

# Relation entre les opérateurs fractionnaires pour la modélisation de la polarisation diélectrique dynamique champ fort et de la permittivité diélectrique complexe

Benjamin Ducharne, Bin Zhang, Gael Sebal, Daniel Guyomar

► **To cite this version:**

Benjamin Ducharne, Bin Zhang, Gael Sebal, Daniel Guyomar. Relation entre les opérateurs fractionnaires pour la modélisation de la polarisation diélectrique dynamique champ fort et de la permittivité diélectrique complexe. Symposium de Génie Électrique 2014, Jul 2014, Cachan, France. hal-01065160

**HAL Id: hal-01065160**

**<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01065160>**

Submitted on 18 Sep 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Opérateurs fractionnaires pour la modélisation de la polarisation diélectrique dynamique champ fort et de la permittivité diélectrique complexe.

Benjamin DUCHARNE, Bin ZHANG, Gael SEBALD, Daniel Guyomar  
Laboratoire de Génie Electrique et Ferroélectricité LGEF (INSA LYON)

**RESUME** -Les opérateurs fractionnaires sont particulièrement bien adaptés pour modéliser les pertes diélectriques des matériaux ferroélectriques. Là, où les opérateurs à dérivées entières sont toujours limités à des bandes passantes réduites, une approche à base d'opérateurs fractionnaires permet d'obtenir de bons résultats même pour des fréquences qui dépassent les fréquences classiques d'utilisation des systèmes piézoélectriques. Dans cet article est démontrée la relation entre la modélisation à base d'opérateurs fractionnaires de l'hystérésis dynamique, sous fort champ, et pour des fréquences relativement basses, et la modélisation de la permittivité diélectrique complexe de Cole-Cole bas niveaux, hautes fréquences. Dans les deux cas de figure, des comparaisons entre simulations et expériences ont été effectuées, les mêmes paramètres de simulation ont été utilisés, une très bonne corrélation entre résultats prédits et mesurés a été obtenue. On peut donc attribuer la même origine physique aux pertes diélectriques dynamiques modélisées (la relaxation diélectrique). D'un point de vue application, ces bons résultats de simulation obtenus pour des comportements distincts présentent des avantages. Ils permettent en effet de limiter la caractérisation d'une céramique à son comportement bas niveau (à l'impédance-mètre), caractérisation relativement simple à obtenir. Puis en simulation, prévoir le comportement sous contrainte d'amplitude supérieure lorsque celui-ci est requis.

*Mots-clés—Hystérésis, dérivée fractionnaire, modèle Cole-Cole, polarisation diélectrique.*

## 1. INTRODUCTION

Les matériaux piézoélectriques et ferroélectriques d'un point de vue plus général sont largement utilisés dans de nombreux domaines d'applications scientifiques et technologiques. Les capteurs basés sur une conversion piézoélectrique transforment une contrainte mécanique en un signal électrique, et peuvent être utilisés comme accéléromètres, ou pour des mesures de pressions et de vibrations [1]-[3]. A l'exception des applications de type mémoire, qui fonctionnent grâce au retournement de la polarisation diélectrique au sein des céramiques piézoélectriques, l'hystérésis et les non-linéarités associées sont à prescrire si l'on souhaite converger vers des capteurs ou des actionneurs de haute précision. L'origine et les mécanismes de l'hystérésis piézoélectriques sont complexes et se manifestent

sous des formes diverses (hystérésis diélectriques, non-linéarités des pics de résonances, non-linéarités des coefficients piézoélectriques). Un cycle d'hystérésis idéal est symétrique, les champs coercitifs et les polarisations rémanentes positives et négatives, présentent les mêmes valeurs absolues [4]. Ces paramètres caractéristiques de la forme du cycle d'hystérésis peuvent être affectés par plusieurs facteurs (l'épaisseur de l'échantillon, la présence de défauts chargés, les contraintes de découpage résiduelles ou encore les traitements thermiques et de conditionnement). L'aire et la forme des cycles d'hystérésis sont fortement dépendantes de la fréquence de l'excitation. Les principales conséquences d'une augmentation de la fréquence sont :

- \_ Une augmentation des champs coercitifs.
- \_ Une diminution des polarisations rémanentes.
- \_ Une variation de l'aire du cycle d'hystérésis.

