



**HAL**  
open science

## Influencia del ángulo de hélice en la estabilidad de procesos de fresado

Iñigo Bediaga, Mikel Zatarain, Jokin Munoa, Gregoire Peigné, Tamás Insperger

► **To cite this version:**

Iñigo Bediaga, Mikel Zatarain, Jokin Munoa, Gregoire Peigné, Tamás Insperger. Influencia del ángulo de hélice en la estabilidad de procesos de fresado. XVI Congreso de Máquinas-Herramienta y Tecnologías de Fabricación, 2006, Donostia-San Sebastian, España. hal-01075313v2

**HAL Id: hal-01075313**

**<https://hal.science/hal-01075313v2>**

Submitted on 12 Jan 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# INFLUENCIA DEL ÁNGULO DE HELICE EN LA ESTABILIDAD DE PROCESOS DE FRESADO

I. Bediaga<sup>1</sup>, M. Zatarain<sup>2</sup>, J. Munoa<sup>1</sup>, G. Peigné<sup>3</sup>, T. Insperger<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Centro Tecnológico IDEKO S.Coop.

<sup>2</sup>Tekniker Fundazioa, Dpto. Mecatrónica e Ingeniería de Precisión

<sup>3</sup>Institut de Recherche en Communication et Cybernétique de Nantes, Ecole Centrale de Nantes.

<sup>4</sup>Budapest University of Technology and Economics, Dpto. de Mecánica Aplicada.

## RESUMEN

La presencia de vibraciones autoexcitadas, popularmente denominadas como chatter, supone en la actualidad una de los problemas que limitan la capacidad de corte en mecanizado de alta velocidad. La vía más utilizada a la hora de planificar procesos libres de chatter consiste en la obtención de los lóbulos de estabilidad y la elección de condiciones de corte estables que optimicen la tasa de eliminación de material. Los modelos en frecuencia que se utilizan en la actualidad no consideran la influencia del ángulo de hélice y el retardo que produce en las fuerzas generadas entre las distintas secciones de la fresa helicoidal. En el presente trabajo este efecto ha sido considerado extendiendo el modelo multifrecuencia al caso de las fresas helicoidales. Los resultados obtenidos han sido validados con simulaciones de estabilidad obtenidas mediante otras vías como el método de la semi-discretización, simulaciones temporales y finalmente mediante pruebas experimentales.

Los resultados han demostrado que la hélice influye decisivamente en los lóbulos adicionales (flip bifurcation) que aparecen especialmente en las zonas de alta velocidad, mientras que la influencia sobre los lóbulos tradicionales (Hopf Bifurcation) es despreciable. Se ha demostrado que los lóbulos adicionales flip se convierten en una serie de curvas cerradas que pueden estar aisladas de las zonas de inestabilidad tradicionales. Estas islas quedan separadas por líneas horizontales en las que la profundidad de corte coincide con múltiplos de paso de la fresa helicoidal.

## 1. INTRODUCCIÓN

Las máquinas de arranque de viruta presentan limitaciones de productividad debido a la aparición de vibraciones autoexcitadas. El origen de las vibraciones autoexcitadas se conoce desde mucho tiempo atrás. No obstante, durante los últimos años se han realizado avances significativos en la obtención de buenas aproximaciones teóricas de la estabilidad del fresado.

Los nuevos modelos matemáticos permiten la identificación de un tipo de chatter denominado inestabilidad de doble periodo o flip. Se ha demostrado tanto matemáticamente como experimentalmente la existencia de este tipo de fenómeno, pero no se ha descrito desde un punto de vista físico la naturaleza de esta inestabilidad. Este tipo de inestabilidad está asociada a impactos repetitivos a frecuencias fijas, típicamente al doble de la frecuencia natural del sistema.

El uso de fresas helicoidales en procesos de fresado proporciona un corte más continuo. Por este motivo, es posible que el ángulo de hélice tenga un efecto positivo sobre la inestabilidad producida por el golpeo repetitivo (flip). El trabajo presentado analiza este efecto a través del modelo de multifrecuencia, y es respaldado por el método de semidiscretización, simulaciones temporales y por pruebas experimentales.

## 2. ESTADO DEL ARTE

Tobias<sup>1</sup> y Tlustý<sup>2</sup>, casi simultáneamente, publicaron artículos de investigación explicando el chatter como un fenómeno regenerativo. A continuación, Merrit<sup>3</sup> presentó el problema en forma de lazo cerrado realimentado, ayudando a aclarar la formulación del problema. Durante años estos acercamientos básicos fueron utilizados reduciendo la dinámica de la máquina a un modelo equivalente de un grado de libertad.

En 1995 Altintas y Budak<sup>4</sup> presentaron el método que permite trabajar con sistemas de varios grados de libertad. Teniendo en cuenta las características propias del fresado, obtuvieron una aproximación a la solución mediante la expansión en series de Fourier de los factores direccionales, y resolvieron el sistema considerando el término de orden cero únicamente (modelo monofrecuencia).

Después, Budak y Altintas<sup>5</sup> trabajaron el modelo considerando varios términos del desarrollo de Fourier (modelo multifrecuencia). Sin embargo no constataron ninguna diferencia frente a la aproximación anterior<sup>6</sup>.

El modelo monofrecuencia, no obstante, ha demostrado ser muy poco preciso ante pequeñas inmersiones radiales de fresa. Como constataron Davies et al.<sup>7</sup>, la existencia de lóbulos de estabilidad adicionales hace que los modelos monofrecuencia no sean precisos con cortes interrumpidos. Estos lóbulos han sido obtenidos por métodos alternativos. Por ejemplo, Davies et al.<sup>7</sup> utilizaron un mapa discreto para procesos de fresado altamente interrumpidos, donde el tiempo de corte es infinitesimal y el proceso se modela como un impacto. Insperger y Stépán<sup>8</sup> utilizaron una aproximación analítica denominada método de Fargue. Poco después, desarrollaron la técnica de semi-discretización<sup>9</sup>. Bayly et al.<sup>10</sup> obtuvieron también resultados similares haciendo uso del método de elementos finitos temporales.

