

Détermination expérimentale des coefficients d'échange thermique en mode de convection naturelle: Application à une machine électrique intégrée dans son environnement

Bassel Assaad^{1,2}, Guy Friedrich¹, Khadija El kadri Benkara¹, Stephane Vivier¹, Radhouane Khliissa¹, Antoine Michon²
1 LEC: Laboratoire d'Électromécanique de Compiègne, UTC, BP 20529, 60205, Compiègne, France
2 CETIM : Centre Technique des Industries Mécaniques, 52 av Félix Louat, BP 80067, 60304, Senlis Cedex, France

RESUME—Cet article propose d'évaluer la précision des corrélations analytiques classiques de convection naturelle extérieure dans une machine totalement fermée et non ventilée en comparant les flux sortants par rapport aux pertes internes totales mesurées. En décomposant la machine en des géométries connues (cylindre, plaque,...), des corrélations analytiques et empiriques sont appliquées pour l'évaluation du coefficient de transfert thermique par convection naturelle. L'estimation des flux externes sortant de la machine est établie par la connaissance des températures déterminées expérimentalement et les coefficients de convection calculés analytiquement. Cet article montre alors, en se basant sur une étude expérimentale, les limites du calcul analytique des coefficients de convection.

Mots-clés—Convection naturelle, machine électrique intégrée, modélisation thermique.

1. INTRODUCTION

Dans plusieurs applications industrielles, telles que les véhicules hybrides par exemple, l'intégration d'une machine électrique totalement fermée et sans ventilation TENC (Totally Enclosed Non Cooled) constitue une solution intéressante, voire optimale. Par contre, un des points problématiques de ces machines est l'évacuation des pertes internes afin de limiter l'échauffement des différents éléments constitutifs. La modélisation thermique est alors un élément essentiel pour la conception de machines performantes.

La seule façon d'évacuer les pertes internes produites dans une TENC est au travers de la convection naturelle (CN) via les surfaces externes de la machine. Dans ce contexte, l'évaluation des coefficients de transfert de chaleur par convection s'avère ainsi importante. Sa détermination peut poser des problèmes car elle impose la prise en compte de plusieurs hypothèses lourdes pouvant introduire des erreurs de calcul. Une modélisation précise de ces phénomènes de CN devient donc fondamentale.

Cet article propose, à travers le calcul de ces coefficients d'une façon analytique, de présenter son adaptation et ses domaines de validité dans le cas d'une machine électrique intégrée. Toutes les pertes internes de la machine (pertes par effet Joule, pertes mécaniques et pertes fer) sont prises en compte.

Plusieurs études sur les aspects convectifs existent dans la littérature [1]-[13]. Les auteurs de [1]-[3] présentent les notions de transfert thermique par convection en général (naturelle, forcée et mixte), alors que les auteurs de [4] et [5] présentent ces notions dans le contexte d'une machine électrique.

L'évaluation du niveau d'échange convectif à l'extérieur de la machine peut introduire plusieurs sources d'erreurs telles que le choix de la corrélation, de son adaptation à la forme des surfaces de la machine électrique, ou autres...

A travers la mesure de température des surfaces exposées à l'air ambiant, l'article propose d'estimer les flux traversant ces surfaces et de les comparer aux pertes internes de la machine. La modélisation thermique complète d'une machine électrique dépend fortement de la distribution du niveau de flux de chaleur passant à travers les surfaces externes de la machine. Une sous-estimation de ces coefficients pourra contribuer à une surchauffe de la machine électrique.

En résumé, la démarche proposée est établie en considérant les points suivants :

- Les températures de surface intervenant dans l'échange convectif sont mesurées
- Les coefficients d'échange convectif h sont évalués grâce aux corrélations présentes dans la littérature et pour différentes températures de surface.
- Les flux thermiques sortants peuvent être ainsi calculés à partir de la connaissance de h et de la différence des températures entre les surfaces et l'air ambiant.

En régime permanent thermique, la somme des flux thermiques sortants correspond à la puissance interne générée considérée comme connue (Pertes internes de la machine).

Cette démarche permet d'évaluer l'erreur entre les pertes internes générées à l'intérieur de la machine et la sommation des flux sortants, et ainsi de déterminer les sources d'erreurs engendrées par le calcul analytique.

