

Open Archive TOULOUSE Archive Ouverte (OATAO)
OATAO is an open access repository that collects the work of Toulouse researchers and makes it freely available over the web where possible.

This is an author-deposited version published in : http://oatao.univ-toulouse.fr/
Eprints ID : 10217

To cite this version : Harang, Alice and Thual, Olivier and Lacaze, Laurent and Bonometti, Thomas. *Influence de la rhéologie et de la stratification sur les instabilités de cisaillement.* (2011) In: 20ème Congrès Français de Mécanique, 29 August 2011 - 02 September 2011 (Besançon, France).

Any correspondance concerning this service should be sent to the repository administrator: staff-oatao@listes-diff.inp-toulouse.fr

Influence de la rhéologie et de la stratification sur les instabilités de cisaillement

A. HARANG[a,b], O. THUAL[a,b], L. LACAZE[a,b], T. BONOMETTI[a,b]

a. *Université de Toulouse ; INPT, UPS ; IMFT, Allée Camille Soula, F-31400 Toulouse, France*
b. *CNRS ; IMFT ; F-31400 Toulouse, France*

Résumé :

La stabilité d'un écoulement bidimensionnel cisaillé modélisant deux couches fluides miscibles de densité et de viscosités différentes est étudiée à l'aide du code de stabilité linéaire LiSa (IMFT) et comparée à des simulations numériques directes réalisées avec le code JADIM (IMFT). La rhéologie de ce mélange de fluides newtoniens peut être vue comme une modélisation simplifiée du comportement de la la vase au fond des estuaires pour des études de mise en suspension.

Abstract :

The stability of a two-dimensional shear flow, modelling two miscible fluid layers of different density and viscosity, is studied with the linear stability code LiSa (IMFT) and compared to direct numerical simulations performed with the code JADIM (IMFT). The rheology of this newtonian fluids mixing can be seen as a simplified model of the behaviour of mud flow at the bottom of estuaries for suspension studies.

Mots clefs : **instabilités de cisaillement ; stratification ; fluides complexes**

1 Introduction

Les modèles numériques des estuaires tels que, par exemple, TELEMAC_3D ou SIAM-3D, sont utilisés pour de nombreuses applications comme la gestion de la pollution ou les aménagements côtiers. Pour ce qui concerne la mise en suspension au niveau du fond de l'estuaire, de nombreux modèles reposent sur les paramétrisations proposées par [12] ou [11]. Cependant, ces modèles peuvent être améliorés par une étude plus approfondie de l'interface au niveau de la crème de vase comme le propose [8] à travers le développement de nouvelles paramétrisations. Dans cet esprit, nous proposons ici une étude bidimensionnelle de la stabilité de cette interface. La stabilité et le mélange d'écoulements cisaillés et stratifiés ont été étudiés par [3] tandis que [4] ont étudié les écoulements cisaillés et stratifiés en viscosité. De leur côté, [7] proposent un modèle, validé expérimentalement, de mise en suspension de la crème de vase par la turbulence créée par le vent ou advectée par l'écoulement. Comme expliqué dans [13], la crème de vase a un comportement très complexe, thixotrope, évoluant en fonction du temps et des forçages, ce qui rend sa modélisation très difficile. Pour la présente étude, nous choisissons une modélisation de type fluide newtonien miscible avec une forte variation spatiale de la viscosité, afin de constituer une première approche de la réponse du système à une rhéologie complexe. D'après le modèle de distribution proposé par [10], l'épaisseur du profil de cisaillement peut être plus importante que celle du profil de densité, ce qui pourrait entrainer, d'après [6], le développement d'instabilités de type Holmboe à l'interface eau - crème de vase. Néanmoins, nous choisissons ici une même épaisseur pour les profils de vitesse, de densité et de viscosité afin de nous concentrer sur l'étude des instabilités de type Kelvin-Helmoltz.