Posteriormente, Merdol y Altintas<sup>11</sup> demostraron que la resolución multifrecuencia es también válida para la representación exacta del fenómeno de inestabilidad de flip pero despreciaron explícitamente la influencia del ángulo de hélice en la estabilidad<sup>12</sup>.

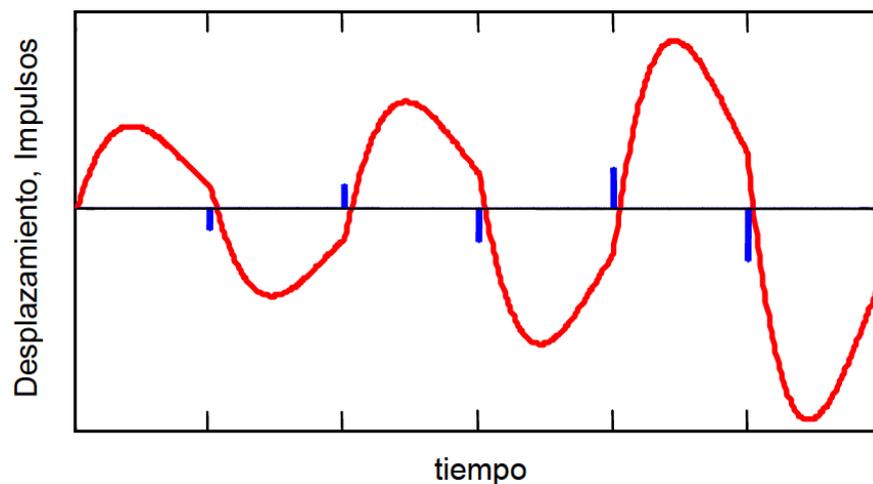
Únicamente unos pocos investigadores han estudiado la influencia del ángulo de hélice sobre la estabilidad del proceso de fresado. Balachandran et al.<sup>13</sup> realizaron simulaciones en el dominio temporal, mientras que Gradišek et al.<sup>14</sup> trabajaron con el método de semidiscretización. No obstante, en ningún artículo se analiza la influencia de diferentes ángulos de hélice. Aunque, se registran apariciones de regiones inestables con forma lenticular en diversos trabajos<sup>14, 15</sup>, nunca fueron asociadas con el ángulo de la hélice de la fresa. Finalmente, Zatarain et al.<sup>16, 17</sup> relacionaron la presencia de estas regiones inestables con el ángulo de la hélice y cómo la presencia de los lóbulos flip se ve matizada por las características de las fresas helicoidales.

### 3. CHATTER POR GOLPEO REPETITIVO

El mecanismo que habitualmente produce el chatter es el basado en la realimentación de las vibraciones surgidas al interactuar con huellas de pasadas previas. Este tipo de vibración se denomina, vibración autoexcitada regenerativa. Cuando las huellas tienen un desfase en la vibración relativa entre herramienta y pieza es posible que se genere una fuerza adicional que incremente la energía vibratoria del sistema (la fuerza y la velocidad se hallan en fase) o por el contrario decrezca (la fuerza y la velocidad se hallan en contrafase).

La inestabilidad debida a la bifurcación de flip se caracteriza por tener una frecuencia de corte que exactamente duplica la frecuencia de vibración de chatter. Una fuerza armónica de frecuencia el doble que la frecuencia vibratoria no producirá cambio alguno en la energía vibratoria, y por lo tanto una vibración autoexcitada no puede ser explicada de tal manera. No obstante, impactos cortos y repetitivos con una frecuencia el doble de la frecuencia natural dominante, y una amplitud de la fuerza dependiente de la amplitud de la vibración pueden hacer que la energía vibratoria aumente.

La Figura 1 muestra el efecto de incrementar la energía vibratoria mediante impactos repetitivos. La línea trazada en color rojo representa el desplazamiento del sistema, mientras que las barras azules son los impulsos producidos una vez por revolución. Estos impulsos son proporcionales al desplazamiento del sistema en el instante en que se producen. El resultado es un incremento continuado en la amplitud de la vibración.



**Figura 1 Vibración originada por el golpeo repetitivo.**

El fenómeno de la inestabilidad producida por impactos repetitivos requiere de un tipo de fuerza impulsiva. Si se pudiese reducir su intensidad, la tendencia a inestabilizar el proceso se disminuiría. Es por ello que el efecto suavizador de las fresas helicoidales tenga que influir en este tipo de inestabilidad reduciendo su importancia.

### 4. TEORÍA MULTIFRECUENCIA Y EL EFECTO DEL ÁNGULO DE HÉLICE

El análisis de la estabilidad del proceso de fresado en el dominio frecuencial para fresas con dientes rectos ha sido estudiado en profundidad por la comunidad científica<sup>4, 5 11</sup>. No

obstante, en la práctica las herramientas helicoidales enterizas son muy utilizadas. Por este motivo, en este apartado se adaptará el modelo multifrecuencia a este tipo de fresas.

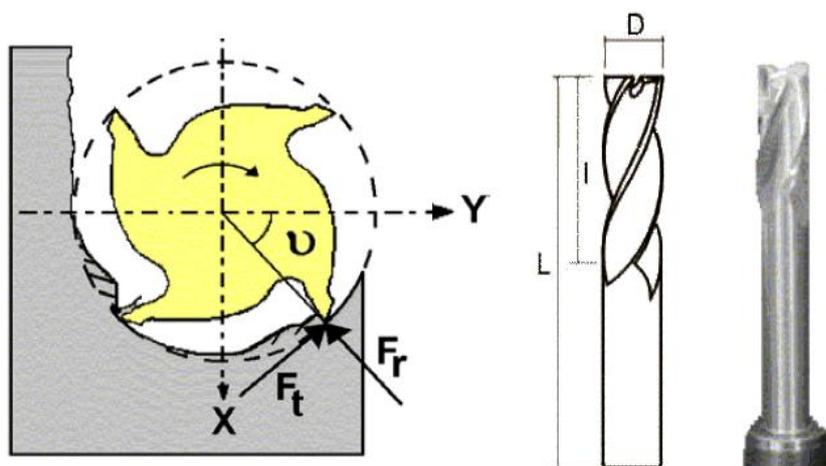
#### 4.1 Modelo multifrecuencia para fresas helicoidales:

Con objeto de simplificar la explicación se utilizará un sistema con un único grado de libertad en la dirección X. El desarrollo puede ser fácilmente extendido a mayores números de grados de libertad repitiendo el mismo procedimiento detallado en los artículos anteriormente mencionados.