2. APPROCHE THEORIQUE

2.1. Transfert de chaleur par convection naturelle

La convection naturelle reste de la conduction dans un fluide déformable, mais la variation de la masse volumique en fonction de la température induit des forces d'Archimède qui provoquent le mouvement du fluide. Toute autre cause de mouvement de molécule d'air telle que les ventilateurs est éliminée. Dans le mode de convection, l'analyse adimensionnelle intervient afin de pouvoir calculer les caractéristiques du régime d'écoulement et le coefficient d'échange convectif h . Les quatre nombres adimensionnels critiques dans le cas de la convection naturelle sont :

- Nusselt Nu décrit le rapport entre l'échange par convection et par conduction dans la couche fluide.
 - Grashof Gr représente la comparaison entre la force de poussée consécutive à l'échauffement et la force de viscosité.
 - Prandtl Pr décrit le rapport entre la diffusion de la quantité de mouvement et la diffusion de la chaleur dans un fluide.
- Finalement le critère pour déterminer l'instabilité de l'écoulement est le Rayleigh Ra . Ce dernier est égal à $Gr.Pr$.

La résistance thermique de convection R_{th} est évaluée après le choix de la corrélation adéquate (fonction de Nusselt). Pour une surface d'échange S , les formules de la résistance R_{th} , du coefficient h et du diamètre hydraulique D_c [4] sont :

$$R_{th} = \frac{1}{h.S} \quad h = \frac{\lambda.Nu}{D_c} \quad D_c = \frac{4S_c}{P} \quad (1)$$

Avec λ la conductivité de l'air, S_c et P caractérisent respectivement la section et le périmètre d'un canal d'écoulement. Dans le cas d'un canal de section circulaire par exemple, D_c est égal au diamètre géométrique de la conduite.

2.2. Corrélations pour le calcul de h

Les différentes corrélations utilisées dans cette étude, et issues de la littérature sont données dans le Tableau 5 de l'Annexe 1. Rappelons que la corrélation générale du Nusselt moyen \overline{Nu} en fonction du coefficient d'échange convectif moyen \overline{h} qui correspond à la convection naturelle pour différentes configurations (cylindre chauffé, plaque verticale, etc...) est donnée par:

$$\overline{Nu} = \frac{\overline{h}.D_c}{\lambda} = C.Ra^n \quad (2)$$

Avec C et n des valeurs empiriques données dans[3], et variant selon la configuration géométrique et l'intervalle de variation du nombre Ra . Les propriétés physiques du fluide sont évaluées à sa température $T_f = (T_p + T_\infty) / 2$ avec T_p la température de la paroi et T_∞ la température à une distance infinie de la machine.

Les différents types de configuration sont les formes élémentaires les plus courantes pour une machine électrique intégrée dans son environnement (cylindre, plaque, ailettes).

Dans la littérature, les études analytiques réalisées sur des tubes à ailettes longitudinales externes sont peu nombreuses.

Plusieurs études sont orientées vers des applications industrielles autres que la machine électrique telles que [6]-[8] s'appuyant sur des résolutions numériques du problème. Dans le contexte d'une machine électrique, une approximation pour le calcul de la résistance thermique équivalente des ailettes est présentée dans l'Annexe 1. Une autre approximation passe à travers le calcul du rendement de l'ailette en résolvant le bilan thermique en régime permanent entre la conduction à travers l'ailette et la convection à travers ses surfaces.

En supposant que les ailettes sont de formes rectangulaires et en imposant des conditions aux limites convenables, la résistance est calculée par la formule suivante [4]

$$R_a = \frac{1}{\sqrt{\lambda h P S} \cdot \tanh(mL)} \quad , \quad m = \sqrt{\frac{hP}{\lambda S}} \quad (3)$$

Avec P le périmètre de la section de l'ailette, S sa section, λ sa conductivité thermique et L sa longueur.

3. DESCRIPTION DE LA STRUCTURE MODELISEE

3.1 La machine étudiée

La machine électrique étudiée est une machine synchrone à aimants permanents internes (MAPI) destinée à une application du type alerno-démarreur intégré ou ADI. Elle appartient au domaine des applications mild-hybrid. Cette machine assure les fonctions stop-start et freinage régénératif mais pas l'assistance au moteur thermique. Elle possède huit aimants disposés transversalement sans concentration de flux et 48 encoches statoriques. Dans son contexte réel d'application, cette machine est totalement fermée avec l'absence de toute source de ventilation externe. Le stator est muni d'ailettes qui assurent un refroidissement par convection naturelle par air. La MAPI (Fig.1) est fixée à un banc de caractérisation des machines électriques.

