

Estimation du nombre de personnes présentes dans une pièce à partir de la concentration en dioxyde de carbone

Pierre Benech, Pierre Haessig

▶ **To cite this version:**

Pierre Benech, Pierre Haessig. Estimation du nombre de personnes présentes dans une pièce à partir de la concentration en dioxyde de carbone. [Rapport de recherche] CentraleSupélec. 2015. hal-01256686

HAL Id: hal-01256686
https://hal.science/hal-01256686

Submitted on 15 Jan 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

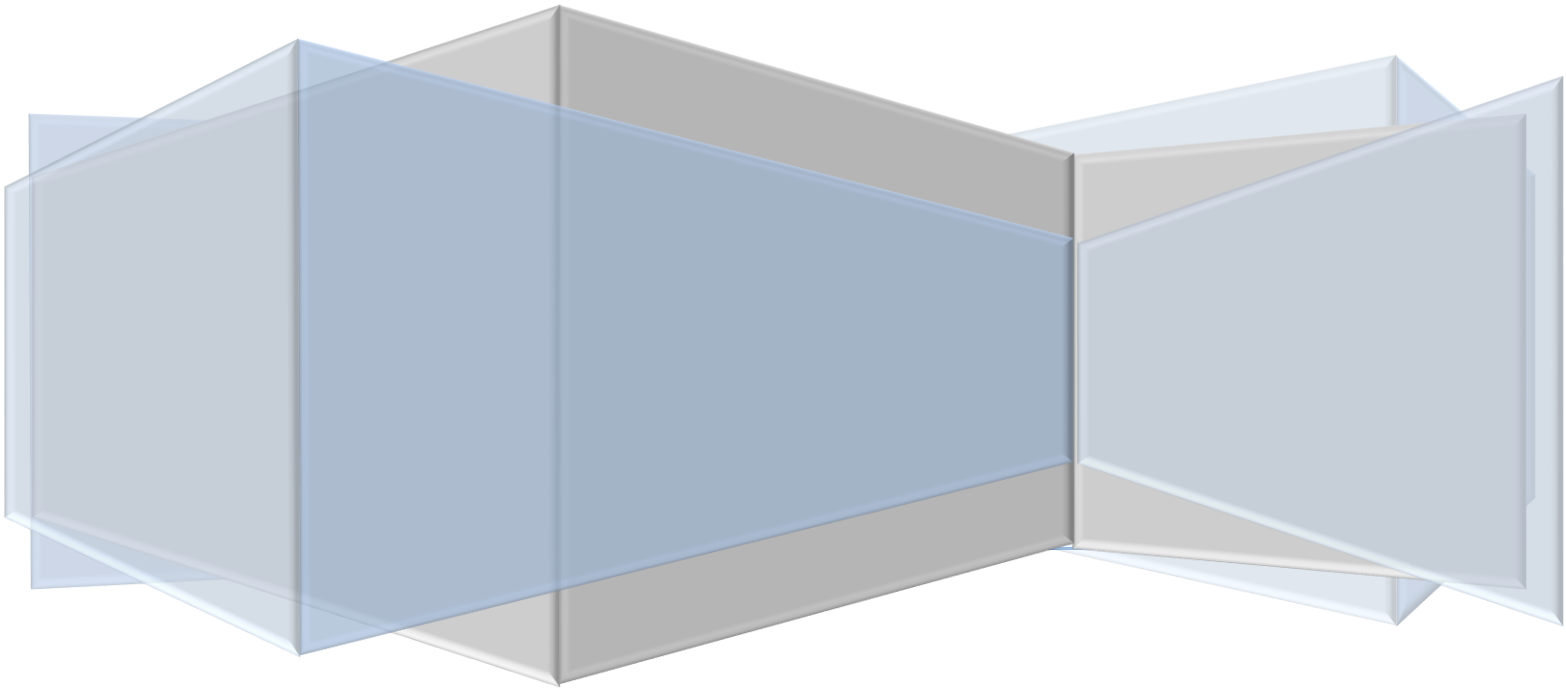
CentraleSupélec

IETR
INSTITUT D'ÉLECTRONIQUE ET DE TÉLÉCOMMUNICATIONS DE RENNES

Estimation du nombre de personnes présentes dans une pièce à partir de la concentration en dioxyde de carbone

Pierre Benech, Pierre Haessig
IETR, équipe Automatique des Systèmes Hybrides (ASH)

Juillet 2015



Dans cette étude, nous avons cherché à estimer le nombre de personnes présentes dans une salle de réunion à partir de la mesure de la concentration en CO2 dans cette pièce. Pour construire des estimateurs, nous avons utilisé une série d'expériences où les utilisateurs de la salle ont noté les horaires d'arrivée, de départ et le nombre de participants de la réunion.

Trois estimateurs ont été conçus :

- le premier est composé d'un filtre du premier ordre (inversion de la dynamique du CO2) et d'une moyenne glissante pour lisser l'estimation
- le second utilise un filtre de Kalman : son intérêt est la distinction de la composante extérieure du CO2
- le troisième est basé sur les chaînes de Markov : plutôt que de mettre en place des seuils, on prend en compte le caractère discret du nombre de personnes présentes

I. Contexte

1.1. Description de la salle et des capteurs installés

Plusieurs capteurs ont été installés fin janvier dans la salle 404. Cette salle de réunion est attenante à la salle des doctorants. La pièce a une superficie d'une vingtaine de m² et peut contenir jusqu'à une dizaine de personnes. Dans cette salle, il y a un thermomètre à l'intérieur (°C), un capteur d'humidité relative (%), de CO2 (ppm : partie par million), de composés organiques volatiles (COV) (ppm). Un capteur d'éclairement solaire (W/m²) a été mis en place le 3 mars. Un détecteur de mouvement (booléen) et un thermomètre à l'extérieur (°C) ont été installés le 7 mai.

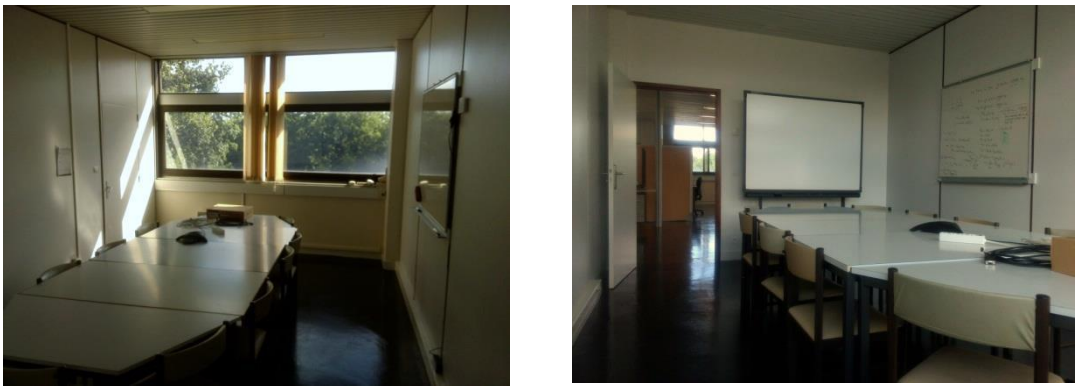


Figure 1 : Photos de la salle de réunion

1.2. Transmission et stockage des données

La transmission des données (des capteurs vers l'ordinateur qui se trouve dans la salle des doctorants) se fait sans fil. En effet, une clé USB reçoit les signaux émis par les capteurs. Les données sont stockées sur le disque dur de l'ordinateur. De ce fait, quand l'ordinateur est éteint, les mesures sont perdues. Il y a eu 6 coupures au cours des plus de 4 mois de campagne de mesure. Certaines ne durent que quelques minutes ; la plus longue dure 12 jours.

1.3. Outil informatique utilisé

Pour exploiter les données recueillies par les capteurs, le Notebook IPython a été utilisé. IPython Notebook est un environnement de programmation interactif en langage Python : il permet de combiner code, texte et graphique. Cet outil est inclus dans la distribution Python Anaconda (librement téléchargeable sur http://continuum.io/).

1.4. Analyse descriptive des mesures

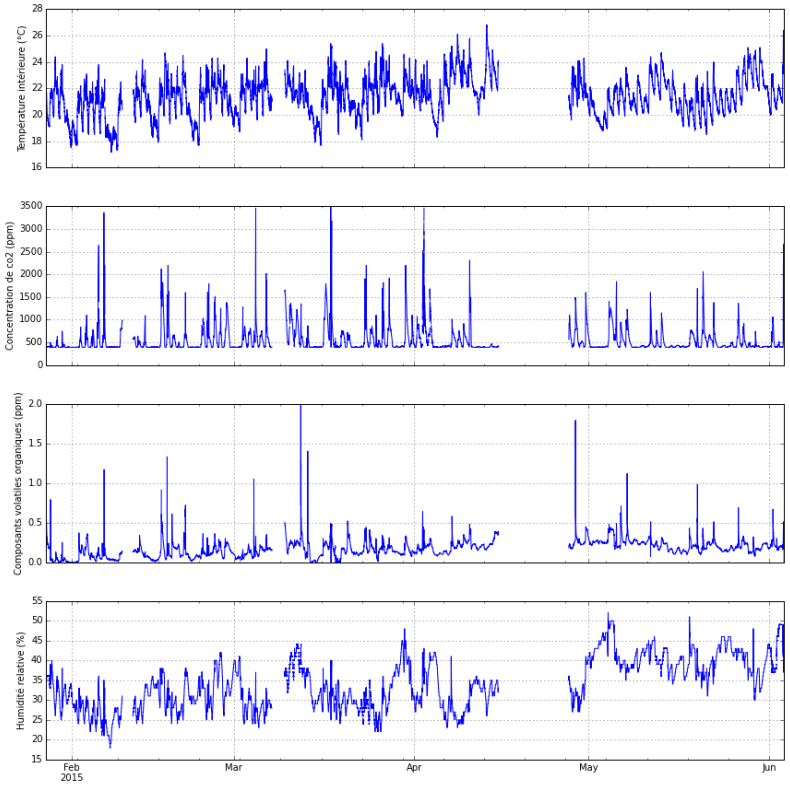


Figure 2 : Température intérieure, concentration en CO2, COV et humidité relative entre fin janvier et début juin

Au total, on a plus de 300 000 points de mesure. La coupure de 12 jours en avril est visible. Plusieurs phénomènes sont observables :

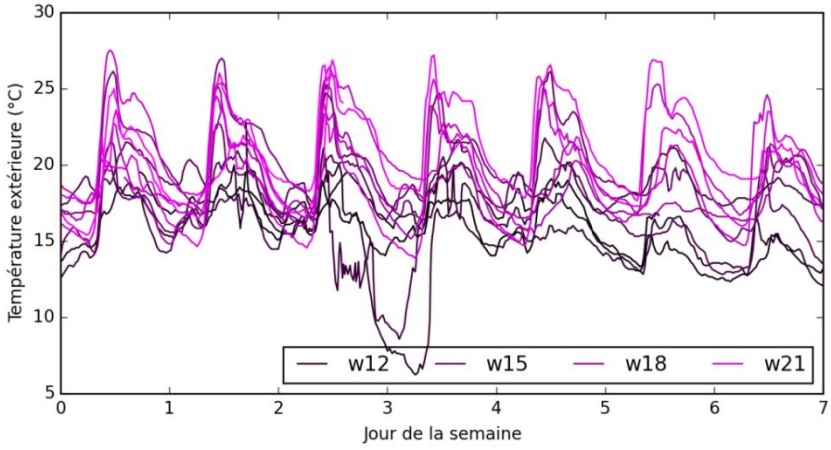


Figure 3 : Diagramme en « spaghetti » hebdomadaire de la température extérieure

La semaine 12 correspond à fin mars ; la semaine 21 à fin mai. Entre 0 et 1, c'est lundi ; entre 1 et 2 c'est mardi et ainsi de suite. On observe, sur la Figure 3, une forte périodicité journalière et l'augmentation de la température extérieure au printemps.

