Approche thermomécanique pour la modélisation du comportement des sols affectés par la rupture des grains

Younes Salami, Christophe Dano, Pierre-Yves Hicher, Eduardo E. Alonso

▶ **To cite this version:**

Younes Salami, Christophe Dano, Pierre-Yves Hicher, Eduardo E. Alonso. Approche thermomécanique pour la modélisation du comportement des sols affectés par la rupture des grains. Rencontres Universitaires de Génie Civil, May 2015, Bayonne, France. hal-01167691

HAL Id: hal-01167691
https://hal.science/hal-01167691

Submitted on 24 Jun 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Approche thermomécanique pour la modélisation du comportement des sols affectés par la rupture des grains

Younes Salami[1], Christophe Dano[1], Eduardo E. Alonso[2], Pierre-Yves Hicher[1]

[1] *Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique (GeM UMR CNRS 6183), Ecole Centrale de Nantes, Nantes, France (younes.salami@ec-nantes.fr)*

[2] *Department of Geotechnical Engineering and Geosciences, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelone, Espagne*

RÉSUMÉ. *La rupture des grains est l'un des micromécanismes qui gouvernent la réponse d'un sol granulaire sous contraintes. Bien que son importance a été reconnue et démontrée, ce phénomène n'est pas encore systématiquement présent dans les modèles de comportement mécanique. Le but de la présente étude est de construire un modèle élasto-plastique capable de prendre en compte l'évolution de la granulométrie d'un sol, en se basant sur une granulométrie initiale qui évolue au cours du chargement jusqu'à atteindre une granulométrie finale, supposée être une distribution fractale. Le modèle est dérivé de l'approche thermomécanique, où deux potentiels thermodynamiques suffisent pour décrire le comportement du sol. L'intégration de l'effet de la rupture des grains est inspirée des travaux de Griffith concernant la mécanique de la rupture. Ainsi, la surface créée est reliée à la granulométrie moyennant certaines considérations. Cette surface, ainsi que sa conjuguée dans l'espace des contraintes, l'énergie de surface, seront considérées comme des variables internes du modèle.*

ABSTRACT. *Grain crushing is one of the micromechanisms that govern the mechanical behavior of a stressed soil, and although its importance was acknowledged, very few mechanical models take its effects into consideration. The aim of this study is to develop an elastic plastic model capable of predicting the evolution of the grain size distributions from a given initial grading, ultimately reaching a final grading, assumed to be a fractal distribution. The model is derived according to a thermomechanical formulation, where knowledge of the material's free energy and rate of dissipation potential are sufficient to determine the constitutive behavior of the soil. The effect of crushing is introduced in a manner similar to Griffith's work on fracture mechanics. The surface created along with its thermodynamic conjugate in stress space; the surface energy, are considered internal variables of the model, and are linked to the grain size distributions by applying certain assumptions.*

MOTS-CLÉS : *Mécanique des sols, matériaux granulaires, rupture des grains, thermomécanique.*

KEY WORDS: *Soil mechanics, granular materials, grain crushing, thermomechanics.*

1. Introduction

Le processus de rupture des grains est l'un des micromécanismes qui gouvernent la réponse mécanique d'un sol granulaire. Cependant, l'intérêt croissant apporté à ce phénomène ces dernières années montre son importance en mécanique des sols. Mieux comprendre l'initiation et les effets de la rupture des grains permettrait d'améliorer significativement certaines applications du génie civil, pour lesquelles la granulométrie des grains et la prédiction de son évolution sont primordiales pour vérifier la stabilité de la structure et son aptitude de service. Les barrages, par exemple, sont construits avec des enrochements qui sont extraits de carrières par différents processus d'abattage, mais la fracturation de la roche ne s'arrête pas là. La rupture continue durant toute la durée de vie du barrage, variant en intensité en fonction des conditions climatiques et des conditions de chargement.

