



**HAL**  
open science

# Alignement de modèles 3d paramétriques BRep basé sur la détection de symétries partielles. Application à l'indexation 3D

Quoc Viet Dang, Sandrine Mouysset, Géraldine Morin

## ► To cite this version:

Quoc Viet Dang, Sandrine Mouysset, Géraldine Morin. Alignement de modèles 3d paramétriques BRep basé sur la détection de symétries partielles. Application à l'indexation 3D. Journées du Groupe de Travail en Modélisation Géométrique - GTMG 2014, Mar 2014, Lyon, France. pp. 1-10. hal-01136018

**HAL Id: hal-01136018**

**<https://hal.science/hal-01136018>**

Submitted on 26 Mar 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## Open Archive TOULOUSE Archive Ouverte (OATAO)

OATAO is an open access repository that collects the work of Toulouse researchers and makes it freely available over the web where possible.

This is an author-deposited version published in : <http://oatao.univ-toulouse.fr/>  
Eprints ID : 13001

**To cite this version** : Dang, Quoc Viet and Mouysset, Sandrine and Morin, Géraldine *[Alignement de modèles 3d paramétriques BRep basé sur la détection de symétries partielles. Application à l'indexation 3D.](#)* (2014) In: Journées du Groupe de Travail en Modélisation Géométrique - GTMG 2014, 26 March 2014 - 27 March 2014 (Lyon, France).

Any correspondance concerning this service should be sent to the repository administrator: [staff-oatao@listes-diff.inp-toulouse.fr](mailto:staff-oatao@listes-diff.inp-toulouse.fr)

# Alignement de Modèles 3D Paramétriques BRep Basé sur la Détection de Symétries Partielles. Application à l'Indexation 3D.

Quoc-Viet DANG, Sandrine MOUYSSSET et Géraldine MORIN

Université de Toulouse  
IRIT

---

## Résumé

*Cet article présente une méthode originale d'alignement d'objets 3D modélisés par des B-Rep basés NURBS en identifiant les symétries partielles au sein de ces objets. L'alignement des objets 3D est une étape importante de pré-traitement pour la recherche et l'indexation : une méthode d'alignement fiable est nécessaire. Étant donné un modèle 3D, la pose normalisée de l'objet est définie par trois plans canoniques. Nous identifions le premier plan canonique par un algorithme efficace de détection de la symétrie partielle dominante en utilisant une approche de mise en correspondance des faces. Un autre algorithme basé sur l'aire de projection détermine les deux plans restants. Notre méthode est ensuite appliquée à la recherche des objets 3D dans une répertoire des modèles B-Rep basés NURBS.*

*This article presents an original method for aligning 3D shapes modeled as NURBS based B-rep models, exploiting partial symmetries of the shape. Aligning 3D shapes is an important pre-processing step in 3D shape retrieval and indexation : a reliable alignment of the shapes is necessary. Given a 3D model, three canonical planes define the normalized pose. We characterize the first canonical plane by an efficient computation of the dominant partial symmetry, using an efficient face matching approach. An area projection based algorithm determines the two relative remaining planes. To evaluate the robustness and the effectiveness, this technique is applied to 3D shape retrieval within a repository of NURBS based B-Rep models.*

---

**Mots-clés :** Détection de symétrie, Alignement 3D, NURBS, B-Rep, Isométrie.

## 1. Introduction

Grâce au développement des applications en modélisation géométrique dans plusieurs domaines scientifiques, les modèles 3D sont de plus en plus nombreux et sont disponibles à travers plusieurs modalités : des répertoires locaux au sein des organisations ou des dépôts publics au sein des forums professionnels. D'après [IJL\*05], 75% des activités de conception de produit reproduisent ou adaptent des modèles existants pour générer des nouveaux modèles. La réutilisation est donc un méthode commune pour augmenter l'efficacité du processus de création des produits. De ce fait, les répertoires des objets 3D exigent des techniques robustes et efficaces supportant la comparaison ainsi que l'indexation des objets 3D pour faciliter l'acquisition et

la manipulation de ces objets. Théoriquement, l'indexation des objets 3D consiste en trois étapes consécutives [TL06] : (1) la normalisation, (2) l'extraction des caractéristiques et (3) la comparaison. La première étape est très importante puisqu'elle affecte fortement le résultat final. En effet, les modèles 3D sont arbitrairement générés en terme d'orientation, de position et de mise à l'échelle. Sans la normalisation, la comparaison des modèles 3D est loin d'être fiable. En d'autres termes, étant donné un modèle 3D, la normalisation consiste à l'aligner suivant un repère de référence orthogonal canonique et à le positionner au centre de ce repère avant de le mettre à l'échelle. En conséquence, l'alignement est une tâche primordiale et est considéré comme un prétraitement nécessaire à toutes les méthodes d'indexation. De façon intuitive, l'Analyse en Composantes Principales (ACP) est une technique classique pour aligner les modèles 3D, en particulier les modèles maillés. Vranić [Vra04]

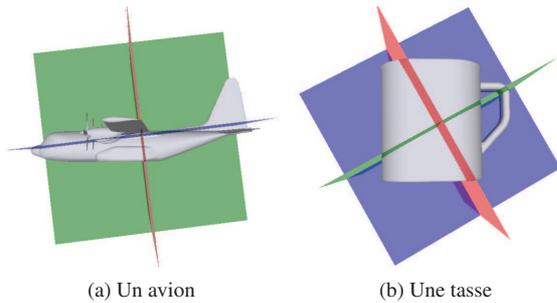


Figure 1: Alignement basé d'ACP. Les repères canoniques sont définis par trois plans orthogonaux (rouge, vert, bleu), correspondants aux axes principaux dans l'ordre décroissant. Pour l'avion, le plan bleu s'incline à cause de la présence de la queue 1a. Pour la tasse, la anse empêche l'orientation horizontale du plan vert.

aligne les modèles maillés le long des trois axes principaux. L'ACP est raisonnablement simple et efficace, mais elle est très sensible à la distribution des points. Ainsi, son application aux modèles paramétriques exige un échantillonnage uniforme des surfaces qui est difficile à acquérir. D'autres techniques comme l'ACP Continues ou l'ACP Normalisées [PRMN00, PPPT07] évite cette dépendance à l'échantillonnage. Par contre, les axes principaux évalués ne sont pas toujours idéaux pour l'alignement. Comme le montre la figure 1, même avec un échantillonnage uniforme, les axes principaux de l'avion et de la tasse ont une inclinaison différente de celle attendue. Ces axes ne sont pas donc pas de bons candidats pour l'alignement des modèles.