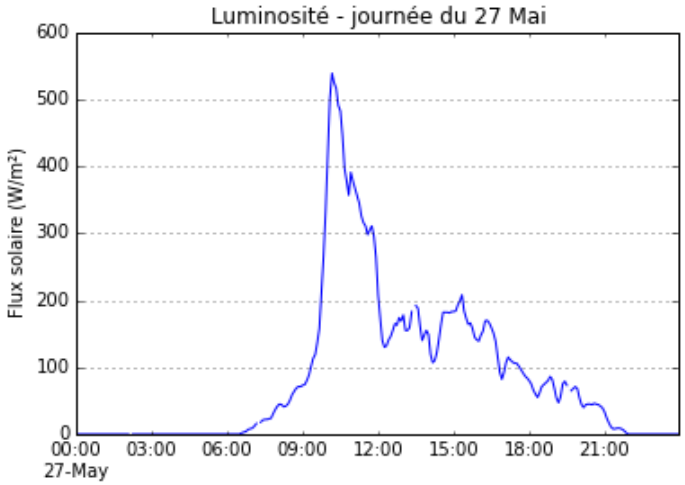


Figure 4 : Flux solaire sur une journée

Sur la Figure 4, on observe un pic de luminosité entre 9h30 et 12h car le capteur de luminosité est orienté à l'est.

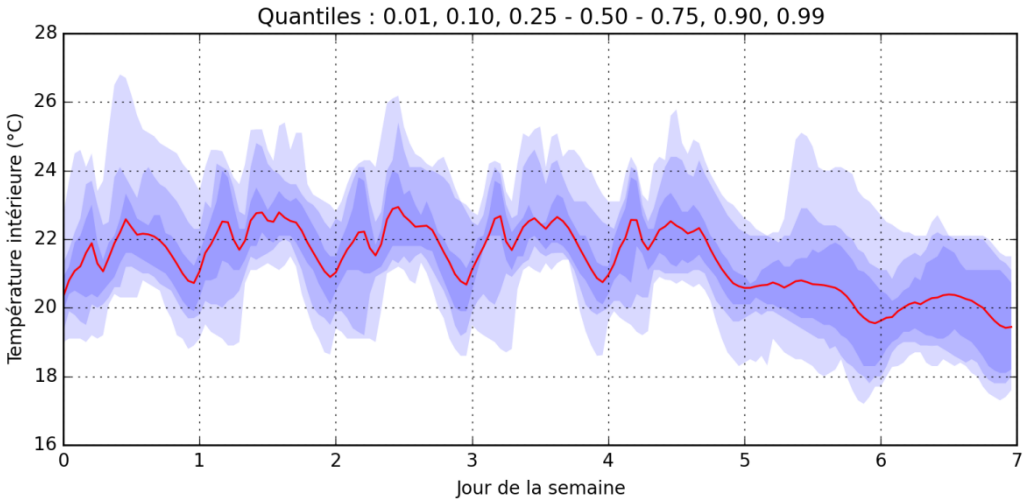


Figure 5 : Moyenne et quantiles 1%, 10% et 25% de la température intérieure par semaine

On observe sur la Figure 5 que la température moyenne diminue le week-end car le chauffage est coupé. On observe également des variations journalières de la température intérieure dues au cycle du chauffage ainsi qu'à l'occupation des lieux.

1.5. Objectif

Dans la suite, on s'intéressera uniquement aux mesures de la concentration en CO2. En effet, **l'objectif est de réaliser un estimateur du nombre de personnes présentes dans la salle de réunion, à partir de cette mesure de CO2**.

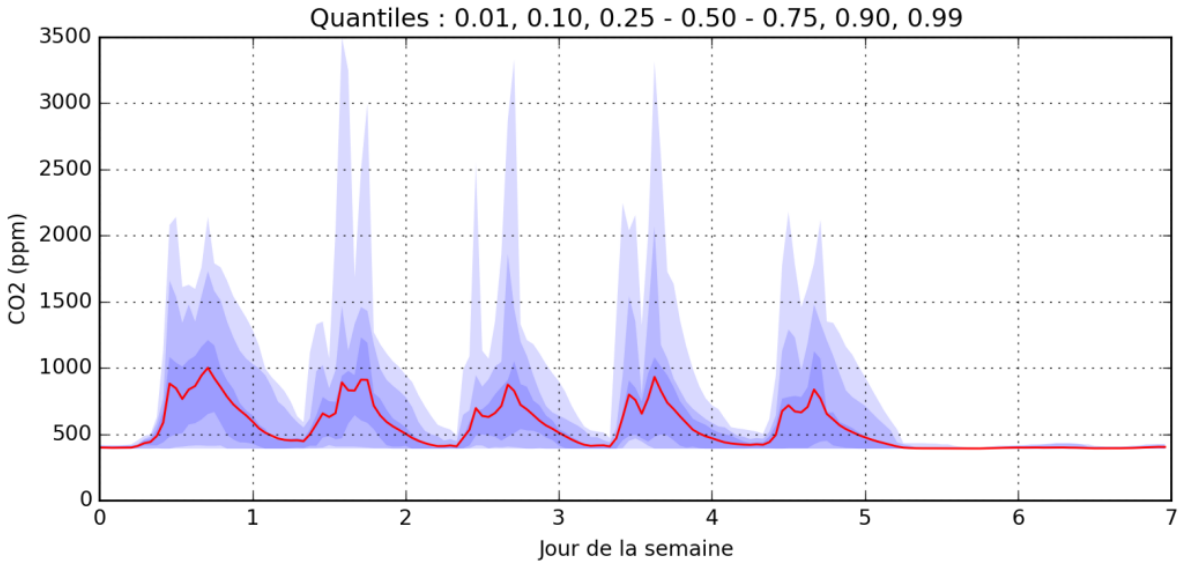


Figure 6 : Moyenne et quantiles 1%, 10% et 25% de la concentration en CO2 par semaine

En moyenne, les jours ouvrés, la concentration en CO2 a un pic le matin et un autre l'après-midi. Les pics de CO2 peuvent attendre 3500 ppm. Au-delà de 1000 ppm, la qualité de l'air est considérée comme étant médiocre. Ce seuil est régulièrement dépassé. Le week-end, la concentration est toujours à environ 400 ppm (Figure 6).

1.6. Respiration

Quand on respire, on consomme du dioxygène et on émet du dioxyde de carbone. Une personne émet un peu moins d'1kg de CO2/jour [1] (soit environ 20 litres de CO2 par heure). Les estimateurs sont basés sur ce phénomène physique.

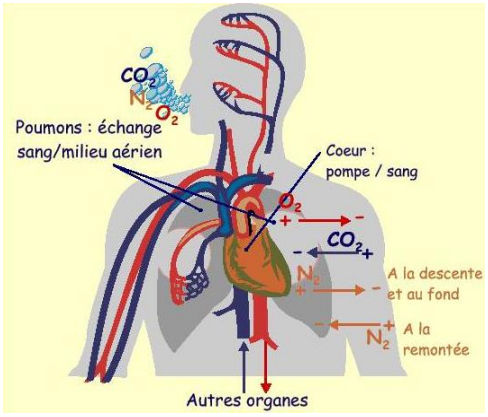


Figure 7 : Respiration
(source : http://cscp-plongee.com/cscp/Cours/Archives/accidents-espace-lointain-fev01-n2&3.htm)

1.7. Fiche de présence

Une fiche de présence a été mise en place début mars. Les personnes utilisant la salle notaient leurs horaires d'arrivée et de départ ainsi que le nombre de personnes présentes. Au total, il y a eu 47 expériences entre le 6 mars et le 22 mai. Normalement, la porte devait rester fermer tout au long de l'expérience pour avoir un environnement relativement clos. L'ouverture de la fenêtre a été notifiée lors de certaines réunions.

1.8. Capteur de CO2

Seules les mesures de CO2 après le 6 mars, à savoir le début de la mise en place de la fiche de présence, sont utilisées dans la suite. Le capteur fait une mesure de la concentration en CO2 toutes les 3 minutes. Plus de 36 000 points de mesure ont été relevés.



Figure 8 : Photo du capteur de CO2

1.9. Etat de l'art et positionnement

Des chercheurs de l'université de Keio (Tokyo) ont construit un estimateur du nombre de personnes à partir de la concentration en CO2 [2] [3]. Toutefois, la salle utilisée était une salle de classe, ce qui fait que le nombre d'occupants était plus élevé.

Des chercheurs de l'université de Stockholm ont aussi travaillé sur la même problématique mais ils avaient des indications sur l'ouverture de la porte et de la fenêtre [4]. Des techniques complexes ont été mises en place comme la méthode des noyaux (Kernel method).

Des étudiants de Supélec ont travaillé sur la modélisation de la salle de réunion [5].

