

Influence de la voxelisation sur la génération de trajectoires 5 axes sans collision par champs répulsifs

Virgile Lacharnay, Sylvain Lavernhe, Christophe Tournier

▶ **To cite this version:**

Virgile Lacharnay, Sylvain Lavernhe, Christophe Tournier. Influence de la voxelisation sur la génération de trajectoires 5 axes sans collision par champs répulsifs. Machines et Usinage à Grande Vitesse 2014, Oct 2014, Clermont-Ferrand, France. hal-01096698

HAL Id: hal-01096698
https://hal.science/hal-01096698

Submitted on 18 Dec 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

INFLUENCE DE LA VOXELISATION SUR LA GÉNÉRATION DE TRAJECTOIRES 5 AXES SANS COLLISION PAR CHAMPS RÉPULSIFS

Virgile LACHARNAY
LURPA, ENS Cachan, Univ Paris-Sud, 61 avenue du Président Wilson, 94235 Cachan cedex,
virgile.lacharnay@lurpa.ens-cachan.fr
Sylvain LAVERNHE
LURPA, ENS Cachan, Univ Paris-Sud, 61 avenue du Président Wilson, 94235 Cachan cedex,
sylvain.lavernhe@lurpa.ens-cachan.fr
Christophe TOURNIER
LURPA, ENS Cachan, Univ Paris-Sud, 61 avenue du Président Wilson, 94235 Cachan cedex,
christophe.tournier@lurpa.ens-cachan.fr

Résumé : *Pour l'usinage des pièces présentant une accessibilité réduite, les collisions globales entre l'ensemble outil, porte-outil et la pièce sont un problème géométrique essentiel à valider à chaque pas de calcul des trajectoires d'usinage. Les calculs itératifs de distance mènent à une complexité très élevée, dégradant alors le temps de calcul du trajet entier. Dans le cadre de génération de trajectoire régie par un comportement dynamique, les travaux proposés analysent l'effet de la modélisation par voxels du champ d'effort répulsif assurant la non collision entre l'outil et les surfaces obstacles. L'analyse est menée au travers d'un cas type de surface complexe de type impeller. Elle permet de mettre en évidence un fort gain de temps de calcul pour un faible effet sur la trajectoire outil/pièce générée.*

Mots clés : voxel, trajectoire 5 axes, champ répulsif, collision.

Abstract: *For machining parts with reduced accessibility, global collisions between the tool, tool holder and workpiece are a crucial geometrical step to validate each computation step of the algorithms for tool path generation. The iterative calculations of distance lead to a very high complexity, degrading the computation time of the entire tool path. Within the context of tool path generation managed by a dynamic behavior, the proposed study analyzes the effect of a voxel based model for the repulsive force field providing non collision between the tool surfaces and obstacles. The analysis is performed through a case of study of an impeller like complex surface. It allows high gains of computation time versus small geometrical effects on generated tool paths.*

Keywords: voxel, 5 axis tool path, repulsive field, collision.

1 Introduction

La réalisation des pièces de formes complexes par usinage multiaxes est un processus répandu dans les domaines de l'aéronautique, de l'automobile, des moules et matrices. Parmi les difficultés technologiques à maîtriser, l'évitement de collisions entre l'ensemble outil, porte outil, broche et la pièce positionnée dans son montage d'usinage est un point d'attention particulier étant donné la variation d'orientation de l'axe de l'outil le long du trajet d'usinage. Les collisions possibles sont classées en deux catégories : des collisions locales entre outil et pièce modifiant localement la géométrie effectivement usinée, et des collisions globales pour lesquelles le porte-pièce, les surfaces non-usinées et l'ensemble de l'environnement machine sont considérés comme obstacles à éviter.

Les développements présentés dans cet article se focalisent sur la gestion des collisions globales. L'analyse des travaux issus de la littérature montre que dans le domaine de l'usinage, cette problématique est traitée la plus part du temps de façon purement géométrique et est structurée en quatre étapes : représentation de la géométrie outil, modélisation de l'environnement réel, tests de collision entre l'outil considéré et la zone extérieure à ce dernier, et enfin, si nécessaire, correction du positionnement outil par une optimisation de l'orientation de l'axe afin d'éviter réellement l'obstacle détecté. Cette démarche aboutit souvent à des trajectoires outil/pièce non fluides, présentant de fortes variations locales de l'orientation outil.

