PLANIFICATION DES LIVRAISON JOINTES DE DIFFERENTS PRODUITS A DIFFERENTS SITES

Mouna Rahmouni, Jean-Claude Hennet, Farhat Fnaiech

10ème Conférence Francophone de Modélisation, Optimisation et Simulation- MOSIM'14 – 5 au 7 novembre 2014 - Nancy –France « de l'économie linéaire à l'économie circulaire»

PLANIFICATION DES LIVRAISONS JOINTES DE DIFFERENTS PRODUITS A DIFFERENTS SITES

Mouna RAHMOUNI, Jean-Claude HENNET

Laboratoire des sciences de l'information et de système (LSIS), Aix-Marseille Université (AMU)

Avenue Escadrille Normandie Niemen – 13397 Marseille Cedex 20

Mouna.rahmouni@lsis.org,

Jean-claude.hennet@lsis.org

Farhat FNAIECH

Image and Intelligent Control of Industrial Process (SICISI), ESSTT University of Tunis, Tunisia

5 Avenue Taha Hussein, 1008 Tunis

fnaiech@ieee.org

RESUME: Le problème de livraisons jointes de produits (JDP) consiste à planifier les livraisons de différents produits à différents sites de consommation ou de distribution en traitant les problèmes de groupement, de livraison et de stockage. Il s'agit de construire des tournées de livraison sur un horizon de planification, en satisfaisant les demandes et en minimisant le coût total de commande, de livraison et de stockage. Les coûts fixes de commande portent d'une part sur le lancement d'une tournée, d'autre part sur chaque couple (produit, site) présent ou non dans la tournée. Les taux de demandes étant supposées fixes et connus, le problème en horizon infini admet une solution périodique, le plan de livraison optimal sur une période-type pouvant se répéter indéfiniment. Dans notre approche, le problème est formulé en temps discret et nous choisissons comme période-type commune de cyclicité un multiple de la période élémentaire, et cette période-type sert d'horizon de planification. Ainsi, les livraisons restent périodiques à travers la répétition de l'horizon de planification, mais les livraisons pendant l'horizon de planification ne sont pas contraintes à être périodiques. Les résultats numériques montrent en particulier la supériorité de cette approche sur une solution cyclique pour chaque couple (produit, site).

KEYWORDS: *JDP (Joint Delivery Problem), LSP (Lot Sizing Problem), programmation linéaire.*

1 INTRODUCTION

Le couplage entre production et transport est une réalité industrielle dont l'importance est souvent sous-estimée dans les modèles de planification et de pilotage. En gestion des chaines logistiques, il s'agit de synchroniser les productions et les approvisionnements de différentes entreprises en réseau, de façon à limiter les stocks de produits en amont, en interne et en sortie de chaque entreprise. Ainsi, ce couplage joue un rôle essentiel sur les performances des chaines logistiques, à travers la chaine de valeur et les critères économiques mais aussi pour les critères de qualité et les critères énergétiques, qui interviennent directement dans les objectifs d'économie de transport et de développement durable.
La principale raison de cette lacune tient à la complexité des modèles de planification de la production et du transport. Celle-ci est liée à la grande variété des produits, aux caractères aléatoires ou incertains des temps de cycle et des durées d'approvisionnement, ainsi qu'à la nécessité d'une prévision à moyen terme des flux et des activités. En outre, le caractère combinatoire des problèmes de gestion de production, à travers en particulier l'existence de différentes gammes de fabrication, se combine aux caractères eux-aussi combinatoires des problèmes de transport, liés par exemple à la multi modalité (bateau, camions, trains, …) et à l'existence de nombreuses possibilités envisageables (véhicules, routes, destinations, …)
Pour concilier la complexité des systèmes et le caractère multicritère des décisions à prendre, la décomposition est certes un outil privilégié, mais elle peut s'appliquer plus facilement aux objets, au temps et à l'espace qu'aux aspects fonctionnels.
Dans le cadre général des réseaux d'entreprises multi-produits et multi-sites, un des problèmes mathématiques génériques est le problème de livraison jointe de produits (Joint Delivery Problem, JDP), intégrant la gestion de stocks et l'optimisation des tournées. Ce problème peut être analysé du point de vue du fournisseur qui gère les stocks de ses clients, en utilisant une approche intégrée du type VMI (Vendor Managed Inventory), devenue très courante lors de la dernière décennie (Zheng et al., 2009), ou dans un cadre multi-acteurs où les acheteurs coopèrent en groupant leurs commandes, comme dans (Triqui et Hennet, 2012).