II. Premier ordre inversé

2.1. Expérience typique (cas simple)

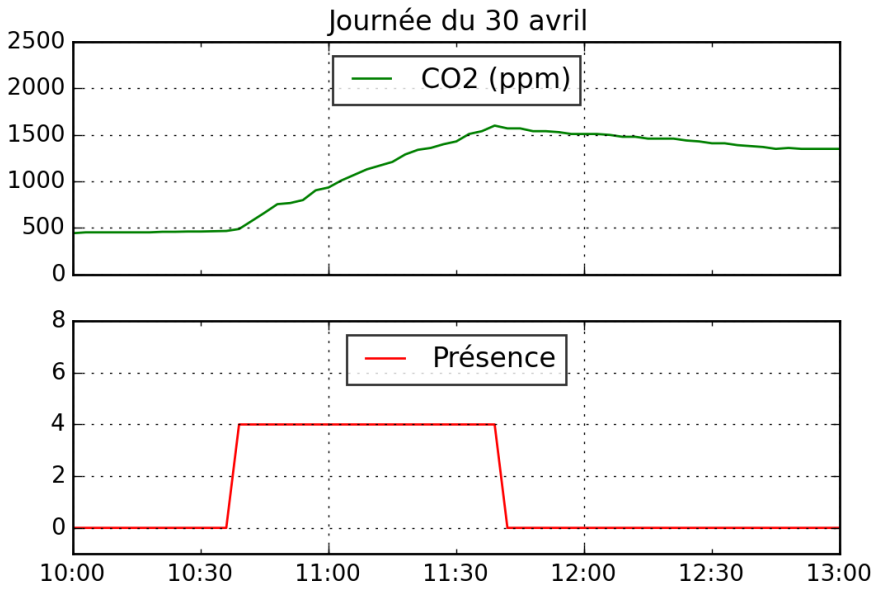


Figure 9 : Lien entre le CO2 et la présence

Le 30 avril, une réunion avec quatre personnes s'est déroulée de 10h40 à 11h42. On observe une augmentation de la concentration en CO2 au cours de la réunion.

2.2. Modèle dérivateur

A la vue de la figure 9, on peut penser que la présence est proportionnelle à la dérivée du CO2. On inverse la dynamique du système. On a donc le modèle suivant :

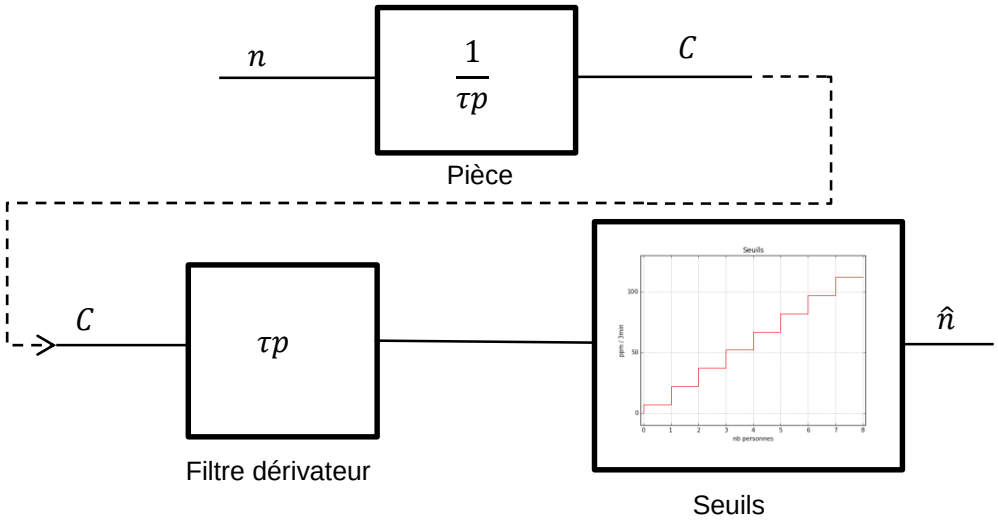


Schéma-bloc de l'estimateur « dérivateur »

C est la concentration en CO2 : c'est une variable mesurée. n est le nombre de personnes présentes dans la pièce : c'est une variable que l'on cherche à estimer. On considère n comme l'entrée inconnue d'un système dynamique dont on mesure la sortie (C). On inverse la dynamique pour avoir la présence estimée ($\hat{n}$).

2.3. Estimateur dérivateur simple

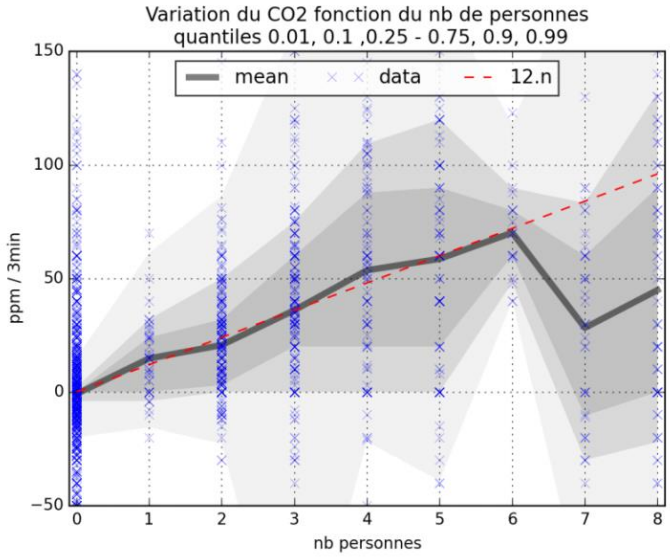


Figure 10 : Distribution de la variation du CO2 selon le nombre de personnes présentes

Sur la Figure 10, la variation du CO2 est tracée en fonction du nombre de personnes présentes dans la salle. La moyenne est tracée en noir et les quantiles 1%, 10% et 25% sont grisés. Une croix correspond à un point de mesure. Lorsque plusieurs points se superposent, le bleu devient plus vif. L'unité de l'axe des ordonnées est le ppm/3min car une mesure est prise toutes les 3 minutes.

On observe qu'en moyenne la variation du CO2 est linéaire avec le nombre de personnes pour $0 \leq n \leq 5$.

Pour n=7 et n=8, il y a un décrochage. Cependant, on a une seule expérience avec sept personnes et seulement deux avec huit personnes, donc ces moyennes ne sont pas significatives. D'autant plus que la fenêtre était ouverte au cours de ces trois expériences, ce qui explique la faible variation de la concentration en CO2.

En moyenne, la variation du CO2 est linéaire avec le nombre de personnes. Le coefficient directeur de la droite moyenne est égal à 12. La première estimation de la présence $\hat{n}$ est :

$$\hat{n}(k) = \frac{1}{12} * (CO2(k) - CO2(k-1))$$

2.4. Calcul de la valeur théorique du coefficient directeur de la droite moyenne

Partant d'une émission d'1kg/jour [1], soit 0.7 g/min, on peut calculer un coefficient directeur théorique pour comparer avec le coefficient 12 (qui est en ppm/3min donc 4 ppm/min). Les dimensions de la salle sont les suivantes : 5.5x3.5x2.8m=54m^3. La masse volumique de l'air est égale à 1.2 kg/m^3.

$$pente = \frac{émisssion * 10^6}{\rho * V_{salle}} \left(en \frac{ppm}{min}\right)$$

$$émission = 0.7\ g/min$$

$$\rho = 1200\ g/m^3$$

$$V_{salle} = 54\ m^3$$

$$pente = 10.8\ ppm/min$$

L'ordre de grandeur est le même. Il semble logique que la valeur trouvée théoriquement soit plus grande que celle expérimentale du fait des fuites.

2.5. Lissage de l'estimation par moyenne glissante : dérivateur moyenné

Sur la Figure 11, la différence du CO2/12 est en bleu azur. Le signal a été divisé par 12, le coefficient directeur de la droite moyenne, pour avoir quelque chose de centré sur la présence. Il y a du bruit. C'est ce qui rend l'estimation difficile.

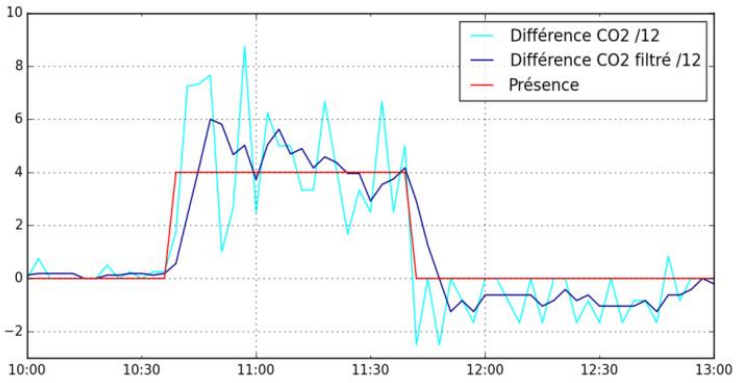


Figure 11 : Lissage du signal bruité avec une moyenne glissante

Pour lisser le signal, on décide de mettre en place une moyenne glissante d'ordre 4. Le choix de l'ordre de la moyenne glissante (OMG) a été fait en se basant sur l'observation des figures du type de la 10 : on a fait varier l'ordre du filtre entre 1 et 15. La largeur des quantiles diminue avec n mais le coefficient de la droite moyenne décroit également avec OMG à partir de OMG=4 et tend vers 0 car les expériences durent en moyenne environ une heure. Sur la figure 11, le signal bleu marine est le signal moyenné. La mise en place de ce filtre a eu pour effet de diminuer la largeur des quantiles (figure 12).

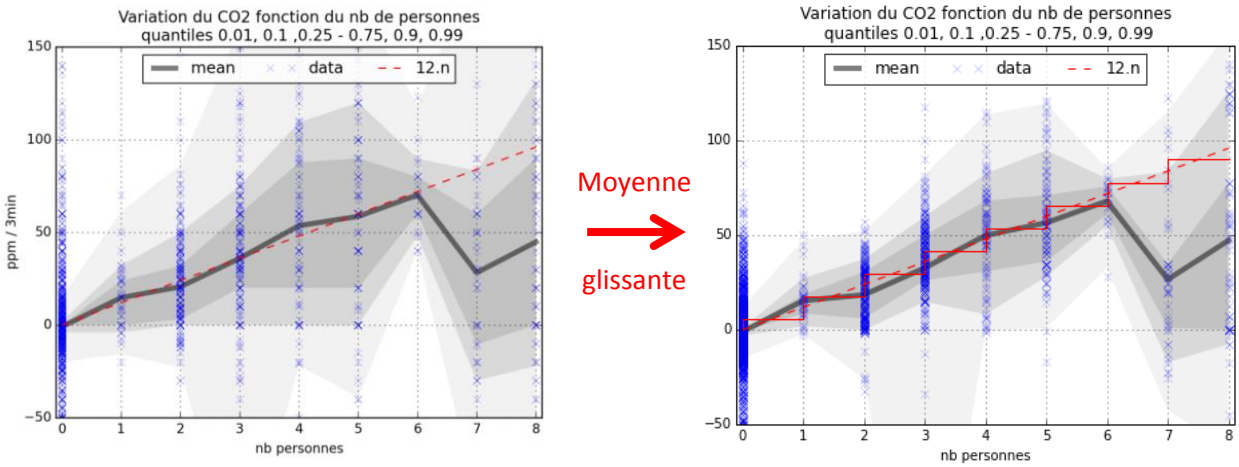


Figure 12 : Effet du filtre passe-bas : rétrécissement des quantiles

2.6. Modélisation plus fine : dynamique du 1er ordre

Sur la Figure 9, on observe que la concentration en CO2 diminue lentement après la réunion. On observe également sur la Figure 11 que la variation du CO2 diminue au fur et à mesure de la réunion.