2 Présentation du modèle

Pour l'étude de ce problème, nous résolvons le système d'équations :

$$\begin{aligned} &\frac{d\underline{u}}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \underline{g} + \frac{1}{\rho}\nabla\cdot\left[\mu\left(\nabla\underline{u} + {}^t\nabla\underline{u}\right)\right], \\ &\nabla\cdot\underline{u} = 0, \qquad\qquad \frac{\partial\phi}{\partial t} + \nabla\cdot(\phi\underline{u}) = 0, \\ &\rho = \phi\rho_1 + (1-\phi)\rho_2, \qquad \mu = \phi\mu_1 + (1-\phi)\mu_2, \end{aligned} \tag{1}$$

qui couple les équations de Navier-Stokes incompressibles, où $\underline{g}$ est le vecteur gravité, à l'équation de transport du taux de présence ϕ de la crème de vase dans le fluide. Les propriétés locales du fluide, notamment la masse volumique ρ et la viscosité dynamique μ, sont ensuites calculées à partir de ce taux de présence ϕ. Nous considérons les deux fluides suivants : l'eau, de masse volumique $\rho_2 = 1000$ kg.m^{-3}, et de viscosité dynamique $\mu_2 = 10^{-3}$ Pa.s, et de la crème de vase, modélisée par un fluide newtonien de masse volumique ρ_1 et viscosité dynamique μ_1. Nous avons choisi dans cette étude de fixer $\rho_1 = 1360$ kg.m^{-3} et de faire varier μ_1 de 10^{-3} Pa.s à 1 Pa.s. Ces deux entités sont ensuite mélangées et suivies par le taux de présence ϕ. Ainsi, dans ces simulations, la masse volumique et la viscosité sont des fonctions linéaires du taux de présence et ont donc des évolutions parallèles.

Afin de modéliser les profils verticaux des grandeurs étudiées au voisinage de l'interface entre la vase et l'eau, nous considérons la famille des fonctions $F(\lambda, Z)$ définies par :

$$F(\lambda, Z) = \begin{cases} \lambda\left[1 + \mathrm{erf}\left(\frac{Z}{\lambda}\right)\right] & \text{si } Z \leq 0, \\ 1 - (1-\lambda)\left[1 - \mathrm{erf}\left(\frac{Z}{1-\lambda}\right)\right] & \text{si } Z \geq 0, \end{cases} \tag{2}$$

où Z est une coordonnée verticale adimensionnelle dont l'origine définit à l'interface et où le paramètre λ contrôle l'asymétrie des domaines situés de part et d'autre du point d'inflexion, avec continuité du profil et de sa dérivée autour de ce point. Les caractéristiques de cette famille de profils sont décrites succinctement sur la figure 2.

La fonction $\mathrm{erf}(z)$ a été choisie de manière empirique pour modéliser qualitativement un cisaillement simple. Dans certains cas, ce profil peut être vu comme décrivant une réponse transitoire à un gradient imposé en présence de diffusion turbulente.
On considère alors les profils verticaux de vitesse horizontale $\bar{u}(z)$, de masse volumique $\bar{\rho}(z)$ et de viscosité dynamique $\bar{\mu}(z)$ donnés par les relations :

$$\bar{u}(z) = U_2\, F\left(\lambda, \frac{z-h}{\delta_u}\right), \tag{3}$$

$$\bar{\rho}(z) = (\rho_2 - \rho_1)\, F\left(\lambda, \frac{z-h}{\delta_\rho}\right) + \rho_1 \tag{4}$$

$$\bar{\mu}(z) = (\mu_2 - \mu_1)\, F\left(\lambda, \frac{z-h}{\delta_\mu}\right) + \mu_1, \tag{5}$$

où δ_u, δ_u et δ_u sont des épaisseurs associées aux profils $u(z)$, $\rho(z)$ et $\mu(z)$. Nous considérons ici le cas où les trois épaisseurs sont égales à $\delta = 0.3$m. Les frontières du domaine de simulation étant définies par les équations $z = 0$ et $z = 3h$, le choix d'une hauteur $h = 1$m permet de se situer suffisamment loin de