De nombreuses approches [5]-[9] ont été adoptées pour expliquer la dépendance caractéristique en fréquence des matériaux ferroélectriques. Les opérateurs fractionnaires sont particulièrement bien adaptés pour modéliser l'hystérésis diélectrique des matériaux ferroélectriques. Là, où les opérateurs à dérivée entière sont en règle générale limités à des bandes de fréquence relativement restreintes, une approche à base de dérivées fractionnaires fournit une bonne précision entre mesure et simulation bien au-delà des limites physiques des systèmes piézoélectriques classiques. Le comportement des céramiques piézoélectriques à bas niveau de champ électrique est habituellement décrit par des relations linéarisées autour d'un point de fonctionnement. Le comportement de la céramique lorsque la fréquence augmente également appelée relaxation diélectrique donne des informations importantes sur la constitution de l'échantillon ainsi que sur les relations physiques à l'origine de la polarisation. Cette caractéristique est en générale mesurée à l'aide d'un analyseur de spectre (impédance-mètre). L'analyseur permet de mesurer l'évolution de la capacité parallèle équivalente ainsi que l'angle de pertes  $\tan\delta$  en fonction de la fréquence. La relaxation diélectrique est en générale définie comme un retard élémentaire de la polarisation diélectrique  $P$  d'un matériau. Cette relaxation est habituellement décrite dans l'équation donnant l'évolution de la permittivité en fonction de la fréquence, ce qui pour les systèmes idéaux est donné par l'équation de Debye:

$$\varepsilon^*(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{\Delta\varepsilon}{1 + i\omega\tau} \quad (1)$$

$\varepsilon_\infty$ , correspond à la permittivité à très grande fréquence,  $\Delta\varepsilon = \varepsilon_s - \varepsilon_\infty$  avec  $\varepsilon_s$  la permittivité dite quasi-statique obtenue à très faible fréquence.  $\tau$  est le temps de relaxation caractéristique du matériau testé. Dans le cas des céramiques piézoélectriques classiques, l'équation de Debye (dépendance fréquentielle de la permittivité) est étendue au modèle dit de Cole-Cole pour une meilleure précision, et une utilisation sur une bande de fréquence plus large.

$$\varepsilon^*(\omega) = \varepsilon'(\omega) - j\varepsilon''(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{\Delta\varepsilon}{1 + (i\omega\tau)^\alpha} \quad (2)$$

$\varepsilon'(\omega)$  et  $\varepsilon''(\omega)$  sont respectivement la partie réelle et imaginaire de la permittivité.  $\alpha$  est relié à la distribution des temps de relaxation comprise entre 0 et 1. Le modèle de Cole-Cole présente une dépendance fractionnaire de la permittivité en fonction de la fréquence. L'objectif de cet article et de faire le lien entre l'opérateur fractionnaire utilisé dans un modèle d'hystérésis diélectrique fort champ et le modèle fractionnaire de Cole-Cole, bien adapté pour la modélisation large bande de la dépendance en fréquence de la permittivité.

## 2. MODEL

### 2.1.1 Modèle diélectrique fort champ

Dans cette partie est présenté en détail le modèle champ fort utilisé pour cette étude. Ce modèle a déjà été utilisé avec succès à de nombreuses occasions [10]-[13]. Le modèle est composé de deux contributions. Une contribution quasi-statique reliée au comportement basses fréquences ( $f \ll 1\text{Hz}$ ) et une contribution dynamique constituée d'un terme fractionnaire traduisant la dépendance en fréquence.

### 2.1.2 Contribution quasi-statique

La contribution quasi-statique est observable lorsque l'on trace l'évolution de la polarisation,  $P$ , en fonction du champ électrique  $E$  à très basses fréquences ( $f \ll 1\text{Hz}$ ). Pour de tels niveaux de fréquences, nous admettons que les mouvements des parois de Bloch séparant les domaines ferroélectriques sont équivalents à des frottements secs mécaniques. En simulation un cycle d'hystérésis majeur  $P(E)$  est obtenu avec une bonne approximation par translation d'une courbe anhystérétique. Le signe de cette translation est égal au signe de la dérivée temporelle de la polarisation et son amplitude est égale aux champs coercitifs,  $Ec$ .

$$P(t) = f \left( E(t) - Ec \cdot \text{sign} \left( \frac{dP(t)}{dt} \right) \right) \quad (3)$$