Ces observations nous amènent à utiliser une dynamique du 1er ordre : on introduit une action proportionnelle. C'est aussi le choix qui a été fait dans le rapport [5].

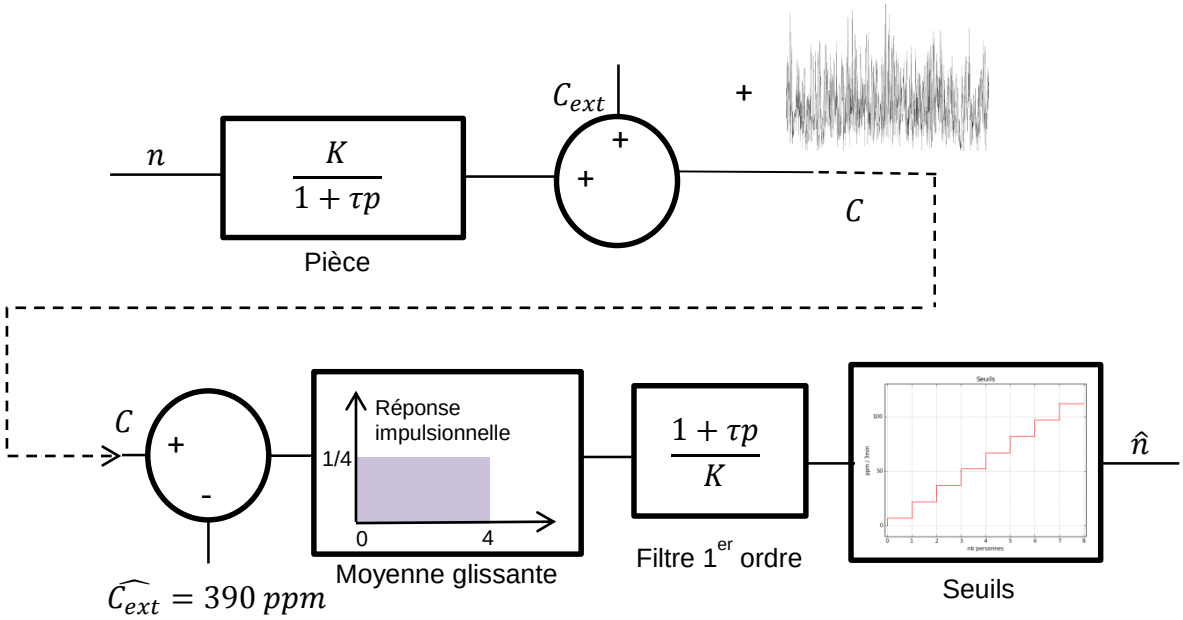


Schéma-bloc de l'estimateur « 1er ordre inversé »

On prend τ = 4.7 heures et C_{ext} = 390 ppm [5]. Cette concentration est la concentration normale à l'extérieur. En 1958, elle était de seulement 315 ppm. 390 ppm est également la limite de saturation basse du capteur. L'introduction de cette action proportionnelle fait changer le coefficient directeur de la droite moyenne : il passe de 12 à 15.

L'estimateur de la présence à l'instant k est :

$$\widehat{n_k} = \frac{(CO2_k - CO2_{ext}) + \frac{\tau}{\Delta t}(CO2_k - CO2_{k-1})}{K}$$

$$\Delta t = 3\,\text{min} \qquad K = 15$$

A la sortie du filtre du 1er ordre, on met en place des seuils car on souhaite avoir un nombre de personnes entier.

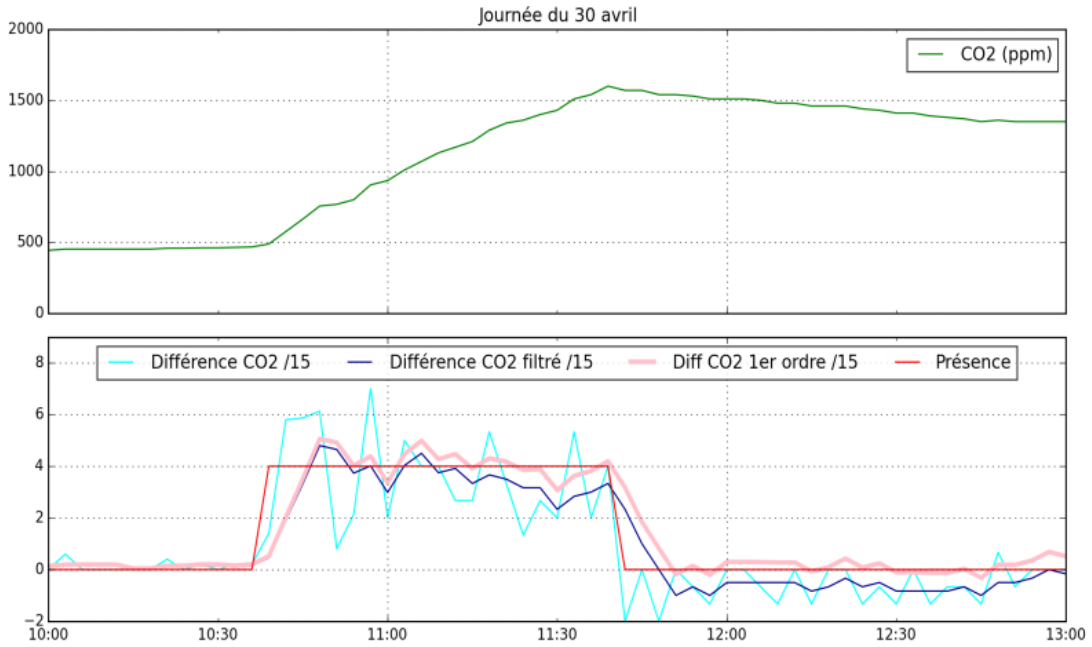


Figure 13 : Compensation de l'affaissement de la variation du CO2 au cours de la réunion avec le filtre du 1er ordre

Le tracé rose est le signal filtré par le filtre du premier ordre. L'affaissement est bien compensé.

Sur la figure 14, la présence estimée est tracée en violet. 4 personnes sont dans la salle et l'estimation varie entre 3 et 5 personnes.

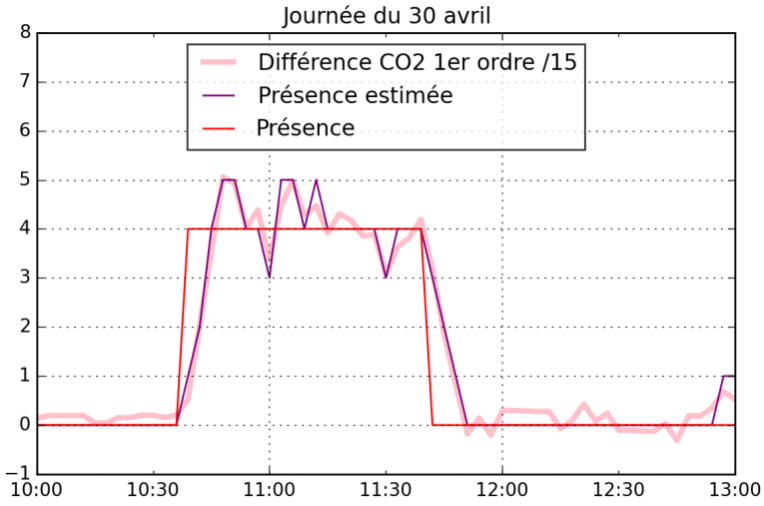


Figure 14 : Estimation obtenue avec le « premier ordre inversé »

Cependant, l'estimation obtenue avec cette première approche varie souvent au cours de la réunion. De plus, la moyenne glissante introduit un retard d'une dizaine de minutes.

Dans la suite, on va essayer de construire un estimateur plus performant. L'estimateur de la partie suivante utilise le filtre de Kalman. Sa plus-value est de prendre en compte les variations du CO2 extérieur.

Il y a une persistance du nombre de personnes présentes dans la salle : au cours d'une réunion, généralement, le nombre de personnes ne change pas. On ne se sert pas de cette information ici. L'estimation de l'instant k-1 n'est pas utilisée pour réaliser celle de l'instant k.

Pour cette première approche comme pour Kalman, des seuils sont mis en place. Dans la quatrième partie, l'estimateur, basé sur les chaînes de Markov, permet de prendre en compte le caractère discret de n.

III. Filtre de Kalman

3.1. Système

Ce filtre estime les états d'un système dynamique à partir d'une série de mesures bruitées.