La démarche proposée s'inspire des nombreuses méthodes d'évitement d'obstacles et de génération de parcours, employées en robotique mobile [1-4]; elle consiste à calculer directement le trajet à suivre en immergeant le mobile dans un champ d'efforts dérivant d'un potentiel répulsif qui modélise les obstacles. Ce principe est utilisé dans différents domaines, surtout en robotique (mouvements robots, manipulation d'objets) [5-6], mais reste très peu appliquée à l'usinage 5 axes, pour calculer le trajet de l'outil directement hors collision [7].

1.1 Obstacles et champs répulsifs

Les surfaces considérées comme obstacles sont discrétisées ; chaque point du maillage obtenu émet un effort répulsif F_{rep} dans un voisinage. Inspirée de [1][7], l'équation (1) exprime la relation entre le champ répulsifF_{rep}, gradient du potentiel répulsifU_{rep}, $r$qui représente la distance du point de l'espace étudié au point obstacle considéré, r_0 la valeur du voisinage attaché à chaque point obstacle et u la direction de l'effort répulsif généré.

$$\underline{\boldsymbol{\mathcal{F}_{rep}}} = -\boldsymbol{\nabla}(\boldsymbol{\mathcal{U}_{rep}}) = \begin{cases} \left(\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{r}} - \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{r_0}}\right).\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{r^2}}.\underline{\boldsymbol{u}}\boldsymbol{sir} < \boldsymbol{r_0} \\ \underline{\mathbf{0}}\boldsymbol{sinon} \end{cases} \quad (1)$$

Ces efforts agissent directement sur l'outil et éventuellement sur le porte-outil. Afin d'avoir une image fidèle des géométries pouvant rentrer en collision, l'outil et le porte outil sont également modélisées par un maillage. Les champs d'efforts répulsifs s'appliquent donc sur un ensemble de nœuds évoluant dans l'espace de la pièce.

1.2 Equation dynamique et génération de trajectoire

Pour un usinage avec outil hémisphérique, le pilotage du centre sphère permet d'assurer les non collisions locales au niveau de la partie coupante, quelle que soit l'orientation de l'axe outil. Ainsi, dans la démarche proposée, le centre sphère respecte la trajectoire programmée, seule l'orientation de l'axe est alors modifiée par les champs répulsifs. Le retour en orientation programmée est assuré par un moment de rappel de type ressort amortisseur. La résolution du principe fondamental de la dynamique appliqué à l'outil dans le repère local de

la trajectoire permet de déterminer l'orientation d'équilibre assurant non collision avec l'environnement (figure 1).

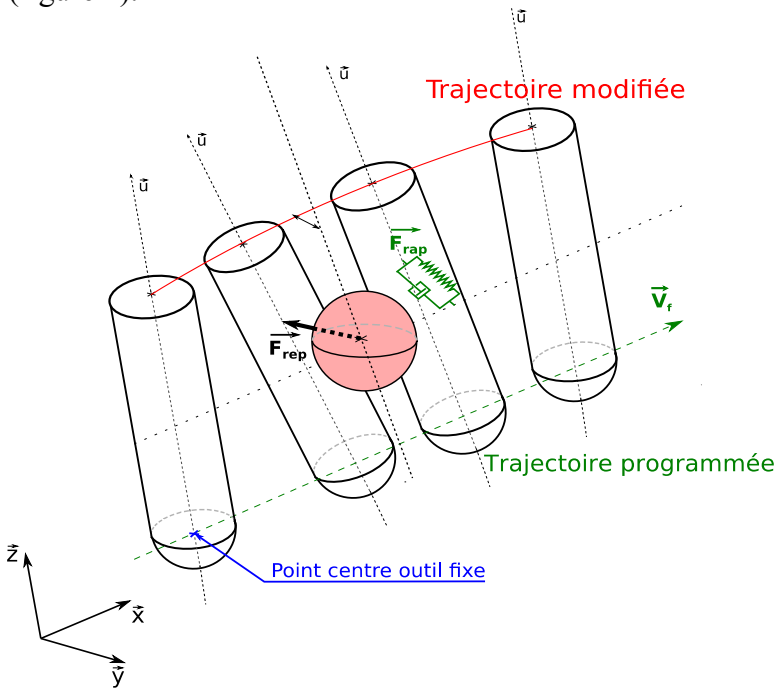


Fig. 1 : Déformation de l'orientation issue du PFD appliqué à l'outil.