Le but de la présente étude est de construire un modèle élasto-plastique capable de prendre en compte l'évolution de la granulométrie d'un sol d'une distribution initiale vers une granulométrie finale, supposée être une fractale [MCD 96]. Le modèle est dérivé du cadre de la thermodynamique des milieux continus introduite par Collins et Houlsby [COL 97], où il suffit de deux potentiels thermodynamiques pour décrire le comportement du sol: le potentiel d'énergie libre et le potentiel de dissipation. On commencera par introduire les bases de cette formulation avant de les appliquer au processus de rupture des grains et de dériver une loi de comportement en contraintes triaxiales. Le modèle sera mis à l'épreuve en comparant une simulation à des résultats réels.

2. Présentation du cadre de la thermomécanique

Les lois de comportement mécanique des sols sont majoritairement développées dans le cadre de la théorie de la plasticité classique, où des concepts énergétiques comme l'énergie stockée ou dissipée nécessitent la définition d'une fonction de charge, d'une loi d'écoulement et d'une fonction d'écrouissage. La plasticité classique, bien qu'ayant des bases théoriques solides, reste assez flexible, et permet d'ignorer les principes de la thermodynamique afin de favoriser des comportements plus réalistes. Ziegler [ZIE 83] a été parmi les premiers à appliquer la thermodynamique des transformations irréversibles à l'étude du comportement des milieux continus, avant que le concept ne soit adapté par Houlsby et Puzrin [HOU 00] pour décrire le comportement des sols et ses spécificités, notamment les lois d'écoulement non associées. Collins ([COL 97] ;[COL 02] ;[COL 05]) a récemment revisité les bases de la thermodynamique des sols établies par Houlsby, et par son introduction du concept de *l'énergie plastique stockée*, a réussi à retrouver les potentiels thermodynamiques associés à certains modèles classiques. Il a également construit un cadre de modèles, basés sur la théorie de l'état critique, qui respectent les lois thermodynamiques, rendant ainsi la théorie plus accessible aux mécaniciens des sols. On notera que les notations qui suivent ainsi que les principes de la formulation de notre modèle sont principalement tirés des travaux de Collins et de Houlsby.

Ce cadre de modèles a été initialement nommé *hyper-plasticité*, avant que ce terme ne soit partiellement remplacé par *thermomécanique* dans des publications plus récentes. Il est important de clarifier que le terme *thermomécanique* se réfère à l'application de concepts thermodynamiques dans un cadre mécanique, sans nécessairement considérer les effets thermiques.

Un modèle développé dans le cadre de la thermomécanique a l'avantage d'être à la fois compatible avec les lois thermodynamiques, et d'être simple à dériver. En effet, seuls deux potentiels thermodynamiques suffisent pour la construction de la loi de comportement : le potentiel d'énergie libre et le potentiel d'énergie dissipée. Une fois ces potentiels définis, il est possible de retrouver le comportement élastique, la règle d'écoulement, la condition et la loi d'écrouissage avec ses deux composantes isotrope et cinématique. Cette formulation nous évite de choisir ces éléments indépendamment.

La formulation du modèle constitutif se base sur l'équation d'équilibre du travail pour une déformation isotherme et inélastique. L'incrément du travail fourni δW s'écrit:

$$\delta W = d\Psi + \delta\Phi \qquad [1]$$

La première fonction d'énergie considérée est l'énergie libre Ψ, qui peut être choisie parmi les potentiels thermodynamiques suivants : l'énergie interne, l'énergie libre de Helmholtz, l'enthalpie et l'énergie libre de Gibbs. Ces potentiels sont reliés par des transformations de Legendre. On a choisi de considérer l'énergie libre de Helmholtz Ψ [COL97][HOU 00]. La fonction d'énergie libre est généralement exprimée comme fonction des déformations élastiques uniquement. Or, Collins [COL 05] a montré que dans les matériaux granulaires, une partie de l'énergie plastique, à cause de l'hétérogénéité des propriétés microstructurelles, est stockée et peut

éventuellement être récupérée. Ceci est dû au fait qu'une partie de l'énergie perçue macroscopiquement comme étant plastique n'est pas dissipée et reste stockée élastiquement au niveau des contacts entre grains. Cette considération se traduit alors par le fait que la fonction d'énergie libre devient une fonction des déformations à la fois élastiques et plastiques. Considérons le cas où la fonction d'énergie stockée est découplée [COL 97]. Ainsi, la fonction d'énergie libre s'écrit comme la somme de deux fonctions, l'une Ψ^e dépendant uniquement des déformations élastiques ε^e, et l'autre Ψ^p des déformations plastiques ε^p.

$$\Psi = \Psi^e(\varepsilon^e) + \Psi^p(\varepsilon^p) \qquad [2]$$

On notera que les potentiels d'énergie libre de plusieurs modèles courants incluent une partie plastique. Ceci est le cas pour certains modèles basés sur la théorie de l'état critique comme le modèle de Cam-Clay modifié [ROS 68] ou le modèle de Nova [NOV 82].