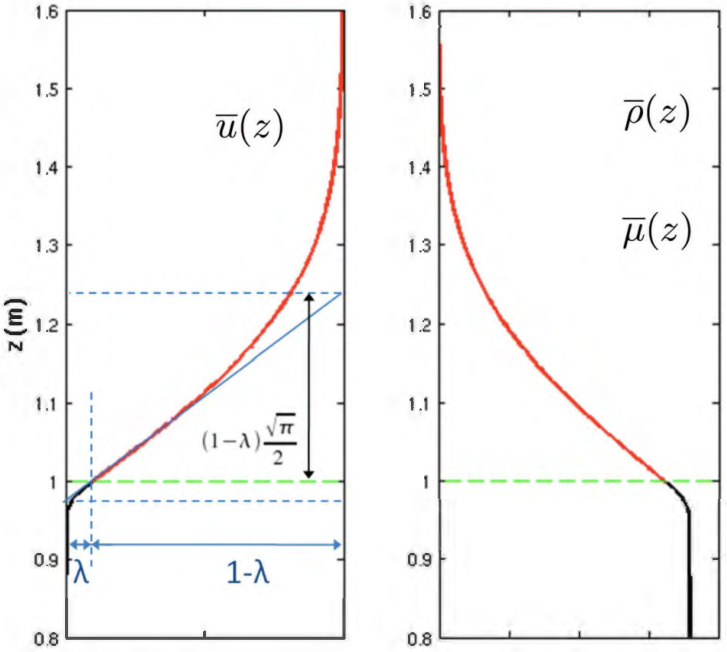


FIG. 1 – *Profils initiaux de $\overline{u}(z)$, $\overline{\rho}(z)$ et $\overline{\mu}(z)$ sur une portion $z \in [0, 8\mathrm{m}, 1, 6\mathrm{m}]$ du domaine $z \in [0, 3h]$, avec $h = 1$m, $\delta = 0.3$m et $\lambda = 0.1$.*

l'interface d'équation $z = h$. D'autre part, nous avons choisi $\lambda = 0.1$ en considérant que la diffusion est supposée plus importante dans l'eau que dans la crème de vase. Nous obtenons les profils présentés sur la figure 2. Nous avons choisi d'imposer une condition de glissement en haut du domaine et d'adhérence au fond. Les nombres adimensionnels pertinents pour ce problème sont définis par :

$$At = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}, \qquad Re = \frac{U_2 \delta}{\mu_2 \rho_2}, \qquad Ri = \frac{g}{\rho_h} \frac{(\rho_2 - \rho_1)\delta\sqrt{\pi}}{2U_2^2} \quad \text{et} \quad \mathrm{W} = \log_{10}\left(\frac{\mu_1}{\mu_2}\right), \tag{6}$$

où $\rho_h = \bar{\rho}(h) = (\rho_2 - \rho_1)\lambda + \rho_1$ est la masse volumique du fluide à l'interface. Nous nous plaçons dans des configurations où le nombre d'Atwood At est de l'ordre de 0.15. Le nombre de Reynolds Re est basé sur la viscosité de l'eau. Le nombre de Richardson Ri est basé sur le maximum du gradient de masse volumique situé à l'interface $z = h$. Nous avons choisi d'exprimer le rapport des viscosités entre la vase et l'eau par son logarithme décimal W.

3 Études numériques avec les codes LiSa et JADIM

Le code de stabilité linéaire LiSa ([1]) est utilisé afin d'effectuer des études de sensibilité. Ce code résout le système (2) linéarisé autours de l'écoulement de base (5). À partir d'un état de base de type écoulement parallèle, d'une perturbation (déterminée par son vecteur d'onde) et de paramètres numériques spécifiques, LiSa fournit le spectre des valeurs propres du système et les modes associés, en utilisant une résolution spectrale par projection sur les polynômes de Chebyshev. Pour chaque longueur d'onde en x notée k, nous pouvons donc obtenir le mode le plus instable et son taux de croissance. À partir des différentes valeurs propres obtenues pour un jeu de paramètres (Ri, W, k), le mode le plus instable est identifié. Les valeurs propres associées au jeu de paramètre (0.15, 0, 0.42) sont représentées figure 3. Pour chaque valeur propre, la résolution spectrale est déclarée suffisante si les dix derniers pourcents des coefficients de Chebyshev représentent moins de 1% de l'énergie totale associée au mode. Nous obtenons le taux de croissance de l'instabilité, ici $\sigma = 0.542$, sa pulsation temporelle $\omega = 2.503$ ainsi que les modes associés, représentés figure 3.

