



# Apports et limites du tableur dans l'enseignement de l'algèbre. Questions d'instrumentation.

Mariam Haspekian

## ► To cite this version:

Mariam Haspekian. Apports et limites du tableur dans l'enseignement de l'algèbre. Questions d'instrumentation.. Recherches en Didactique des Mathématiques, 2012, Enseignement de l'algèbre élémentaire, Hors Série pp.123-136. hal-01002954

**HAL Id: hal-01002954**

**<https://hal.science/hal-01002954>**

Submitted on 2 Feb 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# APPORTS ET LIMITES DU TABLEUR DANS L'ENSEIGNEMENT DE L'ALGÈBRE. QUESTIONS D'INSTRUMENTATION

Mariam Haspekian\*

## CONTRIBUTIONS AND LIMITATIONS OF THE SPREADSHEET IN THE TEACHING OF THE ALGEBRA. INSTRUMENTATION ISSUES

**Abstract** – Starting from a panorama on the use of the spreadsheet and the learning of the algebra in the research literature in mathematics education, we introduce some reflections that may go beyond the only case of the spreadsheet and algebra, based on two theoretical frameworks. The instrumental approach emphasizes the importance of the instrumental genesis. We use it to analyze in detail the characteristics and contributions of the spreadsheet such as quoted in the research. The didactic and ergonomic approach as for her enables us to take into account the teaching factor, we use the modelization proposed there, especially the importance of the personal component, the role of this last one there being for us fundamental in the phenomena of integrating technological tools in mathematics education.

**Key words:** spreadsheet, algebra, instrumental distance, teaching practices

## TITRE DE L'ARTICLE EN ESPAGNOL

**Resumen** – Texte espagnol du résumé (style resume texte)

**Palabras-claves:** en espagnol sans majuscule séparés par des virgules

## RESUME

---

EDA Université Paris Descartes, [mariam.haspekian@parisdescartes.fr](mailto:mariam.haspekian@parisdescartes.fr)

A partir d'un panorama sur l'usage du tableur et l'apprentissage de l'algèbre dans les travaux de recherche en didactique des mathématiques, nous introduisons quelques réflexions qui peuvent aller au-delà du seul cas du tableur et de l'algèbre, à partir de deux cadres théoriques. L'approche instrumentale insiste sur l'importance des genèses instrumentales. Nous l'utilisons pour analyser finement les caractéristiques et apports du tableur tels que cités dans les travaux de recherche. La double approche nous permet de tenir compte du « facteur » enseignant, nous nous servons de la modélisation qui y est proposée, en particulier de l'importance de la composante personnelle, le rôle de cette dernière étant pour nous fondamental dans les phénomènes d'intégration d'outils technologiques dans l'enseignement des mathématiques.

**Mots-Clés :** tableur, algèbre, distance instrumentale, pratiques enseignantes

## INTRODUCTION

Des technologies de plus en plus variées se rencontrent aujourd'hui dans le paysage scolaire mathématique, couvrant divers domaines. Pour le domaine de l'algèbre, parmi les outils concernés<sup>1</sup>, il s'en trouve un particulier, le tableur, dont l'usage est officiellement prescrit dès le collège (élèves de 11 à 15 ans) en France notamment pour le domaine de l'algèbre, mais qui, contrairement aux précédents, *n'a pas été conçu pour son enseignement*. Les origines du tableur sont en effet bien éloignées du monde éducatif et à rechercher plutôt du côté de la comptabilité<sup>2</sup>. Malgré certaines expériences en cours de développement (comme Casenpoche<sup>3</sup>, ou OOO4kids<sup>4</sup>), il n'existe actuellement aucune adaptation aboutie de cet outil professionnel à l'enseignement ; les tableurs des programmes ou des ressources sont ceux du monde de l'entreprise, avec leurs fonctionnalités aux origines non éducatives. Pourtant, utiliser des formules pour calculer avec un tableur est une demande de plus en plus présente dans les divers curricula dans le monde et, aussi bien les ressources pour l'exploiter que les recherches, se sont considérablement accrues depuis maintenant plus de 25 ans.