Au-delà des techniques d'optimisation statique, on cherche à construire des politiques d'approvisionnement dynamiques, ayant par exemple un caractère cyclique, comme dans les méthodes de résolution du problème de réapprovisionnement joint (JRP).

Dans cette étude, l'hypothèse classique de livraisons périodiques pour chaque couple (produit, site) a été levée afin de mieux utiliser les degrés de liberté dans le programme de livraison sur un cycle commun, utilisé dans l'optimisation comme horizon de planification. En supposant fixé cet horizon de planification, la formulation proposée pour le modèle de livraison jointe (JDP) prend la forme d'une extension multi-site du problème LSP (lot sizing problem) multi-produits classique (Sambasivan et Yahya, 2005), (Jans et Degraeve, 2008), (Deleplanque et al., 2012), mais avec des coûts de set-up majeurs et mineurs. C'est un problème de programmation linéaire mixte en nombres entiers (MILP) ayant des variables réelles et des variables binaires. En tant que tel, il est connu comme problème NP-difficile.

Les modèles de dimensionnement de lots (LSP, Lot Sizing Problems) sont souvent utilisés dans la littérature pour gérer les tailles des lots lors de la production afin d'obtenir leur séquence optimale qui minimise la somme des coûts de set-up et d'inventaire.

Certaines recherches sont focalisées sur le développement d'un modèle de LSP classique à produit unique (Brahimi et al., 2006). L'objectif de ce modèle était de déterminer les périodes de production des lots de ce produit et les quantités produites durant cette période en minimisant le coût total de set-up et d'inventaire.

Pour représenter les situations réelles avec plus de détails et d'une manière précise, les modèles LSP multi-produit ont besoin d'intégrer les contraintes de capacités de transport (Norden et Velde, 2005) et de ressources (Hindi, 1995), (Millar et Yang, 1993).

Pour la résolution de ce type de problème, certains algorithmes évolutionnaires ont été développés, tels que les algorithmes génétiques, qui permettent de résoudre le problème de LSP multi niveaux avec coûts de set-up variables dans le temps (Dellaert et al., 2000) et le problème de LSP classique avec contrainte de capacité de ressources (Xie, et Dong, 2002)

Cependant, les modèles de LSP développés habituellement sont orientés vers la planification de la production par lots. Il s'agit de déterminer les quantités produites à chaque période de l'horizon de planification. Il ne s'agit pas en fait de regrouper les différents produits en satisfaisant toutes les demandes dans un cycle commun de production ou de livraison, comme dans notre modèle.

Le modèle à cycle commun proposé ici permet d'organiser les tournés de livraison pour les dates *T*, *2T*, ... *pT*, de façon à minimiser la fonction de coût total sur l'horizon de temps, *pT*, tout en satisfaisant la demande et les contraintes de capacité de transport et de stockage. Pour chaque produit et sur chaque site, les niveaux des stocks à la fin de l'horizon sont imposés égaux aux niveaux initiaux, afin de construire une politique d'approvisionnement qui peut être répétée périodiquement avec une périodicité *pT*.

Cet article est organisé comme suit : dans le deuxième paragraphe, nous développons et expliquons le modèle de gestion des livraisons jointes proposé (JDP) ainsi que son extension prenant en compte le choix des tournées (JDPR). Ces modèles sont validés par les résultats numériques de la troisième section. Enfin, nous concluons en donnant quelques perspectives d'avenir sur le problème posé et les modèles étudiés.

2 LES MODELES DE JDP

Considérons un réseau de livraison de n produits à m sites de vente à partir d'un entrepôt unique. Les demandes pour les différents produits sont supposées indépendantes et sans substitution. Le problème JDP est donc multi-produit multi-site avec groupement indirect des livraisons, sous contraintes de transport et de stockage dans les différents sites de vente.

