Assimilation directe de séquences d'images de traceur passif : application aux équations de Saint-Venant

Vincent Chabot, Maëlle Nodet, Arthur Vidard, Nicolas Papadakis

▶ **To cite this version:**

Vincent Chabot, Maëlle Nodet, Arthur Vidard, Nicolas Papadakis. Assimilation directe de séquences d'images de traceur passif : application aux équations de Saint-Venant. Colloque du Groupe de Recherche et d'Etudes de Traitement du Signal et des Images (GRETSI'13), Sep 2013, Brest, France. pp.1-4. hal-00913992

HAL Id: hal-00913992
https://inria.hal.science/hal-00913992

Submitted on 12 Dec 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Assimilation directe de séquences d'images de traceur passif : application aux équations de Saint-Venant

Vincent CHABOT[1], Maëlle NODET[1], Arthur VIDARD[1], Nicolas PAPADAKIS[2]

[1]INRIA, Université Joseph Fourier Grenoble 1,
Laboratoire Jean Kuntzmann 51 rue des Mathématiques, 38041 Grenoble cedex 09, France

[2]Institut de Mathématiques de Bordeaux
351 Cours de la Libération, 33405 TALENCE Cedex, France

vincent.chabot@imag.fr, maelle.nodet@inria.fr
arthur.vidard@imag.fr, nicolas.papadakis@math.u-bordeaux1.fr

Résumé – Les dernières décennies ont vu croître en quantité et en qualité les données satellites. Actuellement, les séquences d'images satellites, pouvant fournir de nombreuses informations sur la dynamique des systèmes océanique et atmosphérique, sont sous-exploitées en prévision numérique du temps. Le but de ces travaux est de fournir de nouvelles manières d'utiliser l'information présente dans ces séquences d'images. Dans cette étude, nous abordons le problème de l'utilisation d'observations indirectes, sous forme d'images, de l'état du modèle afin de contrôler l'état initial du système par assimilation de données variationnelle. La faisabilité de l'approche proposée est démontrée sur des expériences réalisées avec un modèle shallow-water. L'influence de la définition de la distance entre deux séquences d'images est étudiée en présence de bruit.

Abstract – In the last decades satellites datas quantities and qualities have increase. Currently, satellite images sequences, which could provide a lot of information on atmospheric or oceanic system dynamic, are underused in numerical weather forcasting. The aim of this work is to provide new methods to use this information. In this study, we address the topic of monitoring the initial state of a system through the variational assimilation of indirect images sequence. The feasability of the approach is demonstrated on twin experiments realised with a shallow-water model. The influence of the distance definition between two images sequences is studied in presence of data noise.

1 Introduction

Un des problèmes rencontrés en prévision numérique du temps est la détermination de l'état initial du système étudié. En effet, les véritables états de l'atmosphère et de l'océan, à un instant donné, ne sont pas accessibles. Les erreurs sur les conditions initiales peuvent se propager dans le temps et s'amplifier avec l'échéance de la prévision. Pour réduire ces erreurs en se rapprochant au maximum de l'état réel de l'atmosphère, les informations disponibles sont combinées par les schémas d'assimilation de données. Actuellement, les séquences d'images satellites sont sous-exploitées dans ce contexte. Ce document présente de nouvelles méthodes d'utilisation de l'information contenue au sein de telles séquences.

2 Principe général de l'assimilation de données variationnelle

Soit un modèle dynamique $\mathcal{M}$ décrivant l'évolution de la variable d'état X :

$$\left\| \begin{array}{l} \partial_t \mathrm{X}(\mathrm{X}_0, \boldsymbol{x}, t) + \mathcal{M}(\mathrm{X}(\mathrm{X}_0, \boldsymbol{x}, t)) = 0 \\ \mathrm{X}(\mathrm{X}_0, \boldsymbol{x}, t_0) = \mathrm{X}_0 \end{array} \right. \quad (1)$$

Soient des observations $Y(t)$ de ces variables d'état. Le but de l'assimilation de donnée est de déterminer une condition initiale que l'on appelle l'état analysé X_0^a tel que celui-ci ne soit pas trop éloigné d'une ébauche X_0^b fournie par une prévision précédente et que la trajectoire issue de X_0^a soit proche des observations $Y(t)$. Pour cela, X_0^a est défini comme le minimum de la fonction coût suivante :

$$\begin{aligned} J(\mathrm{X}_0) &= J_b(\mathrm{X}_0) + J_o(\mathrm{X}_0) \quad (2) \\ &= \frac{1}{2}\|\mathrm{X}_0 - \mathrm{X}_0^b\|^2_{\mathcal{V}} + \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f} ||Y(t) - \mathcal{H}(\mathrm{X}(\mathrm{X}_0, x, t))||^2_{\mathcal{O}}\, dt, \end{aligned}$$

où $\mathcal{V}$ est l'espace d'état, $\mathcal{O}$ l'espace d'observation et $\mathcal{H} : \mathcal{V} \mapsto \mathcal{O}$ est appelé l'opérateur d'observation.