D'après Ferguson et al. [Fer00], les symétries 2D verticales conduisent à une orientation cohérente avec celle de la perception humaine. La symétrie globale d'un objet peut donc naturellement contribuer à la définition du repère de référence. De plus, Minovic et al. [MIK93] montrent que le plan de symétrie d'un objet 3D est toujours perpendiculaire aux axes principaux. L'information des symétries d'un objet 3D peut donc nous aider à identifier le repère de référence pour l'alignement. Heureusement, la similarité existante sur un objet 3D est un phénomène fréquent [DMM13]. De nombreux objets sont composés de parties similaires à une rotation, à une translation ou à une symétrie. Par conséquent, le repère de référence d'un objet 3D peut être identifié grâce à une information de symétrie partielle. C'est l'idée principale de notre technique d'alignement.

Dans le contexte de notre travail, nous nous intéressons à des surfaces paramétriques, en particulier des surfaces B-Spline Non-Uniformes Rationnelles (NURBS). Elles constituent un outil classique des communautés académiques et industrielles pour la conception et l'analyse des objets 3D [DB99]. Les Représentations par les Bords (BRep) sont des standards industriels et les BRep basés NURBS (BRep-NURBS) sont largement utilisées dans différentes domaines

comme la chimie moléculaire [BLMP97], les systèmes d'information géographique [CSM03] et la conception des composants mécaniques [CH06]. Dans cet article, nous introduisons une nouvelle technique d'alignement des modèles BRep-NURBS en déterminant les trois plans canoniques du repère de référence. Grâce à la détection de la symétrie partielle d'un modèle BRep-NURBS, le plan symétrique est défini comme le premier plan canonique à partir duquel les plans restants sont identifiés par une approche basée sur l'aire de projection. Notre travail comprend trois contributions : nous proposons un algorithme robuste pour détecter les symétries partielles existantes dans un modèle BRep-NURBS, et en déduisons un algorithme de rectification du repère de référence de ces modèles basé sur leur symétries partielles dominantes et nous testons notre technique d'alignement pour l'indexation des modèles 3D.

La suite de cet article s'organise en six sections. La section 2 résume les travaux précédents concernant la détection de symétrie et l'alignement des objets 3D. La section 3 présente une vue générale de notre technique d'alignement. Les sections 4 et 5 détaillent deux algorithmes de détection de symétrie et de la rectification du repère de référence basé sur la symétrie partielle dominante. Les résultats de notre technique sont montrés dans la section 6. La section 7 applique de notre technique d'alignement à l'indexation des modèles dans notre répertoires de modèles BRep-NURBS. L'article se termine par une conclusion et des perspectives dans la section 8.

## 2. Travaux précédents

Dans le domaine des maillages, de nombreuses techniques sont proposées et peuvent être classifiées en trois approches : *ACP*, *Symétrie* et *Aire de Projection*. Comme le montre l'Introduction, l'ACP exhibe des défauts pour l'alignement des objets 3D. Bien que les variantes telles que l'ACP Continues [PRMN00] et l'ACP Normalisées [PPPT07] améliorent les résultats, elles restent peu robustes pour tous types d'objets 3D [PPPT07]. Une autre technique utilise la Boîte Englobante Minimum (BEM) [BHP01] qui est moins sensible à la distribution des points que l'ACP originale. Elle est néanmoins seulement applicable aux objets dont l'axe de la BEM et le plan de symétrie bilatérale s'alignent [TL06]. Dans une autre approche, Podolak et al. [PSG\*06] proposent une *transformée de Symétrie Réflective Planaire* pour estimer tous les plans de symétrie possibles pour un objet donné et alignent suivant les plans de symétrie. Cependant, ils ne prennent en compte que des symétries globales de la forme 3D et non les symétries partielles de l'objet. Chaouch et al. [CVB08] estiment un repère de coordonnées normalisées en analysant le plan de symétrie extrait par l'ACP Continues. Tedjokusumo et al. [TL06] développent aussi une technique basée sur un plan de symétrie bilatérale associé à l'ACP en 2D. Ces techniques considèrent seulement des symétries globales des formes 3D ; elles sont donc restreinte aux ob-

jets 3D ayant une symétrie globale. Récemment, une nouvelle approche basée sur l’*Aire de Projection* a été proposée. Lian et al. [LRS10] se servent de l’ACP et d’une métrique de rectification pour identifier tous les repères possibles. Le repère final est celui qui minimise les aires de projection des silhouettes correspondantes. Napoléon et al. [NS10] définissent le critère de l’enveloppe visuelle minimum pour identifier les axes principaux à partir des candidats générés par l’ACP. Johan et al. [JLWI11] proposent une technique qui choisit deux axes correspondants aux aires de projection les plus petites, et qui est indépendante de l’ACP. Malgré des résultats visiblement intéressants et convaincants, l’algorithme proposé ne génère pas toujours des résultats cohérents avec la perception visuelle humaine car il ne prend pas en compte de critères perceptuels.

A partir de ces travaux, nous constatons que la prise en compte des symétries globales seules ou le traitement des aires de projection des modèles 3D sont généralement insuffisants pour aligner tout type d’objets. Maintenant, nous proposons d’utiliser les symétries partielles existant dans des modèles 3D, en les associant aux aires de projection orthographique, pour développer un algorithme robuste d’alignement.

La détection de symétrie dans des maillages 3D est un sujet bien étudié, pour lequel plusieurs approches ont été proposées telles que le *hachage géométrique*, l’*espace de votes de transformation*, la *transformée de symétrie réflexive planaire* et l’*analyse des graphes* (pour un état de l’art, voir e.g. [MPWC12]). Pour les surfaces paramétriques, Cuillère et al. [CFS\*11] présentent une technique de détection de similarités entre modèles BRep-NURBS en se basant sur l’inertie tensorielle et sur les points de contrôle des surfaces NURBS. Cependant, ils n’estiment pas la transformation entre les surfaces similaires et leur approche est dépendante de la paramétrisation des surfaces. Leur technique ne peut pas identifier les parties symétriques d’un modèle. Li [LLG\*13] propose un algorithme de détection de symétrie entre les surfaces primitives simples d’un modèle BRep, cet algorithme n’est pas applicable aux surfaces de forme gauche. Dernièrement, Dang et al. [DMM13] introduisent un algorithme de style Hough pour détecter les symétries partielles dans un modèle BRep-NURBS. Bien que ces résultats soient suffisants pour l’alignement, l’algorithme proposé peut être coûteux sur des modèles complexes. Nous proposons ici une approche de détection de similarités basée sur la mise en correspondance des faces qui rend notre algorithme à la fois plus robuste et plus efficace. En utilisant les symétries partielles, la technique d’alignement qui en découle est plus robuste et moins complexe que les techniques d’alignement des maillages appliquées aux modèles paramétriques.

### 3. Vue générale de notre technique

Dans ce paragraphe, nous introduisons tout d’abord la structure des modèles BRep-NURBS qui sont utilisés dans

notre travail. Nous présentons ensuite l’idée principale de notre technique de l’alignement de ces modèles.