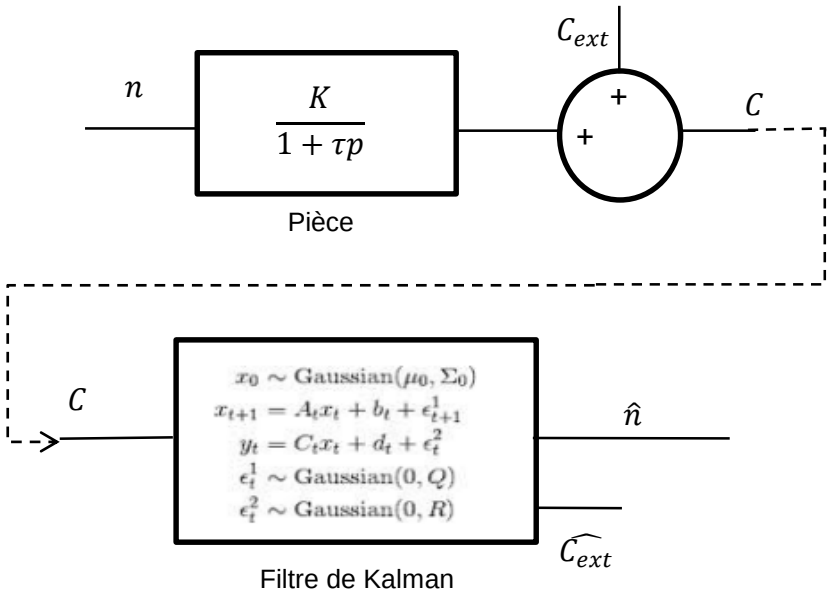


Schéma-bloc de l'estimateur « Kalman »

La particularité de ce modèle est la possibilité de distinguer la composante dynamique de la composante extérieure du CO2. En effet, une partie du CO2 est due à l'occupation de la salle de réunion. Mais une autre partie est due à des interactions avec l'extérieur. Dehors, la concentration en CO2 est d'environ 390 ppm. La concentration en CO2 revient à cette valeur lorsque les locaux sont inoccupés suffisamment longtemps. On verra par la suite que la valeur de C_{ext} peut varier à cause de l'utilisation des salles adjacentes. La concentration en CO2 mesurée par le capteur est donc la somme des composantes dynamiques et extérieures et d'un bruit de mesure.

$$\begin{cases} C_{dyn}{}_{k+1} = (1 - \Delta t/\tau)\, C_{dyn}{}_{k} + b.\, n_k + \epsilon_{C_{dyn}} \\ n_{k+1} = n_k + \epsilon_n \\ C_{ext}{}_{k+1} = C_{ext}{}_{k} + \epsilon_{C_{ext}} \end{cases}$$

$$C_{mes}{}_{k} = C_{dyn}{}_{k} + C_{ext}{}_{k} + \epsilon_{mes}$$

La composante dynamique de la concentration en CO2 à l'instant k+1 est égale à la composante dynamique à l'instant k multiplié par un coefficient $1 - \Delta t/\tau$ (filtre du premier ordre - cependant $\Delta t = 3\ min$ et $\tau = 4.7\ heures$ donc ce coefficient est proche de 1), plus un coefficient b fois l'estimation du nombre de personnes présentes à l'instant k (ce qui signifie que quand il y a du monde dans la salle, la concentration en CO2 augmente), plus un bruit.

L'estimation de l'occupation de la salle à l'instant k+1 est égale à l'estimation de la présence à l'instant k plus un bruit. De même pour le CO2 extérieur.

Vecteur d'état :

$$x = \begin{pmatrix} C_{dyn} \\ n \\ C_{ext} \end{pmatrix}$$

En temps continu :

$$\begin{cases} \dot{C_{dyn}} = \alpha\, C_{dyn} + \beta\, n + \epsilon_1 \\ \dot{n} = 0 + \epsilon_2 \\ \dot{C_{ext}} = 0 + \epsilon_3 \end{cases}$$

En temps discret :

$$\begin{cases} x_{k+1} = A\, x_k + Normal(0, Q) \\ y_k = C\, x_k + Normal\,(0, R) \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 + \alpha\, \Delta t & \beta\, \Delta t & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Valeurs numériques : $\alpha = 0.00356\ s^{-1} \left(\alpha = -\frac{1}{\tau}\right) \quad \beta = 5.13 \quad \Delta t = 3\ min$

Ces valeurs de α et β sont tirées de la référence [5].

3.2. Réglage de la variance des bruits

$$Q = \begin{pmatrix} var_{C_{dyn}} & 0 & 0 \\ 0 & var_n & 0 \\ 0 & 0 & var_{C_{ext}} \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} var_{C_{mes}} \end{pmatrix}$$

Ces matrices de variances sont les « boutons de réglage » de l'estimateur. Pour simplifier, on fait le choix (usuel) de prendre des bruits indépendants (matrices diagonales).

Le réglage des variances des bruits a été fait par essai-erreur. On a fixé un des quatre paramètres à 1. On avait donc 3 paramètres à régler. En effet, ce sont les ratios des variances qui comptent donc on a pu en fixer un arbitrairement.

3.3. Estimation

Pour mettre en œuvre l'estimateur, on a utilisé le paquet Python pykalman [6]. Sur la Figure 15, la concentration en CO2 mesurée par le capteur est représentée en vert ; le CO2 extérieur estimé par le filtre de Kalman est en vert clair. Le CO2 extérieur tracé en vert clair est donc un paramètre de sortie

du filtre de Kalman. L'estimateur met un moment à se rendre compte qu'une réunion a commencé. En régime permanent, l'estimation est satisfaisante. A la fin de la réunion, l'estimateur met un bon quart d'heure à dire que la salle est vide.

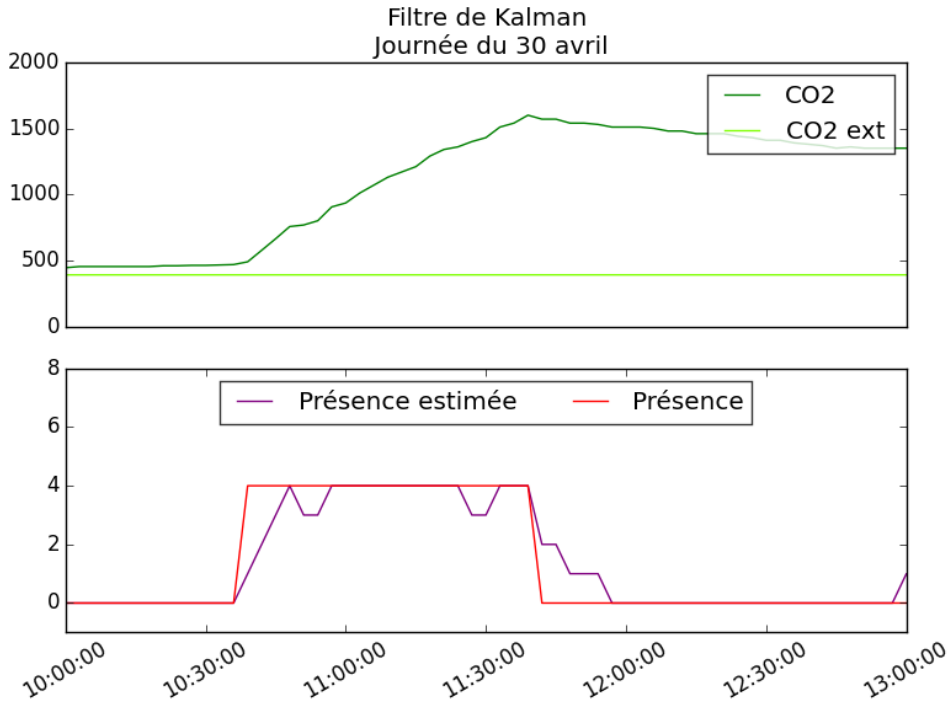


Figure 15 : Estimation obtenue avec le filtre de Kalman

3.4. Variation du CO2 extérieur

Au cours de la journée du 10 mars, le CO2 extérieur varie (figure 16). En effet, la concentration en CO2 augmente lentement alors qu'il n'y a personne entre 9h et 13h ainsi qu'après la fin de la réunion, entre 14h et 17h environ. Ce phénomène est dû à l'occupation de la salle des doctorants attenante. On peut penser que la porte entre les deux pièces était ouverte. On aurait souhaité que l'estimation du CO2 extérieur suive la courbe du CO2 sauf au moment de la réunion. On observe que ce n'est pas le cas. $\widehat{C_{ext}}$ varie très peu sur la figure 16.

De plus, $\hat{n}$ non seuillé devient négatif lors des phases de forte décroissance du CO2 (après une réunion). Les seuils font que l'estimateur dit qu'il y a personne mais le souci est lorsque deux réunions se suivent : $\hat{n}$ n'a pas le temps de revenir à zéro.

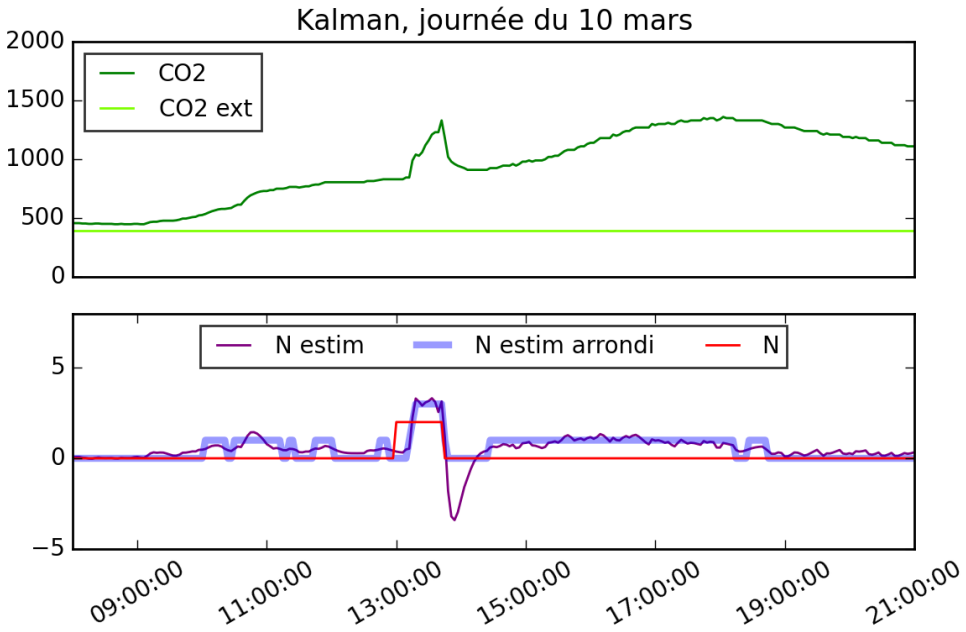


Figure 16 : Comportement du filtre de Kalman lors de variations de Cext

En changeant le réglage du filtre, à savoir les matrices de variances, on peut faire bouger $\widehat{C_{ext}}$ mais au détriment de $\hat{n}$.