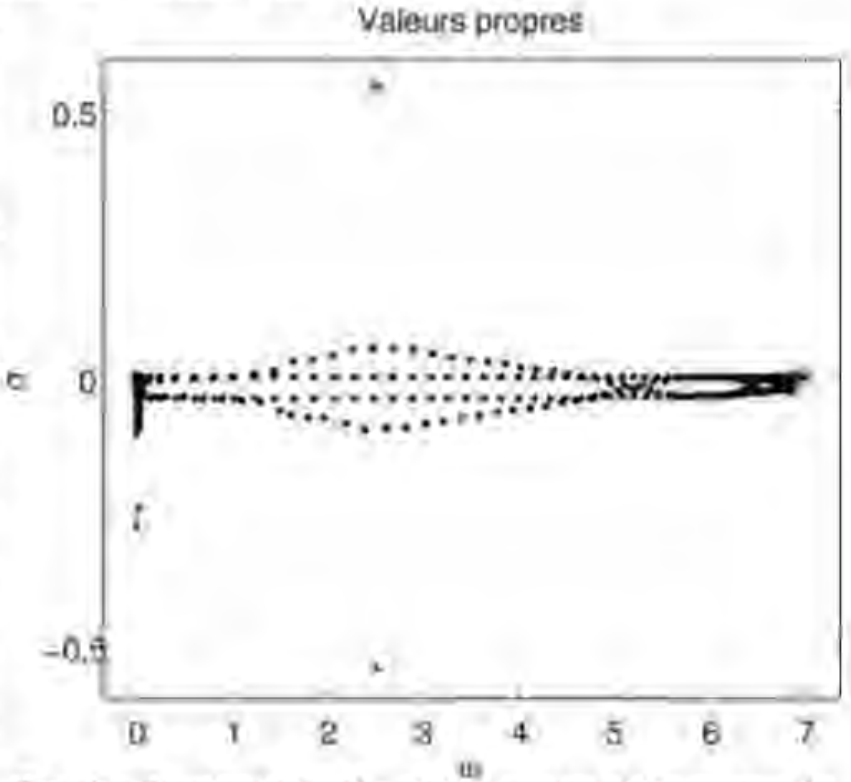


FIG. 2 – *Représentation des valeurs propres obtenues pour les paramètres ($Ri = 0.15$, $W = 0$, $k = 0.42$), $\circ$ représente les valeurs propres convergées.*

Le code de simulation numérique directe JADIM, développé au sein de l'IMFT (Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse), résout les équations de Navier-Stokes pour des fluides incompressibles pouvant comporter différentes phases. Les équations sont écrites en variables primitives (vitesse, pression) et la méthode des volumes finis est utilisée. Les équations sont discrétisées en utilisant un schéma centré de deuxième ordre avec maillage décalé ([2], [9]). La version utilisée dans cette étude résout le système d'équations (1) et a été validée pour un gradient de viscosité par [4] et pour un gradient de masse volumique par [5]. Nous avons réalisé plusieurs simulations que nous avons comparées avec les taux de croissance linéaires prédits par LiSA à partir de l'évolution temporelle de l'énergie cinétique $Ec = \tilde{u}^2 + \tilde{w}^2$. On obtient, par exemple, un taux de croissance $\sigma = 0.540$ pour les valeurs de paramètre présentée ci-dessus.