El espesor de viruta instantáneo  $h$  para un filo en particular de la fresa a una posición angular  $\nu$  respecto del eje Y se expresa:

$$h = \sin(\nu) \cdot (a_p + \delta(t) - \delta(t - \tau)) \quad (1)$$

donde  $\delta = \delta_x$  es el desplazamiento instantáneo relativo entre la herramienta y la parte debida a la deformación del sistema,  $a_p$  es el avance por diente,  $t$  es tiempo y  $\tau$  es periodo de paso por diente.



**Figura 2 Fuerzas de fresado e imágenes de la herramienta helicoidal.**

Si se asume un modelo de fuerza de corte lineal, la fuerza en las direcciones X, Y, Z se calcula,

$$\begin{Bmatrix} f_x(t) \\ f_y(t) \\ f_z(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -c & -s & 0 \\ s & -c & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ \rho_r \\ \rho_a \end{Bmatrix} \cdot b \cdot k_t \cdot s \cdot (a_p + \delta(t) - \delta(t - \tau)) \quad (2)$$

donde  $k_t$  es la fuerza tangencial específica de corte,  $\rho$  es el ratio de fuerza pasiva frente a fuerza tangencial, los subíndices  $t$ ,  $r$ ,  $a$  hacen referencia a las direcciones tangencial, radial y axial, y  $c$ ,  $s$  son los cosenos y senos de la posición angular  $\nu$  del filo, respectivamente.

De las tres componentes de fuerza, únicamente aquella en la dirección X es de interés, ya que se ha asumido un sistema de un único grado de libertad en dicha dirección. Por lo tanto,

$$\begin{aligned}\{f(t)\} &= -(c \cdot s + \rho_r \cdot s^2) \cdot b \cdot k_t \cdot (a_p + \delta(t) - \delta(t - \tau)) \\ &\equiv -\psi(v) \cdot b \cdot k_t \cdot (a_p + \delta(t) - \delta(t - \tau))\end{aligned}\quad (3)$$

donde  $\psi(v)$  es el factor direccional instantaneo.

En la ecuacion (3) el termino  $a_p$  es responsable unicamente de la vibracion forzada y no tiene influencia sobre la estabilidad del sistema, de modo que es posible omitirlo de la ecuación.

Si el factor direccional es desarrollado en series de Fourier se obtiene,

$$\psi(v(t)) = \psi_0 + \psi_{-1} \cdot e^{-j\Omega t} + \psi_1 \cdot e^{j\Omega t} + \psi_{-2} \cdot e^{-j2\Omega t} + \dots \quad (4)$$

donde  $\Omega$  es la frecuencia de paso por diente.

Si se realiza una aproximación mediante la utilización del primer término de la expresión (4), se obtiene la solución para un modelo monofrecuencial. Dicha solución produce resultados correctos para grandes inmersiones radiales de la fresa, no obstante para pequeñas inmersiones radiales se requiere computar un mayor número de términos de la serie de Fourier. Estos términos permiten la aparición de lóbulos flip o lóbulos debidos a impactos repetitivos.

Si el sistema tiene una amplitud de vibración constante a frecuencia  $\omega$  en el límite de estabilidad, la substitución del factor direccional instantáneo por su desarrollo de Fourier ofrece una expresión tal,

$$f = -\left( \sum_{k=-\infty}^{\infty} \psi_k \cdot e^{j\Omega k t} \right) \cdot b \cdot k_t \cdot (1 - e^{-j\omega t}) \cdot \Delta \cdot e^{j\omega t} \quad (5)$$

donde  $\Delta$  es la amplitud del desplazamiento armónico.

La ecuación (5) muestra cómo la vibración de la frecuencia  $\omega$  produce fuerzas con frecuencias  $\omega$ ,  $\omega + \Omega$ ,  $\omega - \Omega$ ,  $\omega + 2\Omega$ ,  $\omega - 2\Omega$ , etc. Estas fuerzas hacen que se produzcan desplazamientos a las mismas frecuencias. Por lo tanto, es necesario trabajar con un sistema con vibraciones simultáneas a todas esas frecuencias. Si únicamente se incluyen los términos correspondientes a las frecuencias  $\omega$ ,  $\omega - \Omega$ ,  $\omega + \Omega$ , entonces,

$$\begin{Bmatrix} F_\omega \\ F_{\omega-\Omega} \\ F_{\omega+\Omega} \end{Bmatrix} = -b \cdot k_s \cdot (1 - e^{-j\omega t}) \begin{bmatrix} \psi_0 & \psi_1 & \psi_{-1} \\ \psi_{-1} & \psi_0 & \psi_{-2} \\ \psi_1 & \psi_2 & \psi_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_\omega \\ \Delta_{\omega-\Omega} \\ \Delta_{\omega+\Omega} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}\delta(t) &= \Delta_\omega \cdot e^{j\omega t} + \Delta_{\omega+\Omega} \cdot e^{j(\omega+\Omega)t} + \Delta_{\omega-\Omega} \cdot e^{j(\omega-\Omega)t} \\ f(t) &= F_\omega \cdot e^{j\omega t} + F_{\omega+\Omega} \cdot e^{j(\omega+\Omega)t} + F_{\omega-\Omega} \cdot e^{j(\omega-\Omega)t}\end{aligned}$$

El comportamiento dinámico del sistema se representa mediante,

$$\begin{Bmatrix} \Delta_{\omega} \\ \Delta_{\omega-\Omega} \\ \Delta_{\omega+\Omega} \end{Bmatrix} = [\mathbf{H}] \begin{Bmatrix} F_{\omega} \\ F_{\omega-\Omega} \\ F_{\omega+\Omega} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

$$\text{with } [\mathbf{H}] = \begin{bmatrix} H(\omega) & & \\ & H(\omega-\Omega) & \\ & & H(\omega+\Omega) \end{bmatrix}$$