1.3 Problématique

Pour déterminer les efforts agissant sur chaque point du maillage outil, il est nécessaire d'évaluer les distances de chaque point outil, à chaque point obstacle, et ce, pour chaque pas de calcul de trajectoire. Le nombre de calculs nécessaire est directement lié à la taille de modélisation de chaque élément, menant à une complexité très élevée :

$$\text{Complexité}_{\text{calcul direct}} = \text{X.N.P} \quad (2)$$

où X est le nombre d'itérations de calcul pour parcourir la trajectoire, N le nombre de nœuds du maillage outil et P le nombre de points obstacles.Ainsi, la génération de trajets long sur les pièces complexes usinées en bout d'outil requiert un nombre de calcul très élevé, impactant directement le temps de calcul nécessaire ou la capacité du calculateur.

Dans cet article, on se propose d'étudier l'effet d'un partitionnement de l'espace en voxels pour représenter le champ d'efforts répulsifs, puis l'utilisation de l'interpolation de cette discrétisation pour évaluer les efforts répulsifs auxquels sont soumis chaque nœud du maillage outil et porte-outil.

2 Voxelisation de l'espace pour l'évaluation du champ d'effort

Pour illustrer les propos, le cas test suivant, géométrie de type rouet, sera le support des calcul : la figure 2 présente la pièce test dans son ensemble à gauche et la zone étudiée à droite. Elle est constituée de deux surfaces obstacles, les deux parois de la veine, ainsi qu'un fond, surface guide de la trajectoire.

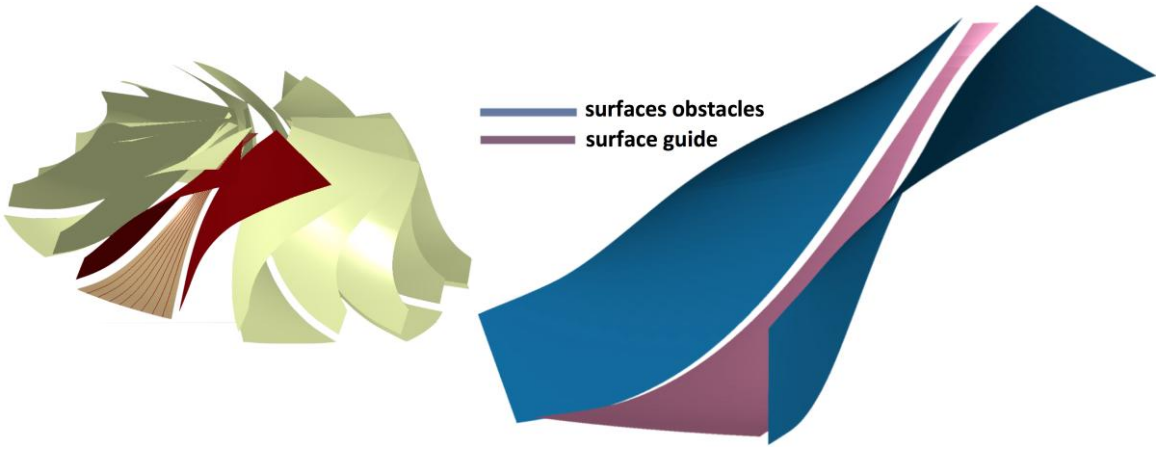


Fig. 2 : Pièce test de type rouet et détail des surfaces pour la veine étudiée

2.1 Principes et paramètres de voxelisation

La voxelisation consiste à partitionner un espace continu afin de représenter diverses caractéristiques de chaque sous volume ainsi créé. Cette démarche souvent utilisée en numérisation pour représenter les volumes des pièces [8], permet ainsi de regrouper avec différents niveaux de raffinement les points extraits. Ainsi, il est possible de représenter par les jeux de couleurs, les propriétés du nuage de points acquis. Les voxels sont la plupart du temps de forme cubique et possèdent tous la même géométrie (taille).Quelques travaux autour de l'usinage proposent une telle modélisation pour représenter les surfaces obstacles [6][9-11]. Les octrees, autre méthode de partitionnement de l'espace, sont une généralisation des voxels à des tailles variables, que l'on peut ainsi faire varier en fonctions des caractéristiques étudiées [12].

Pour une opération d'usinage considérée, le volume de la pièce à partitionner doit englober l'espace dans lequel peut évoluer l'outil sans être en collision. En première approche, il est possible de définir un parallélépipède rectangle, de taille multiple de la taille du voxel, englobant toutes les surfaces ainsi que l'espace atteignable par l'outil dont le point de contact évolue sur la surface guide. La figure 3 de gauche représente cette démarche avec des voxels de taille importante (10mm) pour avoir une lisibilité suffisante : un volume excessif est partitionné, car nombre d'entre eux sont situés à l'« intérieur » de la pièce, c'est à dire en zone de collision.