La fonction incrément de dissipation $\delta\Phi$ dépend uniquement des déformations plastiques et de leurs incréments, vu qu'une déformation élastique ne produit pas de dissipation d'énergie. Cette fonction est toujours positive et, dans le cas des matériaux non visqueux, est homogène de degré 1 par rapport aux incréments de déformation plastique ε^p.

L'incrément de travail peut être découplé en la somme d'une partie élastique δW^e et d'une partie plastique δW^p. En considérant l'équation [2], et le fait que le théorème d'Euler est applicable sur la fonction incrément de dissipation [COL 97], on écrira ces deux parties :

$$\delta W^e = \sigma : d\varepsilon^e = d\Psi^e = \frac{\partial \Psi^e}{\partial \varepsilon^e} : d\varepsilon^e \qquad [3]$$

$$\delta W^p = \sigma : d\varepsilon^p = d\Psi^p + \delta\Phi = \frac{\partial \Psi^p}{\partial \varepsilon^p} : d\varepsilon^p + \frac{\partial(\delta\Phi)}{\partial d\varepsilon^p} : d\varepsilon^p \qquad [4]$$

La partie élastique de la loi de comportement est donc directement déduite de l'équation [3] :

$$\sigma = \frac{\partial \Psi^e}{\partial \varepsilon^e} \qquad [5]$$

Concernant la partie plastique [4], on peut voir que la contrainte "vraie" σ se sépare en deux parties :

- La contrainte dissipative σ_d dérivée de l'incrément de dissipation par rapport à l'incrément de déformation plastique.
- La contrainte stockée σ_s, qui est directement liée à la considération de l'énergie plastique stockée, définie comme la dérivée de la partie plastique de l'énergie plastique stockée, par rapport à la déformation plastique. La contrainte totale est donc la somme d'une partie stockée et d'une partie dissipative.

$$\sigma = \sigma_s + \sigma_d \quad ; \quad \sigma_s = \frac{\partial \Psi^p}{\partial \varepsilon^p} \quad ; \quad \sigma_d = \frac{\partial(\delta\Phi)}{\partial d\varepsilon^p} \qquad [6]$$

On peut voir que la considération de l'énergie plastique stockée élastiquement au niveau des grains permet de retrouver une partie supplémentaire de la contrainte, qui a pour effet de déplacer le centre de la surface de charge, lors du passage de l'espace des contraintes dissipatives à l'espace des contraintes. La prise en compte de cet effet affectera également l'écrouissage du modèle.

3. Thermomécanique et rupture

3.1. Le potentiel d'énergie libre

Le but de cette partie étant d'introduire une formulation thermomécanique du couplage entre la rupture et la plasticité, on se basera sur les développements présentés dans la section précédente pour dériver un modèle élasto-plastique, capable de reproduire les effets de la rupture sur le comportement mécanique du sol, et de prédire les changements de la granulométrie qui s'ensuivent. La formulation dans le cadre de la thermomécanique présente l'avantage de permettre un accès direct aux fonctions d'énergie, permettant ainsi une description du processus de fracturation en termes d'énergie dissipée et stockée, à la façon du bilan énergétique de Griffith [GRI 21]. Ce modèle est basé sur le critère de Cam-Clay modifié ([ROS 68] ; [HAL 87] ; [SAL 77]),

et la formulation est inspirée des travaux d'Einav sur les modèles CBM *(Continuous Breakage Mechanics)* ([EIN 07a] ; [EIN 07b]).

