant, de même qu'en biologie Thom s'attaquait à l'antinomie mécanisme/hylémorphisme dont nous avons vu l'épaisseur historique et philosophique, de même en sémio-linguistique les propositions de Thom étaient en profonde résonnance avec certaines des plus importantes et des plus anciennes traditions. Donnons quelques brèves indications.

12.1 La syntaxe structurale et les grammaires casuelles : de Tesnière à Fillmore

Thom a inscrit explicitement son approche dans les courants *structuralistes* de syntaxe *actantielle*. Son ≪ héros ≫ était Lucien Tesnière, grand linguiste de Strasbourg dont il a dit avoir toujours regretté de ne pas l'avoir rencontré lorsqu'il était à Strasbourg avec Henri Cartan. Tesnière publia en 1959 un ouvrage magistral *Eléments de Syntaxe Structurale* [Te].

Ces approches structurales et actantielles de la syntaxe reposent sur l'idée que les verbes (du moins les verbes d'action) lexicalisent des interactions entre actants et déterminent leurs rôles actantiels. Elles sont inséparables de ce que l'on appelle les *grammaires casuelles* car au niveau morphosyntaxique de surface les rôles actantiels sont marqués par des cas (nominatif pour l'agent, accusatif pour l'objet, datif pour le bénéficiaire, etc.) exprimés par exemple par des suffixes comme en latin ou des prépositions comme en français (les solutions sont nombreuses). Dans la linguistique moderne, les grammaires casuelles constituent l'un des grands paradigmes alternatifs à celui des grammaires génératives de Noam Chomsky. Il est particulièrement bien exemplifié par les travaux de Charles Fillmore (cf. par exemple le célèbre ≪ The Case for Case ≫ de 1968 [Fi]).

Les théories structurales, actantielles et casuelles de la syntaxe constituent un véritable continent et Thom a été le premier mathématicien à leur offrir des outils mathématiques idoines non triviaux.

12.2 L'hypothèse localiste

Mais Thom a en plus spécifié ces théories de façon drastique avec sa thèse de l'enracinement de la syntaxe dans la perception et, plus précisément, comme nous l'avons vu, la thèse que les interactions spatio-temporelles entre actants spatiaux servent de schèmes universels pour les rôles actantiels et les relations casuelles, autrement dit que la sémantique profonde et universelle des cas est d'origine spatiale.

Thom n'a pas approfondi lui-même l'histoire de la linguistique. Mais l'on peut montrer que sa thèse est en profonde résonnance avec l'une des plus anciennes hypothèses linguistiques (remontant aux grammairiens byzantins) à savoir l'hypothèse dite *localiste* selon laquelle les cas fondamentaux sont enracinés dans les possibilités d'interactions entre actants spatio-temporels, interactions qui fournissent des scénarii perceptifs qui se trouvent dans un second temps typifiés et grammaticalisés. Le lecteur intéressé pourra se référer à l'ouvrage de John Anderson de 1971, *The Grammar of Case : Towards a Localistic Theory* [An].

Ces approches localistes ont convergé avec des recherches de psychologie cognitive concernant les liens entre les structures profondes du langage et celles de la perception et de l'action. Une thèse fondamentale, analogue à celle de Thom, est que le langage étant très récent sur le plan évolutionnaire il doit être fondé sur des ressources cognitives et sensori-motrices que nous partageons avec les primates. Des Gestalten perceptives doivent donc être sous-jacentes aux structures grammaticales.

Comme l'a noté Ron Langacker dans un éloge [Lan2] de Claude Vandeloise spécialiste de la genèse spatiale des prépositions, il existe des ≪ conceptual archetypes ≫ hautement polysémiques qui :

> are experientially grounded concepts so frequent and fundamental in our everyday life that we tend to invoke them as anchors in constructing our mental world with all its richness and levels of abstraction. (...) Archetypes are basic conceptual units readily grasped in gestalt-like fashion. (...) Their emergence is a natural consequence of how we interact with the physical and social world, having evolved to cope with it successfully. (...)
> Conceptual archetypes (...) provide the prototypical values of basic categories and canonical constructions.

