



ÉTUDE DES MÉTHODES DE DÉTERMINATION DES PERFORMANCES LAITIÈRES

D. Carre, J. Poly, B. Vissac

► To cite this version:

D. Carre, J. Poly, B. Vissac. ÉTUDE DES MÉTHODES DE DÉTERMINATION DES PERFORMANCES LAITIÈRES. Annales de zootechnie, 1958, 7 (3), pp.243-280. hal-00886690

HAL Id: hal-00886690

<https://hal.science/hal-00886690>

Submitted on 11 May 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉTUDE DES MÉTHODES DE DÉTERMINATION DES PERFORMANCES LAITIÈRES

PAR

D. CARRE, J. POLY, B. VISSAC

Laboratoire de Recherches de Zootechnie, Institut National Agronomique,
Paris.

INTRODUCTION

Avant toute étude consacrée spécifiquement aux problèmes de sélection concernant les caractères zootechniques de nos animaux domestiques, il est primordial de savoir mesurer et exprimer correctement ces caractères du type quantitatif ; il importe donc toujours de définir au départ un contrôle de performances objectif, suffisamment précis, et facile à réaliser.

Or, il est curieux de constater que, si de nombreuses recherches ont été consacrées à l'étude du déterminisme héréditaire des performances laitières de nos femelles, il en est beaucoup moins par contre, qui aient abordé d'une façon scientifique le problème de base de la validité des résultats de contrôle laitier.

A une époque où, dans notre pays, l'extension de ce dernier doit être considérable pour permettre tout programme d'envergure d'amélioration zootechnique de notre cheptel, il était donc particulièrement important que nous étudions les méthodes de détermination des performances laitières de nos bovins.

Le principe du contrôle laitier est qu'à partir de mesures périodiques des productions journalières d'une vache, on puisse estimer les quantités de lait et de matière grasse qu'elle a fournies durant un cycle de production.

A partir de résultats de contrôles plus ou moins nombreux, on a donc d'abord à calculer une performance.

Aussi la première partie de nos travaux s'est-elle préoccupée de cette question. Selon les pays, on utilise des méthodes variées plus ou moins satisfaisantes ; en France, le Comité Fédératif de Contrôle Laitier a pour tâche essentielle d'effectuer les calculs de lactation pour la grande

majorité des vaches soumises au contrôle laitier ; pour ce faire, il utilise des installations mécanographiques importantes en raison de l'emploi d'une méthode relativement compliquée, la méthode Fleischmann.

Nous avons donc voulu tester la validité d'autres procédés de calcul par rapport à cette méthode de référence.

Dans une deuxième partie de nos travaux, nous avons étudié le problème de l'incertitude statistique qui est attachée à un échantillonnage périodique de la lactation ; il s'agit en effet de définir une périodicité convenable du contrôle pour obtenir une estimation zootechnique suffisamment précise de la performance ; par ailleurs une répétition fréquente des contrôles accroît évidemment le prix de revient de ce dernier. La périodicité à recommander est donc un compromis entre une précision satisfaisante et un nombre de contrôles aussi faible que possible ; à cet égard les conclusions varient selon qu'on veuille caractériser la performance individuelle d'une vache, ou, au contraire, la moyenne des performances d'un groupe d'individus, comme c'est le cas dans la mise à l'épreuve des reproducteurs mâles sur leur descendance.

Enfin, dans une dernière partie de nos recherches, nous avons voulu comparer et discuter les très nombreuses méthodes d'expression des performances laitières utilisées dans les différents pays ; les unes, comme par exemple la production par lactation, ont un réel intérêt physiologique ; d'autres, comme la production par année d'exercice, ont davantage une signification économique et donnent une idée de la rentabilité de l'exploitation d'une vache ou d'un troupeau.

Par ailleurs, le cycle de production d'une femelle laitière s'intègre dans son cycle de reproduction : doit-on parler de production par jour de traite, ou par jour d'affouragement par intervalle de vêlage, pour caractériser la capacité de production d'un animal ?