En se basant sur les travaux d'Einav [EIN 07b], on considère que la rupture est un mécanisme dissipatif qui conduit à une diminution des propriétés de déformabilité du milieu granulaire. La détérioration du module de déformabilité sera modélisée en se basant sur une quantité scalaire B, le paramètre de rupture, qui quantifie l'intensité de la rupture des grains. Ce paramètre varie entre 0, qui correspond à un milieu où la rupture ne s'est pas encore produite, et 1 lorsque la granulométrie atteint sa limite, à savoir une distribution fractale [MCD 96]. Ce paramètre peut être défini de plusieurs manières. On a choisi de l'introduire en termes de surfaces créées S, afin de pouvoir relier l'énergie dissipée par création de surfaces dans le milieu à l'énergie de surface spécifique Γ [GRI 21] d'un grain.

$$\mathrm{B} = \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{S_u}} \qquad [7]$$

S est la surface créée, et S_u la surface créée lorsqu'on atteint la distribution fractale.

En considérant les travaux de Lemaître et Chaboche [LEM 85] concernant la mécanique de l'endommagement, la diminution de l'énergie stockée causée par la rupture des grains est supposée linéaire :

$$\delta \mathrm{W^e} = (1 - \alpha \mathrm{B}) \mathrm{d}\psi^{\mathrm{e}}(\varepsilon^{\mathrm{e}}) \qquad [8]$$

$d\psi^e$ étant la partie mécanique de la fonction d'énergie libre, qui ne dépend que des déformations élastiques. L'évolution des propriétés élastiques est dérivée de la fonction précédente, K étant le module de compression, et G le module de cisaillement. Dans une situation réelle, le sol garde toujours une partie de sa rigidité, même au stade final de la rupture ($B = 1$), d'où le paramètre de calage α. Les modules d'élasticité effectifs par rapport à la rupture, $\overline{K}$ et $\bar{G}$, s'expriment comme :

$$\overline{\mathrm{K}} = \mathrm{K}(1 - \alpha \mathrm{B}) \quad ; \quad \overline{\mathrm{G}} = \mathrm{G}(1 - \alpha \mathrm{B}) \qquad [9]$$

Si on considère les notations triaxiales, avec ε_p et ε_q correspondant aux déformations volumétriques et de cisaillement, et p et q correspondant aux contraintes moyennes et déviatoriques, on peut alors dériver la partie élastique du modèle [3][8] :

$$\mathrm{p} = (1 - \alpha \mathrm{B}) \mathrm{K} \varepsilon_{\mathrm{p}}^{\mathrm{e}} \quad ; \quad \mathrm{q} = (1 - \alpha \mathrm{B}) 3 \mathrm{G} \varepsilon_{\mathrm{q}}^{\mathrm{e}} \qquad [10]$$

L'énergie plastique stockée représente une part de l'énergie plastique stockée élastiquement dans les grains [COL 05]. Cette énergie est donc aussi disponible pour le processus de création de surfaces. On considèrera par souci de simplification que la diminution de l'énergie plastique stockée due à la rupture est également linéaire. Cependant, il faut prendre en compte l'effet du réarrangement des grains et la modification des chaines de forces qui suit un évènement de rupture, et qui contribue à l'augmentation de la compacité du milieu et donc à l'augmentation des surfaces de contact, favorisant ainsi la formation d'énergie plastique stockée. Cet effet sera pris en compte sous la forme d'une fonction croissante $F_f(\mathrm{B})$. On notera que le choix de cette fonction conditionne l'écrouissage du modèle :

$$\mathrm{d}\Psi^{\mathrm{p}} = (1 - \alpha \mathrm{B}) \mathrm{F_f(B)} \mathrm{p_{c0}} \mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{p}}^{\mathrm{p}} \qquad [11]$$

Ce choix rentre dans le cadre de modèles basés sur la théorie de l'état critique de Collins [COL 97] ; [COL 02]. Il est désormais possible de dériver les contraintes stockées:

$$\mathrm{p_s} = (1 - \alpha \mathrm{B}) \mathrm{F_f(B)} \mathrm{pc_O} \quad ; \quad \mathrm{q_s} = 0 \qquad [12]$$

Le paramètre B est une variable interne de la loi de comportement. La conjuguée thermodynamique de ce paramètre, l'énergie de rupture $\mathrm{E_B}$ [EIN 07b], dérive de la partie élastique du potentiel d'énergie libre. Sa partie stockée et sa partie dissipative dérivent respectivement de la partie plastique de l'énergie libre et du potentiel de dissipation.