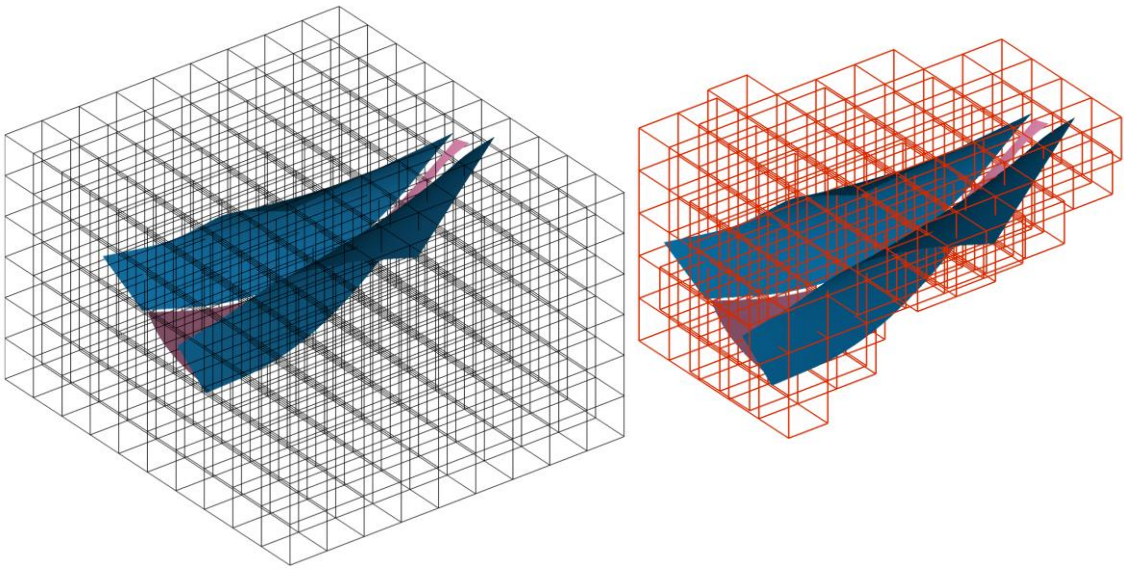


Fig. 3 : Partitionnement de l'espace: espace total (gauche) et voxels conservés (droite)

Pour réduire la quantité de calcul, il est possible d'évaluer la disposition du voxel vis à vis des surfaces obstacles. Un test sur le signe des produits scalaires entre les normales extérieur matièredes points sur les surfaces obstacles les plus proches et les coins des voxels permets de détecter ceux qui sont uniquement dans la zone accessible de l'outil (hors collision) ou à cheval sur une partie d'espace en collision et l'autre non. Ainsi l'évaluation de l'effort répulsif pourra être limitée à ces voxels identifiés (voxels en rouge sur la figure 3 droite). De plus, il est possible de limiter l'évaluation de l'effort répulsif dans les voxels qui se retrouvent dans le volume atteignable par l'outil, mais à l'intérieur ou à cheval sur le voisinage (paramètre r_0 de l'eq. (1)). En effet, en dehors du voisinage l'effort répulsif sera nul, ainsi par initialisation à zéro de la fonction d'effort répulsif ce volume ne nécessitera pas d'évaluation particulière.

2.2 Complexité réduite du champ d'effort voxélisé

Ainsi pour une trajectoire possédant X itérations ou positionnements outils, il est nécessaire pour chacun de ces positionnements d'évaluer l'effort répulsif à chaque nœud du maillage outil N, en se basant sur le voxel englobant. Le nombre d'itérations est alors d'ordre de grandeur (X.N.1). A ce calcul il faut ajouter les l'évaluation de l'effort répulsif en chaque coin de voxel qui dépend alors de la taille de l'espace et de la taille des voxels. Etant donnée une voxélisation, avec $L_1L_2L_3$ les dimensions du parallélépipède englobant la zone d'évolution de l'outil et L_v la dimension caractéristique des voxels.Un majorant du nombre de voxels à considérer permet d'évaluer l'ordre de grandeur de la complexité : $P.(L_1L_2L_3)/(L_V{}^3)$. La complexité du calcul de la trajectoire vis à vis de l'effort répulsif s'écrit alors sous la forme (eq. (3)) :

$$\text{Complexité}_{\text{calcul voxels}} = \text{X. N. 1} + \text{P.}\left(\frac{L_1.L_2L_3}{Lv^3}\right) \tag{3}$$