#### 3.1. Structure des modèles BRep basés NURBS

La Représentation de Bords (BRep) est une méthode de représentation des objets 3D modélisant un objet par une composition de deux groupes d’entités : *géométriques* et *topologiques*. Les entités géométriques sont des *points*, des *courbes* et des *surfaces* qui correspondent respectivement aux entités topologiques *sommets*, des *arêtes* et des *faces*. Un ensemble d’arêtes orientées et fermées définit un contour, appelé courbes *trim*. Il existe deux types d’un contours : un *contour intérieur* enlève la partie intérieure de la surface qu’il limite, un *contour extérieur* supprime lui, la partie extérieure.

Dans le contexte de notre travail, un objet BRep est constitué de plusieurs faces et un modèle BRep se compose de nombreux objets BRep. Le modèle de la figure 2 représentant un violon est composé de plusieurs objets BRep de couleurs différentes (figure 2a). De même, l’objet BRep représentant la table d’harmonie et le manche (en vert) contient de nombreuses faces (figure 2b). Une face (figure 2c) est une surface NURBS (en violet) limitée par des arêtes (en vert) et des sommets (en rouge). En d’autres termes, un modèle BRep contient de nombreuses faces. Le problème de la détection de symétrie d’un modèle se réduit à la détection de symétries entre les faces de ce modèle.

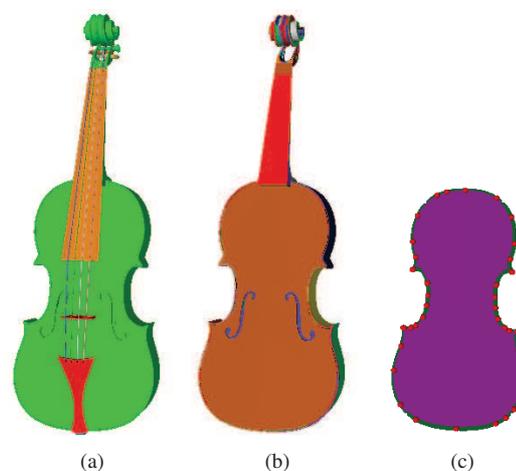


Figure 2: Décomposition d’un modèle BRep-NURBS. (a) Les objets BRep dans un modèle représentant un violon. (b) L’objet BRep représentant la table d’harmonie et le manche du violon. (c) Les entités BRep d’une face.

Nous utilisons les courbes *trim*, contours de faces, pour proposer un algorithme de détection de symétries entre les faces en se basant sur des sommets au long de ces contours. Dans cet algorithme, nous prenons en compte seulement

les contours extérieurs de faces. Par la suite, nous notons  $M = \{F^i\}, i \in [0, n_F)$ , le modèle BRep-NURBS composé de  $n_F$  faces. Chaque face est définie par  $F^i = \{S^i, V^i\}$ , où  $S^i$  est la surface NURBS sous-jacente et  $V^i = \{v_0^i, \dots, v_{n-1}^i\}$  est l'ensemble de  $n$  sommets qui limite  $F^i$ .

### 3.2. Idée principale

La technique proposée dans cet article vise à aligner des modèles BRep-NURBS de façon intuitive et consistante avec la perception visuelle humaine. Etant donné un modèle, il est tout d'abord aligné suivant un axe perpendiculaire au plan de la symétrie partielle dominante. Les axes restants sont identifiés suivant l'approche basée sur l'*aire de projection* [NS10, LRS10, JLW11]. Le *repère canonique* qui définit l'alignement est celui dont les vues correspondant aux plans canoniques contiennent les aires minimales de la projection orthographique du modèle. Nous choisissons le premier plan du repère canonique comme le plan de la symétrie partielle dominante. Pour définir le deuxième plan, nous considérons seulement les plans orthogonaux au plan de la symétrie. Le troisième plan est déterminé naturellement à partir de ces deux plans. L'alignement proposé se divise donc en deux étapes :

- *La détection de symétries* identifie le plan de la symétrie partielle dominante (section 4).
- *La rectification du repère de référence* estime les trois axes du *repère de référence* en se basant sur l'aire de la projection orthographique (section 5).

### 4. Détection de symétries

Dans ce paragraphe, nous présentons notre algorithme de détection de symétries dans un modèle BRep-NURBS. Notre algorithme identifie automatiquement non seulement les faces similaires dans le modèle mais aussi estime les isométries entre elles. C'est-à-dire, si deux patchs  $P^i$ , et  $P^j$  sont similaires, nous identifions une isométrie  $T^{ij}$  telle que :

$$P^j = T^{ij}(P^i). \quad (1)$$

Nous considérons les isométries comme des compositions d'isométries canoniques : les rotations, les translations et les réflexions. En fonction des sous espaces propres des parties linéaires associées, nous caractérisons les symétries de différentes natures. Avant d'entrer dans les détails, nous introduisons quelques définitions basées sur les entités des objets BRep. Posons maintenant  $F^i = \{S^i, V^i\}$  et  $F^j = \{S^j, V^j\}$  et supposons que les deux faces aient le même nombre de sommets.

**Définition 4.1**  $F^i$  et  $F^j$  sont dites *topologiquement similaires* à une isométrie  $T^{ij}$  près ssi  $T^{ij}$  transforme  $V^i$  en  $V^j$  :

$$V^j = T^{ij}(V^i). \quad (2)$$

**Définition 4.2**  $F^i$  et  $F^j$  sont dites *géométriquement similaires* à une isométrie  $T^{ij}$  près ssi  $T^{ij}$  transforme  $S^i$  en  $S^j$  :

$$S^j = T^{ij}(S^i). \quad (3)$$

**Définition 4.3**  $F^i$  et  $F^j$  sont dites *similaires* à une isométrie  $T^{ij}$  près ssi elles sont similaires à la fois topologiquement et géométriquement par cette isométrie.

Ces définitions englobent l'idée principale de cet algorithme. Étant donné un modèle  $M = \{F^i\}, i \in [0, n_F)$ , l'algorithme essaie d'identifier le maximum de paires de faces similaires. Il se divise en quatre étapes consécutives :

**Mise en correspondance des faces.** Les paires de faces sont mises en correspondance s'il existe une isométrie entre leurs sommets. Notons  $\Lambda = \{P_k\}$  l'ensemble des paires de faces topologiquement similaires, avec  $P_k = \{F_k^i, F_k^j\}$ .

**Extraction des isométries.** Pour chaque paire  $P_k$ , estimer la matrice  $R_k$  et le vecteur  $t_k$  aux moindres carrés, telles que :

$$V_k^j = R_k * V_k^i + t_k.$$

**Sélection des symétries.** Pour chaque  $P_k$ , caractériser l'isométrie  $I_k$  correspondant à  $R_k$  et  $t_k$  en se basant sur ses *points fixes* et garder seulement les  $P_k$  dont  $I_k$  est une symétrie. Valider  $I_k$  sur les surfaces sous-jacentes pour tester si les deux faces sont également géométriquement similaires par cette isométrie. Nous notons  $\Delta = \{Q_k\}$  l'ensemble des paires de faces similaires, avec  $Q_k = \{F_k^i, F_k^j, I_k\}$ .