Une part importante de ces travaux porte sur le tableur pour l'algèbre, soit pour interroger sa pertinence dans ce domaine, soit pour en montrer les potentialités. Avant de nous y intéresser, soulignons que ces particularités, différenciant le tableur des autres outils, rendent le questionnement le concernant unique en son genre. Au regard de la question posée ici : « *en quoi les TIC<sup>5</sup> sous-tendent des propositions*

---

<sup>1</sup> Tels que ceux décrits dans ce numéro

<sup>2</sup> Pour un historique des différentes étapes de la construction du tableur voir Bruillard et Blondel (2007) *Histoire de la construction de l'objet tableur*. Pré-publication. <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00180912/fr/>

<sup>3</sup> De l'association de professeurs de mathématiques Sésamath, voir le site <http://casenpoche.sesamath.net/>

<sup>4</sup> Tableur simplifié conçu par l'association d'enseignants et bénévoles EducOOO, dont l'objectif est de fournir une suite bureautique élémentaire aux 7-12 ans.

<sup>5</sup> Technologies de l'Information et de la Communication

« nouvelles » autour de l'enseignement de l'algèbre ? », si d'autres technologies peuvent amener leurs auteurs à présenter ce qu'ils apportent de novateur pour l'apprentissage de l'algèbre, dans le cas du tableur, ces spécificités, la coloration particulière des travaux, le fait qu'il soit à la fois déjà pleinement prescrit par les programmes et peu utilisé, induisent une réponse de nature différente.

Nous proposons de présenter les tendances qui se dégagent des travaux concernés, puis de les mettre en perspective avec les questions d'instrumentation et de pratiques en classe, pour comprendre mieux les limites et conditions de cet usage. Nous convoquerons pour cela deux cadres théoriques : l'approche instrumentale (Artigue 2002, Lagrange 1999, Guin & Trouche 2003) et la double approche (Robert & Rogalski 2002).

Ainsi, notre objectif n'est-il pas de déterminer une liste d'apports et une liste de limites mais de donner un cadre utile pour penser ces apports et limites en illustrant par des exemples sa pertinence.

## NATURE ALGEBRIQUE INTRINSEQUE DU TABLEUR. POINTS DE VUE DE LA RECHERCHE

Quel travail mathématique peut-on faire avec un tableur à l'école ? Le domaine qui vient assez naturellement à l'esprit est celui des statistiques. Mais en s'intéressant de plus près au fonctionnement du tableur, la nature algébrique de l'activité qui peut y être menée apparaît. Sans entrer dans des détails techniques (le lecteur pourra trouver une explication rapide du fonctionnement de base, qui se situe en même temps dans une approche de nature didactique, dans Haspekian 2005, pp.18-23), on peut noter que d'un point de vue historique déjà :

le premier tableur connu serait le « *calcolatore tabulare meccanico automatico* », ou calculateur tabulaire mécanique automatique de Giovanni Rossi (1870), qui a permis une avancée décisive dans la relation entre l'algèbre matricielle et les matrices comptables (Cilloni & Marinoni 2006, Cilloni 2007). (Bruillard, Blondel & Tort 2007)

En réalité, la présence d'« algèbre » dans le tableur (la possibilité de lier des cellules par des formules) est ce qui en fait son efficacité. De

nombreux travaux affirment alors ses potentialités pour l'algèbre en analysant les objets mobilisés, leurs modes de traitement, de contrôle, et les modes de résolution, en s'appuyant sur les *nouvelles possibilités* offertes par le tableur ainsi que ses *contraintes d'utilisation*. Les nouvelles possibilités concernent

- l'interactivité (qui permet des rétroactions plus riches qu'en papier-crayon, par exemple le feedback numérique d'une formule permet d'expérimenter, conjecturer, ou déceler des erreurs<sup>6</sup>),
- les capacités de calculs dues à la recopie automatique (qui permet d'appliquer une même formule à un grand nombre de données) et au fonctionnement dynamique (qui permet de réactualiser les résultats instantanément),
- enfin, la multiplicité des registres de représentation est aussi un atout : le registre de la langue naturelle (qui permet de rester proche du contexte du problème), le registre des formules, le registre numérique et le registre graphique s'articulent à l'écran.