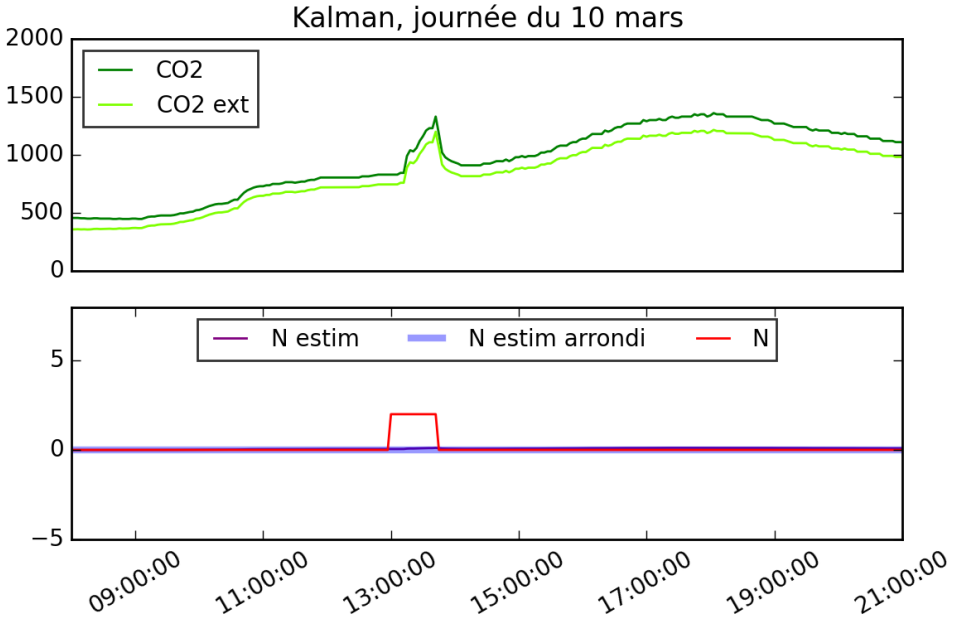


Figure 17 : Cext suit le CO2 (même lors de la réunion) et l'estimateur dit qu'il y a toujours personne (même pendant la réunion)

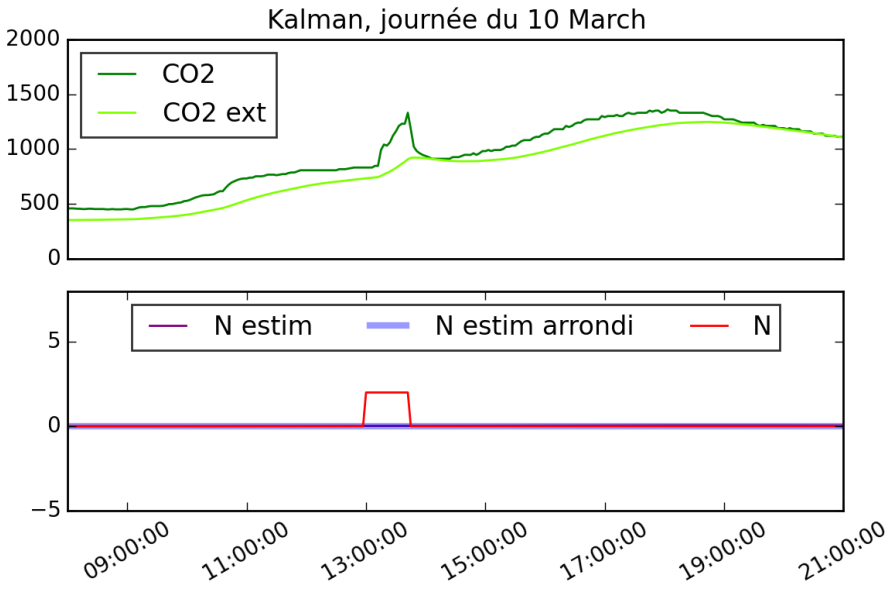


Figure 18 : En introduisant beaucoup de bruit sur Cext et sur la mesure, on peut obtenir cette allure pour Cext, mais alors $\hat{n}$ se retrouve figé à zéro

3.5. Observabilité

Les difficultés de réglage de l'estimateur s'expliquent en fait par la non-observabilité du système. En effet, la matrice d'observabilité est de rang 2.

En temps continu,

$$x = \begin{pmatrix} C_{dyn} \\ n \\ C_{ext} \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = A\,x \\ y = C\,x \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad C = (1 \quad 0 \quad 1)$$

$$O = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ \alpha & \beta & 0 \\ \alpha^2 & \alpha\beta & 0 \end{pmatrix}$$

La matrice d'observabilité O n'est pas inversible. Le système n'est pas observable, quelles que soient les valeurs de α et β. Cela signifie que l'estimateur ne peut pas séparer l'augmentation du CO2 due à une présence de celle due à l'augmentation de $\widehat{C_{ext}}$. On en conclut qu'un capteur mesurant directement la concentration en CO_2 hors de la pièce est nécessaire.

IV. Modèle de Markov caché

4.1. Principe

Ce troisième estimateur est basé sur les chaînes de Markov. L'état est le nombre de personnes, mais il n'est pas observé directement (état caché). On observe une variable aléatoire qui en dépend ($\tilde{n}$), issue du filtrage du CO2. Dans l'article "A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition ", les mécanismes des chaînes de Markov sont bien expliqués [7].

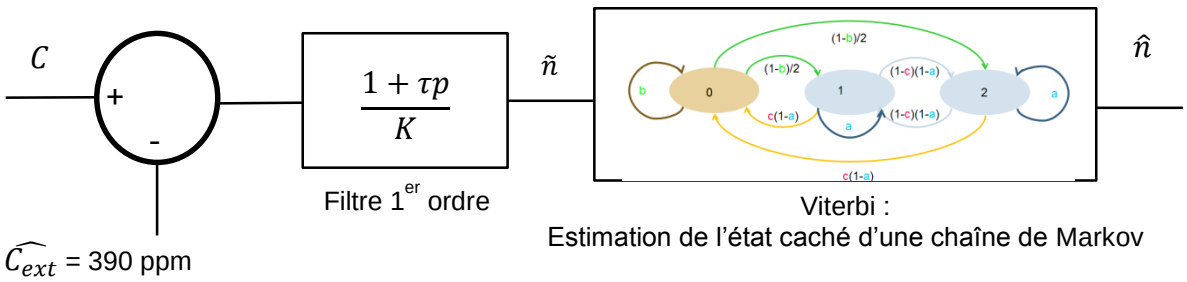


Schéma-bloc de l'estimateur « chaînes de Markov »

L'intérêt de la chaîne de Markov est que le caractère discret de l'état n est modélisé intrinsèquement, à la différence des estimateurs précédents où il était nécessaire d'appliquer un arrondi brutal.

Par souci de simplicité, le schéma ci-dessous est une représentation du cas N=2 avec 3 états mais le nombre maximal de personnes présentes lors d'une réunion étant 8, on utilise en réalité une chaîne de Markov à 9 états.

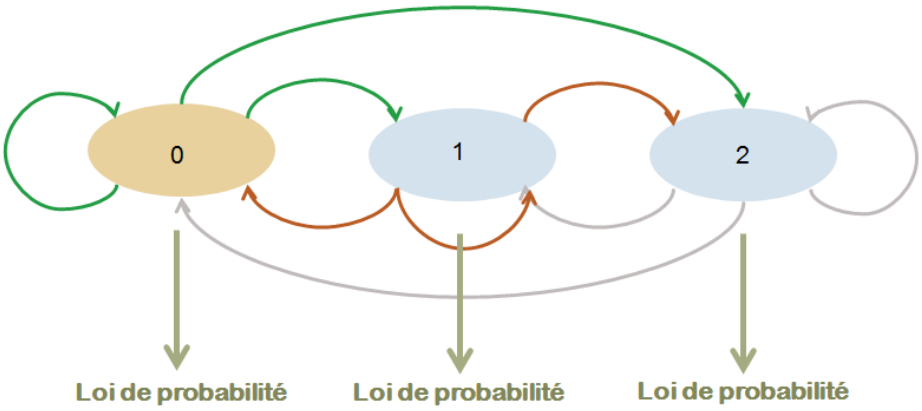


Figure 19 : Transitions entre les états

Etant dans un état à l'instant k, à l'instant k+1, on peut soit y rester, soit passer à un autre état.

4.2. Hypothèse d'indépendance des observations

Les observations générées par le modèle Markov caché sont supposées indépendantes entre elles (elles ne doivent dépendre que de l'état courant). Nous avons regardé l'auto-corrélation de la variation du CO2 lors d'une descente pour vérifier si le bruit pouvait bien être considéré comme blanc. Pour cela, une descente lente a été utilisée.

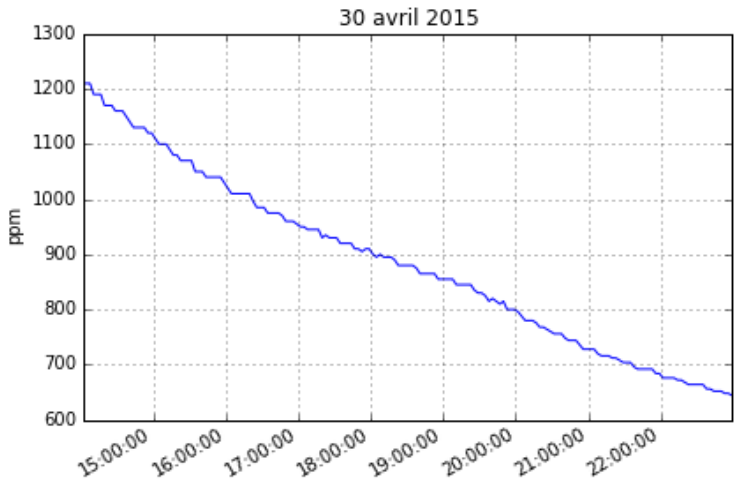


Figure 20 : Diminution de la concentration en CO2 après une réunion

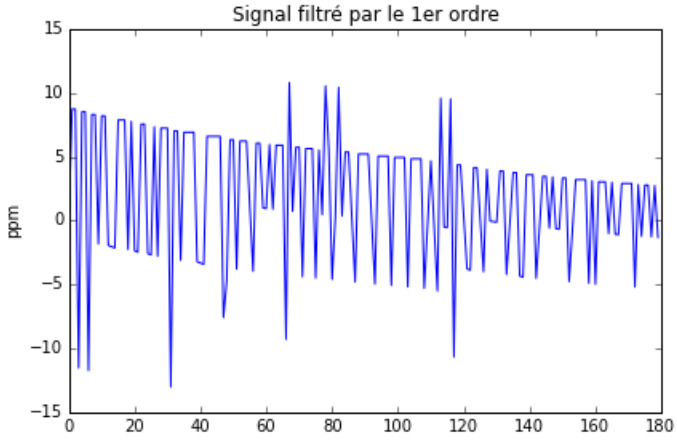


Figure 21 : Signal utilisé pour l'autocorrélation

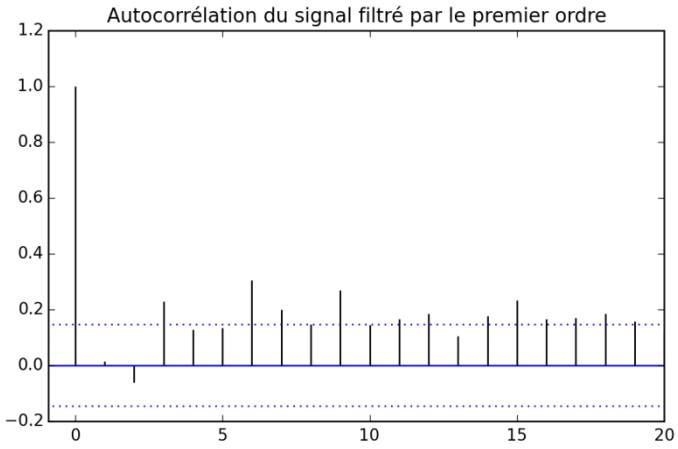


Figure 22 : Autocorrélation (fonction accor de matplotlib.pyplot)

Le signal filtré garde une tendance décroissante. τ = 4.7 heures : il faudrait augmenter la constante de temps pour retirer cette tendance.