**Extension des symétries.** Dans  $\Delta$ , grouper les paires  $Q_k$  dont les isométries partagent le même plan de symétrie. Pour chaque classe, l'isométrie et les patchs similaires sont extraits. Pour finir, les faces simples intersectées par le plan de symétrie sont testées pour savoir si elles sont symétriques par rapport à ce plan.

#### 4.1. Mise en correspondance des faces

Étant données deux faces  $F^i = \{S^i, V^i\}$  et  $F^j = \{S^j, V^j\}$  où  $V^i = \{v_0^i, \dots, v_{n-1}^i\}$  et  $V^j = \{v_0^j, \dots, v_{m-1}^j\}$ . L'étape de mise en correspondance commence par la mise en correspondance "un par un" des sommets de  $V^i$  et  $V^j$  où il existe une isométrie préservant l'ordre des sommets dans les contours associés. Dans la plupart des cas, les faces similaires partagent le même nombre de sommets. Cependant, il est possible que des sommets supplémentaires aient été introduits pour raffiner les arêtes correspondantes. De ce fait, les faces similaires contiennent parfois un nombre différent de sommets bien que la topologie des contours soit la même. Pour limiter ce phénomène, nous ajoutons un filtrage des sommets de  $V^i$  et  $V^j$ , et considérons seulement les sommets dont les directions des tangentes à gauche et à droite sont

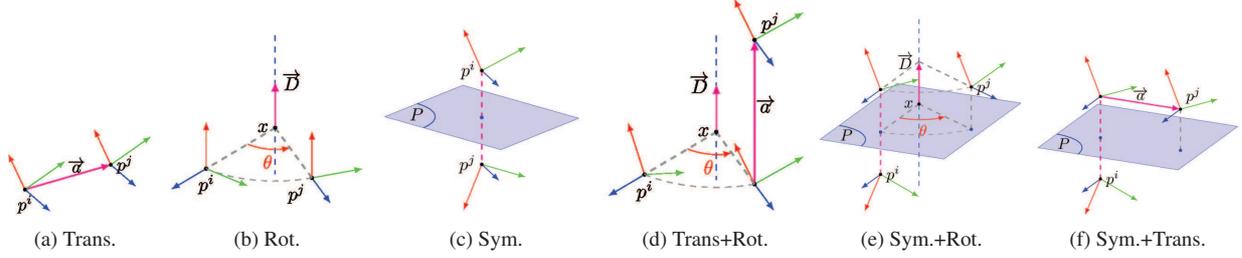


Figure 3: Classification des isométries en fonction de points fixes (PF). Chaque image représente une classe isométrie entre deux points  $p^i$  et  $p^j$ , cette isométrie transforme le point  $p^i$  pour que sa position et son repère associé se coïncident à ceux de  $p^j$ . Les natures des PF : (a) aucun PF ; (b) une droite de PF orientée par  $\vec{D}$  ; (c) un plan  $P$  de PF ; (d) pas de PF mais l'isométrie peut être décomposée en une translation et une rotation ; (e) un seul PF  $x$  ; (f) pas de PF mais l'isométrie peut être décomposée en une translation et une symétrie.

assez différenciées. Ce traitement nous permet de considérer seulement les "vrais" sommets. Dans le cas idéal,  $n = m$ , nous considérons toutes les correspondances telles que :

$$\sum_{k=0}^{n-1} \left\| \|v_k^i - v_{k+1}^i\| - \|v_{m \pm k[n]}^j - v_{m \pm (k+1)[n]}^j\| \right\| \quad (4)$$

où  $\|\bullet\|$  signifie la norme  $L_2$  de la distance Euclidienne. Dans le cas où  $m \neq n$ , supposons que  $n < m$ , cette étape détermine le sous-ensemble  $V^o = \{v_0^o, \dots, v_{n-1}^o\} \subset V^j$  annulant l'expression :

$$\sum_{k=0}^{n-1} \left\| \|v_k^i - v_{k+1}^i\| - \|v_{n \pm k[n]}^o - v_{n \pm (k+1)[n]}^o\| \right\|. \quad (5)$$

La correspondance entre ces sommets est juste une condition nécessaire, il faut valider la correspondance sur les surfaces sous-jacentes pour en déduire les faces similaires et l'isométrie associée.

#### 4.2. Extraction des isométries

Étant donnés deux ensembles  $V^i$  et  $V^o$  dont les sommets sont mis en correspondance suivant l'équation 5, c'est-à-dire  $v_0^i \mapsto v_0^o, \dots, v_{n-1}^i \mapsto v_{n-1}^o$ . Cet étape vise à déterminer les paramètres de la transformation : la rotation  $R$  et la translation  $t$ , qui minimisent la quantité suivante :

$$e^2(R, t) = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \|v_k^o - (R * v_k^i + t)\|^2. \quad (6)$$

Pour les cas simples, nous résolvons le système linéaire  $A \vec{x} = \vec{b}$  en appliquant la pseudo inverse, où  $A$  et  $\vec{b}$  sont respectivement la matrice et le vecteur composé par des coordonnées ordonnées de deux ensembles  $V^i$  et  $V^o$ ,  $\vec{x}$  est la solution représentant les paramètres de la transformation. Pourtant, cette méthode échoue quand les sommets de  $V^i$  et  $V^o$  sont coplanaires. Pour ce cas, Lorusso et al. [LEF97] comparent quatre algorithmes pour estimer les transformations dans ce cas. D'après la comparaison, la méthode de

Décomposition de valeurs singulières (SVD) d'une matrice est la plus efficace et la plus robuste. Arun et al. [AHB87] proposent un algorithme basé sur la SVD d'une matrice  $3 \times 3$ , Umeyama [Ume91] raffine cet algorithme pour résoudre les cas spéciaux (points coplanaires, transformation directe et indirecte).

Dans cette étape, nous appliquons l'algorithme de Umeyama [Ume91] pour estimer les transformations. Notons que cet algorithme estime uniquement une transformation directe et/ou une transformation indirecte si le nombre des sommets de chaque ensemble est supérieur à 2 ( $n > 2$ ), et si les sommets de  $V^i$  (et  $V^o$ ) ne sont pas colinéaires. Si  $V^i$  et  $V^o$  ne sont pas coplanaires, il existe une seule transformation. Par contre, s'ils sont coplanaires, il existe deux transformations différentes : l'une directe et l'autre indirecte. D'après l'équation 5, les transformations estimées préservent la longueur, et d'après les propriétés de la SVD, les parties linéaires associées sont orthogonales. Ces transformations sont donc des *isométries*. Cette étape donne au maximum deux isométries qui transforment  $V^i$  en  $V^o$  ; chaque isométrie est de la forme :

$$T^{ij} = \begin{bmatrix} R^{ij} & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

#### 4.3. Sélection des symétries

D'après [Tis88, Fre10], en fonction de la nature des points fixes, une isométrie  $T^{ij}$  peut être classifiée en plusieurs classes : translation (Trans.), rotation (Rot.), symétrie (Sym.) ou combinaisons entre eux (voir figure 3). Nous caractérisons les symétries comme étant les isométries ayant un plan de points fixes (figure 3c), dans notre cas, telles que l'espace propre de  $R^{ij}$  associé à la valeur propre 1 ait pour dimension 2.