Pour des problèmes réalistes en prévision numérique du temps la dimension de l'espace d'état ($\sim 10^7 - 10^9$ variables) rend cette minimisation difficile. Généralement, en assimilation variationnelle, la minimisation est faite par méthode de descente du gradient, celui-ci étant calculé par méthode adjointe [1].

3 Opérateur d'observation et distances spécifiques aux séquences d'images

L'assimilation de séquences d'images requiert la définition d'une distance entre les images observées et les sorties du mod-

èle. Nous avons choisi, comme dans [2], de créer un équivalent modèle, noté q^{synth}, de l'image observée, notée q^{obs}, puis de calculer la distance entre la séquence observée et la séquence synthéthique.

Pour créer cette séquence d'images synthétiques nous emettons l'hypothèse que les quantités observées $q^{obs}(t)$ correspondent à des traceurs passifs transportés par la dynamique du système selon l'équation :

$$\partial_t q + u\partial_x q + v\partial_y q - \nu_T \Delta q = 0 \tag{3}$$

où u et v sont les composantes du champ de vitesse appartenant à l'espace d'état du modèle $\mathcal{M}$ et ν_T est le coefficient de diffusion. L'équation (3), sous réserve de la connaissance de $q^{synth}(t_0)$, permet de générer une séquence d'images $q^{synth}(t_i)$ à comparer aux images observées $q^{obs}(t_i)$.
Nous utilisons pour cela différentes notions de distance :

– La comparaison pixels à pixels :

$$\begin{aligned} J_o(\mathrm{X}_0) &= \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f} ||Y(t) - \mathcal{H}(\mathrm{X}(\mathrm{X}_0, \boldsymbol{x}, t))||^2_{\mathcal{O}} \\ &= \sum_{t_0}^{t_f} \|q^{obs}(t) - q^{synth}(t)\|^2_{R_{pix}} \end{aligned} \tag{4}$$

avec

$$\left\|\mathbf{X}\right\|^2_R = \mathbf{X}^T R^{-1} \mathbf{X} \tag{5}$$

où R est la matrice de covariance d'erreur d'observation dans l'espace considéré. Cette équation met en évidence le rôle cruciale joué par la matrice R dans la définition du problème (2).

Remarque. *En pratique, la taille de la matrice R rend son stockage et son inversion inenvisageable. Par conséquent, dans cette étude nous utilisons uniquement des matrices R^{diag} diagonales et ce quel que soit l'espace de travail considéré.*

– La comparaison entre les gradients des images :

$$J_o(\mathrm{X}_0) = \sum_{t_0}^{t_f} \left\|\nabla q^{obs}(t) - \nabla q^{synth}(t)\right\|^2_{R_{grad}} \tag{6}$$

avec ∇ l'opérateur de gradient spatial calculé en utilisant un schéma de différence finies centré.
Cette distance prend en compte le fait que l'information sur la dynamique du système, au sein de la séquence de traceurs, est principalement portée par les discontinuités.

– Deux notions de distances dans des espaces d'ondelettes :

$$J_o(\mathrm{X}_0) = \sum_{t_0}^{t_f} \|W(q^{synth}(t)) - W(q^{obs}(t))\|^2_{R_{wav}} \tag{7}$$

où W est la transformée en ondelette choisie. Bien que la transformée en ondelette conserve la norme L^2, cette distance est différente de (4) à cause de l'utilisation de matrices R diagonales. Ceci vient du fait que la restriction à la diagonale de la matrice R n'est pas la même dans différents espaces.

Lorsqu'on souhaite ne conserver que les coefficients ayant un ratio Signal/Bruit important, on peut être amené à travailler dans des sous-espaces d'ondelettes :

$$J_o(\mathrm{X}_0) = \sum_{t_0}^{t_f} \|1_{\Omega_I} \circ W(q^{synth}(t)) - \tau \circ W(q^{obs}(t))\|^2_{\tilde{R}_{wav}} \tag{8}$$

où τ est un seuillage appliqué aux coefficients de l'image observée. Cette opération permet de définir un sous-espace de travail Ω_I spécifique à chaque image. Dans cette étude, le seuillage τ consiste à conserver uniquement l'information contenue dans les coefficients d'ondelettes ayant la norme la plus importante.

