L'enseignement des fractions en France et en Nouvelle-Zélande

Caroline Poisard, Bill Barton

CAROLINE POISARD ET BILL BARTON

L'ENSEIGNEMENT DES FRACTIONS EN FRANCE ET EN NOUVELLE-ZÉLANDE

Abstract: It might be expected that teaching fractions and decimals in English-speaking countries and in French-speaking countries would be closely similar. This study argues that this is not the case. The most obvious difference concerns mixed numbers, which are neither used nor taught anymore in France. Reasons for these differences seem to be more socio-political than mathematical. We examine the history of fractions and discuss issues of notation. The history of the decimalisation of weights and measures is also relevant. Decimalisation originated in France at the end of the 18^{th} century and today is still not fully adopted in Anglo-Saxon countries. Using a decimal system for weights and measures makes mixed numbers a mathematical oddity. The mathematical differences, evident in the two groups of countries, are reflected in the everyday language used for numbers and measurement. In English, mixed numbers are expressed as numbers, but in French the whole and fractional parts are separated. The comparison of the French and the New Zealand curricula reveals that in France fractions are taught after decimals, which is the opposite in New Zealand. This difference of order of presentation in the mathematics curricula influences students' conceptions of number and the errors they are prone to make.

Ce travail examine les connaissances mathématiques utilisées dans la vie courante et enseignées à l'école en Nouvelle-Zélande et en France en particulier concernant les fractions. Dans les pays anglo-saxons, les fractions sont abondamment utilisées, et les *nombres mixtes* du type 3 ½ pour 3,5 sont encore manipulés. Alors qu'en France, pionnière en matière de décimalisation, les écritures décimales sont utilisées beaucoup plus volontiers. Ceci révèle une culture mathématique différente qui aboutit à l'utilisation de notations mathématiques différentes, aussi bien dans la vie quotidienne que dans les programmes scolaires. Afin de situer notre propos, nous développons tout d'abord certains aspects historiques concernant les fractions et les nombres décimaux. Nous examinons ensuite les différences entre la culture anglo-saxonne et française : d'une part en étudiant les aspects culturels et langagiers des fractions puis d'autre part en considérant les aspects didactiques de cette notion. Cette étude montre que si *a priori* les similitudes sont nombreuses entre l'enseignement de fractions en France et en Nouvelle-Zélande, il existe des points divergents, en particulier la programmation des instructions officielles.

1. ASPECTS HISTORIQUES CONCERNANT LES FRACTIONS ET LES DÉCIMAUX

1.1 Une histoire des fractions

Historiquement, le concept de *fraction unitaire* c'est-à-dire une partie d'un tout est connu depuis l'Égypte. Ces fractions de la forme $\frac{1}{n}$ ont été les principales en usage jusqu'au 13[ème] siècle, à l'exception de $\frac{2}{3}$. Après le 13[ème] siècle, le concept de fraction comme quotient de deux entiers commencent à apparaître avec l'ouvrage de Léonard de Pise : *Liber Abaci* (Cajori, 1922). En effet, le concept de fraction comme la combinaison d'un numérateur et d'un dénominateur est compliqué (Karpinski, 1965). Par exemple *un tiers* représente un morceau de quelque chose coupé en trois, *deux tiers* représente deux morceaux de quelque chose coupé en trois, *trois tiers* représente trois morceaux de quelque chose coupé en trois, ce qui forme un tout. Ensuite, qu'est-ce que $\frac{4}{3}$? Dans le langage courant une fraction est une petite partie d'un tout c'est-à-dire plus petite que le tout. La fraction $\frac{4}{3}$ se comprend comme

Bloch I. et Conne F. (eds.), *Actes de la XIVème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques*, pp. 1 – 8. © 2008 – La Pensée Sauvage – Editions.

la somme de $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$ mais il n'est pas naturel de dire que le résultat de cette adition est une fraction. La fraction $\frac{4}{3}$ n'est pas la fraction d'un seul objet mais c'est la combinaison de deux objets.