2.1 La formulation de base du modèle JDP

Chaque site j est supposé avoir un taux de demande constant, noté D_{ij}, pour le produit i. Chaque tournée a un coût fixe, noté S. Chaque commande (i,j) a un coût fixe additionnel de commande, noté s_{ij}, indépendant de la quantité commandée et un coût variable $c_{ij}q_{ijk}$, proportionnel à la quantité livrée, q_{ijk}. Le modèle de base ne considère pas explicitement les tournées. Le problème de choix des tournées sera intégré dans le modèle JDPR (Joint Delivery Problem with Routing).

Les notations du modèle de base sont les suivantes, tous les coûts étant supposés positifs :

n: nombre de produits
m: nombre de sites
p: nombre de tours dans temps élémentaire de cycle de réapprovisionnement
T: période élémentaire du plan d'approvisionnement
D_{ij}: taux de demande de produit i au site j.
h_{ij}: coût unitaire de stockage du produit i au site j par unité de temps
x_{ijk}: variable binaire égale à 1 si la demande de produit i de site j est livré au tour k
u_k: variable binaire égale à 1 si le tour k est actif
q_{ijk}: quantité de produit i livré au site j au tour k
S: coût fixe de livraison
s_{ij}: coût fixe additionnel de livraison par produit i et par site j
c_{ij}: coût de livraison du produit i au site j par unité de produit et par unité de temps
z_{ijk}: quantité de produit i stocké au site j au tour k avant livraison du tour k
Z_{ij}: capacité de stockage du produit i dans le site j (mesuré en nombre de produits)
v_i: volume de produit i
V_k: capacité de livraison au tour k .

En notant HC le coût total de stockage pendant l'horizon de planification *pT*, la fonction de coût total sous l'horizon *pT* s'écrit :

$$TC=\sum_{k=1}^{p}u_kS+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{p}(x_{ijk}s_{ij}+c_{ij}q_{ijk})+HC \quad (1)$$

sous les contraintes

$$\forall\ i,\ j,\ \sum_{k=1}^{p} q_{ijk} = D_{ij}\,pT \quad (2)$$

$$\forall\ i,\ j,\ k,\ q_{ijk} \le x_{ijk} D_{ij}\,pT \quad (3)$$

$$\forall\ i,\ j,\ k,\ z_{ijk+1} - z_{ijk} - q_{ijk} = -D_{ij}T \quad (4)$$

$$\forall\ i,\ j,\ k,\ z_{ijk} \le Z_{ij} \quad (5)$$

$$\forall\ k,\ \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} v_i q_{ijk} \le V u_k \quad (6)$$

$$\forall\, i, j, k,\ x_{ijk}\in\{0,1\}, u_k\in\{0,1\}, q_{ijk}\ge 0, z_{ijk}\ge 0 \quad (7)$$

La fonction objectif (1) minimise la somme des coût s de commande, de livraison et de stockage durant l'horizon de temps de planification *pT.* Le terme de coût total de stockage, HC, sera calculé de façon détaillée à la section 2.2.

L'équation (4) d'évolution des stocks, couplée avec les contraintes de non-négativité (7), garantissent la satisfaction de la demande à chaque période pour chaque couple *(i,j)*. En imposant de plus la contrainte (2), on impose la périodicité du plan de livraison, qui pourra être reproduit à l'identique sur l'horizon [*(p+1)T 2pT*] et sur les cycles suivants, tant que les paramètres du problème gardent la même valeur.

Les contraintes logiques (3) relient les quantités de livraison q_{ijk} aux variables binaires de décision x_{ijk}, comme dans la plupart des modèles de dimensionnement de lots (LSP). Les contraintes (5) représentent les contraintes de capacité de stockage en supposant que chaque produit *i* a un lieu de stockage spécifique dans chaque site *j*. Sous d'autres hypothèses, comme des entrepôts de stockage communs à plusieurs produits, les contraintes de stockage seraient bien sur différentes mais resteraient linéaires. Les contraintes (6) représentent les contraintes de capacité de livraison à chaque tour *k* si le tour est actif ($u_k = 1$). On peut noter que les variables binaires x_{ijk} et u_k doivent aussi satisfaire les contraintes suivantes :

$$\forall\ i,\ j,\ k,\ x_{ijk} \le u_k \quad (8)$$

Mais les contraintes (8) peuvent être relâchées dans la mesure où elles sont impliquées par la conjonction des contraintes (3) et (6). En effet, $u_k = 0$ implique par (6) $q_{ijk} = 0\ \ \forall\ i,\ j$. Dans ce cas, d'après (3), $x_{ijk} = 0\ \ \forall\ i,\ j$ est admissible et donc optimal d'après l'expression du critère, dans lequel tous les coûts sont supposés positifs on nuls.