$$\mathrm{E_B} = -\frac{\partial \Psi}{\partial \mathrm{B}} \quad ; \quad \mathrm{E_{B_S}} = -\frac{\partial \Psi^{\mathrm{p}}}{\partial \mathrm{B}} \quad ; \quad \mathrm{E_{B_S}} = -\frac{\partial(\delta \Phi)}{\partial \delta \mathrm{B}} \qquad [13]$$

3.2. Le potentiel de dissipation

La dissipation associée à la rupture a été étudiée par McDowell [MCD 96], qui l'a définie comme l'énergie nécessaire à faire évoluer la surface créée de δS dans un volume donné V. Il a utilisé l'énergie de surface spécifique Γ introduite par Griffith [GRI 21] afin de relier linéairement la surface à l'énergie dissipée Φ_S:

$$\delta\Phi_S = \frac{\Gamma \delta S}{V} \qquad [14]$$

En se basant sur la définition du paramètre de rupture [7], on peut écrire ce potentiel en fonction de l'incrément δB :

$$\delta\Phi_S = \frac{\Gamma S_u}{V}\delta B \qquad [15]$$

Cette expression décrit la dissipation d'énergie par création de surface dans un milieu constitué de grains parfaitement fragiles. Cependant, la rupture est accompagnée de plusieurs phénomènes dissipatifs, qui ne peuvent être tous ignorés. Le réarrangement des grains et la redistribution des charges s'imposent comme étant le mécanisme qui dissipe le plus d'énergie. Ceci a été démontré par Nguyen et Einav au moyen d'un modèle de ressorts unidimensionnel [NGU 09], et dont l'effet a été étudié expérimentalement par [OVA 13]. Le potentiel de dissipation lié à ce mécanisme Φ_R peut être pris en compte en multipliant l'expression [15] par une fonction $F_d(B)$. Cette fonction a comme valeur 1 pour B=0 (initiation de la rupture), et doit être strictement croissante pour représenter l'augmentation de la dissipation de rupture lorsque l'effet du réarrangement est considéré. La dissipation associée à la rupture devient :

$$\delta\Phi_B = \delta\Phi_S + \delta\Phi_R = \delta\Phi_S F_d(B) \qquad [16]$$

3.3. Dérivation de la fonction de charge

La fonction de charge est une transformée de Legendre du potentiel de dissipation :

$$y(p,q,B) = \frac{E_{B_D}^2}{\left(\frac{\partial(\delta\Phi_B)}{\partial\delta B}\right)^2} - 1 \qquad [17]$$

La partie dissipative de l'énergie de rupture est directement dérivée de la partie élastique du potentiel d'énergie libre [8] :

$$E_{B_D} = E_B - E_{B_S} = -\frac{\partial\Psi^e}{\partial B} = \frac{\alpha}{2(1-\alpha B)}\left(\frac{p_D^2}{K} + \frac{q_D^2}{3G}\right) \qquad [18]$$

Les contraintes dissipatives s'écrivent :

$$p_D = p - p_S = p - (1-\alpha B)F_f(B)p_{c0} \quad ; \quad q_D = q \qquad [19]$$

Et la dérivée du potentiel de dissipation par rapport à l'incrément de rupture :

$$\frac{\partial(\delta\Phi_B)}{\partial\delta B} = \frac{\Gamma S_u}{V}F_d(B) \qquad [20]$$

On retrouve alors la forme finale de la fonction de charge :

$$y(p,q,B) = \left(\frac{(p-(1-\alpha B)F_f(B)p_{c0})^2 + q^2(K/3G)}{\frac{2K\Gamma S_u}{\alpha V}(1-\alpha B)^2 F_d(B)}\right)^2 - 1 \qquad [21]$$