$f(E)$  (réciproquement  $f^{-1}(P)$ ) traduit le comportement d'un diélectrique non linéaire (saturation) sans hystérésis. Pour obtenir cette fonction, une courbe anhystérétique a été reconstitué à partir d'un cycle majeur expérimental ( $E > 2\text{kV}$ ). Pour une polarisation donnée, le champ électrique de la courbe anhystérétique est obtenu en utilisant la moyenne des champs électriques obtenus pour la partie croissante ( $E1$ ) et décroissante du cycle majeur ( $E2$ ).

$$E_{anh} = \frac{E_1 + E_2}{2} \quad (4)$$

Les paramètres  $\gamma$ ,  $\sigma$  de la fonction  $f$  sont obtenus via l'ajustement entre la fonction et la courbe expérimentale anhystérétique obtenue précédemment.

$$f(E(t)) = \sigma \cdot \tan^{-1} \left( \frac{E(t)}{\gamma} \right) \quad (5)$$

L'équation n°3 donne une description relativement correcte du cycle d'hystérésis majeur observé en régime permanent sous champ électrique de forte amplitude ( $E \gg Ec$ ). Par contre, lors de la première polarisation,  $P$  reste nul jusqu'à ce que le champ électrique devienne égal au champ coercitif ce qui bien évidemment ne correspond pas à la réalité physique mesurée. Ceci illustre une mauvaise prise en compte des régimes transitoires par l'équation numéro 1. Pour modéliser correctement, obtenir des cycles plus réalistes, incluant les cycles mineurs, l'utilisation d'une distribution d'éléments de base (spectre) est nécessaire, chaque élément est caractérisé par sa propre équation n°1, son propre champ coercitif et son propre poids dans la reconstitution finale de la polarisation.

$$P_i(t) = f \left( E(t) - Ec_i \cdot \text{sign} \left( \frac{dP_i(t)}{dt} \right) \right) \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^k \text{Spectrum}(i) \cdot P_i(t) = P(t) \quad (7)$$

La fonction spectrum(i) représente la distribution de cycles élémentaires. Le protocole permettant d'obtenir cette distribution implique dans un premier temps la détermination de la courbe anhystérétique. Les paramètres  $\gamma$  et  $\sigma$  sont obtenus quand  $f^{-1}(P)$  recouvre parfaitement la courbe anhystérétique (Matlab® curve fitting toolbox, est utilisé pour cette opération). La fonction spectrum est obtenue par déconvolution de la mesure de la courbe de première polarisation par la courbe anhystérétique précédemment obtenue. Grâce à ce processus, il est possible de systématiser l'obtention des paramètres statique d'un matériau. Un grand nombre de mesures ainsi que des informations supplémentaires liées au modèle statique sont disponible dans la littérature [12][13].

### 2.1.3 Contribution dynamique

Dans la plupart des modèles de l'hystérésis diélectrique déjà existants, les effets dynamiques dans une céramique piézoélectrique sont en général introduits par adjonction d'un terme produit d'une constante assimilable à une résistance et de la dérivée entière de la polarisation :

$$P(t) = f \left( E(t) - Ec \cdot \text{sign} \left( \frac{dP(t)}{dt} \right) + \rho \cdot \frac{dP(t)}{dt} \right) \quad (8)$$

L'expérience montre que cette équation n'est valable que sur un intervalle de fréquence relativement faible. Si les comparaisons mesure/simulation de la courbe  $\langle A \rangle(\text{freq})$  donnent de bons résultats pour les basses fréquences, les différences lorsque la fréquence augmentent deviennent vite très importante.

Le terme de pertes visqueuses  $\rho \cdot dP/dt$ , de l'équation n°1 conduit à une surestimation de la polarisation à haute

fréquence. Pour résoudre ce problème, nous avons besoin d'un opérateur qui agit différemment sur les comportements basses et hautes fréquences. De tels opérateurs existent, on les appelle les dérivées non-entières ou dérivées fractionnaires. La dérivée fractionnaire généralise le concept de dérivée à un ordre non entier. Cela signifie que l'ordre de la dérivée peut être réel ou complexe. La dérivée fractionnaire d'une fonction  $f(t)$  est une convolution entre cette fonction et  $t^\alpha H(t)/\Gamma(1-\alpha)$  où  $\Gamma(\alpha)$  est la fonction gamma et  $\alpha$  est l'ordre de dérivation fractionnaire. D'un point de vue spectral, une des conséquences de la dérivée fractionnaire est que le spectre de fréquence  $f(\omega)$  de  $f(t)$  sera multiplié par  $(j\omega)^\alpha$  au lieu de  $j\omega$  pour une dérivée classique. Après addition du terme fractionnaire dans notre simulation, l'équation du modèle devient :

$$P_i(t) = f \left( E(t) - E_{c_i} \cdot \text{sign} \left( \frac{dP_i(t)}{dt} \right) + \rho \cdot \frac{d^\alpha P_i(t)}{dt^\alpha} \right) \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^k \text{Spectrum}(i) P_i(t) = P(t) \quad (9)$$