Regardons maintenant comment les fractions ont été notées au cours des temps (Cajori, 1922, Karpinski, 1965). Tout d'abord les Hindous et les Arabes notaient les fractions sans utiliser la barre horizontale : $\begin{matrix}2\\3\end{matrix}$ pour $\frac{2}{3}$. Les Hindous manipulaient les nombres mixtes et notaient $\begin{matrix}8\\1\\3\end{matrix}$ pour 8 ⅓. En Europe, c'est Léonard de Pise qui encourage une nouvelle notation des fractions avec une barre horizontale pour éviter des confusions. Ensuite, le 15$^{\text{ème}}$ siècle voit l'essor de l'imprimerie en Europe et pour des raisons pratiques, la barre horizontale devient une barre oblique (Smith, 1925). En effet, la notation avec une barre horizontale $\frac{13}{17}$ nécessite deux lignes d'impression alors que la notation avec une barre oblique 13 / 17 s'écrit sur la même ligne que le texte. D'ailleurs ce genre de problème d'impression a persisté avec les machines à écrire et encore aujourd'hui avec les ordinateurs. Actuellement, il semble que le contexte d'utilisation détermine le type de notation. La notation avec la barre oblique est utilisée essentiellement pour noter des fractions numériques. Pour des expressions mathématiques plus complexes, on utilise la barre de fraction horizontale : $\frac{5\xi^2-3}{\xi+1}$ alors que l'expression $(5x^2\text{-}3)/(x+1)$ ne se rencontre pas. Une notation mathématique doit être facilement manipulable pour simplifier les calculs et éviter des erreurs. Le choix de notations mathématiques a été primordial dans l'histoire des mathématiques, étudions l'exemple de la notation des nombres décimaux.

En 1585, Simon Stévin publie *La Disme*, et apporte une étude théorique complète des fractions décimales ainsi qu'une notation des nombres décimaux qui permet de se libérer de l'écriture fractionnaire. Pour le nombre 5,237 (ou 5.237), la notation en usage au 16$^{\text{ème}}$ siècle était $5\frac{237}{1000}$ et Stévin propose la nouvelle notation 5⓪ 2① 3② 7③. Cette notation est pleine de sémioticité quant à la position des chiffres dans un nombre. L'écriture actuelle 5,237 signifie $5\times10^0+2\times10^{-1}+3\times10^{-2}+7\times10^{-3}$ et avec l'écriture de Stévin, le nombre entouré signifie le rang du chiffre qui le précède. La notation de Stévin a été une notation intermédiaire, plus facile à manipuler que les écritures fractionnaires mais qui n'est pas assez économique pour la manipulation. C'est bien la notation actuelle 5,237 (utilisée depuis le 17$^{\text{ème}}$ siècle) qui est la plus pertinente dans l'usage c'est-à-dire pour effectuer des opérations écrites. On peut d'ailleurs qualifier la notation de Stévin de didactique (Poisard, 2005) car elle permet de donner du sens à la notation actuelle des décimaux. D'autre part, dans cet ouvrage Stévin propose d'utiliser un seul système de poids et mesures qui soit décimal : c'est ce qui adviendra quelques siècles plus tard avec le système métrique. Comme nous allons le voir, l'utilisation des nombres décimaux est très liée à l'usage du système métrique.

1.2 Sur la décimalisation

L'histoire de la décimalisation permet d'expliquer pourquoi la notation décimale est plus utilisée en France que dans les pays anglo-saxons. Le système métrique a été créé en France à la fin du 18$^{\text{ème}}$ siècle dans le but d'harmoniser les systèmes de poids et mesures qui à l'époque comptaient plus de 250 000 systèmes différents selon les villes françaises (Alder, 2002). En 1791, la première définition du mètre est donnée comme dix millionièmes d'un quart de méridien terrestre. Deux équipes de scientifiques (dirigées par Méchain et Delambre) partent alors mesurer par triangulation le méridien entre Dunkerque et Barcelone. En 1799 et après sept années de mesures, l'étalon mètre est fabriqué à Paris. Pendant l'épopée de la mesure du mètre, la loi de 1795 avait introduit le système métrique décimal pour les poids, les mesures et la monnaie. Mais dans les faits, l'harmonisation est délicate et connaîtra des retours en arrière. Il faudra attendre la loi de 1840, qui ne reconnaît qu'un seul système et interdit tout autre usage d'unités, pour que le système métrique s'impose en France. Rapidement ensuite l'internationalisation du système métrique s'organise afin de faciliter le commerce entre les pays. Entre autres, le système métrique est rendu obligatoire en 1816 en Hollande et en 1849 en Espagne. En 1875, la *Convention du Mètre* est signée par 17 pays et le *Bureau International des Poids et Mesures* est créé. En 1960, le système international (SI) est créé et définit sept unités de base : mètre, kilogramme, seconde, ampère, Kelvin, Mole et Candela. En 2007, la *Convention du Mètre* compte 51 pays signataires dont les USA depuis 1878, le Royaume-Uni depuis 1884 et la Nouvelle-Zélande depuis 1991. (Février, 2006, & site internet du BIPM). Mais qu'en est-il aujourd'hui de l'usage effectif du système métrique dans les pays anglo-saxons ?