Ces hypothèses venant des linguistiques cognitives sont confirmées par beaucoup d'autres études plus psychologiques. Par exemple, la perception *directe* de relations actantielles, et donc de relations apparemment aussi abstraites que la causalité, l'agentivité ou l'intentionnalité, est une faculté psychologique fondamentale qui est désormais bien documentée expérimentalement. Des inférences proprement perceptuelles conduisent spontanément les sujets à attribuer (d'où le nom de ≪ principe de l'attribution ≫) des rôles sémantiques animés et intentionnels à de simples formes en mouvement (cercles, triangles, carrés). Les premières expériences de ce genre ont été menées dans les années 1940 par Fritz

Heider et Marianne Simmel (cf. [He]) qui ont montré que des mouvements purement cinématiques sont décrits par des scénarios actantiels sophistiqués. Depuis les années 1990, de nombreux travaux ont été accomplis dans ce domaine (cf. par exemple Blakemore & Decety [Bla], Scholl & Tremoulet [S-T], Zibetti & Tijus [Z-T]). Le lien de cette perception aux relations actantielles est confirmé par de nombreuses expériences (cf. par exemple Mandler [Ma]) qui montrent qu'il existe chez les enfants une pensée conceptuelle préverbale construite à partir de la catégorisation perceptuelle d'objets, de relations spatiales et d'événements.

Tous ces résultats sur l'attribution spontanée de rôles actantiels à de simples mouvements de solides montrent à quel point il est pertinent de considérer que les graphes actantiels sont bien engendrés par des morphologies archétypes.

12.3 Vers une ≪ geometry of thought ≫ : iconicité profonde et image-schèmes

En fait c'est tout un ensemble d'idées et d'expériences convergentes qui ont conduit les linguistiques cognitives à introduire ce qu'elles appellent une ≪ iconicité profonde ≫ du langage (cf. par exemple le recueil *Iconicity in Syntax* [Ha] édité par John Haiman en 1985), iconicité faisant appel à des ≪ images-schèmes ≫ dont la ressemblance avec les morphologies archétypes de Thom est frappante. De grands linguistes cognitivistes comme Ron Langacker (qui se considère comme un héritier de Tesnière) [Lan1] ou Len Talmy [Ta] parlent de ≪ conceptual archetypes ≫ et de ≪ gestalts ≫. Comme l'affirme Peter Gärdenfors dans *Conceptual Spaces. The Geometry of Thought* [Ga],

> a central hypothesis of cognitive semantics is that the way we store perceptions in our memories has the same form as the meanings of words.

Cette hypothèse d'un format schématique-iconique des représentations mentales remet en question le dogme du caractère symbolique et propositionnel (au sens logique) des contenus mentaux. Comme l'expliquent Benjamin Bergen et Nancy Chang dans ≪ Spatial Schematicity of Prepositions in Neural Grammar ≫ [B-C] à propos des rôles actantiels définis par les images-schèmes,

> although these roles can be represented in symbolic terms, this symbolic representation serves only to parameterize, and not to replace, the perceptual properties of the schema in question.

Il faut ajouter que ces conceptions topologico-géométriques des représentations mentales convergent également avec tout un ensemble de résultats neurophysiologiques comme ceux de Roger Shepard, Lynn Cooper ou Stephen Kosslyn sur l'imagerie mentale. Par exemple Stephen Kosslyn [Ko] a étudié le cas de certaines prépositions et a montré qu'elles sont traitées de deux façons bien différentes, l'une ≪ continue ≫ et métrique, l'autre ≪ catégorielle ≫ et binaire et que cela résulte cérébralement de la *latéralisation hémisphérique*, le traitement continu s'effectuant préférentiellement dans l'hémisphère droit et le traitement catégoriel dans l'hémisphère gauche. David Kemmerer (cf. [Ke]) a obtenu les mêmes résultats en étudiant les « neuroanatomical correlates of linguistically encoded categorical spatial relations ».

Dans tout cela, c'est bien d'une « geometry of thought » qu'il s'agit et il est donc légitime de faire un lien étroit avec le projet de « géométrie du concept » de Thom. Les morphologies archétypes thomiennes ont fournit, bien avant les linguistiques cognitives, les outils permettant d'en modéliser les images-schèmes. Mais là encore, le mur de la compréhension mathématique a fait obstacle aux développements de ces modèles.