Les apports liés aux contraintes d'utilisation concernent le symbolisme et les démarches de résolution :

- l'usage du tableur nécessite un langage symbolique qui pourrait s'apparenter à l'algèbre, et dont le recours n'est pas dû, comme cela peut l'être lors de l'entrée dans l'algèbre, à un contrat didactique (usage des lettres non motivé pour les élèves et concurrencé par des stratégies non algébriques<sup>6</sup>) mais à l'outil lui-même,
- le tableur oblige aussi à planifier son travail, organiser sa feuille de calcul et pour cela anticiper les feedbacks possibles.

Pour bon nombre des recherches qui se sont penchées sur le tableur, toutes ces potentialités portées par une analyse des objets et démarches de résolution aboutissent à positionner le tableur entre arithmétique et algèbre (Ainley, Bills & Wilson 2003, Arzarello Bazzini & Chiappini 2001, Capponi 1999, Dettori, Garutti & Lemut 2001, Rojano & Sutherland 1997) et à en faire, de par cette position, un outil favorable à

---

<sup>6</sup> On peut voir dans Coulange (1998) à quel point les méthodes algébriques reposent sur des règles de contrat didactique et restent fragiles chez les élèves de seconde (15-16ans) qui, face à des problèmes atypiques, fournissent des réponses correctes en rupture avec les règles algébriques du contrat didactique.

l'apprentissage de l'algèbre par rapport aux difficultés usuelles de cet apprentissage déjà bien repérées en didactique. Ainsi, pour certains, le tableur pourrait aider à réaliser toutes les transitions par rapport à l'arithmétique de par ses contraintes d'utilisation et ses nouvelles possibilités : pour Rojano et Sutherland (1997), le tableur permet de progresser « en douceur » des méthodes numériques des élèves vers celles plus algébriques. Haspekian (2005) analyse et compare ces diverses méthodes de résolution (arithmétiques : analyse/ synthèse, essai/erreur en papier crayon ; algébriques : résolution d'équations ; et tableur : essai/erreur) sur un même problème, on trouve que le tableur ajoute une organisation algébrique à une démarche de type arithmétique. Pour d'autres, il pourrait aider à surmonter les difficultés sémantiques/syntaxiques de l'algèbre. Dans Arzarello et al. (2001), la complexité de l'algèbre est modélisée par ses fonctions symbolique/algorithmique et les difficultés des élèves sont associées à une difficulté à rentrer dans ce jeu d'interprétation tantôt symbolique, tantôt algorithmique. Le tableur est alors vu comme un champ d'exploration pour la construction et l'interprétation de formules, ses caractéristiques, notamment l'articulation possible de divers registres de représentation, aidant les élèves à entrer dans ce jeu.

La position intermédiaire du tableur est ainsi appréciée comme idéale pour apprendre l'algèbre au collège. Mais tant de potentialités posent avec d'autant plus de force la question de sa faible intégration. Dans la réalité des classes, au-delà même de l'algèbre, très peu d'usages sont réellement construits chez les élèves quelle que soit la filière (voir les résultats du projet DidaTab dans (Bruillard et al. 2008) sur 288 lycéens interrogés<sup>7</sup>). La position plus nuancée de Capponi (1999) est de ce point de vue intéressante. Le caractère algébrique des formules est restreint à leur utilité

---

<sup>7</sup> Par exemple, le projet Didatab montre que les lycéens des filières dans lesquelles le tableur est le plus utilisé n'ont pas de compétences supérieures à la moyenne, sauf pour la sélection et l'édition d'objets. De manière générale, la recherche conclut que dans l'ensemble les lycéens interrogés « semblent maîtriser à peu près les éléments de transformation de « surface », la mise en forme des cellules et des tableaux. Mais la maîtrise de l'essentiel, l'écriture de formules, et la connaissance des éléments qui la constituent, opérateurs, opérandes, références, fonctions, ne sont pas assurées pour la grande majorité d'entre eux. ». (Rapport Didatab, [http://www.stef.ens-cachan.fr/didatab/fr/comp\\_lyc\\_fr.htm](http://www.stef.ens-cachan.fr/didatab/fr/comp_lyc_fr.htm))