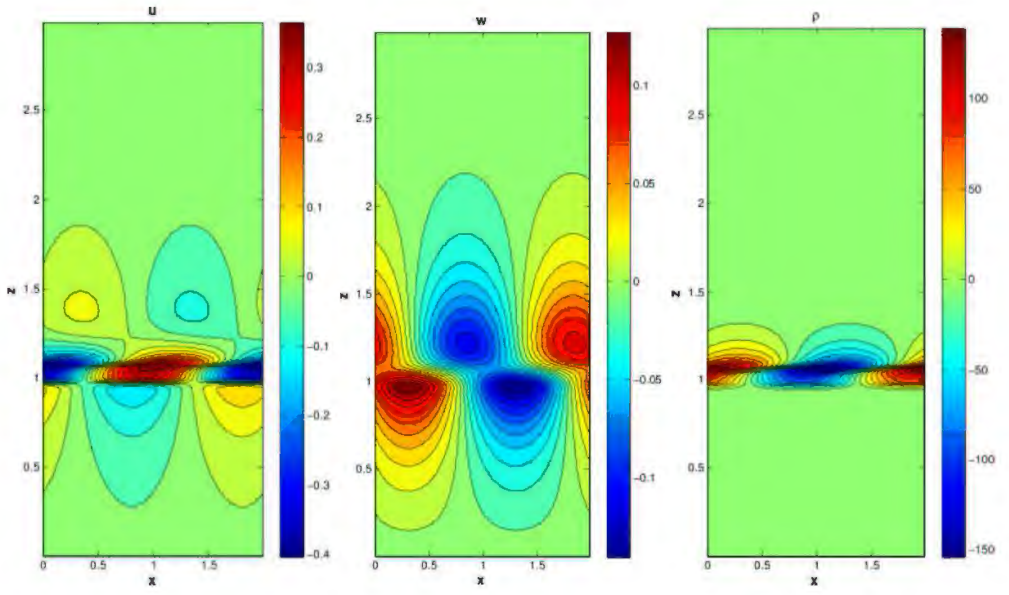


FIG. 3 – Représentation des modes $\tilde{u}$, $\tilde{w}$ et $\tilde{\rho}$ associés à la valeur propre la plus instable pour les paramètres ($Ri = 0.15$, $W = 0$, $k = 0.42$).

4 Sensibilité aux paramètres

Après avoir validé les codes LiSa et JADIM en les comparant, une analyse exhaustive de stabilité a été menée. Nous avons choisi d'adimensionner le nombre d'onde et le taux de croissance par les relations respectives $k^* = k\delta\sqrt{\pi}/4$ et $\sigma^* = \sigma\delta\sqrt{\pi}/(2U_2)$. Le taux de croissance du mode le plus instable a été calculé pour différents nombres d'onde adimensionnés de perturbation k^* et présenté sur la figure 4a pour $Ri = 0.15$ et différentes valeurs de W et sur la figure 4b pour $W = 3$ et différentes valeurs de Ri.