A-t-on également le droit de comparer à des fins de sélection des quantités de lait ou de matière grasse obtenues pendant des carrières de production ou des tranches de vie dont les images ne sont pas similaires : grosses performances éloquentes correspondant à des cycles de production anormalement allongés et peu fréquents, ou performances plus modestes mais régulières et répétées.

Cette troisième partie de nos recherches est, à notre sens fondamentale pour définir les critères de production recommandables en matière de sélection laitière.

Dans le présent mémoire, nous avons donc étudié successivement :

- les méthodes de calcul des performances laitières ;
- la précision d'un contrôle à périodicité variable ;
- les méthodes d'expression des performances laitières.

Dans une publication ultérieure, nous nous proposons de détailler les différentes causes de variation de ces performances.

I. — LES MÉTHODES DE CALCUL DES LACTATIONS ⁽¹⁾

PLAN DU MÉMOIRE

I. — Recherche de nouvelles méthodes de calcul des performances.

- 1,1. — Historique rapide des diverses méthodes employées en France avant la méthode Fleischmann.
- 1,2. — Les méthodes employées à l'étranger.
- 1,3. — La méthode Fleischmann.
- 1,4. — Essais comparatifs de diverses méthodes de calcul sur petit échantillon.
- 1,5. — Définition de nouvelles méthodes de calcul des performances.

II. — Essais de la méthode dite D.

- 2,1. — Etude sur les résultats de contrôle laitier de Seine-Maritime.
- 2,2. — Etude sur les résultats de contrôle laitier de la Manche.
- 2,3. — Analyse des différences entre la méthode Fleischmann et la méthode dite D.
- 2,4. — Conclusions sur la valeur de la méthode dite D.

III. — Essais de la méthode dite C.

- 3,1. — Rapports entre la méthode dite C et la méthode dite D.
- 3,2. — Etude rapide de la méthode dite C.
- 3,3. — Etude complète de la méthode dite C.
- 3,4. — Pratique du calcul des performances avec la méthode dite C.

Conclusions.

Toute diminution du prix de revient du contrôle laitier-beurrer doit permettre d'augmenter le nombre d'animaux contrôlés. Une dépense qui nous semble facile à réduire est celle entraînée par le calcul des lactations. On utilise actuellement en France la méthode Fleischmann pour effectuer le calcul des performances. Lors de l'adoption de cette méthode, les Syndicats de contrôle laitier ont été rapidement débordés pour conduire les calculs. C'est pourquoi on a mis sur pied une installation mécanographique, confiée au Comité Fédératif National de Contrôle Laitier. Cette installation mécanographique est un instrument très puissant de recherches et d'interprétation des résultats enregistrés par les Syndicats, mais la complexité de la méthode Fleischmann est telle que les machines sont occupées à plein temps pour le calcul des lactations.

Nous étudierons, dans le présent mémoire, la possibilité de trouver une méthode de calcul des performances laitières aussi précise mais plus simple que la méthode Fleischmann. Cette méthode devrait permettre aux contrôleurs laitiers de calculer à nouveau les performances sur les exploitations et accélérer le calcul des lactations par les machines mécanographiques.

⁽¹⁾ Avec la collaboration technique de DÉOTTE (J. C.) et l'aide matérielle du Herd-Book Normand qui a gracieusement mis à notre disposition son installation mécanographique. I. B. M.

CHAPITRE PREMIER

RECHERCHE DE NOUVELLES MÉTHODES DE CALCUL
DES PERFORMANCES1,1. — Historique rapide des diverses méthodes
employées en France avant la méthode Fleischmann.

Jusqu'en 1952, on a utilisé en France des méthodes dont le principe est resté sensiblement constant ; les variantes portaient seulement sur la définition de la durée de lactation.

a) On effectuait la somme des productions enregistrées au cours des différents contrôles : Σc .

b) Puis deux systèmes ont été utilisés :

— On divisait cette somme par le nombre de contrôles n , et on multipliait la moyenne $\frac{\Sigma c}{n}$ par une durée de lactation codifiée dans son calcul.

— On multipliait la somme des contrôles Σc par l'intervalle moyen entre deux contrôles, soit 30 dans le cas d'un contrôle mensuel.