4 Résultats obtenus sur des expériences jumelles

4.1 Contexte expérimental

Afin de tester la robustesse des distances proposées au bruit présent dans les observations, des expériences jumelles sont effectuées. Celles-ci consistent à retrouver, dans un contexte où la vérité terrain est connue, un état analysé à partir d'observations synthétiques et d'une ébauche.

Dans ces expériences, la dynamique du système est décrite par les équations de Saint-Venant :

$$\left\{\begin{array}{lcl} \partial_t u - (f+\zeta)v + \partial_x B &=& -ru + \kappa\Delta u \\ \partial_t v + (f+\zeta)u + \partial_y B &=& -rv + \kappa\Delta v \\ \partial_t h + \partial_x(hu) + \partial_y(hv) &=& 0. \end{array}\right. \tag{9}$$

où $\zeta = \partial_x v - \partial_y u$ est la vorticité relative, $B = g^* h + \frac{u^2+v^2}{2}$ est le potentiel de Bernouilli pour lequel g^* est la gravité réduite, f est le paramètre de coriolis, κ le coefficient de diffusion et r le coefficient de frottement sur le fond.

La vérité terrain (u_0^t, v_0^t, h_0^t) définie en figure 1 simule l'évolution d'un vortex sur la table tournante CORIOLIS [1]. Cette dernière permet de recréer l'effet de la force de Coriolis dans une couche d'eau peu profonde.

Dans les expériences effectuées, seules des observations indirectes (concentration de traceur passifs) sont assimilées. Un run direct du modèle utilisant le vrai champ de vitesse permet de générer une séquence d'images q^t à partir de la concentration initiale du traceur passif q_0^t via l'équation (3).

4.2 Génération des observations

Un bruit gaussien corrélé en espace est ajouté à la séquence d'images originale. Pour une même matrice de corrélation, trois niveaux de bruits sont étudiés. Une image est présentée en figure 2 pour chaque niveau de bruit :

– Sur l'image de gauche, le bruit n'est presque pas visible. Cette séquence d'images est proche des données parfaites présentées en figure 1.

1. http ://coriolis.legi.grenoble-inp.fr

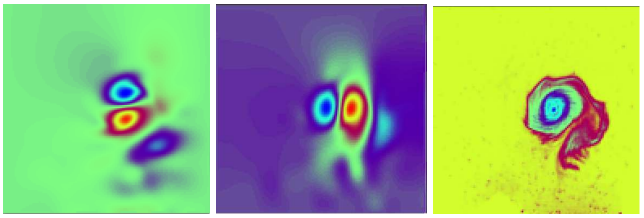

FIGURE 1 – A gauche et au centre les "vraies" composantes zonale (u_0^t) et meridionale (v_0^t) du champ de vitesse initiale. A droite, la première image du champ de traceur passif (q_1^t).

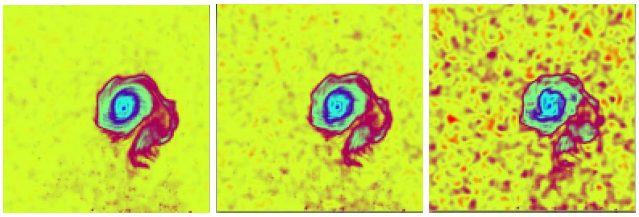

FIGURE 2 – Exemples d'observations bruitées pour chaque niveau de bruit étudié. Le ratio Signal/Bruit (SNR) de l'image de gauche est de 26.8 dB, celui de l'image centrale de 20.8 dB et celui de l'image de droite de 14.8 dB.

- Bien que visible sur la seconde image, le bruit ne modifie pas la perception visuelle des structures principales.
- La perception visuelle des principales structures est altérée par la présence d'un bruit d'amplitude plus importante sur la troisième image.

4.3 Expériences effectuées

Afin d'évaluer le gain réalisé lors du changement de distance, les expériences jumelles décrites en section 4.1 sont effectuées avec les observations présentées en section 4.2. L'ébauche intervenant dans le problème de minimisation (2) est la suivante $(u_0^b,v_0^b,h_0^b) = (0,0,h_{mean})$.

Pour chacune des distances définies en section 3, il reste à décrire brièvement la matrice R utilisée. On rappelle que dans ces expériences on se restreint à utiliser des matrices diagonales.

Matrice R dans l'espace des pixels : Bien que le bruit soit corrélé en espace, sa répartition au sein des séquences d'images est homogène en temps et en espace. Par conséquent, la variance de chaque pixel est identique. On utilise dans (4) la diagonale de la vraie matrice de covariance R_{pix} qui est $R_{pix}^{Id} = \sigma^2 Id$.