pour réaliser et automatiser des calculs, et non fournir un langage opératoire pour analyser et manipuler des relations (Capponi & Balacheff 1989). Il en est de même pour toutes les fonctionnalités de l'outil : à chaque fois, si l'outil occupe bien une place intermédiaire entre arithmétique et algèbre, l'élève peut précisément rester entièrement du côté arithmétique et passer complètement à côté des aspects algébriques. Capponi cite par exemple l'affichage ou encore l'édition d'une formule qui centrent sur les aspects numériques (résultats de calculs, désignation de nombres) au détriment des aspects algébriques sous-jacents (formules et références de cellules jouant le rôle de variables)

Alors comment faire pour que l'élève construise des connaissances algébriques avec cet outil ? Quel enseignement construire pour que les potentialités didactiques du tableur s'actualisent et ne restent pas au stade d'« idéal » ? Ces interrogations résonnent avec un cadre théorique, l'approche instrumentale, qui a déjà sensibilisé aux questions d'instrumentation, en faisant ressortir la nécessité prendre en compte *les genèses instrumentales* dans le cas des calculatrices symboliques intégrant des systèmes de calcul formels, logiciels qui n'ont pas été non plus initialement créés pour l'enseignement.

## « OÙ EST LA FORMULE » ? QUESTIONS D'INSTRUMENTATION

Pour profiter du statut intermédiaire du tableur pour entrer dans l'algèbre, tous les travaux soulignent bien sûr l'importance des situations. Mais ils en disent peu sur celles-ci, leurs caractéristiques et surtout sur l'organisation de l'apprentissage (didactique et mathématique) relativement aux fonctionnalités du tableur ; le rôle de l'enseignant, sa gestion sont tous absents. Or Chevallard (1992) soulignait déjà en 1992 l'importance de prendre en compte pour les phénomènes d'intégration d'outils informatiques le facteur « enseignant » comme condition de viabilité.

Toujours en se plaçant au collège, dans le cas du tableur et de l'algèbre, tenir compte du facteur « enseignant » amène à analyser les caractéristiques de l'outil par rapport aux objets, techniques, praxéologies habituelles en algèbre pour l'institution « collège en France ». Le

paragraphe suivant montre que cette analyse fait ressortir un écart, généré par l'instrument, par rapport à l'environnement papier-crayon, entre les cultures algébriques portées par les deux environnements, écart que nous avons exprimé à travers l'idée de *distance*.

Certains objets, certaines fonctionnalités du tableur, ne correspondent pas strictement à des connaissances mathématiques transposées en environnement informatique, mais sont pourtant liées aux mathématiques. Le principe de base du tableur, consistant à relier des cellules entre elles par des formules, donne un exemple de ces objets qui lient le tableur au domaine de l'algèbre sans pour autant ni être de l'algèbre, ni même se rapporter aisément à des objets de l'enseignement de l'algèbre : en recopiant une formule sur plusieurs cellules, où est la variable ? Est-ce la cellule ? La colonne ? Où est la formule si celle-ci a une syntaxe différente à chaque ligne ? Est-elle dans le « geste » de recopie ?...

En se situant dans le cadre de l'approche instrumentale citée plus haut, l'analyse du tableur dévoile une complexité dans l'articulation entre connaissances algébriques et connaissances tableur lorsque celui-ci se constitue en instrument au fil d'une genèse instrumentale, qui rend difficile l'exploitation du tableur pour l'algèbre (Haspekian 2005). L'outil sans éliminer les difficultés usuelles en algèbre (symbolisme, écriture, décodage de formules, etc.), interfère avec les conceptualisations attendues (et qui le sont en référence au papier-crayon) en modifiant les objets d'apprentissage (variable, inconnue, formule, équation, etc.) et les stratégies de résolution usuelles, voire en créant de nouveaux objets et nouvelles modalités d'actions. On trouvera des exemples détaillés d'objets modifiés et de changement dans les modes de résolution dans Haspekian (2005).