2.2 Détermination du coût total de stockage

Pour déterminer la fonction de coût total de stockage, HC, considérons le niveau de stock optimal à la période courante k, juste après la date de livraison. Il vaut : $z_{ijk}+q_{ijk}$ avec : $D_{ij}T \le z_{ijk}+q_{ijk} \le pD_{ij}T$. En effet, d'après une propriété classique en gestion de stocks, toute livraison ne peut intervenir que lorsque le niveau de stock est minimal (0 en l'absence de stock de sécurité). Elle doit couvrir la demande sur un nombre entier de périodes. Si $z_{ijk} \ne 0$ alors $q_{ijk} = 0$. Sinon, $z_{ijk} = 0$, la livraison est effectuée au tour k, le terme q_{ijk} est égal à rD_{ij} pour une valeur entière de r, $1 \le r \le p$.

Le niveau de stock en fin de période k vaut

$$z_{ijk+1} = z_{ijk} + q_{ijk} - D_{ij}T \quad (9)$$

Le niveau de stock moyen pendant la période k peut donc s'écrire :

$$\frac{z_{ijk}+q_{ijk}+z_{ijk+1}}{2} = z_{ijk}+q_{ijk}-\frac{D_{ij}T}{2}. \quad (10)$$

On peut donc écrire :

$$HC=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}h_{ij}\left(\sum_{k=1}^{p}\left(z_{ijk}+q_{ijk}\right)-\frac{pD_{ij}T}{2}\right). \quad (11)$$

Or d'après l'équation (2), la quantité totale livrée sur l'horizon est fixe, ce qui implique :

$$HC=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{p}h_{ij}z_{ijk}+\frac{pT}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}h_{ij}D_{ij} \quad (12)$$

La fonction de coût total sous l'horizon pT s'écrit donc:

$$TC=\sum_{k=1}^{p}u_kS+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{p}x_{ijk}s_{ij}+pT\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}c_{ij}D_{ij}+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{p}h_{ij}z_{ijk}+\frac{pT}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}h_{ij}D_{ij} \quad (13)$$

Comme le terme $pT\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}(c_{ij}+\frac{h_{ij}}{2})D_{ij}$ est constant, on peut minimiser de façon équivalente le coût total réduit suivant :

$$OC=\sum_{k=1}^{p}u_kS+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{p}x_{ijk}s_{ij}+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{p}h_{ij}z_{ijk} \quad (14)$$

Le problème JDP peut donc être résolu par programmation linéaire mixte en minimisant par rapport aux variables $u_k, x_{ijk}, z_{ijk}, q_{ijk}$ la fonction de coût (14) sous les contraintes (2)-(7).

2.3 Formulation étendue

Dans la formulation précédente du problème JDP, le caractère multi-site n'apparait pas clairement, ou plutôt tous les couples *(i,j)* sont indépendants entre eux et donc assimilables à des produits différents. Pour indiquer que des produits *(i,j)* et *(i',j)* sont livrés au même site *j* et utiliser cette propriété dans le problème d'optimisation, il est nécessaire d'expliciter les routages et d'intégrer leur coût dans la fonction à optimiser. De nombreux auteurs se sont intéressés à ce problème dans le cadre du problème IRP (Inventory Routing Problem) introduit par Bell et al. (1983). Ce problème vise à coupler les décisions de livraison et de routage. Son extrême complexité vient du fait que les décisions de routages sont généralement optimisées pour chaque tournée (Coelho et al., 2012). L'approche que nous proposons repose sur les hypothèses que les coûts des trajets ne varient pas dans le temps et que le nombre de site n'est pas très grand (10 au maximum). Il est alors possible de résoudre a priori tous les problèmes de voyageur de commerce (TSP) associés à tous les sous-ensembles de sites. Dans les cas les plus simples, le problème TSP peut être résolu par énumération. Mais il existe aussi des méthodes exactes très performantes de résolution du TSP déterministe, comme la méthode « Concorde », proposée par (Appelgate et al., 2002).