De nos jours, au Royaume-Uni et aux USA, le système décimal et le système impérial se côtoient. Contrairement à la France, l'usage du système métrique n'y a jamais été rendu obligatoire. Il existe des associations qui militent pour et d'autres contre la décimalisation dans ces deux pays. Dans la vie quotidienne, la taille des gens se mesure en pouces (inches, in ou '') et pieds (feet, ft) et sur la route, les distances se comptent en miles (mi), on a les correspondances suivantes :

1 ft = 12 in = $^1\!/_3$ yd (yd : yard)

1 mi = $^1\!/_3$ league = 8 furlong

1 rod = 5 ½ yd = $^1\!/_{40}$ furlong

On comprend bien ici que l'utilisation de mesures impériales qui sont des mesures non décimales nécessite l'usage des fractions et des nombres mixtes pour les conversions. Par contre le système métrique est enseigné à l'école et est utilisé par les physiciens, les ingénieurs, les architectes, etc. Aux USA et au Royaume-Uni, il coexiste donc deux discours : le système impérial dans la vie quotidienne et le système métrique pour un usage scientifique. En revanche, des pays comme le Canada, l'Afrique du Sud, l'Australie, la Nouvelle-Zélande ont achevé leur décimalisation avec succès il y a quelques années. En Irlande, la décimalisation est en cours et depuis 2005 les signes routiers et les compteurs automobiles sont devenus métriques et affichent aussi des kilomètres.

Finalement, quel est l'intérêt de n'utiliser qu'un seul système de mesure c'est-à-dire le système métrique devenu international ? Pour répondre à cette question, il suffit de montrer le problème que peut entraîner l'usage de différents systèmes de mesure. En 1999, la NASA lance une sonde sur Mars qui dévie sa trajectoire de 100 km et percute la planète. La perte de cette sonde a coûté 125 millions de dollars américains à la NASA (Alder, 2002). Comment expliquer cette erreur de 100 km ? Les différentes équipes américaines qui ont travaillé sur le projet ont échangé leurs données mais ces équipes n'avaient pas travaillé avec les mêmes unités : impériales pour certaines et métriques pour d'autres.

2. ASPECTS LANGAGIERS ET CULTURELS CONCERNANT LES FRACTIONS

2.1 Qu'est ce qu'un « mixed number » ?

Une des premiers points que nous avons soulevés concerne la traduction du mot *mixed number* en français. Quel est l'équivalent en français ? Nous avons choisi la traduction *nombre mixte*. En 1784, dans l'Encyclopédie d'Alembert donne la définition d'un nombre mixte :

> « Le *nombre rationnel mixte*, est celui qui est composé d'un *nombre entier* & d'un *nombre rompu*, ou de l'unité et d'une fraction. » (D'Alembert, 1784, Tome 2, p.465).

D'Alembert définit aussi une fraction comme « la partie d'un tout » (D'Alembert, 1784, Tome 2, p.100) et plus précisément, une fraction ou *nombre fractionnaire* est une collection de fractions unitaires. Les nombres mixtes apparaissent comme le résultat d'une division, par exemple 50 divisé par 3 donne $16\ \frac{2}{3}$. Ainsi le résultat peut être donné sans recours à une retenue. À la place d'écrire 50=16×3+2, on écrira $50 \div 3 = 16\ \frac{2}{3}$. Dans le Tome 1, p.484, on trouve la définition d'une fraction décimale avec la notation à virgule pour distinguer partie entière et partie décimale.