## 2.2 Modèle de la permittivité complexe sous champ électrique

A température ambiante et sous contrainte de champ électrique faible, il est connu que la partie réelle  $\varepsilon'(\omega)$  et la partie imaginaire  $\varepsilon''(\omega)$  de la permittivité diélectrique complexe mesurées autour d'un point de fonctionnement sont fortement dépendantes de la fréquence. Partie réelle et imaginaire de la permittivité complexe sont reliées entre elles par les relations bien connues de Kramers-Kronig. Le modèle de Debye a été le premier modèle proposé pour prendre en compte la relaxation diélectrique (dépendance en fréquence de la permittivité complexe). Mais les premiers résultats expérimentaux ont rapidement montrés qu'une correction de ce modèle simple serait nécessaire. Le modèle de Cole-Cole introduit une première correction via la considération non plus d'un temps de relaxation comme c'est le cas du modèle de Debye mais d'une distribution de temps de relaxation. Cette correction est possible grâce à l'extension à un ordre non entier du modèle de Debye. Le modèle de Cole-Cole présente en effet une dépendance fractionnaire de l'évolution de la permittivité complexe.

Issu du modèle de Cole-Cole  $\varepsilon'(\omega)$  et  $\varepsilon''(\omega)$  peuvent être écrites comme :

$$\varepsilon'(\omega) = \varepsilon_\infty + \left( \frac{\Delta\varepsilon'}{2} \right) \left\{ 1 - \frac{\sinh(\beta z)}{\cosh(\beta z) + \cos\left(\beta \frac{\pi}{2}\right)} \right\} \quad (10)$$

$$\varepsilon''(\omega) = \left( \frac{\Delta\varepsilon'}{2} \right) \left\{ \frac{\sinh\left(\beta \frac{\pi}{2}\right)}{\cosh(\beta z) + \cos\left(\beta \frac{\pi}{2}\right)} \right\} \quad (11)$$

Ici  $z = \ln(\omega\tau)$ ,  $\Delta\varepsilon' = \varepsilon_s - \varepsilon_\infty$  et  $\beta = (1-\alpha)$ , avec  $\alpha$  à l'origine de la déformation du demi arc de cercle dans les tracés Cole-Cole (c'est-à-dire l'angle entre l'axe des  $\varepsilon'$  et le centre du demi arc de cercle).  $\varepsilon'(\omega)$  est reliée à l'énergie stockée dans un matériau,  $\varepsilon''(\omega)$  est lié à l'énergie dissipée à travers celui-ci. Selon le modèle Cole-Cole, la permittivité complexe peut-être écrite comme :

$$\varepsilon^*(\omega) = \varepsilon'(\omega) - j\varepsilon''(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{\Delta\varepsilon}{1 + (i\omega\tau)^\alpha} \quad (13)$$

avec  $\Delta\varepsilon = \varepsilon_s - \varepsilon_\infty$  et  $0 < \alpha = 1 - 2\sigma/\pi \leq 1$ .  $\sigma$  est l'angle de déformation du demi arc de cercle, de nombreuses méthodes existent pour déterminer cet angle [14].

## 2.3 Relation entre le modèle d'hystérésis dynamique fort champ et le modèle de permittivité complexe de Cole Cole.

Partons du modèle d'hystérésis dynamique eq. (8), si l'on considère une excitation de faible amplitude et suffisamment basse pour supposer une relation de linéarité entre la polarisation  $P$  et le champ électrique  $E$  et si la polarisation est cosinusoidale  $P(t) = P_0 \cdot \cos(\omega t)$ . La contribution statique de  $E$  est donnée par :

$$E_{stat}(t) = \frac{P_0 \cdot \cos(\omega t)}{\varepsilon_{static}} \quad (14)$$

Lorsque la fréquence augmente la contribution dynamique est obtenue à partir de la relation fractionnaire :

$$E_{dynamic}(t) = \rho \cdot \frac{d^\alpha P}{dt^\alpha} \quad (15)$$

Comme  $P$  est de type harmonique, cette contribution possède une solution analytique :

$$E_{dynamic}(t) = \rho \cdot P_0 \cdot \omega^\alpha \cdot \cos(\omega t + \alpha \cdot \frac{\pi}{2}) \quad (16)$$