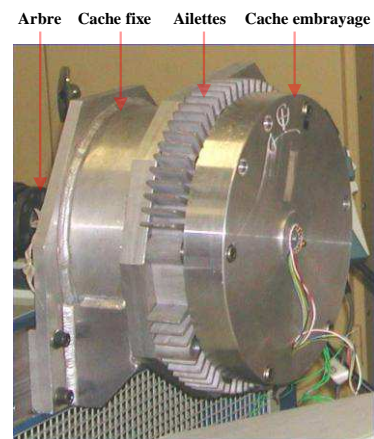


Fig.1 Prototype du LEC- Machine synchrone à aimants permanents internes MAPI.

3.1. Choix du modèle : Assemblage des 'composants élémentaires'

Pour la modélisation des phénomènes de CN, la structure de la MAPI est ramenée à des géométries simples (composants élémentaires). La Fig.2 montre le choix du modèle considéré pour évaluer les coefficients d'échanges convectifs des

différentes surfaces vers l'extérieur. h_i représentent les coefficients d'échanges convectifs, T_i la température des surfaces (T_{amb} : la température ambiante) et φ_i les flux de chaleur sortants.

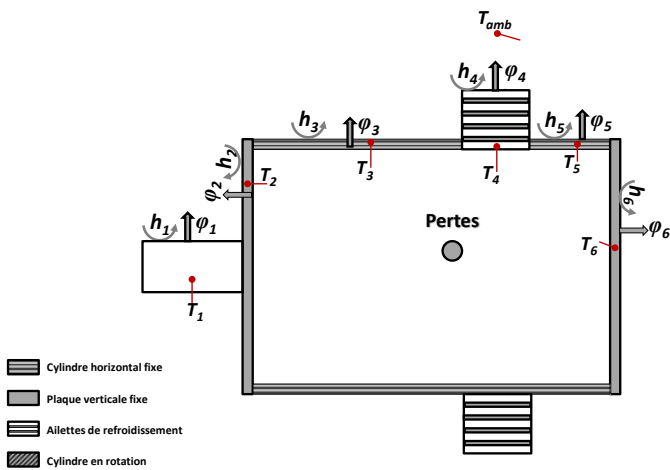


Fig.2 Structure simplifiée de la MAPI pour représenter les phénomènes de CN

4. VALIDATION EXPERIMENTALE

4.1. Protocole de mesure in situ

Les thermocouples (TC) utilisés dans la mesure des températures des surfaces sont les Chromel-Alumel ou les TC de type k de précision 1°C. Pour le placement des thermocouples, des trous de l'ordre de 1 mm sont percés dans les différents éléments de la machine. Afin de bien s'assurer de la mesure de température des pièces, les TC sont placés avec une pâte thermique. Ces thermocouples sont reliés à une centrale d'acquisition. Leur emplacement à la surface extérieure de la machine est présenté dans la Fig.3 (a- surface de la cache fixe, b- cache embrayage, c- ailettes de refroidissement et d- arbre).

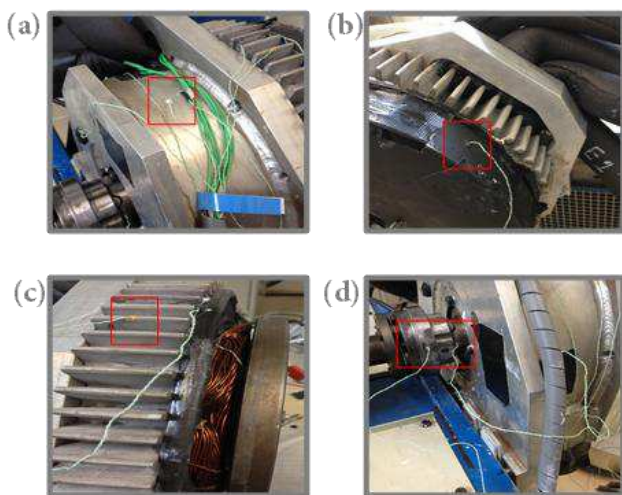


Fig.3 Emplacement des thermocouples sur les surfaces extérieures de la machine.

Pour valider l'hypothèse de l'homogénéité des températures de surfaces, les thermocouples sont doublés sur les surfaces

cylindriques radiales et sur les ailettes à plusieurs positions (haut, bas). Un écart de température de 3°C entre les différents thermocouples installés sur une surface (en particulier les surfaces radiales, les ailettes et l'arbre) est considéré acceptable pour l'hypothèse d'homogénéité.