Au Québec de nos jours, les nombres mixtes sont encore utilisés et enseignés à l'école (Figure 1). Ils s'appellent *nombres fractionnaires*, alors que dans les programmes français actuels, on trouve la dénomination de nombre fractionnaire qui signifie fraction. Afin d'éviter toute ambiguïté, nous avons choisi d'utiliser l'expression *nombre mixte* comme le faisait d'Alembert.

Exemples (pour le calcul mental ou écrit) :

$$15 \times 102 = 15(100 + 2) = 15 \times 100 + 15 \times 2 = 1\,500 + 30 = 1\,530$$

$$2\frac{1}{4} \times 3\frac{1}{2} = 2 \times 3 + 2 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \times 3 + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = 6 + 1 + \frac{3}{4} + \frac{1}{8} = 7\frac{7}{8}$$

$$3{,}5 \times 6 - 3{,}5 \times 4 = 3{,}5(6 - 4) = 7$$

Figure 1 : Extrait du programme de formation de l'école québécoise, p.251. (Éducation secondaire, premier cycle. Ministère québécois de l'Éducation. 2001)

2.2 Nommer et noter les fractions

Au 16ème siècle, les fractions étaient nommées de la même manière en français et en anglais : *nombre rompu* et « *broken number* » ce qui correspond à une traduction littérale.

Aujourd'hui, dans les manuels anglo-saxons, on trouve le terme de « *improper fraction* » (fraction impropre) qui caractérise des fractions dont le numérateur est supérieur au dénominateur. Une fraction du type $7/_3$ est une fraction impropre qui peut s'écrire sous la forme d'un nombre mixte : $2\ ^1/_3$. On dit alors que ces deux fractions sont équivalentes (« *equivalent fraction* »). Il existe donc une dénomination spécifique pour les fractions supérieures à 1.

Si l'on étudie des ouvrages français, on s'aperçoit que le terme nombre mixte a disparu progressivement depuis le 19ème siècle. Dans l'Encyclopédie, des fractions avec un numérateur supérieur au dénominateur sont employées, mais le terme de *fraction impropre* n'est pas mentionné. Actuellement, cette notion n'est pas enseignée en France. Une fraction est enseignée au collège comme le rapport de deux nombres entiers quelconques, sans distinction entre une fraction inférieure ou supérieure 1. Il semble qu'en France, depuis l'ouvrage d'Édouard Lucas sur la théorie des nombres (1891), une fraction s'exprime comme un nombre $\frac{p}{q}$ sans référence aux parties de l'unité.

Il existe donc des différences de vocabulaire et de notation pour nommer les fractions dans la culture française et la culture anglo-saxonne. Une des conséquences de ces différences s'exprime dans la manière de représenter la taille d'une fraction. Prenons l'exemple de la fraction $\frac{5}{2}$. Comment avoir une meilleure idée de la taille de cette fraction ? Que représente

$\frac{5}{2}$? Une personne de culture anglo-saxonne utiliserait la notation 2 ½ pour se représenter $\frac{5}{2}$ alors qu'en France (et dans la plupart des autres pays) une personne se référerait à la notation décimale à virgule 2,5[1].

2.3 Des différences culturelles : l'exemple des recettes de cuisine

Prenons l'exemple des recettes de cuisine. En Nouvelle-Zélande même si la décimalisation est accomplie depuis plusieurs années, les recettes ne mentionnent pas d'unités décimales (kg, L, etc.). Les recettes utilisent des mesures non décimales : tasses, petites cuillères, etc. (cups, teaspoons, etc.) ce qui entraîne l'utilisation des nombres mixtes. Knuth, l'inventeur du langage Latex s'est intéressé à cette question. La notation du type « 1 ½ teaspoons » nécessite une notation particulière pour être lue harmonieusement (Figure 2). Il existe donc une commande Latex pour écrire les nombres mixtes (Knuth, 1985).