Finalement, pour des fréquences supérieures, le champ électrique incluant toutes les contributions est donnée par :

$$E(t) = \rho \cdot P_0 \cdot \omega^\alpha \cdot \cos(\omega t + \alpha \cdot \frac{\pi}{2}) + \frac{P_0 \cdot \cos(\omega t)}{\varepsilon_{static}} \quad (17)$$

Ce qui permet en complexe après simplification de revenir sur l'équation de Cole-Cole :  $R\{\underline{E}(t)\} = E(t)$

$$\underline{E}(t) = P_0 \cdot e^{j\omega t} \cdot \left[ \frac{1}{\varepsilon_{static}} + \rho \cdot \omega^\alpha \cdot e^{j\alpha \frac{\pi}{2}} \right] \quad (18)$$

$$\underline{\varepsilon} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_{static}} + \rho \cdot \omega^\alpha \cdot e^{j\alpha \frac{\pi}{2}}}$$

$$\underline{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_{static}}{1 + (\tau \cdot \omega \cdot j)^\alpha} \quad (19)$$

Avec  $\tau^\alpha = \varepsilon_{static} \cdot \rho$

Si l'on suppose enfin que  $\varepsilon(0) \gg \varepsilon_\infty$ , la relation entre le modèle de Cole-Cole et le modèle d'hystérésis fractionnaire fort champ est alors évidente :

$$\underline{\varepsilon} = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon(0) - \varepsilon_\infty}{1 + (j\omega\tau)^\gamma} \approx \frac{\varepsilon_{stat}}{1 + (\tau\omega.j)^\alpha} \quad (20)$$

### 3. CARACTERISATION ET VALIDATION EXPERIMENTALE

Une céramique typique douce PZT (P188manufacturée par Quartz & Silice, France, Navy type II) fait l'objet de cette étude.

Parameters	Symbol	Units	Typical values
Density	$\rho$	$10^3 \text{ kg.m}^{-3}$	7.7
Poisson's constant	$\sigma$		0.3
Curie point	$T_c$	$^\circ\text{C}$	340
Dielectric permittivity	$\varepsilon_{33}^T/\varepsilon_0$		1850
Piezoelectric coefficient	d33	pC/N	425

Tableau 1. Caractéristique principale d'une céramique Standard donnée par le constructeur.

Des spécimens cylindriques (diamètre 6.35 mm, hauteur 4 mm) sont soumis à un champ électrique; nous supposons des conditions de température constante et la liberté de déplacement des échantillons.

#### 3.1 Caractérisation sous champ électrique

La tension d'excitation est sinusoïdale (à fréquence variable) la valeur maximale est de 2 kV/mm, les champs coercitifs sont largement dépassés. Cette tension provient d'un amplificateur de tension de type Optilas Trek. Pour éviter les arcs électriques, les échantillons sont noyés dans de la graisse de silicone. Le courant électrique est mesuré à l'aide d'un amplificateur Kisler 5011. Le champ de polarisation est déterminé par intégration de la mesure du courant. La figure n°1 présente le dispositif expérimental de mesure développé pour la caractérisation champ fort. A noter que ce dispositif permet également la mesure du déplacement mécanique de la céramique et donc l'obtention des Cycles  $S(E)$ .