Matrice R dans l'espace des gradients : En plus d'être réparti de manière homogène, le bruit utilisé présente des corrélations isotropes. Par conséquent la diagonale de la matrice R_{grad}, utilisée dans (6), est la matrice $R_{grad}^{Id} = \tilde{\sigma}^2 Id$.

Matrice R dans un sous-espace d'ondelettes : Afin de comparer les résultats obtenus en utilisant la distance (8) à ceux obtenus avec la distance (4), on utilise $\tilde{R}_{wav}^{Id} = \sigma^2 Id$ dans (8). Le fait d'utiliser une matrice proportionelle à l'identité permet, si la base d'ondelettes utilisée est orthogonale et si aucun seuillage τ n'est appliqué aux coefficients, d'avoir une équivalence entre les distances définies en équation (4) et en équation (8). On peut de cette manière évaluer l'impact du seuillage τ dans (8). Les résultats obtenus avec les ondelettes de Daubechies à 8 moments nuls sont présentés en section 4.4.

Matrice R dans une base d'ondelettes : Il est possible à partir de la connaissance de la matrice de covariance d'erreurs d'observations dans l'espace des pixels, R_{pix} de construire la matrice de covariance d'erreurs d'observations R_{wav} dans une base d'ondelettes [3] . Dans (7), seule la diagonale de cette matrice est utilisée. Pour un bruit corrélé en espace, la variance des coefficients dans une base d'ondelettes varie fortement selon l'échelle à laquelle la fonction d'ondelette associée considère le signal. Par conséquent, à la différence de $\tilde{R}_{wav}^{Id}$, la matrice R_{wav}^{diag} utilisée dans (7) est choisie non proportionelle à l'identité.

TABLE 1 – Moyenne sur 10 expériences du pourcentage de l'erreur résiduelle dans la composante analysée, u_0^a, par rapport à l'erreur présente dans l'ébauche, u_0^b. Ce pourcentage a été calculé pour différents niveaux de bruit, caractérisés par leur ratio Signal Bruit (SNR), présent au sein des séquences d'images. Dans D8-1 la comparaison s'effectue entre les 20% des coefficients ayant la plus grande norme. La matrice de covariance utilisée dans l'équation (8) est $\tilde{R}_{wav}^{Id}$. Dans D8-2, tous les coefficients sont comparés. Par contre la matrice utilisée dans la norme (7) est R_{wav}^{diag}.

	Pixels	D8-1	Gradients	D8-2	Haar
14.8 dB	60.8%	60.1%	34.0%	9.3%	22.8%
20.8 dB	26.2%	28.5%	17.8%	7.6%	12.5%
26.8 dB	15.6%	17.1%	12.4%	7.2%	8.4%
Perfect data	7.6%	8.5%	7.4%	7.1%	6.4%

4.4 Résultats obtenus avec ces différentes distances

Le tableau 1 présente le pourcentage d'erreur résiduelle dans la composante analysée u_0^a par rapport à l'erreur présente dans l'ébauche. Bien que non présentées dans ce document, les performances atteintes pour la composante v sont comparables à celles atteintes pour la composante u. On rappelle que pour toutes les expériences effectuées le champ de vitesse n'est pas assimilé.

Les résultats obtenus pour la comparaison entre pixels sont présentés en première colonne. On remarque que l'erreur résiduelle dépend fortement du niveau de bruit, ce qui signifie que la distance entre pixels n'est que peu robuste au bruit. Lorsqu'on compare ces résultats à ceux obtenus dans un sous-espace d'ondelettes avec la matrice $\tilde{R}_{wav}$ (deuxième colonne), on s'aperçoit que le pourcentage d'erreur résiduelle est du même ordre. Ceci peut s'expliquer par le fait que le seuillage τ, re-

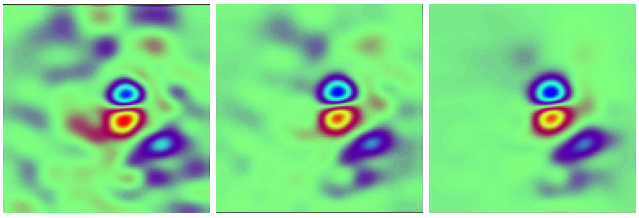

FIGURE 3 – Composante u du champ de vitesse analysé pour une séquence d'observation correspondant au bruit fort (SNR 14.8 dB). A gauche est présenté le résultat d'une assimilation basée sur la distance entre pixel, au centre sur la distance entre gradients, à droite sur la distance entre les coefficients d'ondelettes de Daubechies.

streignant le travail à un sous-espace Ω_I de petite taille mais contenant la majeur partie de l'information, ne change que peu le problème de minimisation (2). Par conséquent l'impact du seuillage est faible et n'améliore pas toujours les résultats (on perd une partie de l'information).