Et cela d'autant plus que la sémantique morphologique thomienne ne se reduit pas aux morphologies archétypes. Celles-ci ne constituent qu'un squelette syntaxique muni de la sémantique minimale qui est celle des rôles actantiels. Leur champ sémantique est le champ spatial. Mais évidemment il existe une foule d'autres champs sémantiques. Pour en rendre compte, Thom va recourir, comme il l'avait fait pour les fonctions en biologie, à des dynamiques internes complexes et pousser son localisme jusqu'à une théorie générale de la *métaphore* entre champs sémantiques disant que le champ spatial est structurant pour les champs sémantiques en général. Comme il l'explique dans [5] :

> en rajoutant des 'coordonnées internes' à certains actants, il n'est pratiquement aucune expression pour laquelle on ne puisse trouver une interprétation spatiale.

Il faut souligner que les théories contemporaines de la métaphore (cf. George Lakoff [Lak]) et du « blending » (cf. Gilles Fauconnier [Fa]) vont tout à fait dans le même sens en affirmant que le processus métaphorique est beaucoup plus profond que les simples jeux entre sens propres et sens figurés que l'on trouve dans les théories classiques des tropes et concernent bien plutôt la façon dont les structures actantielles d'un domaine sémantique concret de base servent à structurer d'autres domaines sémantiques plus abstraits.

13 Vers un réalisme sémiophysique

On voit ainsi comment les modèles de Thom se développent en biologie et en sémio-linguistique en rendant ces deux domaines solidaires, en offrant à la première une théorie originale des liens entre structure et fonction et à la seconde une théorie originale des liens entre syntaxe et sémantique. Ce parallélisme – qui est en fait un monisme morphodynamique – ressemble beaucoup aux « philosophies de la Nature » et conduit à des conclusions qui comme disait Thom lui-même, nous l'avons vu, sont « difficiles à admettre ». En particulier, après cet « effort intellectuel incommensurable » qui rappelle celui de Leibniz, Thom s'estimait justifié à défendre un réalisme sémiotique immanent à la Nature. Il formule cela fort bien dans *Topologie et Signification* [7], son autre texte « princeps » de 1968 sur la sémiolinguistique :

> Ne peut-on admettre que les facteurs d'invariance phénoménologique qui créent chez l'observateur le sentiment de la signification proviennent de propriétés *réelles* des objets du monde extérieur, et ma-

> nifestent la présence *objective* d'entités formelles liées à ces objets, et dont on dira qu'elles sont 'porteuses de signification' ?

L'apport immense de Thom est d'avoir dégagé ces *entités formelles*. Sans elles tout l'édifice s'écroule et l'on en revient aux cercles vicieux et aux apories séculaires qui consistent à faire l'hypothèse de structures réelles et objectives sous-jacentes à la perception et au langage mais sans pouvoir hélas les décrire autrement qu'à travers la perception et le langage. Les morphologies thomiennes brisent le cercle et permettent de dépasser ces antinomies.

14 Conclusion

Dans cette note, nous avons essayé de présenter les modèles morphodynamiques de Thom en biologie et en linguistique à partir de ses tout premiers articles sur le sujet. Nous avons montré comment sa création d'un langage morphologique multidimensionnel indépendant des substrats lui avait permis de rendre solidaires biologie et langage dans le cadre de la « seconde voie » de la TC. Nous avons insisté sur l'opération qui consiste à mettre des mathématiques d'avant-garde au service d'une réhabilitation (pour le dire comme Leibniz) de problématiques jusque là marginalisées à cause de leur « géométrie absente ». Nous avons également insisté d'une part sur l'épaisseur historique des difficultés philosophiques rencontrées (Aristote, Leibniz, Kant, Goethe, Husserl) et d'autre part sur la grande actualité scientifique de résultats confirmant certaines propositions thomienne (génétique du développement et homéogènes, grammaires et sémantiques neuro-cognitives).

A propos de la Nature comme techné productrice de formes, Kant parlait dans sa troisième Critique de la « Nature comme Art ». On pourrait dire qu'avec la TC comme « art des modèles », Thom a élargi les mathématiques de la Nature de façon à leur permettre de modéliser la Nature comme Art.

Bibliographie de René Thom

[1] « Une théorie dynamique de la morphogénèse », *Towards a theoretical biology I*, C.H. Waddington (ed.), University of Edinburgh Press, 1968, 152–166, suivi d'une correspondance avec C.H. Waddington.

[2] « A dynamical theory for morphogenesis », *Katada symposium on Topology*, February 1967, 1–11.

[3] « Topological models in biology », *Topology*, **8** (1969) 313–335.