4.2. Description des essais thermiques

Des essais thermiques ont été effectués sur la MAPI en statique à courant continu pour des densités de courant allant de 2.75 à 5.5 A/mm², en rotation à vide pour deux vitesses de rotation 2500 et 4000 trs/min et deux essais en charge pour 2500 et 4000 trs/min pour deux densités de courant 4.5 et 5 A/mm². Le but de ces essais est de pouvoir évaluer l'erreur entre les pertes internes et la somme des flux sortants pour différents modes de fonctionnement de la machine. La machine est complètement fermée. Elle est décalée du banc d'essai en utilisant des plaques d'époxy de faible conductivité thermique et de l'air emprisonné. Cet écartement (voir Fig.3d) permet l'isolation thermique de la machine de son banc et de limiter le flux de conduction qui pouvait passer de la machine vers le banc d'essai à travers les fixations.

4.3. Pertes dans la machine

Les pertes internes se déclinent en 3 parties :

1. Les pertes Joule dans les conducteurs logés dans les encoches et dans les têtes de bobines. Ces pertes sont calculées par la formule usuelle : $P = R_{elec} \cdot I^2$. La résistance électrique R_{elec} variant en fonction de la température est calculée analytiquement et validée expérimentalement. Il est à noter que les têtes de bobines dans ce type de machine constituent presque 70% du volume total de bobinage.
2. Les pertes fer dans le stator sont calculées par la formule de Bertotti[9] en s'appuyant sur une résolution par éléments finis[10]. Ces pertes sont négligées dans le rotor. De même que pour les pertes dans les aimants permanents.
3. Les pertes mécaniques sont déduites expérimentalement en s'appuyant sur un bilan de puissance d'entrées et de sortie de la machine. Dans le cas actuel d'étude, les pertes mécaniques sont très importantes. Pour des vitesses de rotation allant jusqu'à 4000 trs/min, les pertes aérodynamiques sont négligées. Des études précédentes [11] ont montré que ces pertes sont de l'ordre de 15W à 3500 trs/min, ce qui est considéré négligeable dans le contexte de cette étude.

La synthèse de ces essais et les différentes pertes internes de la machine sont décrits dans le Tableau 1.

Tableau 1. Synthèse des essais thermiques et des pertes internes de la machine

Essai			Pertes (W)		
N°	J(A/mm2)	Ω(rpm)	Joules	fer	Méc.
1	0	2500	0	108	107
2	0	4000	0	232	190
3	4.5	0	177	0	0
4	5.0	0	232	0	0
5	4.5	2500	177	108	107
6	5.0	2500	232	108	107
7	4.5	4000	177	232	190

Les pertes Joule sont connues avec une grande précision, ainsi que les pertes fer ont été validées expérimentalement pour la MAPI[12]. Les pertes mécaniques sont précises à ±26W pour

2500 trs/min et $\pm 40W$ pour 4000 trs/min (précision du couplemètre, à 0.1N.m)

4.4. Distribution des flux de chaleur sortants

4.4.1. Coefficients de convection et résistances thermiques équivalentes

Dans cette partie, deux essais sont présentés. Le premier est l'essai n°3 en statique où les enroulements sont montés en série et alimentés par un courant continu de 90A (qui correspond à une densité de courant de $4.5A/mm^2$). Le deuxième est l'essai en rotation à 4000trs/min et en charge pour $4.5A/mm^2$ (essai n°7). Les coefficients de convection naturelle des surfaces exposées à l'air ambiant ainsi que les résistances thermiques équivalentes de convection R_{eq} sont calculées en s'appuyant sur les corrélations du Tableau 5, sur l'Eq. (1) et sur les températures expérimentales. Les synthèses de ces calculs pour les deux configurations (essai n°3 et n°7) sont présentées dans le Tableau 2 et le Tableau 3

Tableau 2. Synthèse des coefficients de convection et du calcul de la résistance de convection pour l'essai n°3 (Essai à courant continu à $4.5A/mm^2$, enroulements en série).