Si le problème est de taille suffisante il est alors intéressant d'un point de vue quantité de calculs à effectuer de se baser sur une modélisation du champ d'effort répulsif par voxels plutôt que de l'évaluer de manière systématique par un calcul de distances vis à vis des noeuds des surfaces obstacles. Avec la formulation proposée, le gain en calcul sera effectif dès que la taille de la trajectoire (i.e. le nombre de positionnements outils X) vérifiera le critère :

$$X > \frac{P}{P-1}.\frac{1}{N}.\frac{L_1.L_2L_3}{Lv^3} \tag{4}$$

2.3 Gain de performances

Pour illustrer le gain de temps de calcul, il est possible de comparer le temps nécessaire à la génération de trajectoires pour une même trajectoire, en passant soit par la méthode de calcul directe de l'effort répulsif par les distances, soit par la voxélisation de l'espace. La trajectoire est constituée de 7 passes, pour une longueur totale de trajectoire d'environ 500 mm. Les calculs sont effectués avec Matlab® avec un ordinateur INTEL Xeon® CPU-ES 1620 @ 3.6 GHz. Le volume voxélisé est de taille 660 cm^3 par des voxels de différentes tailles. Le maillage outil comporte 500 nœuds, celui des surfaces obstacle en totalise 5100 environ.Le tableau (1) met en évidence un gain de temps d'un facteur 3 à 30.

	Méthode de calcul direct	Méthode de calcul par les voxels

Durée de calcul de l'effort sur le partitionnement (nœuds des voxels)	néant	voxels 2mm $121x10^3$nœuds 32 sec.	voxels 1mm $784x10^3$nœuds 138 sec.	voxels 0.5mm $5389x10^3$nœuds 971 sec.
Durée de calcul des positionnements outils	3396 sec.	56 sec.		
Temps total	3396 sec.	88 sec.	194 sec.	1027 sec.

Tab. 1 : Comparaison des temps de génération des trajectoires entre calcul direct et calcul par voxels de l'effort répulsif.

Cette méthode permet alors une générationplus rapide des trajectoires. Ce gain sera d'autant plus intéressant que le trajet sera long, ce qui est le cas pour la pièce test, ou les pièces usinées en bout d'outil sur des formes complexes : le balayage de la surface requiert un nombre de passes élevées, qui seront d'autant plus serrées que le critère de hauteur de crête transversale sera faible.

Il est cependant nécessaire de vérifier si les approximations réalisées par l'interpolation sur les voxels ne génèrent pas d'effet sur l'effort et donc l'orientation outil résultante.

3Influence de la voxelisation sur la génération de trajectoire

Afin d'analyser l'influence de l'approximation induite par la modélisation du champ d'effort répulsif par des voxels, deux cas d'étude sont proposés. Etant donné la forme de l'effort en inverse de la distance aux surfaces de collision, les niveau et gradient d'effort peuvent être très différents. A la limite du voisinage, le niveau sera quasi constant et très faible alors que près des surfaces obstacles, les niveaux et variations sont très élevées. La figure (4) présente deux droites de l'espace de la pièce orientées différemment par rapport aux surfaces obstacles : le cas de droite, cas (a), présente une droite globalement alignée avec l'axe de la veine définie par les parois ; à l'opposé, le cas de gauche, cas (b), la droite est perpendiculaire aux surfaces obstacles. Dans le cas (a), les niveaux d'efforts seront à faible évolution, tandis que dans le cas (b), les niveaux présentent de forts gradients.



Fig. 4 : Droite alignée dans la veine (cas (a) gauche) et perpendiculaire aux surfaces (cas (b) droite)

3.1Analyse de l'erreur sur l'effort répulsif

En discrétisant cette droite sur la zone où évoluerait l'outil, il est possible de comparer les sollicitations d'effort répulsif auquel seraient potentiellement soumis les nœuds de son maillage. La figure (5) permet d'analyser, pour chacun des cas tests (a) et (b), l'influence de la

voxélisation sur l'effort répulsif pour différentes tailles de voxels.Ces droites d'étude sont choisies pour passer par les coins des voxels, de différentes tailles. Ainsi, sur les sommets des voxels, les valeurs d'effort sont exactement celles de la modélisation continue du champ d'effort (méthode directe), alors qu'à l'intérieur des voxels, les valeurs seront données par l'interpolation des valeurs sur les sommets. Les trois courbes bleues, vertes et noires représentent respectivement une modélisation par voxels de taille 2, 1 et 0.5mm.