[4] « A mathematical approach to morphogenesis : archetypal morphologies », *Hetereospecific genome interaction* (Wistar Institute of Anatomy and Biology, October 22-23, 1968), Wistar Institute Press, 1969, 165–174.

[5] « Topologie et linguistique », *Essays on topology and related topics (mémoires dédiés à Georges de Rham)*, A. Haefliger, R. Narasimhan (eds), Springer, 1970, 226–248.

[6] « Les singularités des applications différentiables », *Ann. Institut Fourier*, **6** (1955–1956) 43–87.

[7] « Topologie et signification », *L'Âge de la science*, **4** (1968) 1–24, Paris, Dunod. [Réédité comme chapitre 10 de [11], 193–228].

[8] *Stabilité structurelle et morphogenèse. Essai d'une théorie générale des modèles*, W. A. Benjamin, Inc., Reading, 1972.

[9] « Phase transitions as catastrophes », *Statistical Mechanics : new concepts, new problems, new applications*, S.A. Rice, K.F. Freed, C.C. Light (eds), Univ. of Chicago Press, 1972, 93–107.

[10] « Symmetries gained and lost », *Proceedings of the III GIFT Seminar in Theoretical Physics* (Universidad de Madrid, 22–29 mars 1972), GIFT, 1972, 1–48.

[11] *Modèles mathématiques de la morphogenèse*, Paris, 10-18 UGE, 1974. (Deuxième édition 1980).

[12] *Œuvres mathématiques*, volume 1, Documents mathématiques, Société Mathématique de France, 2015.

Bibliographie complémentaire

[Am] Amit, D. (1989). *Modeling Brain Function : The World of Attractor Neural Networks*, Cambridge University Press, 1989.

[An] Anderson, J. M. (1971). *The Grammar of Case : Towards a Localistic Theory*, Cambridge University Press, 1971.

[D'Ar] D'Arcy Thompson (1942). *On Growth and Form*, Cambridge University Press, 1942.

[B-C] Bergen, B.K., Chang, N.C. (2000). « Spatial Schematicity of Prepositions in Neural Grammar », *Fifth International Conference on Conceptual Structure, Discourse and Language* (CSDL-V), University of California at Santa Barbara, 2000.

[BE] *BioEmergences*, *Multilevel Dynamics in Morphogenesis*, USR3695 CNRS (dir. N. Peyriéras), http ://bioemergences.iscpif.fr/bioemergence.

[Bla] Blakemore, S. J., Decety, J. (2001). « From the perception of the action to the understanding of intention », *Nature Reviews Neuroscience*, 2 (2001) 561–567.

[Blu] Blum, H. (1973). « Biological shape and visual science. » *Journal of Theoretical Biology*, 38 (1973) : 205–287.

[Br] Brandt, P. Å., (1986). *La Charpente modale du Sens*, Thèse d'Etat, Université de Paris III, Amsterdam, John Benjamins, 1992.

[Ca] Cassirer, E., (1923). *Das Erkenntnisproblem in der Philosophie und der Wissenschaft der neueren Zeit*, Berlin, 1923.

[Ch] Child, C.M. (1941). *Patterns and Problems of Development*, Chicago, The University of Chicago Press, 1941.

[De] Delbrück, M. (1949). ≪ Unités biologiques douées de continuité génétique ≫, CNRS, Paris, 1949.

[Fa] Fauconnier, G., Turner, M. (2008), *The way we think : Conceptual blending and the mind's hidden complexities*, Basic Books, New York.

[Fi] Fillmore, C. (1968). ≪ The Case for Case. ≫ In Bach and Harms (Ed.) : *Universals in Linguistic Theory*, New York, Holt, Rinehart, and Winston, 1-88, 1968.

[Fr] Franceschelli, S., (2011). ≪ Morphogenesis, Structural Stability and Epigenetic Landscape ≫, *Morphogenesis. Origins of Patterns and Shapes*, (P. Bourgine, A. Lesne, eds), Berlin, Springer, 283-293.

[Ga] Gärdenfors, P., (2000). *Conceptual Spaces. The Geometry of Thought*, Cambridge, MA, MIT Press, 2000.

[Goe] Goethe, J. W. von, (1780-1830). *La Métamorphose des Plantes* (trad. H. Bideau), Paris, Triades, 1975.

[Ha] Haiman, J., (ed.), (1985). *Iconicity in Syntax*, Amsterdam, J. Benjamins, 1985.