Actuellement, les deux faces  $F^i$  et  $F^j$  sont similaires topologiques par une symétrie  $T^{ij}$ . Pour savoir si elles sont aussi géométriquement similaires, les surfaces sous-jacentes sont

testées pour valider cette symétrie. Pour cela, une approche triviale est de valider  $T^{ij}$  sur un échantillonnage des faces. Effectivement, les échantillons de  $F^i$  sont transformés en appliquant  $T^{ij}$  pour tester si les points résultants coïncident avec les échantillons de  $F^j$ . Cependant, étant donnée une transformation, il n'est pas facile de déterminer la correspondance "point-à-point" entre les échantillons de deux faces pour deux raisons :

- La paramétrisation d'une surface est arbitraire et indépendante de la correspondance des sommets.
- Les faces similaires peuvent avoir les surfaces sous-jacentes paramétrées différemment : les vecteurs de noeuds de taille différente, le nombre des points de contrôle différent ou l'ordre différent.

Nous proposons deux méthodes d'échantillonnage dans une face de BRep appliquées suivant deux scénarios : l'*échantillonnage directe* pour les surfaces de même paramétrisation, l'*échantillonnage de distance relative uniforme* pour les surfaces de différente paramétrisation. Les deux méthodes partagent la même idée, c'est-à-dire, de générer les échantillons en respectant les contours intérieur et extérieur. Comme une face est limitée par des arêtes qui ne sont pas liées à la surface sous-jacente, les échantillons risquent d'être générés en dehors de la limite de cette face. Comme les contours des faces de BRep sont fermés, nous définissons donc un *polygone du domaine* des paramètres  $(u, v)$  qui englobe la domaine de la face actuelle. Une échantillon est générée si et seulement si ses paramètres se présentent dedans ce polygone.

### Échantillonnage directe

Cette méthode concerne les faces ayant d'une même paramétrisation. Les paramètres  $(u, v)$  des échantillons sont calculés en se basant sur les paramètres des sommets dans le polygone du domaine. Effectivement, nous utilisons les coordonnées barycentriques d'un triangle pour estimer ces paramètres (voir figure 4). Pour les faces ayant plus de trois sommets, nous appliquons une *Triangulation de Delaunay contrainte* [Pau89] pour diviser le polygone de domaines en plusieurs triangles. Avec cette méthode, nous déterminons facilement la correspondance "point-point" entre les deux ensembles d'échantillons en respectant la correspondance des sommets de deux faces. La similarité géométrique peut donc être évaluée.

### Échantillonnage de distance relative uniforme

Quand les deux faces ont différentes paramétrisations, il n'est pas faisable de valider deux ensembles d'échantillons générés par l'échantillonnage directe. En effet, la distribution des échantillons de ces faces est différente. L'échantillonnage le long des paramètres  $u$  et  $v$  d'une surface NURBS ne peut pas générer des échantillons espacés de manière égale (figure 5a). Dans cette méthode, nous utilisons une approche itérative pour déterminer les écarts des paramètres basée sur une distance prédéfinie entre deux points

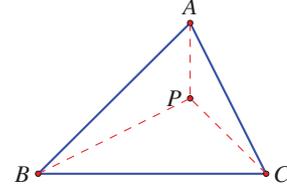


Figure 4: Illustration du calcul de coordonnée barycentrique.  $P = tA + rB + (1 - r - t)C$ , pour  $r + t = 1$  et  $r, t \in [0, 1]$ .

de la surface NURBS. Figure 5b présente les échantillons espacés uniformément à une distance relative.

Comme cette méthode génère les échantillons depuis des orientations arbitraires des paramètres  $u$  et  $v$ , ce n'est pas faisable d'appliquer la validation "point-point". Alors, nous proposons une validation stochastique basée sur la *Distribution de Forme* présentée dans [OFCD02]. Nous définissons une *fonction de forme* qui mesure la distance entre un point de la surface et le plan de symétrie. Pour construire une histogramme de la distribution de forme, nous supposons un nombre fixe  $B$  classes et évaluons les distances de toutes les échantillons au plan de symétrie. Puis, l'histogramme de distances est générée à partir des nombres d'échantillons dont la distance tombe dans chaque classe. Posons maintenant  $H^i$  et  $H^j$  les histogrammes équivalentes aux distributions de forme de  $F^i$  et  $F^j$ , nous utilisons une métrique de corrélation pour mesurer la similarité entre les deux histogrammes :

$$d_H(H^i, H^j) = \frac{\sum_{k=1}^B (H^i(k) - \bar{H}^i)(H^j(k) - \bar{H}^j)}{\sqrt{\sum_{k=1}^B (H^i(k) - \bar{H}^i)^2 \sum_{k=1}^B (H^j(k) - \bar{H}^j)^2}}, \quad (8)$$

où

$$\bar{H}^k = \frac{1}{B} \sum_{l=1}^B H^k(l).$$

Si les deux histogrammes sont similaires à seuil fonction de la diagonale de la boîte englobante du modèle, les deux

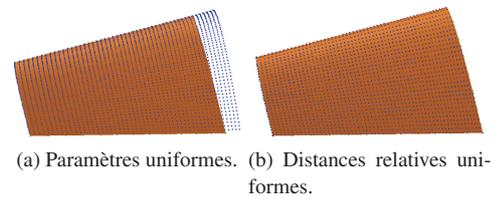


Figure 5: Deux méthodes d'échantillonnage d'une face de BRep.

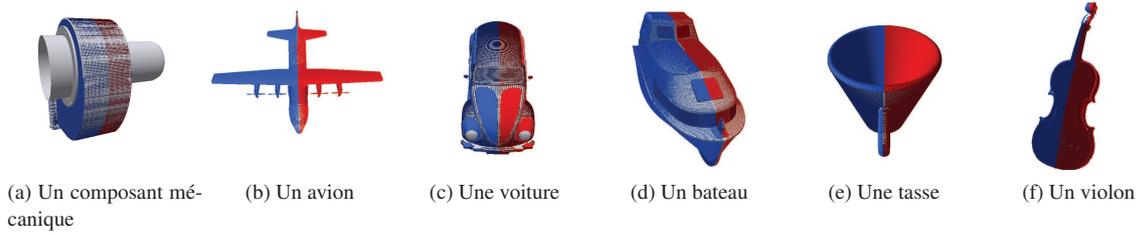


Figure 6: Résultats de la détection des symétries.

faces sont dites géométriquement similaires et la paire  $Q_k = \{F_k^i, F_k^j, I_k\}$  est ajoutée à  $\Delta$ .