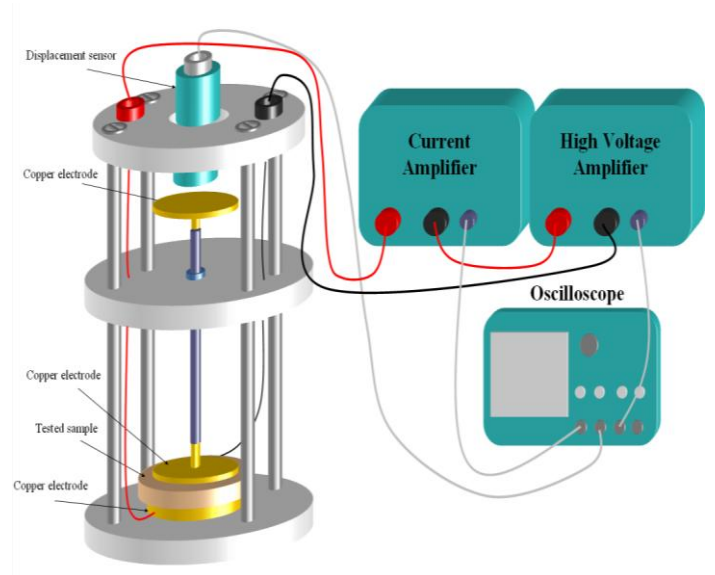


Fig.1Banc de mesure expérimental

#### 3.2 Caractérisation à l'impédance-mètre

Le signal d'excitation en sortie de l'impédance-mètre est constitué d'un signal sinusoïdal (de fréquence variable) et d'amplitude 1V. L'analyseur agit comme une source de tension parfaite, le courant circulant à travers la céramique est enregistré simultanément. A partir de la tension imposée et de la mesure du courant, sont déterminés la capacité parallèle équivalente ainsi que l'angle de pertes en fonction de la fréquence. L'analyseur fournit un balayage en fréquence linéaire sur une large bande de fréquence disponible (40Hz-40Mhz). A noter que dans cette étude nous n'avons pas pu aller jusqu'à la valeur maximale de fréquence de l'impédance-mètre à cause des résonances mécaniques des matériaux.

### 4. RESULTATS EXPERIMENTAUX

L'objectif principal de cette étude est de valider l'utilisation des opérateurs fractionnaires pour la modélisation de la dépendance en fréquence de la permittivité diélectrique complexe ainsi que celle de l'hystérésis diélectrique obtenue sous forte contrainte de champ électrique. Nous voulons également vérifier que les paramètres dynamiques de modélisation sont les mêmes à travers les échelles et qu'une caractérisation bas niveau est suffisante pour renseigner correctement l'ensemble des modèles. Pour valider ces propos, un protocole expérimental a été proposé. Dans un premier temps, une caractérisation et modélisation fort champ a été réalisée, les paramètres de simulation ont été adaptés en suivant les protocoles proposés précédemment. A partir des premières mesures, les paramètres statiques (spectre,  $\gamma$ ,  $\sigma$ ) et les paramètres dynamiques ( $\alpha$ ,  $\rho$ ) ont été déterminés. La figure n°2 présente les premiers résultats, sur cette figure est comparée les cycles d'hystérésis obtenus en simulation et mesure pour différentes fréquences

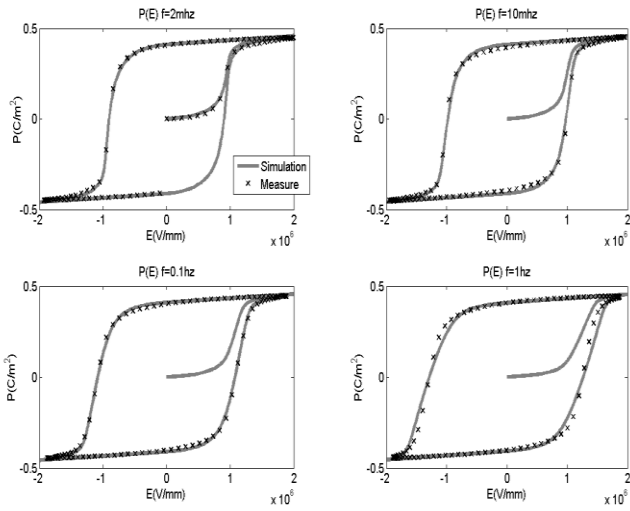


Fig.2 Comparaison simulation/mesure sous champ fort pour des fréquences variant de 2mHz à 1Hz.

La figure n°2 montre de bonnes corrélations simulation/mesure sur les cycles champ fort, et avec les paramètres dynamiques suivant : une résistante équivalente égale à 50000 et un coefficient fractionnaire  $\alpha$  proche de 0.5. A noter, que sur ce type de mesures, on est très rapidement limité en fréquence par les amplificateurs haute tension qui ne sont plus capable de fournir le courant nécessaire à la polarisation rapide de la céramique. Pour obtenir un cycle à 100Hz par exemple, il faut réduire la surface de l'échantillon à 1mm<sup>2</sup> ce qui constitue une surface limite car d'un point de vue mécanique un échantillon d'une surface plus petite ne tiendrait pas dans le porte-échantillon.

Des bons résultats sont également obtenus (figure n°3) avec les mêmes paramètres de simulation, sur la courbe d'évolution de l'aire du cycle en fonction de la fréquence  $\langle A \rangle(f)$ , et pour un ordre fractionnaire également de 0.5.