Christmas Stollen

1 pint milk, scalded and cooled	1/2 teaspoon nutmeg
1 ounce compressed or dry yeast	1 1/2 teaspoons salt
1 cup butter	8 cups flour
1 cup sugar	1 pound mixed candied fruit
4 eggs	3/4 pound candied cherries
grated rind of 1 lemon	1 cup nuts

Figure 2 : Typographie anglo-saxonne des fractions pour une recette de cuisine (Knuth, 1985, p.36)

2.3 Quelques curiosités langagières

Ce paragraphe est l'occasion d'expliquer la question à l'origine de ce travail : Comment traduire l'expression anglaise « two and a half apples » en français ? La traduction française est « deux pommes et demies » la traduction littérale est « deux et une demie pommes ». Ainsi en langue anglaise, la partie entière et la partie décimale son accolées avant l'unité, comme c'est le cas pour la notation « 2 ½ apples ».

Poursuivons avec quelques exemples de comparaison entre la langue française et la langue anglaise. En anglais, les nombres mixtes sont utilisés pour exprimer une durée de temps : « 4 ¾ hours » (littéralement « quatre et trois quarts d'heures ») alors qu'en français on noterait 4h45, sans notation spécifique pour signifier un quart ou un tiers d'heure. Concernant les mesures de longueurs, on trouve en anglais des expressions du type « half a kilometre » (littéralement « un demi-kilomètre ») alors qu'en français il est fait référence aux sous-unités du système métrique : « 500 mètres ». Un autre exemple concerne les nombres décimaux. La notation « 1,47 m »se dit en français « un mètre et quarante-sept centimètres » alors que la notation anglaise « 1.47 m » se dit « one point four seven metres » (littéralement « un point quatre sept mètres »). Une autre curiosité concerne l'emploie du singulier et du pluriel selon la langue. Pour des quantités comprises entre 1 et 2 : le français est singulier (« une heure et demie » ou « 1,3 milliard de personnes) alors que l'anglais est pluriel (« one and a half hours » ou « 1.3 billions people »). D'autre part, le zéro est singulier en français (« 0 pomme ») et pluriel en anglais (« 0 apples »). Ainsi, dans l'usage courant des nombres les différences entre la langue française et la langue anglaise concernent le vocabulaire, les notations et aussi la grammaire.

3. ASPECTS DIDACTIQUES CONCERNANT LES FRACTIONS

[1] Nous remercions ici les chercheurs qui ont assisté à ce séminaire. La diversité culturelle représentée a permis de vérifier que la fraction $\frac{5}{2}$ n'est pas représentée de la même manière pour tous.

Avant de comparer les programmes scolaires français et néo-zélandais, examinons les notations recommandées par le Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) concernant les nombres. Deux notations décimales sont reconnues : le point décimal (3.88) et la virgule décimale (3,88). Les textes du BIPM sont en français et en anglais, ainsi les versions francophones utilisent la virgule décimale, alors que celles anglophones utilisent le point décimal. Pour le BIPM, avec le système international, tous les nombres devraient être écrits avec une partie décimale et la notation des nombres mixtes est considérée comme une notation locale.

3.1 Fractions et décimaux dans les programmes scolaires français et néo-zélandais

Dans les programmes français, au cycle 2 (6-7 ans), les fractions usuelles telles ½, $^1/_3$, ¼ etc. peuvent être utilisées et les nombres décimaux manipulés pour des exercices sur la mesure, mais l'apprentissage se centre sur les nombres entiers. Ensuite au cycle 3 (8-10 ans), un chapitre sur les fractions et les décimaux est à l'étude dont l'introduction mentionne :

> « Une toute première approche des fractions est entreprise, dans le but d'aider à la compréhension des nombres décimaux » (Documents d'application des programmes, cycle 2, p.21)

Ainsi au cycle 3, les fractions sont un outil pour comprendre les décimaux et permettent de donner du sens à l'écriture à virgule : $2{,}58=\frac{258}{100}$. Une des compétences à acquérir avant le collège est la décomposition d'une fraction comme la somme d'un entier et d'une fraction plus petite que 1. En terme anglo-saxons, on parlerait de la transformation d'une fraction impropre en nombre mixte, ce vocabulaire étant absent des programmes et manuels français. C'est au début du collège (11 ans) que les fractions sont introduites et cela de manière très théorique, comme le quotient de deux entiers. À la fin du collège (14 ans), le lien est fait avec la division euclidienne et les égalités suivantes doivent être maîtrisée 13=2×5+3, $\frac{13}{2}=5+\frac{3}{2}$ et $\frac{13}{5}=2+\frac{3}{5}$. C'est dans ce contexte que la décomposition d'une fraction supérieure à 1 en la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 est rencontrée dans les programmes français. L'enseignement des fractions se fait donc en France après celui des décimaux.