Ces transformations se répercutent sur les différents aspects par lesquels l'algèbre peut se présenter : outil de généralisation, de modélisation, ou encore de résolution de problèmes avec, ce qu'on appelle depuis Descartes, la méthode analytique (voir Stacey, Chick & Kendall 2004, chapitre 8). Selon le cas, différents savoirs sont mis en avant : variables, formules et fonctions d'une part, inconnues, équations/inéquations de l'autre. Au collège, en France, traditionnellement la voie analytique est privilégiée, la résolution de problèmes par équations y apparaissant comme emblématique de l'introduction à l'algèbre. Le tableau 1 donne alors un aperçu de la distance entre cette culture dans l'enseignement secondaire

français et le monde algébrique porté par le tableur en examinant les objets, le potentiel pragmatique de l'algèbre (outil de résolution de problème ? de preuve ? de généralisation ?...), les modes de résolution (l'Annexe illustre les différentes méthodes) et la nature des solutions.

|                                             |                                                                                                              |                                                                                                                                                                              |
|---------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| « Valeurs »<br>de l'algèbre                 | Enseignement<br>traditionnel au collège,<br>en France                                                        | Enseignement<br>innovateur en<br>environnement<br>tableur                                                                                                                    |
| Objets mis<br>en avant                      | inconnues, équations                                                                                         | <b>variables, formules</b>                                                                                                                                                   |
| Potentiel<br>pragmatique<br>mis en avant    | Outil de résolution de<br>problèmes par mise en<br>équation<br>(parfois outil de preuve)                     | <b>Outil de<br/>généralisation</b> (à<br>partir de séquences<br>numériques)                                                                                                  |
| Mode de<br>résolution<br>mis en avant       | Méthodes<br>« algorithmisées »,<br>application de règles<br>décrites et de<br>transformations<br>algébriques | <b>Méthodes<br/>numériques,<br/>ajustements,<br/>résolution par essai/<br/>erreur</b> avec<br>cependant des<br>formules proches des<br>équations en algèbre<br>(voir Annexe) |
| Nature des<br>solutions<br>mise en<br>avant | Solutions exactes                                                                                            | <b>Solutions en général<br/>approchées</b>                                                                                                                                   |

**Tableau 1** – Distance entre différents « mondes algébriques »

Plus généralement, le monde mathématique porté par le tableur est un monde « expérimental » : approximations, conjectures (graphiques ou numériques), résolutions numériques, implémentation de problèmes concrets, statistiques. On le voit, il ne s'agit pas seulement ici de transposition informatique mais plus largement de toute l'écologie des objets concernés qui est modifiée. On dégage deux mondes « algébriques » distincts.

Au final, nous retrouvons l'idée d'une certaine *distance* instrumentale évoquée plus haut entre les objets/techniques dans le tableur et ceux de l'algèbre usuels, distance qui semble jouer un rôle clé lorsque l'on interroge l'intégration du tableur dans les pratiques enseignantes en particulier en algèbre. C'est la perspective sur laquelle nous choisissons de terminer car interroger les apports potentiels des TIC pour enseigner l'algèbre mène, dans le cas du tableur, à interroger son intégration dans les pratiques en algèbre.

## PERSPECTIVES : NECESSITE DE PRENDRE EN COMPTE LA DISTANCE INSTRUMENTALE

Nous ne développons pas ici cette notion (voir Haspekian 2005, 2006, et à paraître). Précisons simplement que recourir à l'idée de *distance* permet de traduire une des conditions de viabilité d'un instrument dans l'enseignement en considérant l'ensemble des modifications qu'il y introduit non seulement par la transposition informatique mais en tenant compte aussi des aspects culturels, épistémologiques et institutionnels (Haspekian 2005). A partir du constat de distance, c'est le cadre théorique de la double approche (Robert & Rogalski 2002) qui nous est alors utile pour questionner les pratiques. Dans le cas du tableur pour l'algèbre, cette distance nous semble jouer un rôle dans les résistances des enseignants car il s'agit, en arrière-fond, de l'accepter, de lui accorder une légitimité personnelle, la légitimité institutionnelle (programmes) ou sociale (outil moderne et bien diffusé dans la société) ne suffisant visiblement pas : ce sont les composantes médiative, cognitive et personnelle des enseignants (leurs histoire, représentation de l'enseignement, de l'algèbre) qui entrent en jeu ici. Et c'est ce qui explique aussi, en partie, que tous les instruments ne soient pas traités à la même enseigne ! L'enseignant estime-t-il cette distance « légitime » par rapport à son « épistémologie » des mathématiques d'une part, et aux apports didactiques qu'il entrevoit d'autre part ?<sup>8</sup>

---

<sup>8</sup> Des interviews avec des enseignants débutants (Haspekian 2005) montrent que cela ne va pas de soi.