Nous considérons que l'hypothèse d'indépendance des observations est acceptable même si de nombreuses barres sortent de l'intervalle pointillé qui caractérise un signal non autocorrélé (les pointillés marquent l'intervalle de confiance à 95% de l'autocorrélation estimée d'un signal non autocorrélé). Ce phénomène est simplement dû au mauvais réglage de la constante de temps τ.

4.3. Densité de probabilités des observations

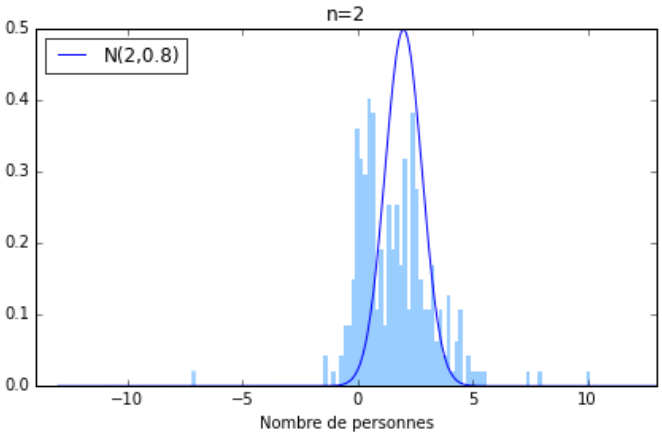


Figure 23 : Histogramme de $\tilde{n}$ pour n=2 personnes – distribution normale : μ=2 et σ=0.8

A chaque état doit être associé une loi de probabilité. L'histogramme ci-contre est pour n=2 personnes (19 expériences sous-jacentes).

En abscisse, on a un nombre de personnes ($\tilde{n}$: grandeur en sortie du filtre du 1er ordre) mais cette grandeur est directement proportionnelle à une variation de CO2. Un facteur 15 existe entre les deux. On considère cette distribution comme étant gaussienne. Elle est centrée en 2 et a un écart-type de 0.8. On fait de même pour les autres valeurs de n.

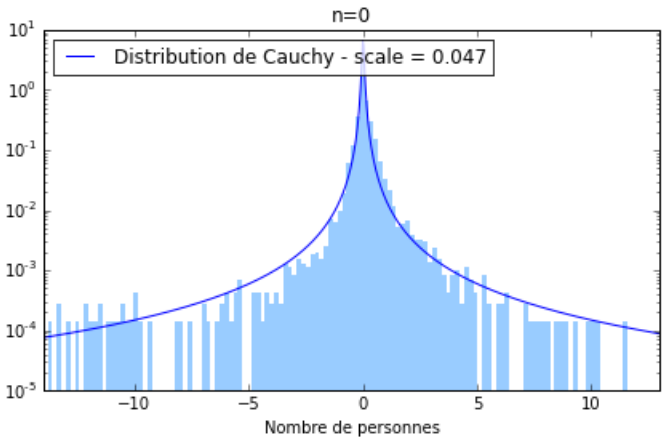


Figure 24 : Histogramme de $\tilde{n}$ pour n=0 personne – distribution de Cauchy : médiane = 0 et scale = 0.047

On a énormément de points de mesure pour n=0 puisque la salle est inoccupée la grande majorité du temps. De ce fait, pour cette valeur de n, la distribution est bien identifiable et elle n'est pas gaussienne.

L'échelle des ordonnées est logarithmique. Une très grande partie des points sont très proches de 0 (CO2 constant) mais il y a quelques points extrêmes. On approxime donc cette distribution par une distribution de Cauchy.

Les densités de probabilité pour tous les états sont tracés sur la figure 25. L'écart-type des gaussiennes augmente avec n. Il y a beaucoup de recouvrement entre les états.

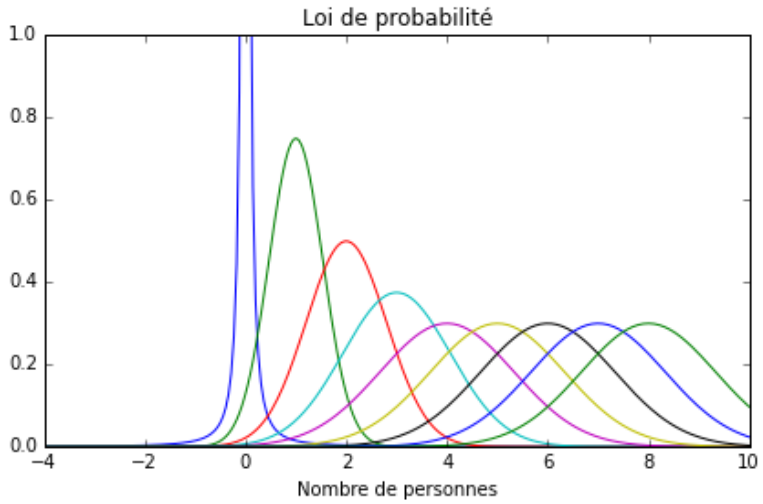


Figure 25 : Densités de probabilité des 9 états de la chaine de Markov

4.4. Paramétrisation des probabilités de changement d'état

La définition du modèle de Markov caché nécessite de préciser la valeur des probabilités de transitions entre chacun des états. Ces probabilités forment la *matrice de transition* T_{ij} de la chaîne de Markov. Avec 9 états, on obtient une matrice avec 9^2=81 entrées, ce qui fait beaucoup de paramètres à estimer où régler (au regard des 47 réunions relevées). Pour réduire le nombre de paramètres, on regroupe les transitons du même type. Comme illustré Figure 26, on a fait le choix de distinguer l'état zéro des autres états. On a alors 3 paramètres de réglages : a, b et c.

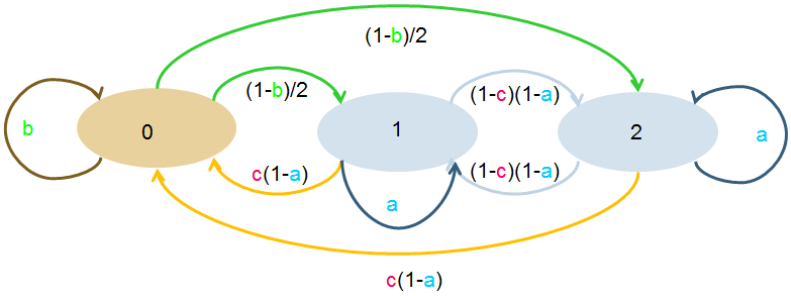


Figure 26 : Probabilités de changement d'état

a : réglage de la persistance de l'état 1, 2,… ,N
b : réglage de la persistance de l'état 0
c : réglage de l'équilibre entre retour à l'état 0 et aller à un autre état différent de 0

On remarque que la somme des probabilités sortant d'un état est bien égale à 1.

4.5. Choix du réglage

Valeurs numériques : $a = \frac{1}{2}$ $b = 99999/100000$ $c = 3/4$

b est très proche de 1 car s'il n'y a personne dans la salle à un instant t, la probabilité qu'il y ait encore personne 3 minutes plus tard est grande.

4.6. Algorithme de Viterbi

Grâce à ces données, l'algorithme de Viterbi détermine la séquence d'état la plus probable à partir de :

1. la connaissance, supposée parfaite, du modèle Markov caché : matrice de transition T_{ij} et lois de probabilité des observations (d'où l'importance d'un bon réglage de ces paramètres)
2. la séquence d'observation mesurée (ici $\tilde{n}_k$ qui est lié aux variations de CO2)

Il génère la séquence d'état (ici $\{n_k\}_{k=1\ldots K}$) *la plus probable* sachant ces informations. Cette séquence est « la plus probable » au sens où, mathématiquement, elle maximise la probabilité de la séquence d'état **conditionnellement au modèle** et **conditionnellement aux observations**.

Cet algorithme est par exemple utilisé en télécom pour corriger, dans une certaine mesure, les erreurs survenues lors d'une transmission à travers un canal bruité [8]. Dans ce contexte, son utilisation s'appuie sur la connaissance du canal bruité, c'est-à-dire la probabilité qu'une information ait été modifiée en une autre.

On a utilisé une implémentation de l'algorithme créée pour l'occasion et disponible librement [9].

4.7. Principe de l'algorithme

L'algorithme procède en 2 phases (cf. partie III.B [7]). Il utilise en particulier un vecteur δ de taille égale au nombre d'état de la chaine (ici N+1=9). Ce vecteur contient la vraisemblance de la séquence d'état la plus probable, entre l'instant initial 0 et l'instant courant k. Chaque élément δ(i) de ce vecteur contient la vraisemblance de la séquence la plus probable *qui aboutit à l'état n=i à l'instant courant.*

Phase « vers l'avant » : mise à jour récursive du vecteur de vraisemblance à chaque réception d'une nouvelle observation O_{k+1} :

$$\delta_{k+1}(j) = \max_{i}[\ \delta_k(i)\ T_{ij}]\ f_j(O_{k+1})$$

où T_{ij} est la probabilité de transition de l'état i vers l'état j et $f_j(O_{k+1})$ est la vraisemblance de l'observation O_{k+1} lorsqu'on se trouve à l'état j.

En plus de ce calcul, l'argument du maximum, c'est-à-dire le prédécesseur le plus probable de chaque état à l'instant k est mémorisé.

Phase « à rebours » : à la fin de l'expérience, à l'instant noté K, l'état final retenu est celui qui maximise $\delta_K(j)$. Puis, on retrouve la séquence optimale qui a mené à cet état en remontant à rebours le tableau des prédécesseurs optimaux.