Dans les programmes néo-zélandais, l'enseignement des fractions commence plus tôt et possède une place plus importante. Dès 6 ans (year 2), les programmes précisent qu'il faut « explorer l'idée de fraction » (Mathematics in the New Zealand curriculum, 1992) et deux ans plus tard (year 4, 8 ans) on « explore les fractions communément utilisées ». Ensuite à 10 ans (year 6) l'exploration se poursuit à « l'utilisation des fractions et des décimaux dans la société ». Concrètement, à partir de 7-8 ans (year 3-4), les élèves effectuent des opérations du type (2 ½+3 ¾), (9 ¼×5 $^1/_3$) ou encore $\frac{5\,^1/_2}{4}$. L'enseignement des décimaux se fait donc en Nouvelle-Zélande après celui des fractions.

Entre les deux pays, l'enseignement des nombres à l'école se fait de deux approches différentes. De manière générale, dans les pays-anglo-saxons les fractions sont enseignées avant les nombres décimaux et la notion de fraction équivalente : $\frac{7}{3}=2\,^1/_3$ est importante. En France (et dans d'autres pays européens), les nombres décimaux sont enseignés avant les fractions et la notion d'encadrement : $2<\frac{7}{3}<3$ est mise en avant. L'expression « encadrer un nombre » est délicate à traduire en langue anglaise, on pourra traduire « encadrer la fraction » par « find the two numbers between which the fraction is ». De plus, l'encadrement des fractions n'est pas une compétence repérée par les programmes anglo-saxons.

3.3 Questions didactiques

Quelles sont les conséquences concentrant l'apprentissage des nombres ? Une étude sur le type d'erreurs commises par les élèves sur les fractions décimales (Resnick et al, 1989) s'est intéressée à des élèves américains, israéliens et français. Ce travail a montré que « des programmes scolaires avec des enchaînements différents produisent des inventions de règles de différents types » (« *Different curriculum sequences produce different pattern of rule invention* », Resnick et al, 1989). Une règle fausse inventée par les élèves est la *règle des fractions*. Cette règle des fractions range les nombres décimaux en comparant la partie décimale avec le dénominateur d'une fraction, par exemple : $\frac{1}{3} > \frac{1}{4} \Rightarrow 0{,}3 > 0{,}4$. Cette règle est utilisée par 18% des élèves américains (8-10 ans), 33% des élèves israéliens (8-10 ans) et 8% et 3% des élèves français (8 et 9 ans). Pour cette étude, les élèves français n'avaient pas encore étudié les fractions et ont beaucoup moins utilisé cette règle. Ainsi, les nouvelles connaissances ne s'organisent pas en référence au même savoir ancien en France qu'aux USA et en Israël.

Peut-on considérer les nombres mixtes comme outil pédagogique ? C'est-à-dire est ce que les nombres mixtes sont intéressants pour faire le lien entre fraction et écriture décimale ? Sans la notation des nombres mixtes, il est possible d'exprimer une fraction de différentes manières :

$$\frac{23}{4} = 5 + \frac{3}{4} = 5 + 0{,}75 = 5{,}75 = 5 + \frac{75}{100} = \frac{575}{100}$$

La notation 5 ¾ nécessite l'apprentissage d'une nouvelle notation alors que $5+\frac{3}{4}$ pourrait être utilisée. De plus, la règle suivante est enseignée en classe : $A\ {}^{b}\!/_{c} = \frac{Ac+b}{c}$ ce qui montre que les nombres mixtes ne sont pas simplement des outils mais sont des objets d'enseignement qui nécessitent des règles. Enfin, la notation de nombre mixte peut porter à confusion. En mathématiques, un *espace* ou *rien* signifie une multiplication comme pour l'exemple : $8(\frac{5}{7}+\frac{6}{11})$ ou l'expression *2ab* qui signifie 2×a×b. Pour les nombres mixtes, l'espace entre l'entier et la fraction signifie une addition. Cette double signification peut poser un problème pour la compréhension des élèves.