Donde  $H(\omega)$  es la función de transferencia entre la fuerza y el desplazamiento a la frecuencia  $\omega$ . Substituyendo esta expresión en la ecuación (6),

$$\begin{Bmatrix} F_{\omega} \\ F_{\omega-\Omega} \\ F_{\omega+\Omega} \end{Bmatrix} = -b \cdot k_s \cdot (1 - e^{-j\omega t}) \begin{bmatrix} \psi_0 & \psi_1 & \psi_{-1} \\ \psi_{-1} & \psi_0 & \psi_{-2} \\ \psi_1 & \psi_2 & \psi_0 \end{bmatrix} [\mathbf{H}] \begin{Bmatrix} F_{\omega} \\ F_{\omega-\Omega} \\ F_{\omega+\Omega} \end{Bmatrix} \equiv \quad (8)$$

$$\equiv -b \cdot k_s [\mathbf{M}] \begin{Bmatrix} F_{\omega} \\ F_{\omega-\Omega} \\ F_{\omega+\Omega} \end{Bmatrix}$$

La estabilidad es analizada calculando los valores propios de este sistema<sup>4, 5</sup>. Los valores propios de la matriz  $\mathbf{M}$ , multiplicada por  $b \cdot k_s$  debe ser igual a  $-1$ . En la práctica, es necesario variar la frecuencia  $\omega$  de modo que la parte imaginaria del valor propio se anule, mientras que  $b$  se calcula de tal forma que la condición  $b \cdot k_s \lambda = -1$  se cumpla.

El desarrollo hasta el momento no tiene en consideración el desplazamiento angular entre los planos de la herramienta a diferentes alturas, es decir, el efecto de la hélice. Este desplazamiento angular del filo hace que los planos superiores hagan contacto con la pieza en corte más tarde que los planos inferiores (fresas helicoidales con orientación del ángulo hacia la derecha). Por este motivo, el incluir la posición axial de cada plano, ecuación (1) conlleva,

$$h(z) = \sin(\nu(z)) \cdot (h_t + \delta(t) - \delta(t - \tau)) =$$

$$= \sin\left(\nu_0 - 2\pi \frac{z}{N \cdot p}\right) \cdot (h_t + \delta(t) - \delta(t - \tau)) \quad (9)$$

donde  $p = D \cdot \pi / (N \tan(\eta))$  es el paso de hélice de la fresa con un número de filos  $N$ , diámetro de herramienta  $D$  y ángulo de hélice  $\eta$ .  $\nu_0(t)$  es el ángulo definido por el filo en la posición de plano inferior con el eje Y (para  $z = 0$ ).

La fuerza total puede ser calculada mediante la integración de la fuerza de cada plano a lo largo de la dirección Z. De forma que,

$$f(t) = -\int_0^b (c \cdot s + k_r \cdot s^2) \cdot k_s \cdot (h_t + \delta(t) - \delta(t - \tau)) \cdot dz \quad (10)$$

$$c = \cos\left(\nu_0(t) - 2\pi \frac{z}{N \cdot p}\right) \quad s = \sin\left(\nu_0(t) - 2\pi \frac{z}{N \cdot p}\right)$$

Por lo tanto, el desarrollo de Fourier del factor direccional debe ser realizado mediante la integración en la dirección Z. Entonces,

$$\begin{Bmatrix} F_{\omega} \\ F_{\omega-\Omega} \\ F_{\omega+\Omega} \end{Bmatrix} = -b \cdot k_s \cdot \left(1 - e^{-j \cdot \omega \cdot t}\right) \begin{bmatrix} \psi_0^* & \psi_1^* & \psi_{-1}^* \\ \psi_{-1}^* & \psi_0^* & \psi_{-2}^* \\ \psi_1^* & \psi_2^* & \psi_0^* \end{bmatrix} [H] \begin{Bmatrix} F_{\omega} \\ F_{\omega-\Omega} \\ F_{\omega+\Omega} \end{Bmatrix} \equiv \quad (11)$$

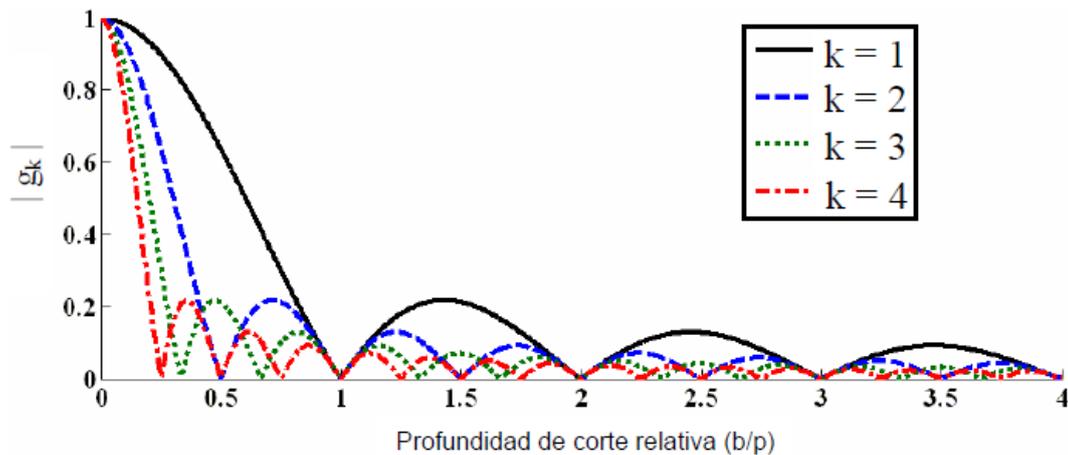
$$\text{con } \psi_k^* = \psi_k \frac{1 - e^{-j \cdot k \cdot \frac{2\pi \cdot b}{p}}}{j \cdot k \cdot \frac{2\pi \cdot b}{p}} \equiv \psi_k \cdot g_k \quad (12)$$

donde  $\psi_k$  es el  $k^{\text{ésimo}}$  término del desarrollo de Fourier del factor direccional cuando el ángulo de hélice no es considerado, y  $\psi_k^*$  es el mismo término de Fourier cuando se incluye el efecto del ángulo de hélice de la herramienta.