Nous nous proposons de décrire trois des méthodes utilisées en France avant l'adoption de la méthode Fleischmann.

I, I.1. — Selon cette première méthode, on calculait d'abord la lactation de référence en 300 jours (8) en prenant la somme des dix premiers contrôles :

$$\text{Production de référence} = \frac{\sum_{i=1}^{10} c}{10} \cdot 300.$$

Si la durée de lactation était inférieure à 300, on remplaçait la durée de la lactation de référence par la durée de lactation réelle qui était définie ainsi :

— premier jour de lactation : 7 jours après le vêlage,

— dernier jour de lactation : 10 jours après le dernier contrôle.

Si la lactation totale était plus longue que la lactation de référence, les quantités totales de lait et de matière grasse étaient calculées en ajoutant à la lactation de référence la moyenne des contrôles après le dixième contrôle que l'on multipliait par le nombre de jours de lactation après 300 jours.

$$\text{Quantité totale de lait (ou de matière grasse)} = \frac{\sum_{i=1}^{10} c}{10} \cdot 300 + \frac{\sum_{i=11}^n c}{n - 10} \cdot a$$

formule où a est le nombre de jours de lactation au-delà de 300 jours.

I, I.2. — La seconde méthode était beaucoup plus simple. La lac-

tation de référence en 300 jours était établie en multipliant la somme des dix premiers contrôles par 30 (9) :

$$\text{Production de référence} = 30 \sum_1^{10} c.$$

La lactation totale était calculée en multipliant par 30 la somme des contrôles.

$$\text{Quantité totale de lait (ou de matière grasse)} = 30 \sum_1^n c.$$

La durée de lactation était définie ainsi :

- premier jour de lactation : 5 jours après le vêlage,
- dernier jour de lactation : 15 jours après le dernier contrôle.

1.1.3. — On a encore adopté d'autres normes et une autre méthode de calcul (2). La durée de lactation s'exprime ainsi :

- début de lactation au jour de vêlage,
- fin de lactation 14 jours après le dernier contrôle.

Au lieu de multiplier chaque contrôle par 30, ce qui ne tient pas compte de la durée réelle de lactation F , on multiplie la moyenne des contrôles par cette durée réelle F :

$$\text{Quantité totale de lait (ou de matière grasse)} = \frac{\sum c}{n} F.$$

La lactation de référence en 300 jours est calculée comme la lactation totale.

1.2. — Les méthodes de calcul des lactations employées à l'étranger.

Nous allons exposer les méthodes employées en Europe et aux États-Unis.

1.2.1. — Les méthodes européennes.

Les méthodes européennes de calcul des lactations ont été définies par *l'Accord Européen pour l'unification des méthodes de contrôle laitier-beurrer* (6). Trois méthodes ont été admises par le Comité Européen de Contrôle Laitier-Beurrer.

a) *Méthode n° 1* : La production de lait et de matière grasse s'obtient en faisant la somme des quantités de lait (ou de matière grasse) enregistrées au cours des différents contrôles, en divisant cette somme par le nombre de contrôles effectués et en multipliant le quotient par le nombre de jours de lactation.

b) *Méthode n° 2* : On calcule séparément, pour chaque intervalle entre deux contrôles successifs la quantité de lait ou de matière grasse produite, en multipliant le résultat de la pesée du jour du contrôle par le

nombre de jours de l'intervalle correspondant, le jour de l'épreuve étant considéré comme le jour moyen de cet intervalle. L'addition des résultats partiels obtenus par cette méthode donne le total du lait (ou de la matière grasse) produit pendant toute la période de lactation.

Cette méthode est équivalente à la « centering method » utilisée aux U. S. A.

c) *Méthode n° 3* : C'est la méthode Fleischmann utilisée dans notre pays et que nous étudierons ultérieurement (1,3).

1,2.2. — Les méthodes américaines.

La première méthode : « calendar month method » (méthode par mois de calendrier) est utilisée pour 30 p. 100 des animaux contrôlés par le D. H. I. A. (Dairy Herd Improvement Association) et par le H. I. R. (Herd Improvement Registry) (5). Cette méthode très simple consiste à attribuer la production enregistrée au cours du contrôle à tous les jours du mois de l'année sidérale, quelle que soit la position du contrôle dans ce mois.