La troisième colonne du tableau 1 présente les résultats obtenus lors de la comparaison entre gradients. On observe une plus grande réduction de l'erreur dans ce cas que pour les deux distances précédentes. Ces résultats peuvent s'expliquer si l'on considère que, « localement », un bruit additif corrélé en espace introduit un « biais » dans l'espace des pixels. Les gradients, éliminant par construction une partie de ce biais, sont donc moins sensibles aux corrélations présentes au sein du bruit.

Les performances atteintes en utilisant une matrice non proportionelle à l'identité avec les ondelettes de Daubechies à 8 moments nuls et les ondelettes de Haar sont présentées en 4ème et 5ème colonnes du tableau 1. Pour ces expériences, l'ensemble des coefficients d'ondelettes est assimilé. L'erreur résiduelle est dans ces deux cas bien plus faible qu'avec les trois distances précédentes. La robustesse au bruit de la distance utilisant les ondelettes de Daubechies est impressionante : les erreurs commises lors de l'utilisation des séquences les plus bruitées sont moins importantes que celles commises avec les séquences les moins bruitées pour les autres distances. Ces meilleurs résultats sont dus à l'utilisation d'une matrice non proportionelle à l'identité. Le fait de faire varier la variance de chaque coefficient permet de représenter une partie des corrélations présentes au sein des erreurs du signal original. Les résultats ne sont pas les mêmes pour différentes bases d'ondelettes car les corrélations représentables par une matrice R diagonale varient fortement en fonction de la base choisie.

4.5 Localisation de l'erreur dans les champs analysés

Les colonnes de la figure 3 permettent de visualiser les champs analysés utilisant la distance entre pixels (à gauche), entre gradients (au milieu) et entre les coefficients d'ondelettes de Daubechies (à droite). Ces figures montrent que le champ de vitesse est globalement bien reconstruit sous le tourbillon quelque soit le cas. Les principales erreurs pour les distances Pixels et Gradients se situent dans les zones lisses des observation où l'absence de discontinuités dans la séquence d'images originale signifie l'absence d'information sur le mouvement sous-jacent. La répercution de l'erreur d'observation est plus importante pour la comparaison pixels à pixels que pour la comparaison entre gradients. Dans un espace de type ondelettes, il est possible d'intégrer une partie des corrélations du bruit dans la diagonale de la matrice de covariance d'erreur d'observation. La troisième colonne nous montre qu'effectuer cette opération permet de réduire drastiquement l'impact, sur le champ de vitesse analysé, du bruit présent dans les zones lisses de l'image.

5 Conclusion

Dans ce document, nous introduisons de nouvelles manières d'utiliser l'information présente dans des séquences d'images de traceurs, révélant de manière indirecte l'évolution d'un système géophysique. Les différents résultats obtenus sont encourageants et montrent qu'il est possible d'extraire suffisamment d'information de ces séquences d'images pour contrôler l'état initial d'un tel système. Une étude de l'impact du bruit sur les observations nous permet de conclure que l'espace $\mathcal{O}$, dans lequel s'effectue la comparaison entre les images observées et les images synthétiques est important et doit dépendre du type de bruit présent au sein des images. Cette étude montre qu'il est primordial de bien connaître et utiliser les statistiques du bruit corrompant les données si l'on souhaite pouvoir exploiter au maximum les informations qu'elles contiennent. Le fait de travailler dans un espace multi-échelle permet de prendre en compte une partie des corrélations présentes au sein du bruit avec une matrice diagonale. L'intégration de cette information au problème initial permet d'obtenir un problème de minimisation plus robuste au bruit sans pour autant modifier le coût numérique global.

Ce travail a été financé partiellement par l'Agence Nationale de la Recherche Française à travers le programme COSINUS (projet Geo-FLUIDS n° ANR-09-COSI-005).

Références

[1] F-X. Le Dimet et O. Talagrand *Variational algorithms for analysis and assimilation of meteorological observations : theoretical aspects*. Tellus, 1986

[2] O. Titaud, A. Vidard, I. Souopgui et F-X. Le Dimet *Assimilation of image sequences in numerical models*. Tellus Series A : Dynamic Meteorology and Oceanography, volume 62, 2010

[3] M. Vannucci et F. Corradi *Covariance structure of wavelet coefficients : theory and models in a Bayesian perspective* Journal of the Royal Statistical Society : Series B, volume 61, 1999