Et quand bien même ces convictions sur le tableur seraient présentes, suffisent-elles toujours à son intégration ? S'il faut une certaine distance pour que l'outil présente un intérêt, montre les limites des praxéologies anciennes, cette distance entraîne une réorganisation mathématique et didactique et donc une charge de travail supplémentaire pour l'enseignant. Comme nous l'avons vu plus haut, il y a non seulement des praxéologies nouvelles à inventer (que les programmes et les ressources pourtant nombreuses ne suffisent pas à dégager) mais aussi une tâche supplémentaire de gestion de genèses instrumentales des élèves dans un environnement nouveau, gestion qui devrait aboutir à l'apprentissage de notions (variable, formule, ...) qui, elles, *restent en référence à l'environnement papier traditionnel* !<sup>9</sup>

Au final, l'intégration ou non d'un nouvel outil résultera d'une mise en balance de ces divers éléments. Les convictions propres sur les gains/bénéfices attendus et/ou les injonctions officielles compensent-elles le surcoût pressenti en charge de travail que demande cette tâche d'intégration ?<sup>10</sup> Pour le tableur, on peut faire l'hypothèse que les praxéologies sont trop distantes pour que celui-ci trouve aisément une « niche » viable dans les organisations mathématiques et didactiques actuellement pratiquées dans les débuts de l'algèbre en France<sup>11</sup>.

Pour conclure, l'usage du tableur a une incidence sur les mathématiques enseignées, l'approche instrumentale et la double approche semblent alors des cadres théoriques fructueux pour penser la question de l'usage du tableur en algèbre autrement qu'en termes d'apports/limites : tenir compte de la distance et des genèses instrumentales est une des clés pour tenir compte du facteur enseignant en termes d'incidence sur la composant personnelle. Cela permet d'expliquer par exemple pourquoi, dans le cas de l'algèbre, ce n'est pas pareil pour un enseignant d'intégrer un tableur

---

<sup>9</sup> Apprentissages qui ont par ailleurs pour certains perdu de leur pertinence dans un monde où les pratiques numériques sont massivement instrumentées notamment par le tableur.

<sup>10</sup> Sans compter les phénomènes de *double genèse* (voir Haspekian 2006) qui peuvent jouer dans le cas où l'enseignant lui-même est peu familier avec l'outil, et qui complexifient davantage encore la tâche.

<sup>11</sup> Une étude chez une enseignante expérimentée, de ses 2 premières années d'intégration du tableur montre que son évolution la 2<sup>e</sup> année va précisément dans le sens d'une *réduction* de la distance (Haspekian 2008)

qu'une base d'exercices en ligne, ou encore que de faire utiliser internet pour une recherche documentaire autour de l'algèbre. Disposer d'un environnement dynamique d'apprentissage qui permette de donner du sens aux concepts n'est pas suffisant. La question des potentialités mathématiques « isolées » du tableur ne règle pas la question de ses *potentialités d'intégration dans les pratiques d'enseignement et d'apprentissage de l'algèbre, du fait de cette distance*. Prendre en compte les questions de distances, réfléchir à leur prise en charge en partant des pratiques enseignantes pour proposer des alternatives viables sans nier les difficultés posées aux enseignants est aussi le travail des didacticiens. Ce travail passe sans doute aussi par l'observation des pratiques existantes qui réussissent à tirer bénéfice du tableur. Nous avons commencé de telles observations (Haspekian 2005 et 2006). Les résultats, encore embryonnaires, montrent cependant que ces pratiques vont vers une *réduction* de la distance instrumentale en jouant sur les autres composantes (institutionnelle, médiative et cognitive) : niveau de classe choisi et domaine mathématique choisi pour le tableur, partie des programmes concernée, articulation avec le papier crayon, jeu ancien/nouveau au niveau des connaissances mais aussi au niveau instrumental (articulation avec les autres outils) enfin prise en compte des aspects sociaux et collectifs dans le travail avec les élèves.