#### 4.4. Extension des symétries

Ainsi,  $\Delta$  contient un ensemble des paires de faces qui peuvent partager les mêmes plans de symétrie. Ces groupes de paires doivent être fusionnés pour identifier la symétrie dominante du modèle actuel. Pour cela, nous définissons une distance entre deux isométries comme suivante :

$$d(I, I') = \left(1 - \langle \vec{n}, \vec{n}' \rangle\right) + \frac{\text{dist}(m, P')}{D_{BBox}} + \frac{\text{dist}(m', P)}{D_{BBox}}, \quad (9)$$

où  $\vec{n}$  (resp.  $\vec{n}'$ ),  $P$  (resp.  $P'$ ) sont la normales et le plan de symétrie de l'isométrie  $I$  (resp.  $I'$ ),  $D_{BBox}$  est la diagonale de la boîte englobante du modèle, et  $m$  (resp.  $m'$ ) est le barycentre des sommets des faces associé à l'isométrie  $I$  (resp.  $I'$ ).

La symétrie dominante du modèle est celle ayant des faces symétriques dont le volume de la boîte englobante est le plus grand. Cependant, il existe peut-être des faces simples qui ne sont pas similaires aux autres faces mais que le plan de la symétrie dominante les intersecte. La symétrie locale dans ces faces peut aussi contribuer à la symétrie dominante du modèle. Nous filtrons ces faces en vérifiant l'intersection entre le plan de symétrie dominant et la boîte englobante des faces. Une validation basée de la distribution de forme entre les points (à gauche et à droite du plan de symétrie) est effectuée pour en déduire les patches symétriques finaux.

En conclusion, l'idée principale de cet algorithme de détection de symétries est de considérer la transformation entre les sommets des faces afin de bien filtrer les transformations. Si une isométrie existe et est une symétrie, elle sera validée sur les faces correspondantes à ces sommets. Les symétries validées sont fusionnées et un procès d'extension est mis en place pour déterminer les résultats finaux. La figure 6 présentent les résultats de la détection des symétries dominantes existantes dans quelques modèles BRep-NURBS. Les patches bleu et rouge sont symétriques via un même plan.

Dans la suite, le plan de la *symétrie partielle dominante* d'un modèle 3D est considérée comme le premier plan de

référence pour évaluer le repère canonique d'alignement ce modèle.

#### 5. Rectification du repère de référence

Étant donné un modèle BRep-NURBS, le premier axe du repère canonique d'alignement est perpendiculaire au plan de la symétrie partielle dominante. Cet axe est appelé *axe de référence*. Dans ce paragraphe, nous présentons notre algorithme d'extraction des deux axes restants. En fait, il suffit de déterminer un *deuxième axe*, le troisième axe se déduit à partir de l'axe de référence et du deuxième axe car le repère est orthogonal. Nous utilisons une méthode de projection orthographique du modèle sur les plans candidats perpendiculaires au plan de référence. Pour générer ces candidats, à partir d'une orientation arbitraire perpendiculaire à l'axe de référence, les normales de ces candidats sont déterminées en tournant autour de l'axe de référence. Nous considérons 180 plans candidats consécutifs qui sont espacés d'un angle de  $1^\circ$ . La figure 7 présente les projections des modèles sur quelques plans de candidat. Pour chaque plan de candidat,



Figure 7: Aires de projection du modèle d'une voiture. L'image à gauche représente la symétrie partielle dominante, les images à droite sont des projections du modèle sur les plans de candidat.

l'aire de projection orthographique est estimée par le nombre de pixels de la forme 2D projetée. Le candidat choisi est celui qui contient l'aire de projection la plus petite.

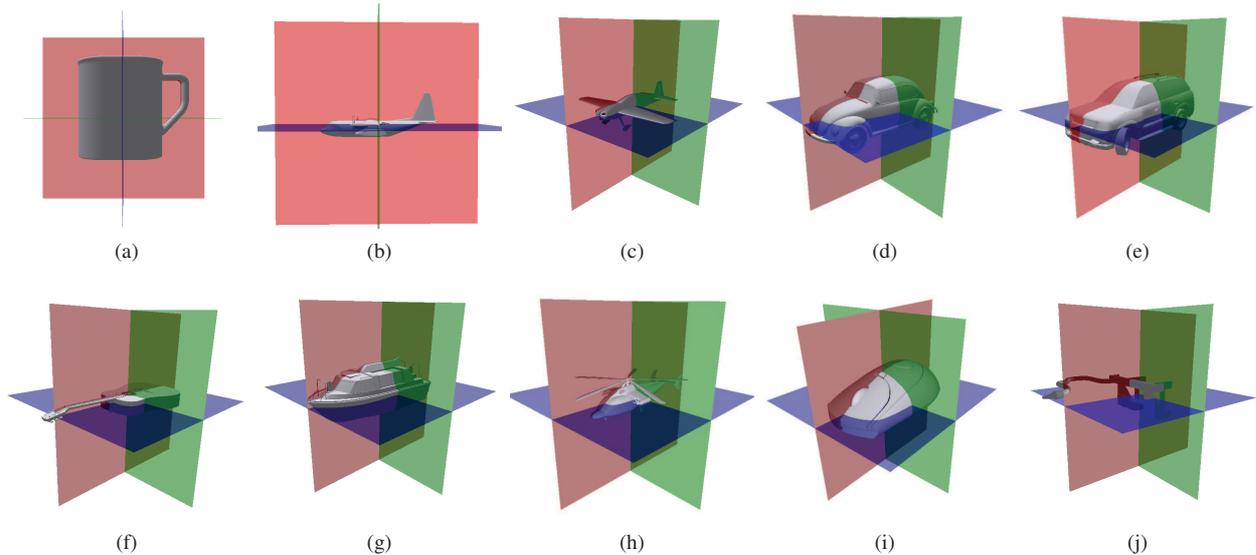


Figure 8: Résultats de l'alignement des modèles BRep-NURBS.

## 6. Expérimentation

Dans notre travail, les modèles BRep-NURBS sont récupérés depuis le site <http://www.grabcad.com>. Les modèles sont classifiés dans plusieurs catégories telles que *voiture*, *avion*, *bateau*, *instrument*, *composant mécanique*. Les images de la figure 8 exposent les résultats d'alignement de nos modèles. Pour chaque image, les trois plans rouge, vert et bleu représentent les trois plans du repère canonique d'alignement. Le plan rouge est le plan de la symétrie partielle dominante du modèle. Le plan vert est le deuxième plan identifié par notre algorithme de rectification du repère de référence.

Comme le montrent ces images, notre technique d'alignement est robuste et efficace pour plusieurs types d'objet malgré leurs formes. En particulier, les résultats de deux figures 8a et 8b montrent que les résultats dérivés de notre technique sont plus robustes et plus aptes que les approches d'ACP (présentés dans l'Introduction, paragraphe 1). En effet, l'utilisation de la symétrie partielle dominante rend notre algorithme cohérent avec la perception visuelle humaine.