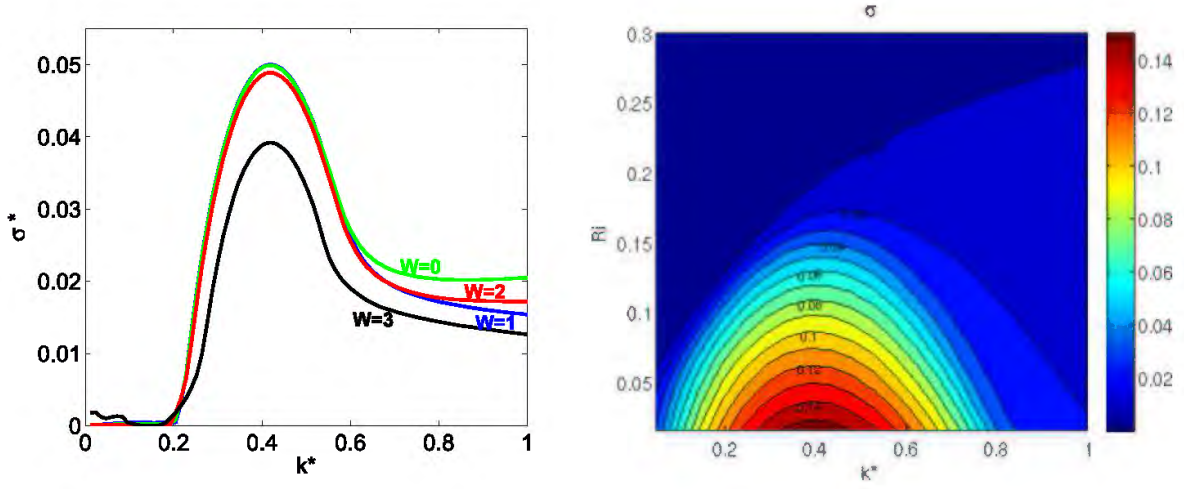


FIG. 4 – a) Taux de croissance normalisé σ^* en fonction du nombre d'onde adimensionné k^* pour un nombre de Richardson $Ri = 0.15$. b) Isocontours du taux de croissance normalisé σ^* en fonction du nombre d'onde adimensionné k^* et du nombre de Richardson pour $W = 3$.

On remarque que les taux de croissance ne s'annulent pas pour les grands nombres d'onde k_*, comme on pourrait s'y attendre (figure 3). Il s'agit d'un artefact numérique, qui diminue lentement lorsque la résolution spatiale augmente et qui peut être attribué à la présence du spectre continu des ondes internes. Ce spectre continu de taux de croissance nul, visible par exemple sur la visible figure 3, produit des taux de croissance anormaux lorsque k_* devient de l'ordre de 1. Nous suggérons que cette singularité est due à la présence de couches critiques que l'on peut décrire par la réfraction des ondes

internes par la stratification et le cisaillement. La méthode WKB permet de décrire des paquets d'ondes de vecteur d'onde $[k, m(z)]$ dans le plan (x, z), solution de l'équation de l'Eikonale $\Omega[k, m(z), z] = \Omega_0$ avec $\Omega(k, m, z) = \sqrt{\frac{g}{\rho_r}\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z}\frac{k}{\sqrt{m^2+k^2}}} + k\,\bar{u}(z)$ et Ω_0 constant, où ρ_r est une masse volumique de référence permettant de formuler l'approximation de Boussinesq.

La figure (4) représente les tracés de rayons dans le plan (m, z), la valeur de k ainsi que de la pulsation ω étant conservée. Nous observons des trajectoires divergentes caractérisées par les asymptotes horizontales où $m \to \infty$ et $z \to z_c$ et correspondant à des couches critiques d'absorption des ondes internes. Ces couches sont à l'origine des modes continus, de taux de croissance positif. En effet, le profil du mode tendant vers un dirac ; ces modes sont non-convergés mais physiques. Nous observons aussi une diminution du taux de croissance de ces modes avec l'augmentation de la résolution. Afin de valider cette hypothèse, nous avons calculé la pulsation du mode à partir de la formule extraite de la relation de dispersion : $\omega \sim k\,\bar{u}(z_c)$, avec z_c la position de la couche d'absorption obtenue par observation de modes. Cette valeur est comparable avec celle obtenue par LiSa.

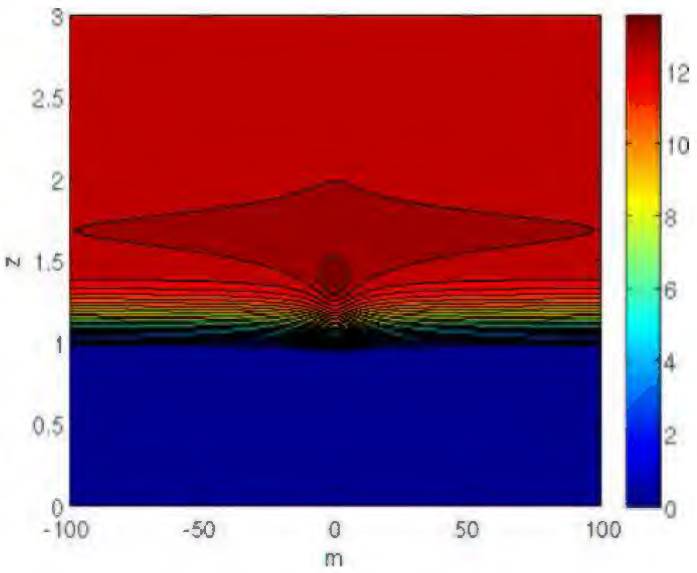


FIG. 5 – *Iso-contours de la fonction* $\Omega[k(z), m(z), z]$ *dans le plan* (m, z) *pour* $Ri = 0.15$, $k^* = 0.8$, $\lambda = 0.1$