Configuration	h (W/K/m ²)		S _{tot} (m ²)	R _{eq} (K/W)
Cache Fixe	5.0 ¹	5.4 ²	0.140	1.37
Cache embrayage	4.5 ¹	5.1 ²	0.113	1.80
Carter à ailettes	6.1		0.145	1.12
Arbre	3.3		0.022	13.68

¹: Surface radiale
²: Surface axiale

Tableau 3. Synthèse des coefficients de convection et du calcul de la résistance de convection pour l'essai n°7 à 4000 trs/min et $4.5A/mm^2$

Configuration	h (W/K/m ²)		S _{tot} (m ²)	R _{eq} (K/W)
Cache Fixe	5.8 ¹	6.2 ²	0.140	1.20
Cache embrayage	5.3 ¹	6.0 ²	0.113	1.52
Carter à ailettes	7.0		0.145	1.00
Arbre	149		0.022	0.30

¹: Surface radiale
²: Surface axiale

Les coefficients d'échange par convection naturelle, dépendent principalement de la température du film d'air entre la paroi et l'air ambiant, des formes géométriques des surfaces, des propriétés de l'air, et de la vitesse de rotation (pour la convection autour de l'arbre en rotation). L'estimation des h conduit, en connaissant les températures expérimentales, au calcul des flux de chaleur ϕ sortants à travers les surfaces grâce à la formule :

$$\phi = \frac{\Delta T}{R_{eq}} \quad (4)$$

Avec ΔT la différence des températures entre la surface et l'air extérieur supposé à l'infini (T_∞).

Dans le cas où un essai se déroule à vide (sans rotation), la convection à travers l'arbre devient très faible, voire négligeable, et le chemin de flux de chaleur à travers les ailettes est prépondérant. La Fig.4 montre la distribution de flux de chaleur et les températures expérimentales pour l'essai n°3. Il est à noter que la largeur des flèches dans les deux figures (Fig.4 et Fig.5) correspond au niveau de contribution de la

surface à l'évacuation de la chaleur par rapport au flux total mesuré. En plus, on considère que la machine possède une symétrie axiale et on représente les flux totaux pour chaque surface.

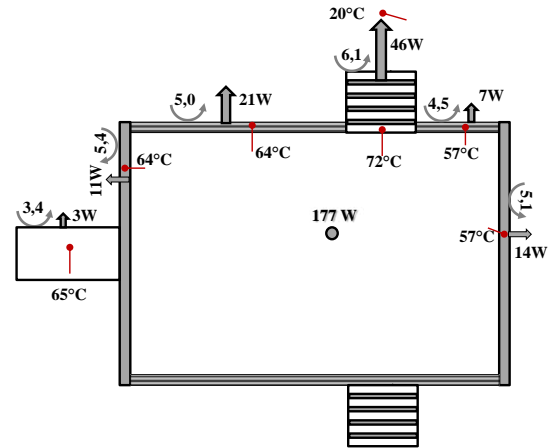


Fig.4 Distribution des flux thermiques pour l'essai à courant continu à $4.5A/mm^2$, enroulements en série.

Lorsque la vitesse de rotation augmente en essai n°7, à 4000 trs/min, le flux sortant est plus important à travers l'arbre de rotation (Fig.5). Normalement, dans le cas classique des machines électriques, le flux convectif à travers l'arbre est négligé. Par contre, pour la MAPI, l'arbre contribue d'une manière très significative à l'évacuation des calories produites.

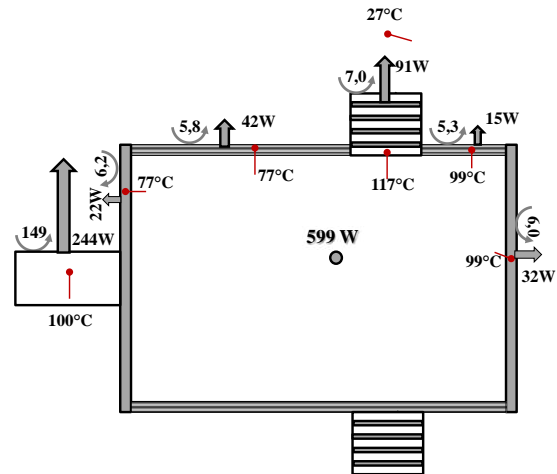


Fig.5 Distribution des flux thermiques pour l'essai à 4000 trs/min et $4.5A/mm^2$

4.5. Synthèse des résultats

Le Tableau 4 compare la somme des flux sortants des surfaces d'échanges Φ_{ext} aux pertes internes de la machine Φ_{int} .