Le choix des deux fonctions $F_f(B)$ et $F_d(B)$ conditionne l'écrouissage. Une relation entre les deux fonctions peut être retrouvée pour $y(0,0,B)$. Afin de retrouver un écrouissage asymptotique de p_c lorsque B tend vers 1 [EIN 07b], le choix suivant s'impose :

$$F_d = \frac{1}{(1-B)^2} \quad ; \quad F_f = \frac{1}{2(1-B)} \qquad [22]$$

La fonction de charge peut être réécrite en fonction de la contrainte d'initiation de rupture p_{c0} :

$$y(p,q,B) = \left(\frac{p - \frac{1}{2}p_c}{\frac{1}{2}p_c}\right)^2 + \frac{q^2\left(\frac{K}{3G}\right)}{\left(\frac{1}{2}p_c\right)^2} - 1 = 0 \qquad [23]$$

avec :

$$p_c = p_{c0}\frac{1-\alpha B}{1-B} \quad ; \quad p_{c0} = \left(\frac{8K\Gamma S_u}{\alpha V}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad [24]$$

Cette surface correspond à une ellipse, dont la taille est conditionnée par p_c:

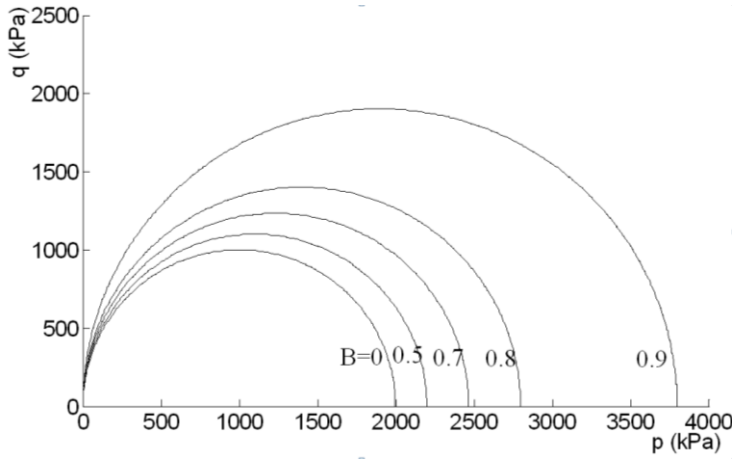

Figure 1 : *Evolution des surfaces de charge avec la rupture. (p_{c0}=2000kPa ; K=3G)*

4. Analyse et comparaison avec les résultats expérimentaux

Le modèle élastique-rupture (où seule la dissipation par rupture est considérée) présenté dans la partie précédente est utilisé pour reproduire les essais œdométriques de [NAK 01], où un sable siliceux dont les dimensions des particules varient entre 1.4mm et 1.7mm est soumis à une contrainte verticale qui atteint 92MPa. Une loi élastique non linéaire est considérée [25] :

$$K = \frac{vp}{\kappa} \qquad [25]$$

v étant le volume spécifique $(1 + e)$, et $\kappa = 0.045$. Un coefficient de pression $K_0 = 0.35$ permet de relier la contrainte verticale à la pression volumétrique p. L'indice des vides initial est $e_0 = 0.66$, et le paramètre α est égal à 0.9 par ajustement sur courbe de compressibilité. (Figure 2)

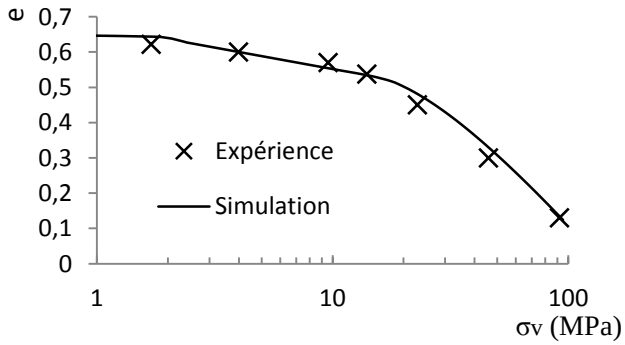

Figure 2. *Simulation du test œdométrique de Nakata [NAK 01] sur du sable de silice. Evolution de l'indice des vides en fonction de la contrainte verticale.*