Une campagne de simulation menée avec JADIM complète cette étude. L'écoulement est perturbé par un bruit blanc au niveau de l'interface et nous observons le développement des instabilités. Les résultats obtenus pour un nombre de Richardson $Ri = 0.15$ et pour deux rapports de viscosité différents, $W = 0$ et $W = 3$, sont présentées sur la figure 6.

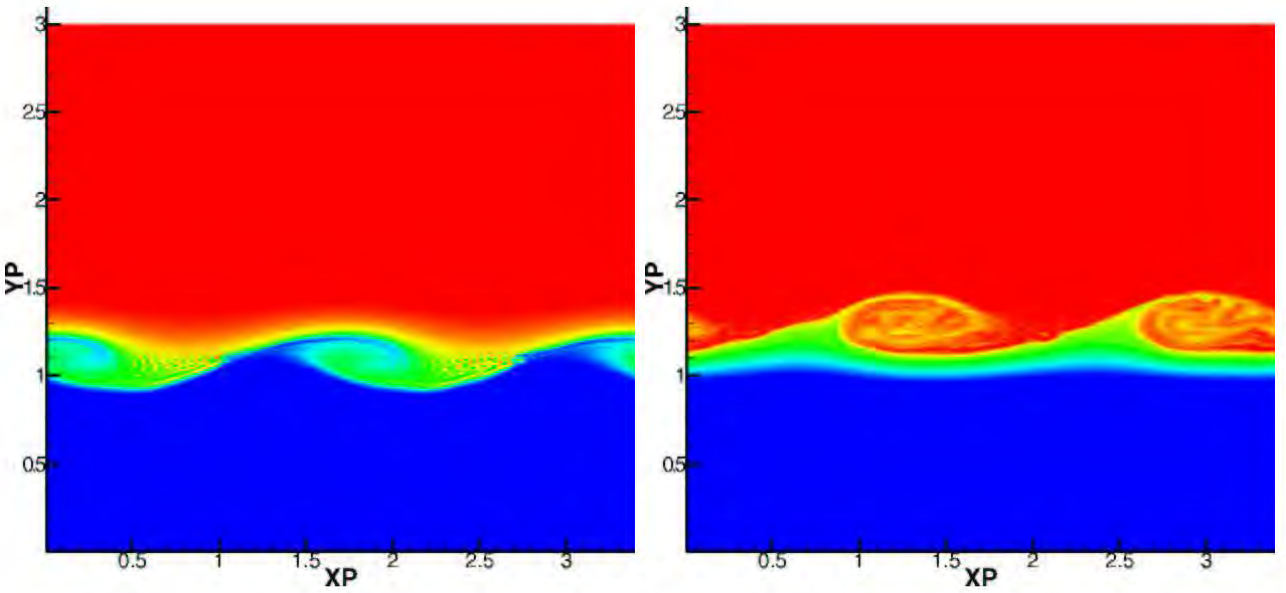


FIG. 6 – *Champ de masse volumique* $\rho(x, z)$ *pour un nombre de Richardson* $Ri = 0.15$ *et les masses volumiques* $\rho_1 = 1360\,\mathrm{kg.m^{-3}}$ (■) *et* $\rho_2 = 1000\,\mathrm{kg.m^{-3}}$ (■). *Comparaison de différents rapports de viscosité :* $W = 0$ *à gauche et* $W = 3$ *à droite.*

La localisation du centre des vortex traduisant les instabilités de cisaillement est sensible au paramètre W. En effet, lorsque la viscosité du fluide inférieur augmente, la position du développement des

instabilités se déplace vers le haut. Ce résultat peut avoir des conséquences importantes pour le mélange au niveau de l'interface et donc la remise en suspension, notamment sur la quantité de sédiment potentiellement mobilisable.