La ecuación (11) puede ser trabajada de la misma forma que en el sistema tradicional, no obstante aparece el problema de que el factor direccional varía con la inmersión axial  $b$ . Una solución iterativa que consiste en asumir  $b$ , calcular los factores direccionales, resolver el sistema y obtener un nuevo valor  $b$ , y comenzar nuevamente. La estrategia implementada ofrece buenos resultados en la mayor parte de los casos, pero una solución basada en aproximaciones en serie de Taylor de los valores propios es más robusta.

Para el factor direccional de orden cero, la función  $g_0$  (definida en la ecuación (12)) toma un valor igual a 1. Esto quiere decir que para aquellos casos en que la solución monofrecuencia proporciona resultados suficientemente aproximados, el ángulo de hélice no influirá en el comportamiento. Para los armónicos de órdenes mayores, si se representa la evolución de  $g_k$  frente a la inmersión axial de la fresa se obtienen los resultados mostrados en la Figura 3.

La Figura 3 muestra que cuando la inmersión axial se aproxima a ser múltiplo entero del paso de hélice de la fresa, los factores direccionales de orden 1 y mayores se cancelan. Lo cual significa que el sistema se puede reducir a la solución fundamental presentada por Altintas y Budak<sup>4</sup>. Para el resto de inmersiones, la magnitud del factor direccional se reduce, lo cual hace que la tendencia a que se produzca chatter por golpeo repetitivo (flip) mengua.

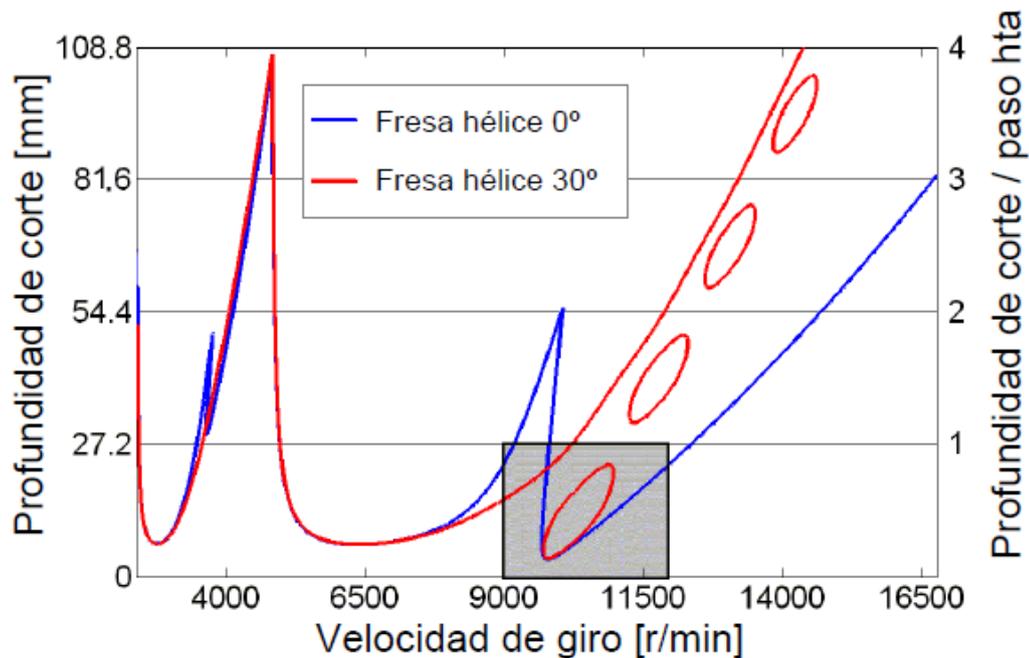


**Figura 3. Evolución de  $|g_k|$ .**

## 4.2 Resultados teóricos basados en multifrecuencia

La teoría desarrollada ha sido aplicada a un caso sencillo de un sistema con un grado de libertad descrito en la Figura 6. Los resultados teóricos de la simulación de los lóbulos de estabilidad se muestran en la Figura 4. La línea continua trazada en color azul ofrece los resultados obtenidos para fresas con dientes rectos (ángulo de hélice de  $0^\circ$ ), mientras que la línea dibujada en color rojo denota el límite de profundidad de corte axial para fresas helicoidales (con ángulo de hélice de  $30^\circ$ ).

En la Figura 4 resulta fácilmente apreciable la aparición de islas inestables en la región de bifurcaciones de tipo flip para casos de fresado con herramientas helicoidales. Sobre las islas se vuelve a delimitar el límite de estabilidad (línea continua roja) que resulta prácticamente coincidente con la solución de orden cero (modelo monofrecuencia). Este hecho se debe a que la inestabilidad es producida por la bifurcación de Hopf en vez de ser de tipo flip. Además, se debe tener en cuenta el hecho de no existir inestabilidad de tipo flip cuando la profundidad de corte es múltiplo entero del paso de la hélice de la fresa.