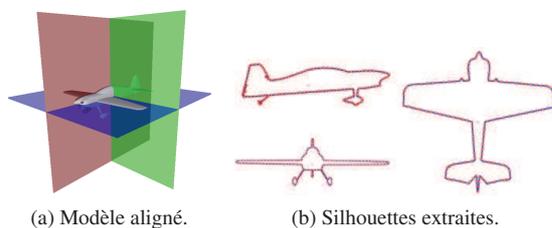
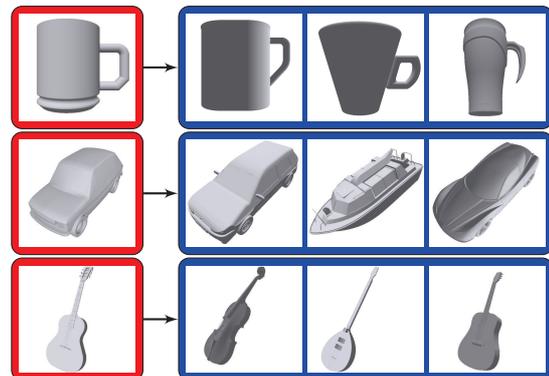
Figure 9: Extraction des silhouettes d'un modèle *avion* en se basant sur les plans du repère canonique.

Figure 10: Résultats de requêtes. Chaque ligne représente une requête dont le modèle dans la boîte rouge est fourni à la requête, et dont les modèles de la réponse correspondante sont dans les boîtes bleues. Seulement les trois premiers résultats, les plus pertinents, sont visualisés.

## 7. Application

Dans ce paragraphe, nous appliquons les résultats dérivés de notre algorithme d'alignement à l'indexation des modèles dans notre base de modèles BRep-NURBS. Nous appliquons pour cela l'approche *basée image* pour l'indexation des objets 3D. Les contours des modèles 3D sont extraits et convertis en images 2D où les caractéristiques estimées des silhouettes supportent l'indexation et la recherche des modèles [LLJ\*10, ERB\*12]. En effet, les caractéristiques des silhouettes d'un objet reflètent la perception visuelle quand les humains essaient de décrire cet objet suivant des vues spécifiques.

Ici, en utilisant les trois plans du repère canonique d'alignement d'un modèle 3D, les trois contours de ce modèle sont extraits par les projections du modèle sur ces plans (voir figure 9). Ensuite, les trois vecteurs de caractéristiques sont évalués supportant la comparaison entre les différents modèles. Nous utilisons le descripteur de Fourier normalisé en associé avec le calcul des distances barycentriques pour évaluer les caractéristiques des contours. Ce descripteur est invariant à la translation et la mise à l'échelle [ZL01]. En bref, chaque modèle est caractérisé par trois descripteurs de Fourier normalisés  $V_{FD1}$ ,  $V_{FD2}$  et  $V_{FD3}$ . Nous définissons donc une mesure de similarité entre deux modèles BRep-NURBS comme suivant :

$$Sim(M^1, M^2) = \sum_{i=1}^3 D(V_{FDi}^1, V_{FDi}^2). \quad (10)$$

où  $D(\bullet, \bullet)$  est la distance Euclidienne.

Notre base contient plus de 80 modèles BRep-NURBS qui sont divisés en plusieurs catégories. La figure 10 montrent les résultats des requêtes de recherche dans notre dépôt. Le graphe de la figure 11 évalue la robustesse de notre technique d'indexation au sein de notre dépôt. Ce graphe présente les différentes mesures : la *précision*  $P$ , le *rappel*  $R$  et la *F-mesure*. La précision est définie comme une proportion des solutions pertinentes qui sont trouvées, elle mesure la capacité du système à donner toutes les solutions pertinentes. De même, le rappel est défini comme une proportion de solutions trouvées qui sont pertinentes, il mesure la capacité du système à refuser les solutions non-pertinentes. Ainsi, la *F-mesure* est définie comme une moyenne harmonique de la précision et du rappel, elle mesure la capacité du système à donner toutes les solutions pertinentes et à refuser les autres :

$$F = \frac{2 * P * R}{P + R}$$

A travers ces résultats, nous constatons que la recherche des tasses est parfaite, qu'il y a une ambiguïté entre les bateaux et les voitures. En effet, en projetant sur les plans symétriques, les silhouettes des bateaux et des voitures sont relativement similaires. Pour les autres catégories, les résultats de la recherche sont acceptables.

## 8. Conclusion

Dans cet article, nous avons proposé une approche originale pour aligner les modèles BRep basés NURBS. Cet article apporte trois contributions principales. Premièrement, nous avons développé une nouvelle technique d'alignement des modèles BRep basés NURBS qui est plus robuste et plus efficace que des techniques plus classiques, dépendantes de la distribution des points des surfaces. En effet, notre technique se base sur les symétries partielles dominantes des modèles pour identifier le repère canonique d'alignement. Alors que l'utilisation de la symétrie globale était appliquée avec

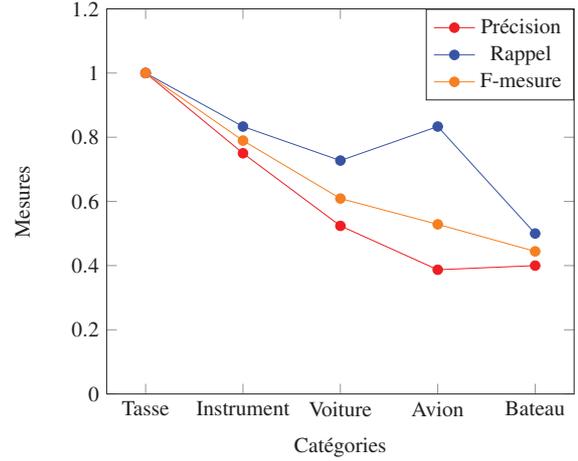


Figure 11: Évaluation de l'indexation de 5 catégories dans notre dépôt.

succès sur les maillages dans les travaux précédents, l'utilisation de la symétrie locale associée à la projection orthographique est une approche innovante. Deuxièmement, l'efficacité de notre technique est dépendante de la détection de symétrie partielle dominante. Comme le montrent les résultats, notre algorithme de détection est efficace, même pour les modèles complexes. En effet, il se base sur la mise en correspondance entre les sommets des faces des objets BRep d'un modèle 3D pour évaluer la similarité et la transformation correspondante. De plus, par rapport aux travaux précédents, notre algorithme est indépendant de la paramétrisation des surfaces et est applicable aux surfaces de forme gauche. Finalement, l'alignement de notre technique est appliqué à l'indexation des modèles 3D comme une tâche de prétraitement. En utilisant le descripteur de Fourier des contours 2D, les résultats obtenus de nos expérimentations montrent une efficacité significative.