5 Conclusions

Afin d'améliorer la modélisation de la remise en suspension des sédiments dans les estuaires, la crème de vase est modélisée dans un premier temps par un fluide homogène, newtonien, de forte viscosité et densité, la viscosité dépendant linéairement de la densité. Nous avons observé le développement d'instabilités pour un nombre de Richardson suffisamment faible. Les deux codes utilisés sont en accord pour ce qui concerne le taux de croissance ainsi que la structure des modes. L'étude paramétrique a montré une diminution du taux de croissance des instabilités ainsi qu'un déplacement de la localisation de l'instabilité vers le haut de l'interface pour un fort rapport de viscosités entre les fluides. Quelques explorations tri-dimensionnelles nous laissent penser que les instabilités primaires sont 2D. Ces résultats peuvent contribuer à la compréhension et à la modélisation des processus de remise en supsension de la vase dans les écoulements réalistes. Une crème de vase très visqueuse sera très stable mais développera des tourbillons plus éloignés du fond une fois le seuil d'instabilité franchi. Nous envisageons de mener une étude similaire avec un model de type Bingham régularisé pour la crème de vase, afin de comparer les résultats et de se rapprocher de situations réalistes.

Remerciements : Ce travail bénéficie du soutien financier de la Délégation Générale de l'Armement (DGA) à travers une bourse de thèse attribuée à l'un des auteurs. Cette étude a pu être réalisée grâce aux moyens de calcul du CICT et du CINES.

Références

[1] A. Antkowiak and P. Brancher. On vortex rings around vortices : an optimal mechanism. *Journal of Fluid Mechanics*, 578 :295–304, 2007.

[2] I. Calmet and J. Magnaudet. Large-eddy simulation of high-schmidt number mass transfer in a turbulent channel flow. *Physics of Fluids*, 9(2) :438–455, 1997.

[3] C. P. Caulfield and W. R. Peltier. The anatomy of the mixing transition in homogeneous and stratified free shear layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 413(-1) :1–47, 2000.

[4] P. Ern, F. Charru, and P. Luchini. Stability analysis of a shear flow with strongly stratified viscosity. *Journal of Fluid Mechanics*, 496(-1) :295–312, 2003.

[5] Y. Hallez. *Mélange gravitationnel de fluides en géométrie confinée.* PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2007.

[6] A. McC. Hogg and G. N. Ivey. The kelvin-helmholtz to holmboe instability transition in stratified exchange flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 477(-1) :339–362, 2003.

[7] C. Kranenburg and J. C. Winterwerp. Erosion of fluid mud layers. i : Entrainment model. *Journal of Hydraulic Engineering*, 123(6) :504–511, 1997.

[8] C. Le Normant. *Modélisation numérique tridimensionnelle des processus de transport des sédiments cohésifs en environnement estuarien = Three dimensional numerical modelling of cohesive sediment transport in estuaries.* PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 1985.

[9] D. Legendre. *Quelques aspects des forces hydrodynamiques et des transferts de chaleur sur une bulle sphérique.* PhD thesis, Institut National Polytecnique de Toulouse, 1996.

[10] Ashish J. Mehta, Earl J. Hayter, W. Reginald Parker, Ray B. Krone, and Teeter Allen M. Cohesive sediment transport. i : Process description. *Journal of Hydraulic Engineering*, 115 :1076, 1989.

[11] T. M. Parchure and A. J. Mehta. Erosion of soft cohesive sediment deposits. *Journal of Hydraulic Engineering*, 111(10) :1308–1326, 1985.

[12] E. Partheniades. Erosion and deposition of cohesive soils. *J. Hydraulics Division, ASCE*, 91(1) :105–137, 1965.

[13] D. Pham Van Bang, G. Ovarlez, and L. Tocquer. Effets de la densité et de la structuration sur les caractéristiques rhéologiques de la vase. *La Houille Blanche*, (2) :85–93, apr 2007.