[He] Heider, F., Simmel, M. (1944). ≪ An experimental study of apparent behavior ≫, *American Journal of Psychology*, 57 (1944) 243-259.

[Ja] Jakobson, R. (1963). *Essais de linguistique générale*, Paris, Editions de Minuit, 1963 (T.1), 1973 (T.2).

[Ke] Kemmerer, D. (2007). ≪ A Neuroscientific Perspective on the Linguistic Encoding of Categorical Spatial Relations ≫, *Language, Cognition and Space*, (V. Evans, P. Chilton, eds), London, Equinox Publishing Co, 2007.

[Ko] Kosslyn, S. M. (2006). ≪ You can play 20 questions with nature and win : Categorical versus coordinate spatial relations as a case study. ≫ *Neuropsychologia*, 44 (2006) : 1519–1523.

[Lak] Lakoff, G., Johnson, M. (1980). *Metaphors We Live By*. Chicago : The University of Chicago Press, 1980.

[Lan1] Langacker, R. (1994). ≪ Structural Syntax : The View from Cognitive Grammar ≫, *Linguistique cognitive et Modèles dynamiques*, (J. Petitot, ed.), *Sémiotiques*, 6–7 (1994) : 69–84.

[Lan2] Langacker, R. (2010). ≪ Reflections on the Functional Characterization of Spatial Prepositions ≫, *Espace, Préposition, Cognition. Hommage à Claude Vandeloise*, (G. Col, C. Collin, eds), Corela.

[Le] Levine H.I. (1971). ≪ Singularities of Differentiable Maps ≫, *Proceedings of Liverpool Singularities Symposium I, 1969/1970*, Lecture Notes in Mathematics, **192**, Springer, 1971, 1-89.

[L-S] Lévi-Strauss, C. (1988). *De Près et de Loin*, Paris, Odile Jacob, 1988.

[Ma] Mandler, J. (2004). *The Foundations of Mind. Origins of Conceptual Thought*, Oxford University Press, 2004.

[Me] Meinhardt, H. (2012). ≪ Turing's theory of morphogenesis of 1952 and the subsequent discovery of the crucial role of local self-enhancement and long-range inhibition ≫, *Interface Focus*, 2, 4 (2012) 407-416.

[Ni] Nicolis, G., Auchmuty, J.F.G. (1974). ≪ Dissipative Structures, Catastrophes, and Pattern Formation : A Bifurcation Analysis ≫, *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, 71, 7, (1974), 2748-2751.

[P79] Petitot, J. (1979). ≪ Hypothèse localiste et Théorie des Catastrophes ≫, *Théories du langage, théories de l'apprentissage*, (M. Piattelli ed.), Paris : Le Seuil, 1979.

[P82a] Petitot, J. (1982). ≪ Eléments de théorie des singularités ≫. `http ://jeanpetitot.com/ArticlesPDF/Petitot_Sing.pdf`

[P82b] Petitot, J. (1982). ≪ Introduction aux phénomènes critiques ≫. `http ://jeanpetitot.com/ArticlesPDF/Petitot_CritPh.pdf`

[P82c] Petitot, J. (1982). *Pour un schématisme de la structure*, Thèse de doctorat d'état, EHESS, 1982.

[P85] Petitot, J. (1985). *Morphogenèse du Sens*, Paris, Presses Universitaires de France, 1985. *Morphogenesis of Meaning* , transl. F. Manjali, Bern, Peter Lang, 2003.

[P88] Petitot, J. (1988). ≪ Structuralisme et Phénoménologie : la théorie des catastrophes et la part maudite de la Raison ≫, *Logos et Théorie des Catastrophes*, Editions Patiño, Genève, 345-376.

[P98] Petitot, J. (1998). ≪ La vie ne sépare pas sa géométrie de sa physique. Remarques sur quelques réflexions morphologiques de Paul Valéry ≫, *Valéry, le Partage de Midi*, (J. Hainaut ed.), Paris, Honoré Champion, 139-152.

[P99] Petitot, J. (1999). ≪ La généalogie morphologique du structuralisme ≫, Numéro spécial en hommage à Claude Lévi-Strauss (M. Augé ed.), *Critique*, 620-621, 97-122.

[P11] Petitot, J. (2011). *Cognitive Morphodynamics. Dynamical Morphological Models of Constituency in Perception and Syntax*, Peter Lang, Bern, 2011.