## RÉFÉRENCES

- AINLEY J., BILLS L., WILSON K. (2003) Designing Tasks for Purposeful Algebra. Mariotti M. A. et al. (Eds.) *Proceedings of CERME3* (TG6). [http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/tableofcontents\\_cerme3.html](http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/tableofcontents_cerme3.html)
- ARTIGUE M. (2002) Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 7(3) 245-274.
- ARZARELLO F., BAZZINI L., CHIAPPINI G. (2001) A model for analysing algebraic processes of thinking. In Sutherland R., Rojano T., Bell A., Lins R. (Eds.) *Perspectives on school algebra* (pp.61-81). Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

- BRUILLARD E., BLONDEL F.-M., TORT F. (2008) DidaTab project main results: implications for education and teacher development. In. K. McFerrin, R. Weber, R. Carlsen & D.A. Willis. (Eds.) *Proceedings of the International Conference, SITE 2008* (pp. 2014-2021) Chesapeake, USA: AACE.
- CAPPONI B., BALACHEFF N. (1989) Tableur et Calcul Algébrique, *Educational Studies in Mathematics* 20 179-210.
- CAPPONI B. (1999) Le tableur pour le collège, un outil pour l'enseignement des mathématiques. *Petit x* 52 5-42.
- COULANGE L. (1998) Les problèmes « concrets » à « mettre » en équation dans l'enseignement. *Petit x* 47 33-58.
- CHEVALLARD Y. (1992) Intégration et viabilité des objets informatiques dans l'enseignement des mathématiques ». In Cornu B. (Ed.). *L'ordinateur pour enseigner les mathématiques* (pp.183-203). Paris : Presses Universitaires de France.
- DETTORI G., GARUTI R. LEMUT E. (2001). From arithmetic to algebraic thinking by using a spreadsheet. In Sutherland R., Rojano T., Bell A., Lins R. (Eds.), *Perspectives on school algebra* (pp.191-207). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- GUIN D., TROUCHE L. (1999) The complex process of converting tools into mathematical instruments: the case of calculators. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 3(3) 195-227.
- HASPEKIAN, M. (2005) Intégration d'outils informatiques dans l'enseignement des mathématiques, Etude du cas des tableurs, Thèse de l'Université Paris - Diderot. <http://tel.ccsd.cnrs.fr/tel-00011388>.
- HASPEKIAN, M. (2006) Evolution des usages du tableur. *Genèses d'usages professionnels des technologies chez les enseignants* Rapport de recherche ACI-EF GUPTEN, <http://gupten.free.fr/ftp/GUPTEN-RapportIntermediaire.pdf>
- HASPEKIAN, M. (2008). Une genèse des pratiques enseignantes en environnement instrumenté. In Vandebrouck (Ed.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*. Toulouse : Octares
- HASPEKIAN M. (2011) The co-construction of a mathematical and a didactical instrument. Proceedings of CERME7. <http://www.cerme7.univ.rzeszow.pl/>
- LAGRANGE J.-B. (1999) Complex calculators in the classroom: theoretical and practical reflections on teaching pre-calculus *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 4(1) 51-81.
- ROBERT A., ROGALSKI, J. (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue Canadienne de*

*l'Enseignement des Sciences, des Mathématiques et des Technologies* 2(4) 505–528.

ROJANO T., SUTHERLAND, R. (1997) Pupils' strategies and the Cartesian method for solving problems. In Pehkonen E. (Ed.) *Proceedings of the PME21* (Vol. 4, pp.72–79). Helsinki : Lahti Research and Training Centre

STACEY K., CHICK H., KENDAL M. (2004) *The Future of the Teaching and Learning of Algebra* ICM Study 12. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.