4.8. Problème de causalité

L'algorithme de Viterbi n'est pas utilisable en temps réel car il y a une étape de retour en arrière. L'algorithme short-time Viterbi est une adaptation de l'algorithme de Viterbi, où on peut introduire un retard maximal [10]. Nous n'avons pas utilisé cet algorithme mais il est intéressant pour notre problème car on souhaiterait avoir une estimation en temps réel.

4.9. Résultat d'estimation

Pour l'expérience du 30 avril, l'algorithme de Viterbi donne la bonne séquence d'état : la courbe rouge et la courbe violette sont parfaitement superposées.

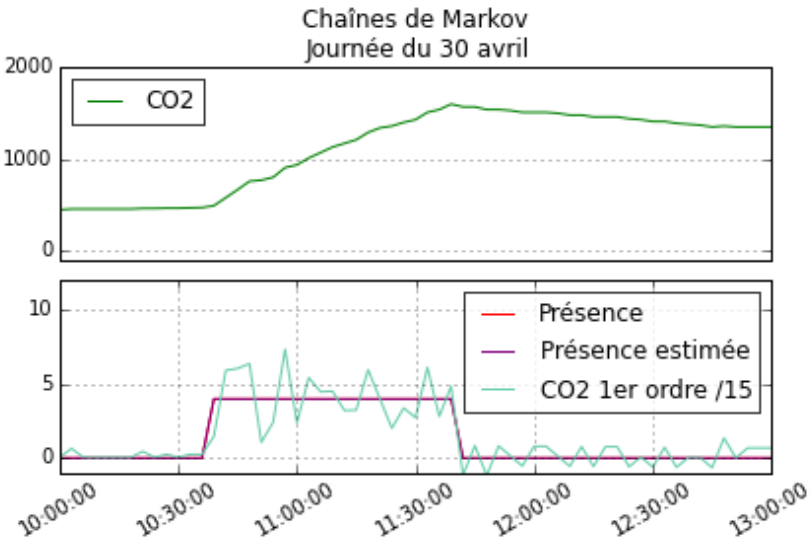


Figure 27 : Estimation obtenue avec l'algorithme de Viterbi

De la même manière que le filtre de Kalman, cet estimateur est sensible aux variations de C_{ext}. La figure 28 représente la séquence d'états la plus probable obtenue par l'algorithme de Viterbi pour la journée du 10 mars. Durant une longue période, l'estimateur pense qu'il y a quelqu'un alors qu'il n'y a personne.

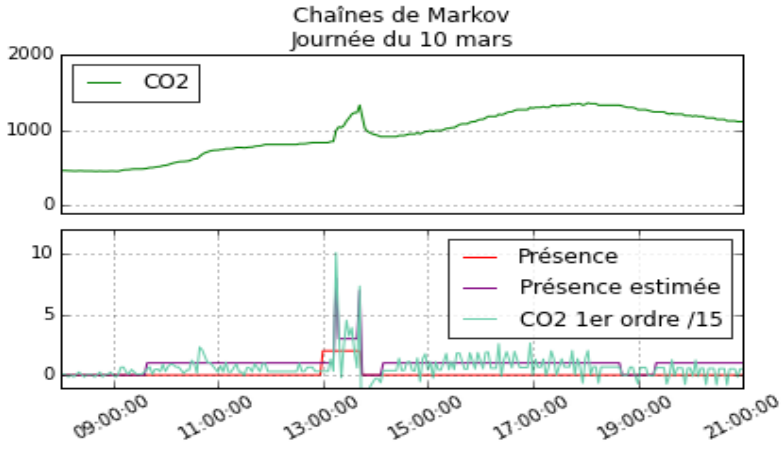


Figure 28 : Comportement de l'estimateur Markov lorsque Cext varie

V. Performances des estimateurs

On a cherché à comparer les performances des estimateurs. L'estimateur 1er ordre inversé est l'estimateur construit intuitivement. Les deux autres estimateurs font intervenir des concepts plus complexes. Le filtre de Kalman permet de distinguer la composante extérieure de la composante dynamique du CO2. La persistance des états est réglable sur les chaînes de Markov. On peut donc s'attendre à une meilleure estimation de la part de ces deux derniers estimateurs.

5.1. Taux de réussite

Le critère le plus simple est le taux de réussite. C'est le nombre d'estimations correctes ($\hat{n} = n$) divisé par le nombre d'estimation. Une estimation est bonne si l'estimateur dit qu'il y a n personnes et qu'effectivement n personnes sont présentes dans la salle de réunion. Le taux de réussite du premier estimateur (moyenne glissante + filtre du 1er ordre) est de 94%. Celui basé sur le filtre de Kalman est de 94.8% et celui basé sur les chaînes de Markov est de 92.6%.

Ces pourcentages de réussite peuvent sembler bons mais l'estimateur qui dit qu'il n'y a jamais quelqu'un (estimateur très simpliste $\hat{n} = 0$) a un taux de réussite de 97.4%. En effet, la salle n'est occupée que 2.6% du temps. Les estimateurs construits sont moins bons que l'estimateur le plus simple car ils estiment parfois qu'il y a quelqu'un alors qu'il n'y a personne. On voit bien ce phénomène avec les matrices de confusion (figure 29). Parfois, ils n'ont néanmoins pas tort car certaines personnes sont venues dans la salle sans noter leur venue. Cependant, ce cas est rare. Du fait du faible taux d'occupation de la salle, ce critère n'est pas forcément le plus pertinent.

5.2. Matrices de confusion

Les matrices de confusion (terminologie utilisée en apprentissage supervisé) permettent de mieux analyser la performance d'un système de classification (autre façon de nommer un estimateur d'état discret). Pour simplifier, ces matrices sont calculées en regroupant toutes les classes $n \geq 1$ en une seule classe « quelqu'un ».

Zéro

Estimé \ Vrai	personne	quelqu'un
personne	97.42	2.58
quelqu'un	0	0

Double filtre

Estimé \ Vrai	personne	quelqu'un
personne	94.08	0.32
quelqu'un	3.33	2.26

Kalman

Estimé \ Vrai	personne	quelqu'un
personne	94.00	0.32
quelqu'un	3.40	2.26

Markov

Estimé \ Vrai	personne	quelqu'un
personne	91.97	0.30
quelqu'un	5.44	2.28

Figure 29 : Matrices de confusion des 4 estimateurs

On observe que tous les estimateurs (à part le simpliste $\hat{n} = 0$) ont souvent tendance à détecter une présence alors qu'il n'y a personne (3 à 5 % de faux positifs). À l'inverse, il est rare qu'ils ne détectent pas une présence lorsqu'il y en a une (0,3% de faux négatifs).

5.3. Erreur moyenne en valeur absolue

Pour dépasser la vision binaire « correct/incorrect » utilisée dans le critère de taux de réussite, on peut chercher à quantifier la distance entre l'estimation et la réalité. C'est ce qui est fait avec le critère MAE (Mean Absolute Error) :

$$MAE = \frac{\sum |erreur\ d'estimation|}{nombre\ d'estimation} = \frac{\sum |n - \hat{n}|}{nombre\ d'estimation}$$

Avec ce critère, le filtre passe-bas et le filtre de Kalman ont de meilleurs résultats que l'estimateur zéro.

Estimateur	Erreur cumulée
Estimateur qui dit qu'il n'y a jamais quelqu'un	9,20%
Filtre passe-bas + filtre (1+τs)/K	7,96%
Filtre de Kalman	8,13%
Filtre (1+τs)/K + chaînes de Markov	10,69%

VI. Conclusion

Sur la base d'une modélisation physique simple de l'évolution de la concentration en CO_2, on a construit une série d'estimateurs, de complexité croissante. Une estimation relativement simple (filtrage du 1er ordre) donne déjà des résultats intéressants, pour peu que l'on ajoute un minimum de lissage (ici moyenne mobile) à ce filtrage. L'intérêt de ce type d'estimateur simple est qu'il n'y pas beaucoup de difficultés de réglages (peu de paramètres à régler).

Avec les critères quantitatifs présentés partie 5, les résultats obtenus pour les méthodes plus complexes (filtre de Kalman et algorithme de Viterbi) sont assez décevants, même si certaines améliorations qualitatives sont notables. En particulier, l'estimation quand il y a quelqu'un est assez bonne. Le système pour le filtre de Kalman n'est pas observable : on pourrait envisager de créer un autre modèle. Les réglages de la chaîne de Markov ne sont pas optimaux et sont donc améliorables. Il serait également intéressant de rendre l'algorithme de Viterbi temps réel ou avec un retard limité.

Les codes utilisés pour analyser les données et générer les graphiques sont dans un dossier annexe.

Références

[1] « Combien de CO2 l'humain produit-il juste en respirant? | Science et politique. » [En ligne]. Disponible sur: https://crioux.wordpress.com/2010/09/22/combien-de-co2-lhumain-produit-il-juste-en-respirant/. [Consulté le: 26-août-2015].

[2] S. Ito et H. Nishi, « Estimation of the number of people under controlled ventilation using a CO2 concentration sensor », in *IECON 2012 - 38th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, 2012, p. 4834–4839.

[3] T. Tachikawa, A. Oda, T. Handa, J. Ichimura, Y. Watanabe, et H. Nishi, « Cooperative distributed demand control by environmental sensor network - Estimating the number of people by CO2 concentration - », in *Industrial Informatics (INDIN) 2008. 6th IEEE International Conference on*, 2008, p. 336–341.

[4] R. S. Risuleo, M. Molinari, G. Bottegal, H. akan Hjalmarsson, et K. H. Johansson, « A benchmark for data-based office modeling: challenges related to CO2 dynamics », in *submitted to IFAC SysId 2015*, 2015.

[5] C. Launay, P. Saugier, J.-L. Viard, et R. Bourdais, « Projet : gestion de la qualité de l'air dans les bâtiments. » 2015.

[6] « pykalman — pykalman 0.9.2 documentation. » [En ligne]. Disponible sur: http://pykalman.github.io/. [Consulté le: 26-août-2015].

[7] L. Rabiner, « A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition », *Proc. IEEE*, vol. 77, n° 2, p. 257‑286, février 1989.

[8] « Algorithme de Viterbi — Wikipédia. » [En ligne]. Disponible sur: https://fr.wikipedia.org/wiki/Algorithme_de_Viterbi. [Consulté le: 26-août-2015].

[9] P. Haessig, « hidden-markov-py », *GitHub*. [En ligne]. Disponible sur: https://github.com/pierre-haessig/hidden-markov-py. [Consulté le: 28-août-2015].

[10] J. Bloit et X. Rodet, « Short-time Viterbi for online HMM decoding: Evaluation on a real-time phone recognition task », 2008, p. 2121‑2124.