[P13] Petitot, J. (2012). ≪ Complexity and self-organization in Turing ≫, *The Legacy of A.M. Turing*, Conférence de l'Académie Internationale de Philosophie des Sciences, Université d'Urbino, 25-28 septembre 2012, (E. Agazzi, ed.), Franco Angeli, Milano, 2013, 149-182. http ://arxiv.org/abs/1502.05328v1

[P14] Petitot, J. (2014). ≪ Aspects du structuralisme dynamique ≫, *VS. Quaderni di studi semiotici*, 118 (2014) 11-61.

[P-L] Pisanti, N., Longo, G. (2012). ≪ A. M. Turing : dalla macchina a stati discreti alla genesi continua delle forme in biologia ≫, *SAPERE*, agosto 2012, 28-31.

[Por] Porte, M. (ed.) (2003). *René Thom – Œuvres complètes.* CD-ROM, IHES, 2003. Contact : cdthom@ihes.fr.

[Pot] Pottier, B. (1992). *Théorie et Analyse en Linguistique*, Paris, Hachette, 1992.

[P-S] Prigogine, I., Stengers, I. (1979). *La Nouvelle Alliance*, Gallimard, Paris, 1979.

[Ro] Robinet, A. (1986). *Architectonique disjonctive, Automates systémiques et Idéalité transcendantale dans l'œuvre de G. W. Leibniz*, Paris, Vrin, 1986.

[R-T] Ruelle, D., Takens, F. (1971). ≪ On the Nature of Turbulence ≫, *Commun. math. Phys.*, 20 (1971) 167-192.

[Sc] Schiffmann, Y., (1981). ≪ Potentials in Chemical Systems Far from Thermodynamic Equilibrium : The Reduction of Reaction-Diffusion Systems to Catastrophe Theory ≫, *Progress in Theoretical Biology*, 6 (1981), 1-21.

[S-T] Scholl, B. J., Tremoulet, P. D. (2000). ≪ Perceptual causality and animacy ≫, *Trends in Cognitive Science*, 4, 8 (2000) 299-309.

[Se] Seiler, H.J., ed. (1978). *Language Universals*, Papers from the Gummersbach Conference (1976), Tübingen, Gunter Narr, 1978.

[Ta] Talmy, L. (2000). *Toward a Cognitive Semantics, Vol. I et II*, Cambridge, MA, MIT Press, 2000.

[Te] Tesnière, L. (1959). *Eléments de Syntaxe Structurale*, Klincksieck, Paris, 1959.

[TB] *Towards a theoretical biology III*, C. H. Waddington (ed.), Edinburgh University Press, 1970.

[Tu] Turing, A.M. (1952). ≪ The Chemical Basis of Morphogenesis ≫, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series B, Biological Sciences*, 237, 641(1952) 37-72.

[Wa1] Waddington, C.H. (1939). *An introduction to modern genetics*, New York, Macmillan, 1939.

[Wa2] Waddington, C.H. (1940). *Organizers and Genes*, Cambridge University Press, 1940.

[W-G] Webster, G., Goodwin, B. (1996). *Form and Transformation : Generative and Relational Principles in Biology*, Cambridge University Press, 1996.

[Wi] Wildgen, W. (1981). ≪ Archetypal Dynamics in Word Semantics : an Application of Catastrophe Theory. ≫, *Words, Worlds and Contexts*, (H. J. Eikmeyer, H. Reiser eds.), New York, Walter de Gruyter, 1981, 234–296.

[Wo] Wolpert, L. (1969). ≪ Positional information and the spatial pattern of cellular differentiation ≫, J. Theor. Biol., 25, 1 (1969) 1-47.

[Ze1] Zeeman, C. (1965). ≪ Topology of the Brain ≫, *Mathematics and Computer Science in Biology and Medicine*, Medical Research Council.

[Ze2] Zeeman, C., (1972). ≪ Differential equations for the heartbeat and nerve impulse ≫, *Towards a Theoretical Biology* (C.H.Waddington, ed.), Edinburgh University Press, 4 (1972) 8-67.

[Ze3] Zeeman, C., (1977). *Catastrophe Theory : Selected Papers 1972-1977*, Redwood City, Addison-Wesley, 1977.

[Z-T] Zibetti, E., Tijus, C. (2003). ≪ Perceiving Action from Static Images : the Role of Spatial Context ≫, *CONTEXT* (2003) 397-410.