## Références

[AHB87] ARUN K., HUANG T., BLOSTEIN S. : Least Squares Fitting of two 3D Point Sets. *IEEE transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. Vol. PAMI-9, Num. 5 (1987), 698–700.

[BHP01] BAREQUET G., HAR-PELED S. : Efficiently approximating the minimum-volume bounding box of a point set in three dimensions. *Journal of Algorithms*. Vol. 38, Num. 1 (2001), 91–109.

[BLMP97] BAJAJ C., LEE H. Y., MERKERT R., PASCUCCI V. : NURBS based B-rep models for macromolecules and their properties. In *Proceedings of the fourth ACM symposium on Solid modeling and applications* (1997), ACM, pp. 217–228.

[CFS\*11] CUILLIÈRE J.-C., FRANÇOIS V., SOUAISSA

- K., BENAMARA A., BELHADJ SALAH H. : Automatic comparison and remeshing applied to {CAD} model modification. *Computer-Aided Design*. Vol. 43, Num. 12 (2011), 1545–1560.
- [CH06] CHU C.-H., HSU Y.-C. : Similarity assessment of 3D mechanical components for design reuse. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. Vol. 22, Num. 4 (2006), 332–341.
- [CSM03] CAUMON G., SWORD JR. C. H., MALLET J.-L. : Constrained Modifications of Non-manifold B-reps. In *Proceedings of the Eighth ACM Symposium on Solid Modeling and Applications* (New York, NY, USA, 2003), SM '03, ACM, pp. 310–315.
- [CVB08] CHAOUCH M., VERROUST-BLONDET A. : A Novel Method for Alignment of 3D Models. Research Report RR-6408, INRIA, 2008.
- [DB99] DIMAS E., BRIASSOULIS D. : 3D geometric modelling based on NURBS : a review. *Advances in Engineering Software*. Vol. 30, Num. 9-11 (1999), 741–751.
- [DMM13] DANG Q.-V., MOUYSSET S., MORIN G. : Similarity detection for free-form surfaces. In *International Conference in Central Europe on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision* (2013), pp. 239–248.
- [ERB\*12] EITZ M., RICHTER R., BOUBEKEUR T., HILDEBRAND K., ALEXA M. : Sketch-based shape retrieval, 2012.
- [Fer00] FERGUSON R. W. : Modeling orientation effects in symmetry detection : The role of visual structure. In *Proceedings of the twenty-second annual conference of the cognitive science society* (2000), pp. 125–130.
- [Fre10] FRESNEL J. : *Méthodes modernes en géométrie*. Hermann, 2010.
- [IJL\*05] IYER N., JAYANTI S., LOU K., KALYANARAMAN Y., RAMANI K. : Three-dimensional shape searching : state-of-the-art review and future trends. *Computer-Aided Design*. Vol. 37, Num. 5 (avril 2005), 509–530.
- [JLWI11] JOHAN H., LI B., WEI Y., ISKANDARSYAH : 3D model alignment based on minimum projection area. *The Visual Computer*. Vol. 27, Num. 6-8 (2011), 565–574.
- [LEF97] LORUSSO A., EGGERT D., FISHER R. : Estimating 3-D rigid body transformations : a comparison of four major algorithms, 1997.
- [LLG\*13] LI B., LU Y., GODIL A., SCHRECK T., AONO M., JOHAN H., SAAVEDRA J., TASHIRO S. : SHREC'13 Track : Large Scale Sketch-Based 3D Shape Retrieval. In *Eurographics Workshop on 3D Object Retrieval* (2013).
- [LLJ\*10] LIU Y.-J., LUO X., JONEJA A., MA C.-X., FU X.-L., SONG D.-W. : User-Adaptive Sketch-Based 3-D CAD Model Retrieval. *Automation Science and Engineering, IEEE Transactions on*. Vol. 10, Num. 3 (2010), 783–795.
- [LRS10] LIAN Z., ROSIN P. L., SUN X. : Rectilinearity of 3D meshes. *International Journal of Computer Vision*. Vol. 89, Num. 2-3 (2010), 130–151.
- [MIK93] MINOVIC P., ISHIKAWA S., KATO K. : Symmetry identification of a 3-D object represented by octree. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*. Vol. 15, Num. 5 (1993), 507–514.
- [MPWC12] MITRA N. J., PAULY M., WAND M., CEYLAN D. : Symmetry in 3D Geometry : Extraction and Applications. In *EUROGRAPHICS State-of-the-art Report* (2012).
- [NS10] NAPOLÉON T., SAHBI H. : From 2D silhouettes to 3D object retrieval : contributions and benchmarking. *Journal on Image and Video Processing*. Vol. 2010 (2010).
- [OFCD02] OSADA R., FUNKHOUSER T., CHAZELLE B., DOBKIN D. : Shape Distributions. *ACM Trans. Graph.* Vol. 21, Num. 4 (2002), 807–832.
- [Pau89] PAUL CHEW L. : Constrained delaunay triangulations. *Algorithmica*. Vol. 4, Num. 1-4 (1989), 97–108.
- [PPPT07] PAPADAKIS P., PRATIKAKIS I., PERANTONIS S., THEOHARIS T. : Efficient 3D shape matching and retrieval using a concrete radialized spherical projection representation. *Pattern Recognition*. Vol. 40, Num. 9 (2007), 2437–2452.
- [PRMN00] PAQUET E., RIOUX M., MURCHING A., NAVEEN T. : Description of shape information for 2-D and 3-D objects. *Signal Processing : Image Communication*. Vol. 16, Num. 1-2 (septembre 2000), 103–122.
- [PSG\*06] PODOLAK J., SHILANE P., GOLOVINSKIY A., RUSINKIEWICZ S., FUNKHOUSER T. : A Planar Reflective Symmetry Transform for 3D Shapes. *ACM Transactions on Graphics (Proc. SIGGRAPH)*. Vol. 25, Num. 3 (juillet 2006).
- [Tis88] TISSERON C. : *Géométries Affine, Projective et Euclidienne*. Hermann, 1988.
- [TL06] TEDJOKUSUMO J., LEOW W. : Normalization and Alignment of 3D Objects Based on Bilateral Symmetry Planes. In *Advances in Multimedia Modeling*, Cham T.-J., Cai J., Dorai C., Rajan D., Chua T.-S., Chia L.-T., (Eds.), vol. 4351 de *Lecture Notes in Computer Science*. Springer Berlin Heidelberg, 2006, pp. 74–85.
- [Ume91] UMEYAMA S. : Least-squares estimation of transformation parameters between two point patterns. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. Vol. 13, Num. 4 (1991).
- [Vra04] VRANIĆ D. V. : 3D model retrieval. *University of Leipzig, Germany, PhD thesis* (2004).
- [ZL01] ZHANG D., LU G. : A comparative study on shape retrieval using Fourier descriptors with different shape signatures. In *Proc. of international conference on intelligent multimedia and distance education (ICIMADE01)* (2001), pp. 1–9.