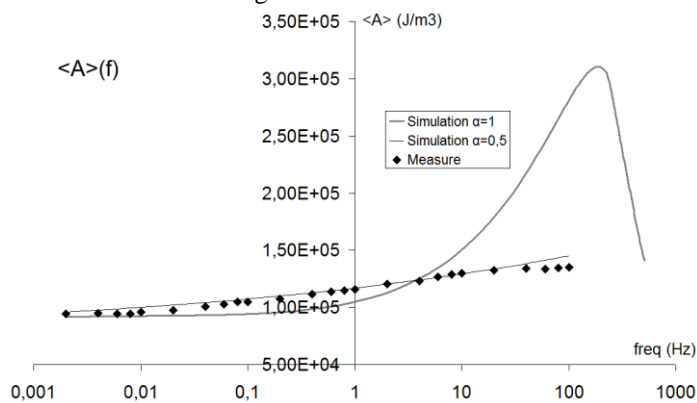


Fig.3 Comparaison de l'évolution de l'aire du cycle simulation/mesure sous champ fort électrique pour  $\rho=100000$ ,  $\alpha=0.5$  et  $\alpha=1$ .

Figure n°3 permet également d'insister sur l'influence de l'ordre du coefficient fractionnaire, on voit en effet sur cette

figure que pour un opérateur entier ( $\alpha=1$ ) les résultats de simulation sont complètement faussés.

Pour valider la relation entre le modèle fractionnaire champ fort et le modèle de la permittivité diélectrique de Cole-Cole une comparaison mesure/simulation a été effectuée entre le tracé Cole-Cole obtenu à partir des mesures à l'impédance-mètre et le modèle de Cole-Cole paramétrés avec les mêmes paramètres que ceux de la modélisation champ fort ( $\rho=100000$ ,  $\alpha=0.5$ ).

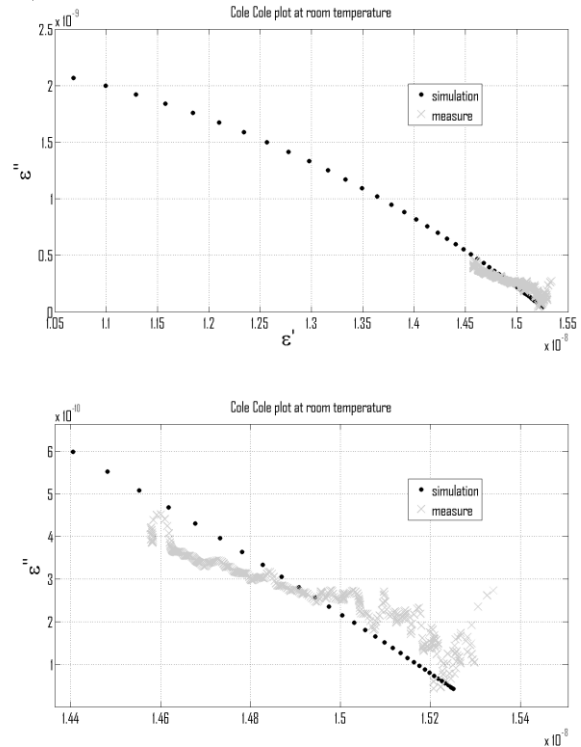


Fig.4 Comparaison mesure/simulation pour des tracés Cole-Cole ( $\epsilon''(\epsilon')$ ) Avec en simulation  $\rho=100000$  et  $\alpha=0.5$ .

Nous n'avons malheureusement pas pu aller très haut en fréquence à l'aide de l'impédance-mètre car dès que l'on rencontre les premières résonances mécaniques l'impédance s'écroule et fausse complètement les résultats. Cependant les tracés jusqu'à 300Khz obtenue donnent de résultats très intéressants, en effet les deux courbes simulées et expérimentales se superposent relativement bien confirmant ce que l'on avait imaginé. Les comportements physiques à l'origine des pertes diélectriques se reproduisent à travers les échelles, les paramètres de modélisation obtenus sous champ fort des opérateurs fractionnaires peuvent être conservés pour la modélisation bas niveaux.