VERGNAUD G. (1990). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques. Un exemple : les structures additives. *Petit x* 22 51–69.

## ANNEXE

Voici un exemple illustrant un des points forts du tableur pour l'apprentissage de l'algèbre. Il s'agit de ses potentialités concernant les méthodes de résolution. Rojano et Sutherland (1997) soulignent en effet le bénéfice que l'on peut tirer du tableur dans la transition de méthodes de résolution arithmétiques vers des méthodes plus algébriques en donnant un exemple, le problème des chocolats :

### Le problème des chocolats

3 groupes d'enfants se partagent 100 chocolats. Le deuxième groupe reçoit 4 fois le nombre de chocolats du premier. Le troisième groupe reçoit 10 chocolats de plus que le deuxième groupe. Combien de chocolats chacun des 3 groupes reçoit-il ?

### Avec la méthode arithmétique

Ce problème ne peut se réduire simplement à une expression arithmétique en appliquant un raisonnement par analyse-synthèse. Selon les auteures, lorsqu'une démarche par analyse synthèse n'aboutit pas, les élèves peuvent néanmoins appliquer d'autres démarches arithmétiques telle que celle de procéder par essai/erreur, en partant soit d'une valeur arbitraire, soit d'un partage égal (ou presque !) à partir du nombre total de chocolats (partager 100 en trois et ajuster). Le tâtonnement peut se faire sur les trois groupes ou bien sur un seul, mais il est guidé toujours par deux contraintes : les relations données dans l'énoncé entre les nombres de chocolats des groupes doivent être vérifiées, et le nombre total de chocolats obtenus doit être 100.

### Avec la méthode algébrique

Une solution algébrique consisterait à un système de 3 équations à 3

$$\text{inconnues : } \begin{cases} y = 4x \\ z = y + 10 \\ x + y + z = 100 \end{cases}$$

où  $x$ ,  $y$ ,  $z$  sont les nombres de chocolats respectifs des 3 groupes.

On arrive ici, par exemple par substitution, à l'équation :  
 $x + 4x + (4x + 10) = 100$ , dont la résolution donne la solution :  
 $x = 10, y = 40$  et  $z = 50$ .

### Avec la méthode tableur

Voici une feuille de calculs correspondant à une résolution possible en environnement tableur :

|   | A        | B        | C        | D         |
|---|----------|----------|----------|-----------|
| 1 | groupe 1 | groupe 2 | groupe 3 | total     |
| 2 |          | =4*A2    | =B2+10   | =A2+B2+C2 |

On notera que les trois inconnues sont bien explicitement présentes. L'élève teste des valeurs en A2, les formules réactualisent alors les résultats des formules de B2, C2 et D2. Il fait des « essais » jusqu'à obtenir 100 en D2.

Nous constatons que « groupe2=4\*A2 » ressemble fortement à  $y=4x$  de la méthode algébrique. De même pour le groupe3. Ainsi, la résolution tableur met-elle en jeu les équations intermédiaires intervenant dans la résolution algébrique. L'équation finale n'est pas obtenue, mais déjà, *toutes les relations intermédiaires entre les données sont présentes.*

D'autre part, la méthode ressemble fortement à celle *arithmétique de l'essai/erreur*, avec la particularité *qu'ici les calculs sont automatisés, et organisés.*<sup>12</sup>

Pour ces raisons, les auteures concluent que le tableur aide à passer de méthodes non-algébriques des élèves à des méthodes plus algébriques qui procèdent de l'inconnu vers le connu et que, plus généralement, le tableur aide à établir un pont entre arithmétique et algèbre.

Nous avons complété, dans notre thèse, la comparaison de ces méthodes en analysant que *le tableur ajoute une organisation algébrique à une résolution de type arithmétique.*

<sup>12</sup> Remarquons que la donnée 100 n'existe pas nécessairement dans le tableau (elle pourrait être rajoutée mais ce n'est pas nécessaire puisqu'elle n'est impliquée dans aucun calcul), par contre l'élève doit la garder en mémoire pendant sa résolution, c'est elle qui va piloter les essais successifs, alors qu'en algèbre, 100 intervient directement dans les calculs, rien n'a à être mémorisé.