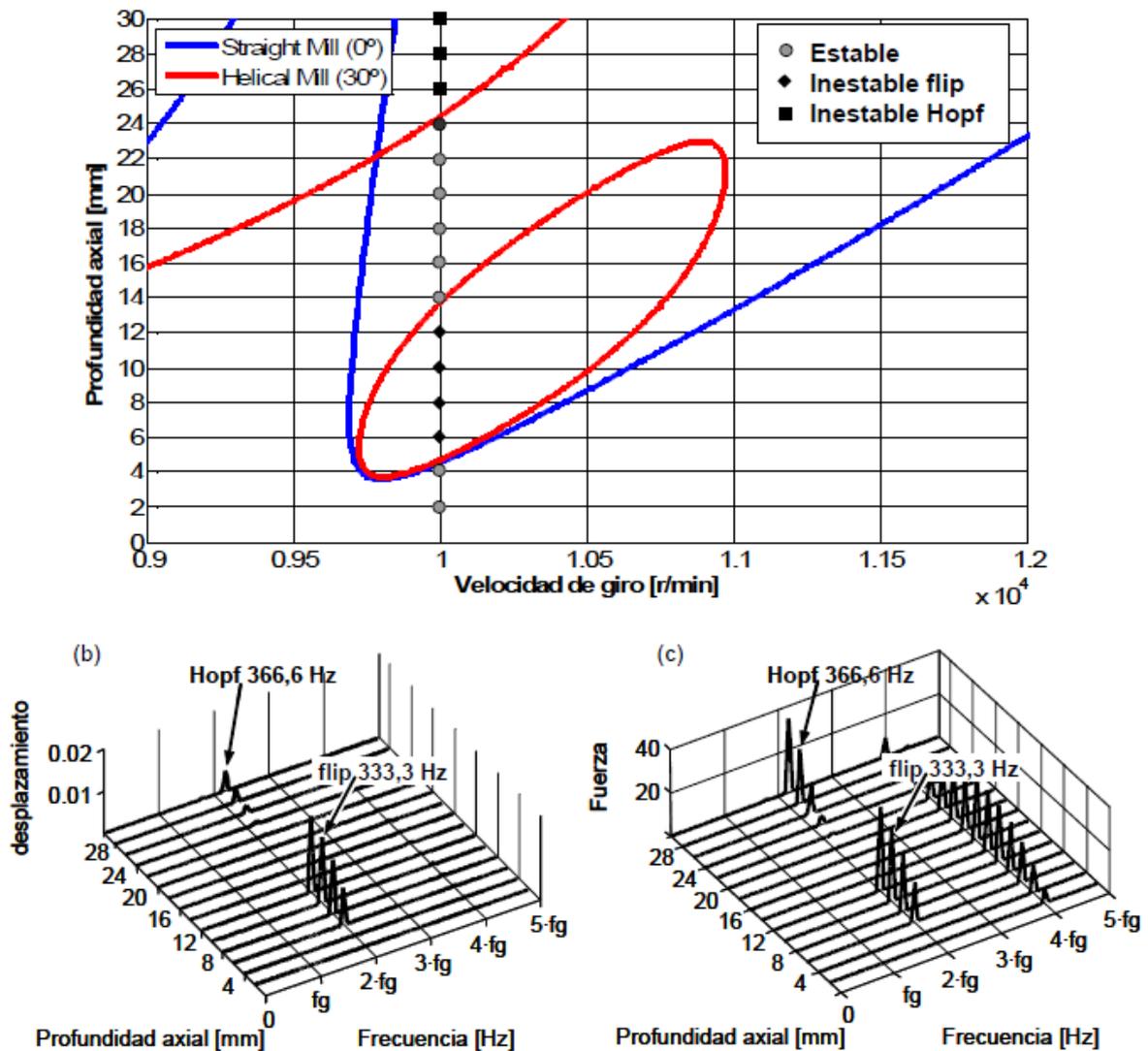
**Figura 4** Lóbulos de estabilidad con fresas helicoidales.

Los límites de estabilidad trazados para fresas con filos rectos y fresas helicoidales son prácticamente coincidentes en todo el rango de velocidad excepto en la región donde se producen las inestabilidades tipo flip. En este rango, se observa cómo para las velocidades de giro bajas, la profundidad crítica del lóbulo para fresas de dientes rectos (línea azul) coincide con el límite inferior delimitado por la primera isla (línea roja). No obstante, para velocidades de giro a las que la profundidad límite es mayor, hay una diferencia en el resultado obtenido para cada fresa, siendo mayor el límite de estabilidad en el caso de fresas helicoidales.

### 4.3 Comparación con el dominio en el tiempo.

Los resultados obtenidos por el modelo multifrecuencia fueron previamente comparados con los resultados obtenidos por el método de semi-discretización<sup>17</sup>. Los límites de estabilidad obtenidos por ambos modelos fueron idénticos en todos los casos.

Los mismos resultados fueron comparados con series de simulaciones en el tiempo realizadas a distintas velocidades y profundidades<sup>18</sup>. Parte de los resultados se recogen en la siguiente figura.



**Figura 5** Representación del diagrama de lóbulos (a) junto con simulaciones en cascada de los espectros de la vibración (b) y las fuerzas de corte (c) a 10k r/min ( $f_g$  es la frecuencia de giro a 166.66Hz).

La simulación mediante el modelo temporal<sup>18</sup> corrobora la existencia de las islas de inestabilidad de flip. La Figura 5b muestra los espectros en cascada (o waterfall) para el desplazamiento, de la misma manera, la Figura 5c ofrece los resultados de los espectros de las fuerzas de corte para las condiciones de 10000 r/min a diferentes profundidades axiales de corte. En ambos casos es apreciable la aparición una isla de inestabilidad flip entre

profundidades de 6 a 12 mm, que posteriormente desaparece hasta alcanzar una profundidad de 24 mm, donde comienza la inestabilidad habitual de Hopf.

#### 4.4 Validación experimental

Como último paso se realizaron una serie de pruebas mecanizando aluminio AL 7075 T6 sobre un utillaje con gran flexibilidad en una dirección. El utillaje estaba orientado de manera que la máxima flexibilidad coincidiera con la dirección del eje Y. Mientras que la dirección de avance tenía la dirección del eje X. La Figura 5 muestra en detalle las características de las pruebas realizadas.

Las pruebas de corte estaban dirigidas a verificar la presencia de la primera isla inestable del diagrama de lóbulos. Por este motivo, el rango elegido fue de 9000 a 11750 r/min. (marcado bajo un recuadro oscurecido en la Figura 4). Los parámetros de la fuerza específica de corte se calcularon de forma empírica resultando tener los valores,  $k_t=804.3 \text{ N/mm}^2$  y  $k_r=331 \text{ N/mm}^2$ .

En la práctica, la determinación del límite de estabilidad para este caso no resultó ser directa. Al utilizar una fresa de cuatro filos las vibraciones flip y el segundo armónico de giro poseen la misma frecuencia. Por lo tanto debido a errores de concentricidad de giro de la fresa siempre hay un nivel de vibración forzada a la frecuencia de giro de la fresa y sus armónicos, incluyendo el de segundo orden. Este armónico coincide exactamente en frecuencia con la vibración tipo flip, lo que dificulta la obtención exacta de las profundidades en la que el chatter aparece.