Soit donc *S(l)* un sous-ensemble quelconque de sites. Le nombre total de sous-ensembles est $M = 2^m - 1$. On suppose que le coût minimal de transport C_l a été calculé pour chaque sous-ensemble *S(l)* par résolution du TSP associé. On introduit alors les variables logiques y_{lk} définis par :

$$\begin{cases} y_{lk} = 1 \text{ si le sous-ensemble de sites } l \text{ est choisi pour le tour } k \\ y_{lk} = 0 \text{ sinon.} \end{cases}$$

Pour relier les variables binaires de sous-ensembles aux variables logiques de sites, on peut noter que tous les sites du sous-ensemble peuvent être livrés, et qu'un site non livré ne peut pas appartenir au sous-ensemble retenu. Pour représenter ces relations, nous introduisons aussi des variables logiques associées aux sites, w_{jk}, définies par:

$$\begin{cases} w_{jk} = 1 \text{ si le site j est visité au tour } k \\ w_{jk} = 0 \text{ sinon.} \end{cases}$$

Les relations couplant les variables logiques peuvent alors s'écrire ainsi:

$$\forall\ i,\ j,\ k,\ x_{ijk} \leq w_{jk} \tag{15}$$

$$\forall k, \forall l \in \{1, \cdots, M\}, \begin{cases} \forall j \in S(l),\ y_{lk} \leq w_{jk} \\ \forall j \notin S(l),\ w_{jk} \leq 1 - y_{lk} \end{cases} \tag{16}$$

et

$$\forall\ k, \forall\ l \in \{1, \cdots, M\},\ y_{lk} \leq u_k \tag{17}$$

Le problème de livraisons jointes avec choix des tournées, noté JDPR (Joint Delivery Problem with Routing) se formule ainsi :

$$\underset{u_k, x_{ijk}, z_{ijk}, y_{jk}}{\text{minimiser}}\ OCR = \sum_{k=1}^{p} u_k S + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{p} x_{ijk} s_{ij} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{p} h_{ij} z_{ijk} + \sum_{l=1}^{M}\sum_{k=1}^{p} C_l y_{lk} \tag{18}$$

sous les contraintes (2)-(7), (15)- (17), avec

$$\forall\ j, k,\ w_{jk} \in \{0,1\}, \forall\ l,\ k, y_{lk} \in \{0,1\} \tag{19}$$

3 LES RESULTATS NUMERIQUES

Cette section présente les résultats numériques obtenus en utilisant le logiciel de programmation linéaire GLPK (A. Makhorin, 2012) pour l'évaluation et la validation dumodèle proposé.

3.1 Evaluation numérique dans le cas mono-site

Pour évaluer les performances du modèle JDP proposé, considérons tout d'abord un exemple de modèle JRP classique sous contrainte de budget, présenté dans (Moon et Cha, 2006). Ce problème est formulé pour un seul site et n produits. Pour chaque produit *i*, la politique de livraison proposée dans (Moon et Cha, 2006) est périodique de période : $k_i T$, les valeurs de T et des k_i étant déterminées par résolution du problème suivant :

$$\text{Minimiser } AC = \frac{S}{T} + \sum_{i=1}^{n} \frac{s_i}{k_i T} + \frac{T}{2} \sum_{i=1}^{n} h_i D_i k_i \tag{20}$$

$$\text{sous } \forall\ k,\ \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} v_i D_i k_i T \leq V \tag{21}$$

Pour formuler le problème JDP relatif à cet exemple, il est nécessaire de choisir les paramètres *T* et *p* et de multiplier le critère AC par *T*p*. Une telle transformation a été présentée en détails dans (Rahmouni et al., 2013). Le cycle commun de réapprovisionnement, *pT*, joue alors le rôle d'horizon de planification des livraisons.