## 5. CONCLUSION

L'utilisation d'opérateurs fractionnaires pour la prise en compte des pertes diélectriques à travers une céramique piézoélectrique a déjà été testée avec succès dans le passé. Cette technique donne de relativement bons résultats sur les comparaisons mesures/simulations des cycles d'hystérésis  $P(E)$  sur de larges bandes de fréquence. Elle permet également de

prévoir le comportement des matériaux sur des échelles de temps très longues et sur des formes de non-linéarités moins visible tel que le vieillissement ou le « creep ». Dans cet article nous établissons le lien entre la considération fractionnaire sous champ électrique de forte amplitude et la modélisation bas niveau de la permittivité diélectrique de Cole-Cole. Les bons résultats de simulation obtenus dans les 2 cas sur les mêmes échantillons et avec les mêmes paramètres permettent de conclure quant à l'origine commune des pertes diélectriques. Cette constatation semble particulièrement intéressante car elle permet de réduire la caractérisation des céramiques piézoélectriques à la caractérisation facile bas-niveau à l'impédance-mètre, le comportement sous champ fort peut être prévu ensuite en simulation. Dans cet article, les auteurs se sont concentrés sur l'étude d'une céramique douce de P188, céramique standard polyvalente, il semblerait intéressant dans le futur de tester la portabilité de la technique sur d'autre type de céramiques voir d'autre type de matériaux tel que des polymères actifs.

## 6. REFERENCES

- [1] J.F.M. Cillessen, J.B. Giesbers, R.P. Weening, and R.M. Wolf, “A ferroelectric transparent thin-film transistor”, *Appl. Phys. Lett.*, vol.68, pp. 3650-3652, Jun. 1996.
- [2] M.W.J. Prins, S.E. Zinnemers, J.F.M. Cillessen, and J.B. Giesberg, “Depletion-type thin-film transistors with a ferroelectric insulator”, *Appl. Phys. Lett.*, vol.70, pp. 458-460, Jan. 1997.
- [3] T.K. Yong and S.S. Dong, “Memory window of  $Pt/SrBi_2Ta_2O_9/CeO_2/SiO_2/Si$  structure for metal ferroelectric insulator”, *Appl. Phys. Lett.*, vol.71, pp. 3507-3509, Dec. 1997.
- [4] K. Dimmler, M. Parris, D. Butler, S. Eaton, B. Pouligny, J.F. Scott, and Y. Ishibashi, “Switching kinetics in  $KNO_3$  ferroelectric thin-film memories”, *J. Appl. Phys.*, vol.61, pp. 5467-5470, Jun. 1987.
- [5] O. Boser, “Statistical theory of hysteresis in ferroelectric materials”, *J. Appl. Phys.*, vol.62, pp. 1344-1348, Aug. 1987.
- [6] T. Morita, Y. Ishii, and I. Fukai, “hysteresis model using distribution susceptibility”, *J. Appl. Phys.*, vol.73, pp. 7025-7029, Jun. 1993.
- [7] B.G. Potter, Jr., V. Tikare, and B.A. Tuttle, “Monte carlo simulation of ferroelectric phase transition”, *J. Appl. Phys.*, vol.87, pp. 4415-4424, May. 2000.
- [8] A.T. Bartic, D.J. Wouters, H.E. Maes, J.T. Rickes, and R.M. Waser, “Preisach model for the simulation of ferroelectric capacitors”, *J. Appl. Phys.*, vol.89, pp.3420-3425, Mar.2001.
- [9] S. Sivasubramanian, A. Widom, Y. Srivastava, “Equivalent Circuit and Simulations for the Landau-Khalatnikov model of ferroelectric hysteresis”, *IEEE Trans. on Ultras., Ferro., and Freq. Cont.*, vol.50, n°8, Aug. 2003.
- [10] B. Ducharme, D. Guyomar, and G. Sebald, “Low frequency modelling of hysteresis behaviour and dielectric permittivity in ferroelectric ceramics under electric field”, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 2007, vol.40, pp.551-555.
- [11] G. Sebald, E. Boucher, and D. Guyomar, “A model based on dry friction for modeling hysteresis in ferroelectric materials”, *J. Appl. Phys.*, vol.96, 2004, pp.2785.
- [12] D. Guyomar, B. Ducharme, G. Sebald, “Time fractional derivatives for voltage creep in ferroelectric materials: theory and experiment”, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 2008, vol.41, pp. 125410.
- [13] D. Guyomar, B. Ducharme, G. Sebald, “Dynamical hysteresis model of ferroelectric ceramics under electric field using fractional derivatives”, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 2007.
- [14] DQ. Nguyen, T. Lebey, P. Castelan, V. Bley, M. Boulos, S. Guillemet-Fritsch, C. Combette, B. Durand, “Electrical and physical characterization of bulk ceramics and thick layers of barium titanate