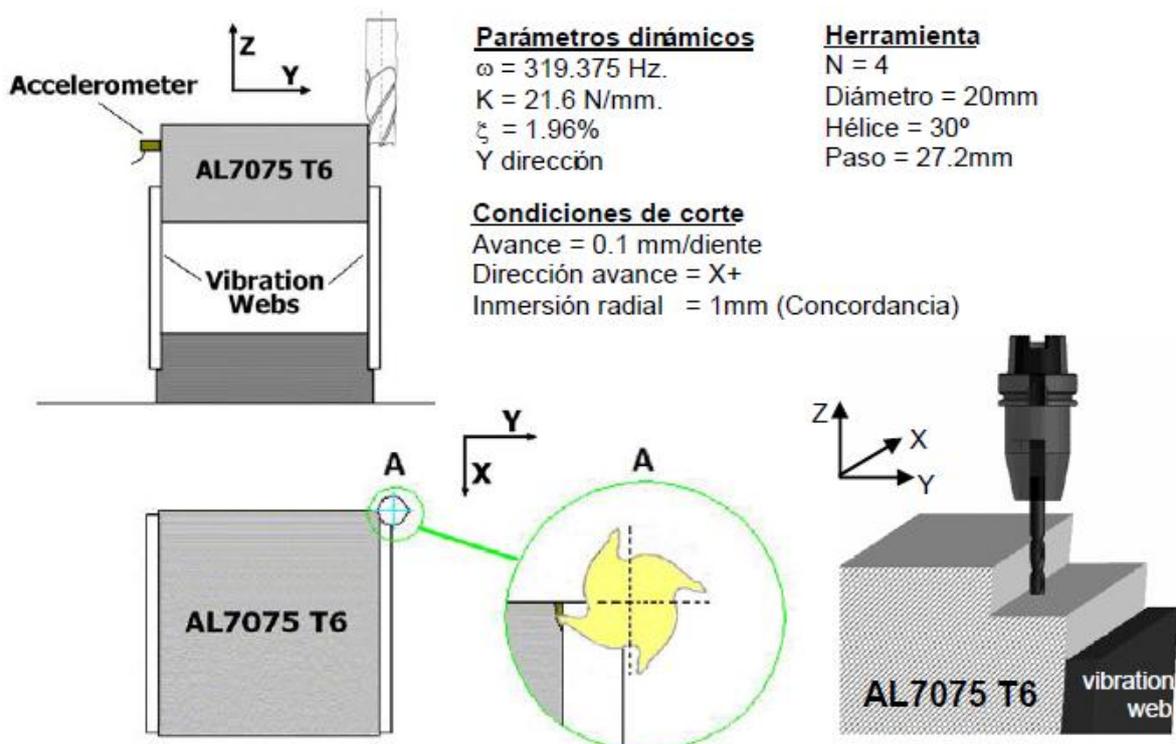


Figura 6: Características verificación experimental.

La Figura 6 muestra los límites de estabilidad (línea continua roja) y el nivel de vibración medido en las pruebas descritas anteriormente mediante isolíneas. Por otra parte las X muestran los puntos donde se realizaron los cortes y su tamaño es directamente proporcional al nivel de vibración medido.

Se observa cómo las isolíneas de vibración tienen la misma forma que las islas de inestabilidad simuladas. Por lo que se puede concluir que las pruebas experimentales validan completamente la teoría desarrollada. La presencia de la primera isla inestable ha sido verificada con la medición de grandes vibraciones.

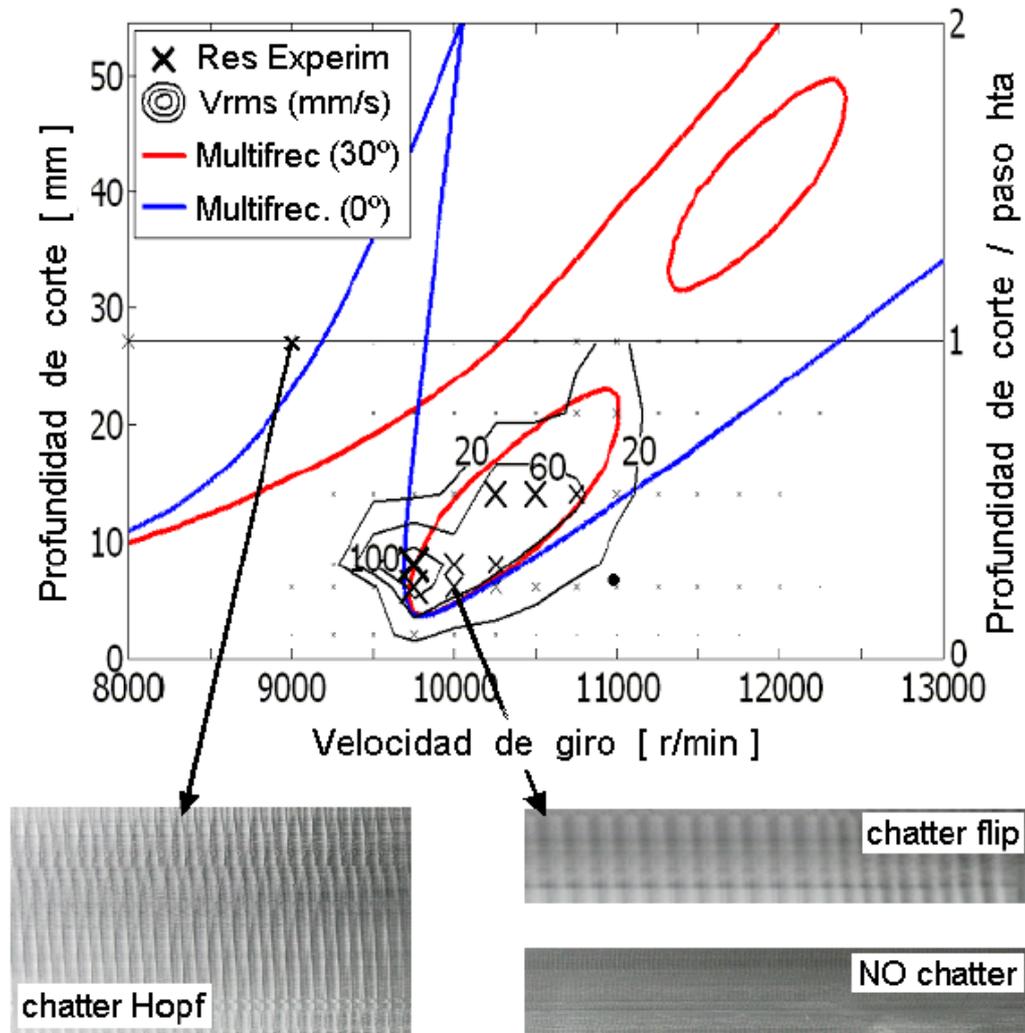


Figura 7. Resultados de las pruebas experimentales frente a los lóbulos de estabilidad.