Pour cet exemple, on prend le nombre de tour *p* égal au plus petit commun multiple des périodes de livraison élémentaires k_{ij}

$$k_i = [1\ \ 1\ \ 1\ \ 2\ \ 2\ \ 4]$$

$$p = ppcm(k_{ij}) = 4 \text{ avec } T = 0{,}1818$$

	D_i	h_i	s_i	S	V	v_i
Produit 1	10000	1	45	200	25000	6,25
Produit 2	5000	1	46	200	25000	6,25
Produit 3	3000	1	47	200	25000	6,25
Produit 4	1000	1	44	200	25000	6,25
Produit 5	600	1	45	200	25000	6,25
Produit 6	200	1	47	200	25000	6,25

Table 2: les données de l'exemple 6 produits-1site

Sur cet exemple, les politiques construites par la méthode de Moon et Cha (2006) et par optimisation du critère OC (14) ont les mêmes performances :

Coût total sur l'horizon pT : 3031,3

Coût total par unité de temps : 4168,4.

Cependant, les politiques trouvées diffèrent dans le choix des périodes livraison des différents produits. Ce choix n'est pas explicite dans la méthode de Moon et Cha (2006). Au contraire, notre modèle permet d'expliciter la composition des tournées de façon à satisfaire au mieux la contrainte de capacité initialement représentée par (20). Voici la composition des tournées déterminées par notre algorithme :

	Tournées obtenues par notre modèle
Tour 1	{1, 2, 3, 4}
Tour 2	{1, 2, 3, 5}
Tour 3	{1, 2, 3, 4}
Tour 4	{1, 2, 3, 5, 6}

Table 3: Solution optimale de groupement des tournées

En outre, le JDP permet de diminuer la valeur de la capacité maximale, *V*, jusqu'à des valeurs pour lesquelles le modèle de Moon et Cha (2006), ne fournit plus de solution.

3.2 Résolution du modèle multi-sites

Dans le cas multi-sites, nous allons déterminer la route optimale en exécutant le PL représentant les équations (2) jusqu'à (7) et (15) jusqu'à (17).
Pour l'exemple de modèle multi-sites multi-produits représenté dans le tableau 5 ci-dessous, le cycle élémentaire de réapprovisionnement a comme valeur T=0,05 et les valeurs des couts minimaux de transport C_l pour chaque tour possible sont présentées dans le tableau 4 ci-dessous :

l	C_l
0-1	20
0-2	80
0-3	70
0-1-2	65
0-1-3	70
0-2-3	95
0-1-2-3	80

Table 4 : les couts de transports par sous ensemble de sites, l

		D_{ij}	h_{ij}	s_{ij}	S	V	v_i
Site 1	Produit 1	10000	5	350	1000	180000	50
	Produit 2	5000	5	300	1000	180000	50
	Produit 3	3000	5	320	1000	180000	50
	Produit 4	1000	5	400	1000	180000	50
Site 2	Produit 1	8000	5	250	1000	180000	50
	Produit 2	1000	5	200	1000	180000	50
	Produit 3	12000	5	300	1000	180000	50
	Produit 4	6000	5	420	1000	180000	50
Site 3	Produit 1	1500	5	400	1000	180000	50
	Produit 2	1000	5	300	1000	180000	50
	Produit 3	4500	5	450	1000	180000	50
	Produit 4	2000	5	400	1000	180000	50

Table 5: les données de l'exemple 4produits-3sites

L'exécution de cet exemple nous a donné les résultats suivants :

Tour	Route optimale	Quantité livrée
1	0-1-2-3	3150
2	0-1-2	3600
3	0-1-3	3450
4	0-1-2	3600
5	0-1	3000
6	0-1	1500
Coût total=231660		

Table 6: la route optimale obtenue

4 CONCLUSION

Cet article a analysé un problème de JDP multi-produit et multi-site déterministe avec contrainte de stockage et de transport. Du point de vue du coût total de livraison, les sites ont intérêt à grouper leurs commandes pour partager le coût fixe de tournée et les frais de transport. Pour les acteurs économiques, le problème de minimisation du coût total moyen se pose soit au distributeur qui a fixé ses prix de livraison et cherche à minimiser ses coûts, soit à l'ensemble des sites de ventes, qui ont décidé de collaborer et cherchent à minimiser le coût réel moyen de livraison.
Dans l'hypothèse de taux de demande constants, la périodicité de la solution a été traduite en une approche par cycle commun. Les livraisons ont ensuite été prévues sur un horizon de temps égal au cycle commun sélectionné. La périodicité est alors obtenue par la répétition du cycle commun, mais il n'y a aucune nécessité que la politique soit cyclique dans l'horizon de planification. Ainsi, le problème qui a été défini est une version relaxée de la solution totalement cyclique (avec des temps de cycle k_{ij} T) souvent proposée dans la littérature pour le problème JRP. En accord avec cette approche par relaxation, l'expérience numérique a confirmé que de meilleures performances sont obtenues