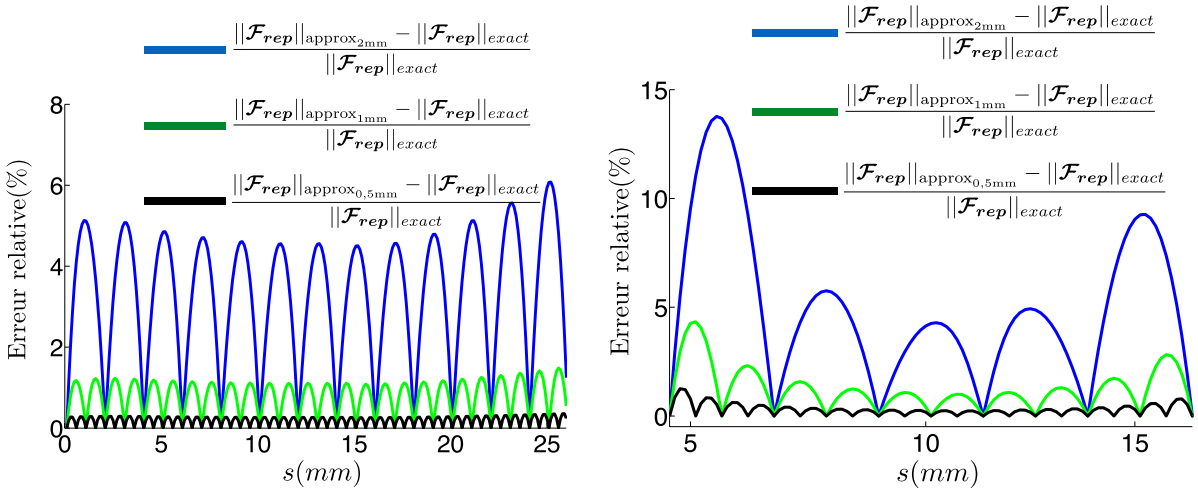


Fig. 5 : Droite alignée dans la veine (cas (a) gauche) et perpendiculaire aux surfaces (cas (b) droite)

Pour le cas (a), ou la droite suit la direction principale de la veine, l'erreur relative est constante par taille de voxels. Elle atteint 6% pour une taille de 2mm et est réduite à 0.5% pour un voxel de 0.5mm de côté. Dans le cas (b), nous pouvons constater que l'erreur relative augmente avec pour des niveaux importants d'efforts et peut doubler près des surfaces obstacles. Les erreurs relatives atteignent donc 15%, 5% et 1% pour des voxels de 2, 1 et 0.5mm.

Les calculs avec la représentation du champ d'effort par voxels sont effectués par interpolation linéaire sur les sommets. Il est possible d'accroitre la qualité de ces résultats en utilisant une interpolation cubique, sans augmenter de manière significative les temps de calcul. Cependant, l'interpolation cubique requiert d'avoir 3 voxels autour du point considéré pour effectuer le calcul. Ce cas peut poser des problèmes lorsque le maillage outil se situe très près de la surface. La taille de voxels nécessaire pour conserver 3 voxels entre la surface obstacle et le nœud de l'outil diminue alors très rapidement, augmentant de manière significative le temps de calcul pour le partitionnement (tableau (1)).

3.2 Analyse de l'erreur sur le trajet généré

Après avoir analysé l'effet de la voxélisation sur les efforts s'exerçant sur l'outil, il est intéressant de regarder l'influence directement sur la trajectoire obtenue. Comme le point C_L est guidé par une courbe isoparamétrique posée sur la surface offset de la surface guide de la veine, ilest uniquement nécessaire de comparer l'orientation de l'axe de l'outil. Les courbes de la figure (6) comparent les évolutions des angles d'inclinaison latérale (theta_f) obtenues par la résolution du PFD en utilisant l'évaluation des efforts répulsifs directe ou par voxels.