L'erreur globale entre les deux flux entrant et sortant est calculée par la formule :

$$\varepsilon = \frac{\Phi_{in} - \Phi_{ext}}{\Phi_{in}} \quad (5)$$

Le transfert de chaleur par rayonnement peut aussi contribuer à l'évacuation des calories produites, quoique leur effet, peut-être considéré négligeable à l'intérieur de la

machine [13]. Pour les surfaces exposées à l'air ambiant d'une machine, le rayonnement est négligé lors d'un refroidissement par convection forcée (ventilation ou par eau) [14]. Le pourcentage de flux rayonné de la machine dépend principalement du choix du facteur de l'émissivité des surfaces qui doit être évalué judicieusement. Dans cet article, le coefficient d'émissivité sur les surfaces de la MAPI est déduit expérimentalement [15]. Ce facteur varie de $\varepsilon = 0.12 - 0.19$ sur les surfaces d'aluminium poli 2,3, 5 et 6 (voir Fig.2), alors que $\varepsilon = 0.55$ sur la surface des ailettes de refroidissement en aluminium anodisé. Dans le cas où la machine est en rotation à des vitesses non négligeables, le rayonnement est négligé sur l'arbre en rotation. Par ailleurs, le pourcentage des flux sortants par rayonnement via les surfaces externes de la machine est entre 9 et 13% pour tous les essais.

Tableau 4.Synthèse des résultats expérimentaux

N° Essai	$\Phi_{int}(W)$	$\Phi_{conv}(W)$	$\Phi_{ray}(W)$	$\Phi_{ext}(W)$	Erreur ε
1	215	158	15	173	19,5%
2	422	280	24	304	28,0%
3	177	104	17	121	31,6%
4	232	134	22	156	32,8%
5	392	300	32	332	15,3%
6	447	312	36	348	22,1%
7	599	446	44	490	18,2%

4.6. Interprétations

Pour les essais en rotation, les pertes dans la machine, en particulier les pertes mécaniques sont plus ou moins précises. L'erreur globale à ce niveau est influencée par la précision de ces pertes. Par contre les pertes par effet Joule pour les essais en statique (à courant continu) sont parfaitement connues, ainsi on peut déduire que l'erreur globale donne un ordre de grandeur sur l'imprécision du calcul des coefficients d'échanges. Pour ces deux essais (à $J=4.5$ et à $5 A/mm^2$), l'erreur est évaluée entre 31 et 33%. Alors que pour des essais en rotation, cette erreur diminue pour atteindre 20%. Cette diminution est due, d'une part, à la contribution de la rotation de l'arbre à l'évacuation de la chaleur produite dans la machine et/ou à l'imprécision des pertes mécaniques.

5. CONCLUSIONS

Dans cet article, les coefficients de transferts convectifs sont évalués tout d'abord en choisissant une représentation de la machine en se basant sur des géométries simples et connues. Ensuite, une validation expérimentale de ces coefficients est présentée en s'appuyant sur des résultats d'essais d'un banc de test d'une machine synchrone à aimants permanents internes. La synthèse des résultats est réalisée en calculant les flux sortants de la machine et en les comparant aux chaleurs produites à l'intérieur de la machine (Pertes). Cette étude a permis de donner un ordre de précision des corrélations classiques à environ 30%. Cet ordre est de majeure importance, en particulier, lors de la modélisation thermique complète de la machine électrique. De même, dans le cadre d'une machine totalement fermée et intégrée dans un environnement complexe (ne permettant pas l'insertion d'un ventilateur par exemple), le phénomène de rayonnement doit être pris en compte. Nous avons également observé que dans telle machine, les

ANNEXES I

phénomènes de convection sur l'arbre en rotation (négligé parfois) contribue d'une façon significative à l'évacuation de la chaleur vers l'air ambiant (40% pour un essai en charge à 4000 trs/min et pour $4.5 A/mm^2$).