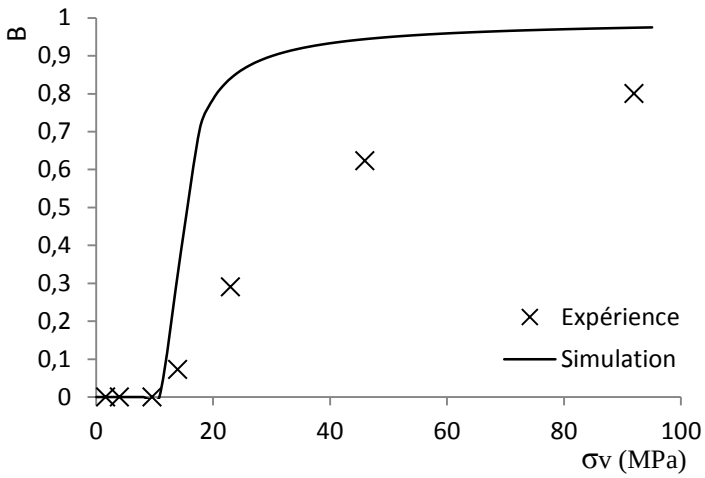

Figure 3. *Evolution du paramètre de rupture en fonction de la contrainte verticale*

On remarque que le modèle surestime la rupture. Ceci est dû au fait que la dissipation plastique n'est pas considérée, et que les déformations sont purement élastiques.

Le passage du paramètre de rupture à la granulométrie se fait en considérant que la distribution des tailles des grains s'exprime toujours par une loi en puissance :

$$F(d) = \left(\frac{d}{d_{\max}}\right)^{3-D} \quad [26]$$

D varie avec le paramètre de rupture jusqu'à atteindre sa valeur finale, la dimension fractale, dont la valeur est 2.5. Le diamètre maximal d_{max} est supposé constant. L'évolution de D avec la rupture est considérée comme étant logarithmique, et les paramètres de cette fonction d'évolution sont calés sur les résultats expérimentaux. Cette supposition se base sur des considérations par rapport à l'aspect fractal de l'évolution des granulométries. La taille d'un grain ainsi que les granulométries peuvent être alors retrouvées :

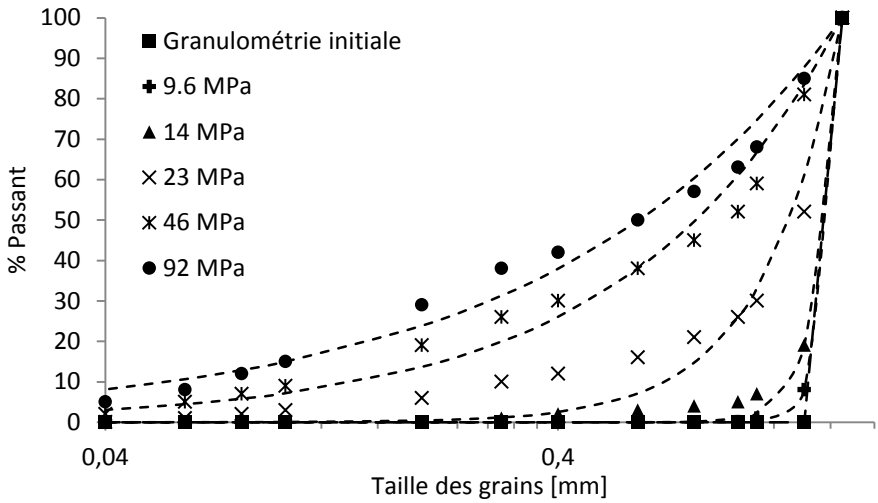

Figure 4. *Evolution de la granulométrie avec la rupture*

5. Conclusion

Un modèle élastique-rupture a été dérivé des bases de la thermomécanique. Ce modèle simple, qui ne prend en compte que la dissipation d'énergie par le processus de rupture, arrive à reproduire le comportement macroscopique d'un sol granulaire en se basant sur des considérations micromécaniques. Des paramètres propres aux grains sont directement liés au comportement du sol. Ainsi, l'énergie spécifique de surface du grain définit la pression d'initiation de rupture, et son évolution pourrait expliquer certains comportements liés au phénomène. L'effet de la rupture est pris en compte dans les fonctions d'énergie, au moyen de deux fonctions,

qui représentent l'effet de la fracturation et du réarrangement des grains sur l'énergie plastique stockée et sur la dissipation. Le choix de ces fonctions est primordial, vu qu'elles conditionnent l'écrouissage associé à la rupture. Il est aussi possible de développer un modèle élastique-plastique-rupture en intégrant l'effet de la dissipation plastique, l'écrouissage sera alors le résultat de deux phénomènes couplés : la rupture et la déformation volumétrique. La fonction d'écrouissage pourra aussi être améliorée en prenant en compte les effets du cisaillement [NOV 77][DIP 93].