La deuxième méthode, la « centered date method » adopte le même principe que la méthode n° 2 des accords européens. On choisit une date arbitraire (1) ou « centered date » — date centrée — pour chaque élevage, date qui est à peu près celle de passage du contrôleur sur l'exploitation. La production du contrôle est attribuée aux 15 jours qui suivent la « date centrée » et, suivant la longueur du mois, aux 13 à 16 jours qui précèdent la « date centrée » (cette dernière étant incluse). La « centered date method » est officielle pour l'organisation D. H. I. A. et utilisée dans 70 p. 100 des étables contrôlées (5).

Ces deux méthodes ont été étudiées par les auteurs américains.

McKELLIP et SEATH (10) montrent que lorsque les contrôles sont situés au début du mois, le calcul par mois de calendrier surestime la production des vaches laitières et lorsque les contrôles sont situés à la fin du mois, cette méthode sous-estime la production. D'autres auteurs concluent de même (MORRISSON et coll. (11), ERB et coll. (5), LABEN et coll. (7)).

ERB et coll. (5) comparent les méthodes « mois de calendrier » et « date centrée ». Leur matériel d'étude était composé de 19 vaches Holstein de la Station de Recherches du Washington. Les lactations réelles étaient connues par des pesées quotidiennes du lait et les lactations contrôlées tous les mois ont été calculées suivant les deux méthodes. Ces auteurs ont trouvé qu'une fois sur 100 les productions contrôlées, calculées selon la méthode de la « date centrée » excédaient de 5,2 p. 100 les productions réelles, et, calculées selon la méthode du « mois de calendrier » excédaient de 10,3 p. 100 les productions réelles.

Ces auteurs concluent que des contrôles bimestriels et le calcul par la méthode des « dates centrées » étaient aussi précis pour estimer la production réelle que des contrôles mensuels et le calcul par la méthode du « mois de calendrier ».

TYLER et CHAPMAN (12) ont comparé ces deux méthodes à une troisième méthode simple de calcul des performances, qui était la somme des 10 premiers contrôles multipliée par 30,5, pour une lactation de référence en 305 jours. Puis, sur deux troupeaux de 60 et 16 animaux, ces auteurs ont calculé la répétabilité intra-étables des performances laitières (tableau I). Ces trois méthodes seraient également acceptables pour les études génétiques, car les valeurs de la répétabilité sont les mêmes, quelle que soit la méthode de calcul de lactation utilisée.

TABLEAU I

Répétabilité des productions laitières intra-étables suivant différentes méthodes de calcul des lactations, d'après TYLER et CHAPMAN (12).

	Somme des contrôles $\times 30,5$	« Mois de Calendrier »	« Date Centrée »
1 ^{re} étable 60 vaches	0,36	0,38	0,35
2 ^e étable 16 vaches	0,55	0,52	0,53

1.3. — La méthode Fleischmann.

A partir du 1^{er} janvier 1952, en France, tous les résultats de lactation doivent être obtenus par la méthode Fleischmann (3) (4).

1.3.1. — Rappel du principe de la méthode.

Durée de lactation. Elle est déterminée ainsi :

— Début : lendemain du jour de vêlage.

— Fin : 14 jours après le premier jour du dernier contrôle, comme le spécifient les accords européens sur le contrôle laitier. Rome, 1951 (6).

Principe de calcul. On calcule séparément pour chaque intervalle la quantité de lait produite, représentée par la moyenne des deux contrôles, multipliée par la longueur de l'intervalle. Si i est l'intervalle entre 2 contrôles, N l'intervalle vêlage-premier contrôle, n le nombre de contrôles, on a donc la formule suivante :

$$X = N \cdot c_1 + \frac{c_1 + c_2}{2} \cdot i_1 + \frac{c_2 + c_3}{2} \cdot i_2 \dots + \frac{c_{n-1} + c_n}{2} \cdot i_{n-1} + c_n \cdot i_n$$

$$X = N \cdot c_1 + \sum_{a=2}^{a=n} \frac{c_{a-1} + c_a}{2} i_{a-1} + c_n \cdot i_n.$$

1.3.2. — **Avantage.**

Cette formule intègre d'une façon idéale la courbe de lactation telle que nous pouvons nous la représenter par l'échantillon des contrôles mensuels.