par l'approche de la planification du cycle commun que par l'approche totalement cyclique classique.

REFERENCES

Applegate D., W. Cook, S. Dash and A. Rohe, 2002, Solution of a min-max vehicle routing problem, *INFORMS Journal on Computing,* 14 (2), p. 132–143

Bell W. J., L. M. Dalberto, M. L. Fisher, A. J. Greenfield, R. Jaikumar, P. Kedia, R. G. Mack and P. J. Prutzman, 1983, Improving the Distribution of Industrial Gases with an On-Line Computerized Routing and Scheduling Optimizer, *inform: interfaces*, 13 (6), p. 4-23

Brahimi N., S. Dauzere-Peres, N. M. Najid and A. Nordli, 2006, Single item lot sizing problems, *European Journal of Operational Research*, 168, p. 1–16

Coelho L.-C., J. Cordeau and G.Laporte, 2012, The inventory-routing problem with transshipment, *Computers & Operations Research,* 39 (11), p. 2537–2548

Deleplanque S., C. Duhamel, S. Kedad-Sidhoum, H. Liberalino and A. Quilliot, 2012, Décomposition d'un Problème de Lot-Sizing Multi-site en Problèmes de Localisation et de Multi-flots, *Conférence de recherche opérationnelle et d'aide à la décision en France (ROADEF)*, France

Dellaert N., J. Jeunet and N. Jonard, 2000, A genetic algorithm to solve the general multi-level lot-sizing problem with time-varying costs, *International Journal of Production Economics*, 68, p. 241-257

Hindi K. S., 1995, computationally efficient solution of the multi-item, capacitated lot-sizing problem, *Computers industrial Engineering,* 28(4), p. 709-719

Jans R. and Z. Degraeve, 2008, Modeling Industrial Lot Sizing Problems: A Review, *International Journal of Production Research*, 46(6), p. 1619-1643

Makhorin A. (2012), GLPK Package, GNU Project, *[Online]. Available: http://www.gnu.org/software/glpk, /.*

Millar H. H. and M. Yang, 1993, an application of lagrangean decomposition to the capacitated multi-item lot sizing problem, *Computers Operations Research.* 20(4), p. 409-420

Moon I.K. and B.C. Cha, 2006, the joint replenishment problem with resource restriction. *European Journal of Operational Research*, 173, p. 190–198

Norden L. van and S. van de Velde, 2005, Multi-product lot-sizing with a transportation capacity reservation contract, *European Journal of Operational Research*, 165, p. 127–138

Rahmouni M., J.-C. Hennet and F. Fnaiech, 2013, Mixed Integer Linear Programming for Delivery Planning in Joint Replenishment Problems, *Proceedings CODIT 2013, IEEE Computer Society,* pp. 665 – 670.

Sambasivan M. and S. Yahya, 2005, A Lagrangean-based heuristic for multi-plant, multi-item,multi-period capacitated lot-sizing problems with inter-plant transfers, *Computers & Operations Research*, 32, p. 537–555.

Triqui L. and J.-C. Hennet, 2012, Gestion coopérative de stock de produits finis dans un réseau de distribution, *Actes Conférence internationale en modélisation, optimisation et simulation (MOSIM'12)*, hal-00728642, CNRS.

Xie J., and J. Dong, 2002, Heuristic Genetic Algorithms for General Capacitated Lot-Sizing Problems, *Computers and Mathematics with Applications*, 44, p. 263-276

Zheng H.-Z., D.-H. Chu, D.-C. Zhan and X.-F. Xu, 2009, A heuristic solution approach for VMI cyclic inventory routing problem, *Global congress on intelligent systems, IEEE computer society*, p. 503-508.