6. REFERENCES

- [1] J. HUETZ, J.P. PETIT, Notions de transfert thermique par convection, TI, A1540a Août 1990 traité Génie énergétique.
- [2] F. KREITH, M. MANGLIK, M.S. BOHN, Principles of heat transfer, Seventh Edition, Cengage Learning Inc., 2011
- [3] F. INCROPERA, D. DEWITT – Fundamentals of Heat and Mass Transfer. John Wiley & Sons, Inc., 2011.
- [4] Y. BERTIN. Refroidissement des machines électriques tournantes. Techniques de l'ingénieur (Ref D 3 460), Mai 1999, Traité Génie électrique.
- [5] D.A. STATON, A. CAVAGNINO, Convection Heat Transfer and Flow Calculations Suitable for Electric Machines Thermal Models, IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol.55, Oct. 2008.
- [6] S.C. HALDAR, G.S. KOCHHAR, K. MANOHAR, R.K. SAHOO, Numerical study of laminar free convection about a horizontal cylinder with longitudinal fins of finite thickness, International Journal of Thermal Sciences, Volume 46, Issue 7, July 2007, Pages 692-698.
- [7] A.H. BASSAM, Optimization of natural convection heat transfer from a cylinder with high conductivity fins, Numer. Heat Transfer, Part A 43(2003) 65–82.
- [8] A. BONTEMPS, A. GARRIGUE, C. GOUBIER, J. HUETZ, C. MARVILLET, P. MERCIER, R. VIDIL, Échangeurs de chaleur - Intensification des échanges thermiques, Techniques de l'ingénieur (Ref B2343).
- [9] G. BERTOTTI, General properties of power losses in soft ferromagnetic materials, IEEE Transactions on magnetics, ol. 24, no.1, January 1988.
- [10] J. LEGRANGER, G. FRIEDRICH, S. VIVIER, J.C MIPO, Combination of Finite Element and Analytical Models in the Optimal Multi-Domain Design of Machines : Application to an Interior Permanent Magnet Starter Generator, Industry Applications Society Annual Meeting, 2008. IAS '08. IEEE, vol., no., pp.1,6, 5-9 Oct. 2008
- [11] B.RENARD, 'Etude expérimentale et modélisation du comportement thermique d'une machine électrique multifonctions. Application a un alerno-démarreur intégré, Rapport de thèse 2003, Université de Poitiers
- [12] L. CHEDOT, Contribution à l'étude des machines synchrones à aimants permanents internes à large espace de fonctionnement : Application à l'alternateur, Thèse UTC, 2004
- [13] Y. BERTIN, Analyse des transferts de chaleur dans un moteur électrique asynchrone, développement d'un environnement C.A.O et modélisations thermoaérodynamiques, Thèse de doctorat de l'université de Poitiers, Poitiers, 1987.
- [14] A.BOGLIETTI, A.CAVAGNINO, M.PARVIS, A.VALLAN, Evaluation of radiation thermal resistances in industrial motors, Industry Applications, IEEE Transactions on, vol.42, no.3, pp.688,693, May-June 2006
- [15] F. CABANNES, Température de surface : mesure radiative. TI – R 2735, traité Mesures et Contrôle
- [16] S. W. CHURCHILL, H. H. S. CHU, Correlation equations for laminar and turbulent free convection from a horizontal cylinder, Int. J. Heat Mass Transfer, 18, 1049, 1975.
- [17] D. W. Van De Pol and J. K. Tierney, "Free convection Nusselt number for vertical U-shaped channels," Trans. ASME, vol. 95, pp. 542–543, Nov. 1973.
- [18] S. W. CHURCHILL, H. H. S. CHU, Correlation equations for laminar and turbulent free convection from a vertical plate. Int. J. Heat Mass Transfer, 18, 1323, 1975.
- [19] P-Y. NIZOU, F. FRAGNAUD, Transferts thermiques par convection, cours et corrélations usuelles, cours ISITEM, 1997

Tableau 5. Synthèse de corrélations

Configuration	Corrélation	Domaine de validité	Réf.	Zone d'application
Cylindre long horizontal fixe	$\overline{Nu} = \left\{ 0.6 + \frac{0.387 \cdot Ra_D^{1/6}}{\left[1 + (0.559 / Pr)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2$	$Ra < 10^{12}$	[16]	Carter sans ailettes
Ailettes de refroidissement	$Nu = 0.00067 \cdot Ra \cdot \left[1 - e^{-\left(\frac{7460}{Ra} \right)^{0.44}} \right]^{1.7}$	Forme en U	[17]	Ailettes
Plaque verticale	$\overline{Nu} = \left\{ 0.825 + \frac{0.387 \cdot Ra_D^{1/6}}{\left[1 + (0.492 / Pr)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2$	-	[3],[18]	Surface latérale (carter, cache,...)
Cylindre en rotation	$Nu = 0.11 * [(0.5 * Re_w^2 + Gr) * Pr]^{0.35}$		[3]	Arbre