6. Bibliographie

[COL 97] COLLINS I. F., HOULSBY G. T., « Application of thermomechanical principles to the modeling of geotechnical materials », *Proceedings of the Royal Society of London Series. A,* vol. 453, 1997, p. 1975-2001.

[COL 02] COLLINS I. F., HILDER T., « A theoretical framework for constructing elastic/plastic constitutive models of triaxial tests », *International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics,* vol. 26, n° 13, 2002, p. 1313-1347.

[COL 05] COLLINS I. F., « The concept of stored plastic work or frozen elastic energy in soil mechanics », *Géotechnique,* vol.55, n° 5, 2005, p. 373-382.

[DIP 93] DI PRISCO C., NOVA R. & LANIER J., « A mixed isotropic-kinematic hardening constitutive law for sand», *Modern Approaches to Plasticity*, Ed. Kolymbas, 1993, 83-124.

[EIN 07a] EINAV I., « Breakage mechanics – Part I: Theory», *Journal of the mechanics and physics of solids,* vol. 55, n°6, 2007, p. 1274-1297.

[EIN 07b] EINAV I., « Breakage mechanics – Part II: Modelling granular materials», *Journal of the mechanics and physics of solids,* vol. 55, n°6, 2007, p. 1298-1320.

[GRI 21] GRIFFITH A. A., « The phenomena of rupture and flow in solids», *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A,* vol. 221, 1921, p. 163-198.

[HOU 00] HOULSBY G.T., PUZRIN A.M., « A thermomechanical framework for constitutive models for rate independent dissipative materials », *International Journal of Plasticity,* vol. 16, n°9,2000, p. 1017-1047.

[HAL 87] HALPHEN, B., SALENÇON, J., *Elasto-plasticité*, Presses des Ponts et Chaussées, Paris, 1987.

[LEM 85] LEMAÎTRE J., CHABOCHE J. L., *Mécanique des matériaux solides*, Dunod, Paris, 1985.

[MCD 96] MCDOWELL G. R., BOLTON M. D. & ROBERTSON D., « The fractal crushing of granular materials», *Journal of the mechanics and physics of solids,* vol. 44, n° 12, 1996, p. 2074-2101.

[NAK 01] NAKATA Y., HYODO M., & HYDE A., « Microscopic particle crushing of sand subjected to high pressure one-dimensional compression », *Soils and foundations,* vol. 41, n°1, 2001, p.69-82.

[NGU 09] NGUYEN G. D., EINAV I., « The energetics of Cataclasis based on breakage mechanics », *Pure and applied geophysics,* vol. 166, issue 10-11, 2009, p. 1693-1724.

[NOV 77] NOVA R., « On the hardening of soils », *Archiw. Mech. Stos*. 29, 1977, p. 445– 458.

[NOV 82] NOVA R., « A constitutive model for soil under monotonic and cyclic loading », *Soil mechanics - transient and cyclic loading*, 1982, p. 343-373.

[OVA 13] OVALLE C., DANO C., & HICHER P .-Y., « Experimental data highlighting the role of surface fracture energy in quasi-static confined comminution», *International journal of fracture*, vol. 182, issue 1, 2013, p. 123-130.

[ROS 68] ROSCOE K. H., BURLAND J. B., « On the generalized stress strain behavior of 'wet clay' », In *Engineering plasticity*, Heyman J, Leckie FA (eds), Cambridge University press: Cambridge, 1968, p.535-609.

[SAL 77] SALENÇON, J., *Application of the theory of plasticity in soil mechanics*. John Wiley and Sons Ltd, Chichester, 1977.

[ZIE 83] ZIEGLER H., *An introduction to thermomechanics*, 2nd edn. Amsterdam: North Holland, 1983.