## 5. CONCLUSIONES

Se ha desarrollado la teoría para introducción del efecto del ángulo de hélice sobre el modelo de chatter multifrecuencia de Budak y Altintas<sup>5</sup>. Se ha comprobado la influencia de la hélice en la estabilidad a alta velocidad.

El análisis ha demostrado que el ángulo de hélice no tiene ninguna influencia en el caso del chatter regenerativo tradicional (Hopf). Pero por otra parte tiene gran importancia sobre la inestabilidad del proceso con chatter generado por golpeo repetitivo (flip). De este modo, si la profundidad de corte axial coincide con un múltiplo entero del paso de hélice únicamente el término de orden cero del factor direccional se mantendrá y no puede haber inestabilidad de carácter repetitivo (flip) ya que los factores direccionales de orden mayor se anulan.

En consecuencia, las áreas de inestabilidad flip (doble periodo) resultan tener una forma de isla cerrada, separadas entre sí por líneas horizontales donde la profundidad de corte iguala a un múltiplo entero de la longitud del paso de la hélice de la fresa.

Finalmente se ha demostrado que la estabilidad queda definida por la solución monofrecuencia a la que se le pueden añadir una serie de islas inestables debidas al chatter por golpeo repetitivo (flip).

## AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la colaboración de Patxi Aristimuño de la Universidad de Mondragón Unibertsitatea y Aitor Zubiaurre de IDEKO S.Coop. en la verificación experimental.

## REFERENCIAS

1. Tobias, S.A., Fiswick, W., *Theory of Regenerative Machine Tool Chatter*, The Engineer, London, 1958, vol. 258.
2. Tlustý, J., Polacek, M., *Beispiele der behandlung der selbsterregten Schwingung der Werkzeugmaschinen FoKoMa*, Hanser Verlag, Munchen, 1957.
3. Merritt, H., *Theory of Self-Excited Machine Tool Chatter*, *Journal of Engineering for Industry*, 1965, vol. 87, p. 447-454.
4. Altintas, Y., Budak, E., *Analytical Prediction of Stability Lobes in Milling*, *Annals of CIRP*, 1995, vol. 44/1, p. 357-362.
5. Budak, E., Altintas, Y., *Analytical Prediction of Chatter Stability Conditions for Multidegree of Freedom Systems in Milling. Part I: General Formulation, Part II: Application of the General formulation to Common Milling Systems*, *Transactions of the ASME*, 1998, vol. 120, p. 22-36.
6. Munoa, J., Zatarain, M., Bediaga, I., Lizarralde, R., *Optimization of hard material roughing by means of a stability model*, 8th CIRP Modelling of Machining Operations Symposium, Chemnitz, 2005.
7. Davies, M., Pratt, J.R., Dutterer, B.S., Burns, T.J., *The stability of low radial immersion milling*, *CIRP Annals*, 2000, vol. 49/1, p. 37-40.
8. Insperger, T., Stépán, G., *Stability of High Speed Milling*, in *Proceedings of the ASME International Engineering Congress and Exposition*, Orlando, Florida, 2000, AMD - 241 p. 119-123.
9. Insperger, T., Stépán, G., *Updated Semi-Discretization Method for Periodic Delay-Differential Equations with Discrete Delay*, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 2004, vol. 61(1), p. 117-141.

10. Bayly, P.V.; Halley, J.E.; Mann, B.P.; Davies, M.A., *Stability of Interrupted Cutting by Temporal Finite Element Analysis*, Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2003, vol. 125, p. 220-225.
11. Merdol, S.D., Altintas, Y., *Multi Frequency Solution of Chatter Stability for Low Immersion Milling*, Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2004, vol. 126, p. 459-466.
12. Zatarain, M., Munoa, J., Villasante, C., Sedano, A., *Estudio comparativo de los modelos matemáticos de chatter en fresado: monofrecuencia, multifrecuencia y simulación en el tiempo*, XV Congreso de Máquinas-Herramienta y Tecnologías de Fabricación, San Sebastian, 2004.
13. Balachandran, B., Zhao, M. X., *A Mechanics Based Model for Study of Dynamics of Milling Operations*, Meccanica, 2000, vol. 35(2), p. 89-109.
14. Szalai, R., Stépán, G., *Stability boundaries of high-speed milling corresponding to period doubling are essentially closed curves*, Proceedings of IMECE ASME International Mechanical Engineering Congress and R&D Expo, Washington D.C., IMECE2003-42122, 2003.
15. Govekar, E., Gradisek, J., Kalveram, M., Insperger, T., Weinert, K., Stepan, G., Grabec, I., *On Stability and Dynamics of Milling at Small Radial Immersion*, Annals of CIRP, 2005, vol. 54/1, p. 357-362.
16. Zatarain, M., Munoa, J., Peigné, G., Insperger, T., *Analysis of the influence of mill helix angle on chatter stability*, CIRP Annals - Manufacturing Technology, 2006, vol. 55, p. 365-368.
17. Insperger, T., Munoa, J., Zatarain, M., Peigné, G., *Unstable islands in the stability chart of milling processes due to the helix angle*, Proceedings of CIRP 2nd International Conference on High Performance Cutting, Vancouver, 2006.
18. Bediaga, I., Egaña, I., Munoa, J., *Reducción de la inestabilidad en cortes interrumpidos en fresado a alta velocidad mediante variación de la velocidad del husillo*, XVI Congreso de Máquina Herramienta y Tecnologías de la información, San Sebastian, 2006.