CONCLUSION

Cette étude montre que le discours mathématique de l'école primaire peut être assez différent entre des pays occidentaux, comme c'est le cas pour les fractions. Pour expliquer ces différences, ce sont des arguments culturels, sociaux, langagiers et même socio-politiques que nous avançons, plutôt que des raisons purement mathématiques. Aussi, ce travail soulève des questions concernant les études internationales comme PISA. Les résultats entre les pays peuvent s'expliquer par des différences d'ordre d'enseignement de certaines notions dans les programmes officiels, ce qui incite à une grande vigilance pour tirer des conclusions. Enfin, les différences entre la langue française et la langue anglaise concernant les nombres et les fractions laissent penser que cette question est à poursuivre concernant d'autres langues.

RÉFÉRENCES

Alder, K. (2002). *The measure of all things*. London: Little Brown.
Alembert (d'), J. 1884-1889. *Encyclopédie méthodique, ou par ordre des matières. Mathématiques*. Tomes 1, 2 & 3. Paris: Panckoucke. Consulté le 13/07/2007 sur http://gallica.bnf.fr/
Brief history of the SI. Bureau International des Poids et Mesures (BIPM). Consulté le 13/07/2007 sur http://www.bipm.org/en/si/history-si/
Cajori, F. (1922). *A history of mathematics.* London: Macmillan.

Février, D. (2006). *Une histoire du mètre.* Consulté le 13/07/2007 sur http://www.industrie.gouv.fr/metro/aquoisert/metre.htm
Karpinski, L. C. (1925, ed 1965). *The history of arithmetic*. New York: Russell & Russell.
Knuth D. E. (1985). *Recipes and fractions*. TUGboat, Volume 6, nº1. 36-38. Consulté le 13/07/2007 sur http://www.tug.org/TUGboat/Contents/contents6-1.html
Lucas, E. (1891). *Théorie des nombres.* Paris: Gauthier Villars. Consulté le 13/07/2007 sur http://gallica.bnf.fr/
Poisard, C. (2005). *Ateliers de fabrication et d'étude d'objets mathématiques, le cas des instruments à calculer.* PhD thesis of the University of Provence, Aix-Marseille I. Consulté le 13/07/2007 sur http://tel.ccsd.cnrs.fr/tel-00011850
Resnick, L. B., Nescher, P. Leonard, F., Magone, M., Omanson, S., & Peled, I. (1989). Conceptual bases of arithmetic errors: the case of decimal fractions. *Journal for Research in Mathematics Education.* 20/1. 8-27.
Smith, D. E. (1925, ed 1953). *History of mathematics. Volume II. Special topics of elementary mathematics.* New York: Dover publications.
Stévin, S. (1585). *La Disme ;* rééd. 1980. Paris: IREM.

Programmes scolaires

Programmes scolaires français

Documents d'application des programmes : Mathématiques, cycle 2 et cycle 3. (2002). Ministère de l'Éducation Nationale, France. CNDP. Consulté le 13/07/2007 sur http://www.cndp.fr/ecole/
Programmes et accompagnement. Enseigner au collège. Mathématiques. (2003). Ministère de l'Éducation Nationale, France. CNDP. Consulté le 13/07/2007 sur http://www.cndp.fr/secondaire/mathematiques/

Programmes scolaires néo-zélandais

Figure it out. Number sense and algebraic thinking. Levels 3-4. Book one. Answers and teachers' notes. New Zealand Ministry of Education. (2006). Consulté le 13/07/2007 sur http://www.tki.org.nz/r/maths/curriculum/figure/level_3_4_e.php
Mathematics in the New Zealand curriculum. New Zealand Ministry of Education. (1992). Consulté le 13/07/2007 sur http://www.minedu.govt.nz/index.cfm?layout=document&documentid=3526&indexid=1005&indexparentid=1004

Programmes scolaires québécois

Programme de formation de l'école québécoise. Éducation préscolaire et enseignement primaire. (2001). Québec Ministry of Education. Consulté le 13/07/2007 sur www.mels.gouv.qc.ca
Québec Education Program. Preschool education and elementary education. (2001). Québec Ministry of Education. Consulté le 13/07/2007 sur www.mels.gouv.qc.ca