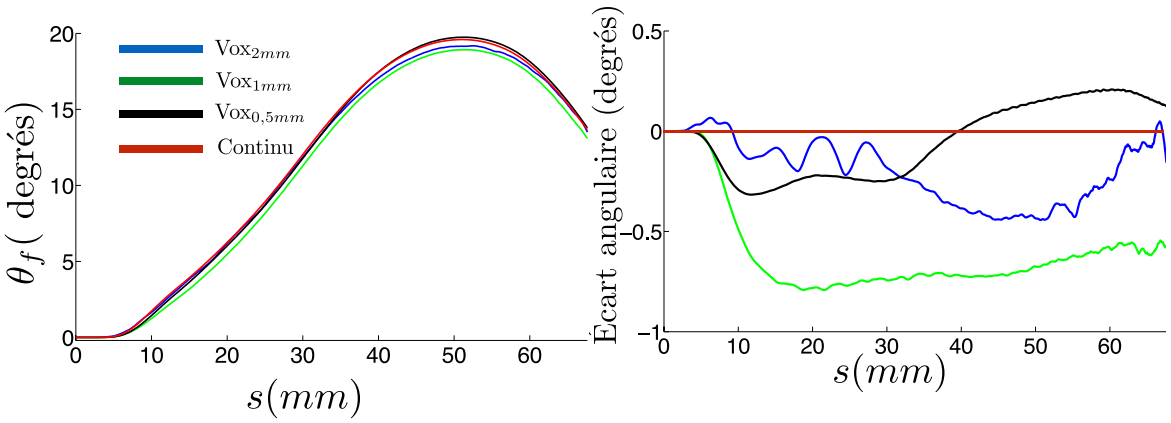


Fig. 6 : Influence de la voxélisation sur l'orientation outil

Avec l'utilisation des voxels, les sollicitations en effort perçues par l'outil le long de la trajectoire sont différentes du fait de la causalité liée au PDF. Ainsi, les trajectoires outils sont automatiquement différentes. La figure (6) permet de montrer la faible sensibilité de l'orientation outil par rapport à modélisation du champ d'effort. En effet, les évolutions de l'orientation de l'axe de l'outil sont qualitativement très proches. Les trajectoires outil/pièce (une passe est illustrée en figure (7)) résultantes sont donc très similaires.

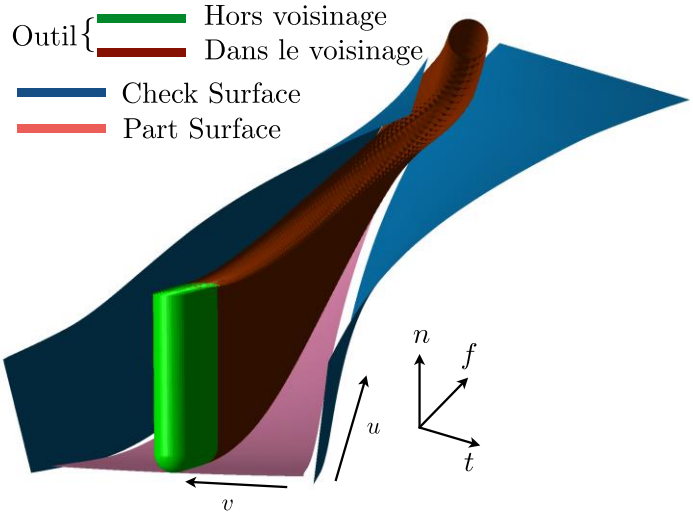


Fig. 7 : *Exemple* de trajectoire outil/pièce calculée

On peut cependant remarquer sur la figure (6) de droite que les voxels, si ils sont pris avec une taille trop importante, introduisent une oscillation de l'axe outil (courbe bleue sur l'écart d'angle) qui pourrait s'avérer néfaste pour le suivi de trajectoire effectif sur machine. Pour évaluer les effets cinématiques, il sera alors nécessaire d'intégrer l'architecture et performances de la machine, ainsi que le posage de la pièce.

3.3 Synthèse des effets de la voxélisation sur le trajet généré

Le tableau (2) regroupe les modifications sur la géométrie 5 axes de trajet (orientation de l'axe outil seulement) causées par le partitionnement de l'espace (méthode de calcul par les voxels), vis à vis du trajet 5 axes obtenu avec un calcul exact de l'effort répulsif (méthode de calcul direct). Bien que les valeurs varient légèrement d'une passe à l'autre sur l'impeller, la configuration typique donnée par la passe centrale de la veine est représentative de ce type d'usinage.

	Méthode de calcul par les voxels comparée au calcul direct		
Taille des voxels	2mm	1mm	0.5mm
Variation relative du niveau de l'effort agissant sur l'outil	jusqu'à 15%	jusqu'à 5%	jusqu'à 1%
Différence d'inclinaison outil sur la trajectoire obtenue	jusqu'à 0.7°	jusqu'à 0.5°	jusqu'à 0.3°

Tab. 2 : Comparaison des effets de la taille de voxels sur la géométrie 5 axes de la trajectoire obtenue.

Il est important de noter que, de part le principe même du PFDet de la discrétisation des surfaces obstacles et outils, la méthode de calcul direct avec évaluation exacte des efforts agissant sur l'outil génère des trajectoires pouvant présenter de faibles oscillations. En effet, le paramètre de discrétisation des surfaces est un facteur supplémentaire influant le « lissage » en orientation obtenu sur la trajectoire. Choisi suffisamment élevé pour l'étude présentée ici, il ne perturbe donc que très peu la qualité du trajet obtenu (ordre de grandeur de 0.01°).

On retiendra donc que, pour une taille de voxels relativement grande (2mm), même si la sollicitation dynamique sur l'outil est non négligeable (15%), elle n'a que peu d'effet sur les angles d'inclinaison de l'outil (moins de 1°).Dans un contexte de finition en bout d'outil hémisphérique, cet écart est négligeable.

Il reste à mettre cette amplitude et la fréquence à laquelle est intervient sur la trajectoire en regards avec les capacités cinématique du centre d'usinage utilisé pour détecter un éventuel effet de ralentissement de la vitesse d'avance réelle lors de l'exécution.

Conclusion

Les travaux présentés dans cet article traitent de la génération de trajectoires, régies par le principe fondamental de la dynamique, pour éviter les collisions sur des surfaces obstacles. La prise en compte d'une géométrie réaliste pour l'ensemble porte-outil, représentée par un maillage, engendre une explosion combinatoire en terme de calcul de distance aux obstacles. L'étude développée caractérise l'influence de la modélisation d'un champ d'effort basée sur un partitionnement de l'espace (voxels). D'un point de vue temps de calcul, les essais montrent qu'une telle approche est très intéressante : les configurations testées réduisent le temps un facteur 3 à 30. Ceci est d'autant plus intéressant que les nœuds de discrétisation des surfaces obstacles et outil-porte outil sont élevés. D'un point de vue géométrique, les orientations axe outil des trajectoires générées sont proches des orientations initialement obtenues ; la voxélisation a donc peu d'effet sur les trajets calculés par l'équilibre dynamique. Cependant, des investigations plus poussées doivent être menées notamment d'un point de vue cinématique pour assurer que les faibles oscillations qui apparaissent n'ont pas d'effet sur l'avance réelle en usinage.

Références

[1] O. KHATIB, 1986,*Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots*. International Journal of RoboticResearch, N°5(1), p. 90-98.

[2] Y. KOREN, J. BORENSTEIN, 1991, *Potential field methods and their inherent limitations for mobile robot navigation*, IEEE Transaction on robotics and automation, p. 1398-1404.

[3] S. GE, Y. CUI, 2000, *New potential functions for mobile robot path planning*, IEEE Transaction on robotics and automation, N°16(5), p. 615-620.

[4] R. ABIYEV, D. IBRAHIM, B. ERIN, 2010, *Navigation of mobile robots in the presence of obstacles*, Advances in engineering software, N°41, p. 1179-1186.

[5] P. SONG, R. KUMAR, 2002, A potential field based approach to multi-robot manipulation, IEEE International Conference on Robotics and Automation, N°2, p. 1217-1222.

[6] N. ASAKAWA, Y. KANJO, 2013,*Collision avoidance of a welding robot for a large structure*. International Journal of Automation Technology, N°7(2), p. 190-195.

[7] I. CHO, K. LEE, J. KIM, 1997, *Generation of collision-free cutter location data in fixe axis-milling using the potential energy method*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, N°13(8), p. 523-529.

[8] A. KAUFAMN, D. COHEN, R. YAGEL, 1993, *Volume Graphics*,IEEE Computer, N°6(7), p. 51-64.

[9] D. JANG, K. KIM, J. JUNG,2000,*Voxel-based virtual multi-axis machining*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, N°16(10), p. 709-713.

[10] S. DING, M. MANNAN, A. POO,2004,*Oriented bounding box and octree based global interference detection in 5-axis machining of free-form surfaces*, Computer-Aided Design, N°36(13) p. 1281-1294.

[11] J. TARBUTTON, T.KURFESS, T. TUCKER, D. KONOBRYTSKYI, 2013, *Gouge-free voxel-based machining for parallel processors*, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, N°69 (9-12), p.1941-1953.

[12] D. MEAGHER, 1982, *Geometric modeling using octree encoding*, Computer Graphics and Image Processing, N°19 (2), p. 129-147.