1.3.3. — **Inconvénients.**

Cette formule conduit à un calcul compliqué et long. Une personne bien entraînée arrive à calculer en moyenne une quinzaine de lactations par journée de travail de 8 heures, si elle n'a pas de machine à calculer à sa disposition. Elle ne peut pas se servir de règle à calcul par suite de la précision ridicule exigée dans l'expression des performances, en particulier de la production de matière grasse.

Seules les machines mécanographiques rendent possible l'adoption de cette méthode sur une vaste échelle. Il devient alors nécessaire de perforer une carte par contrôle et d'effectuer plusieurs passages à la calculatrice, avant de pouvoir sortir les certificats de lactation.

1.4. — **Essais comparatifs de diverses méthodes de calcul sur petit échantillon.**

1.4.1. — **Matériel de travail.**

On a choisi 100 lactations contrôlées par le Syndicat de contrôle laitier de Seine-et-Marne, issues de 3 élevages pris au hasard. On a recalculé les lactations suivant de nouvelles méthodes. Puis, on a effectué les différences avec les lactations calculées par la méthode Fleischmann. La méthode Fleischmann est, en l'occurrence, utilisée comme méthode de référence parfaite. Finalement, on a étudié la répartition statistique de ces populations de différences.

1.4.2. — **Principes des nouvelles méthodes.**

(1) On a repris les anciennes méthodes utilisant la somme des contrôles et la moyenne des contrôles.

(2) On a également essayé de considérer la courbe de lactation comme une droite et d'intégrer ainsi, la lactation.

(3) Toutes les méthodes antérieures à la Fleischmann donnent une importance trop faible au premier contrôle. On a essayé de corriger ce fait en affectant le premier contrôle d'un facteur de pondération spécial.

1.4.3. — Méthodes essayées.

(1) MÉTHODES ANALOGUES AUX ANCIENNES MÉTHODES

Méthode (1). — Somme des productions enregistrées au cours des différents contrôles multipliée par 30 :

$$(1) = 30 \sum c.$$

Méthode (2). — Somme des productions enregistrées au cours des différents contrôles multipliée par l'écart moyen entre contrôles :

$$(2) = \bar{i} \sum c$$

Méthode (3). — Moyenne des productions enregistrées au cours des différents contrôles, multipliée par la durée de lactation :

$$(3) = \frac{\sum c}{n} \cdot F$$

(2) MÉTHODE CONSIDÉRANT LA COURBE DE LACTATION COMME UNE DROITE

Méthode (4). — Moyenne entre les productions enregistrées au cours du premier et du dernier contrôle, multipliée par la durée de lactation :

$$(4) = \frac{c_1 + c_n}{2} \cdot F$$

(3) MÉTHODES ANALOGUES AUX ANCIENNES MÉTHODES MAIS PONDÉRANT LE PREMIER CONTRÔLE

Méthode (5). — La somme des productions enregistrées au cours des différents contrôles, plus la moitié de la production au premier contrôle, est divisée par le nombre de contrôles plus un demi ; cette quantité est analogue à la moyenne. On la multiplie par la durée de lactation :

$$(5) = \frac{\sum c + \frac{c_1}{2}}{n + \frac{1}{2}} \cdot F$$

Méthode (6). — Somme des productions enregistrées au cours des différents contrôles plus la moitié de la production au premier contrôle multipliée par 30 :

$$(6) = \left(\sum c + \frac{c_1}{2} \right) \cdot 30$$

Méthode (7). — Somme des productions enregistrées au cours des différents contrôles, plus la moitié de la production au premier contrôle, multipliée par l'intervalle moyen entre les contrôles :

$$(7) = \left(\sum c + \frac{c_1}{2} \right) \cdot \bar{i}$$

Méthode (8). — Si l'intervalle vélage-premier contrôle est inférieur à 15 jours, on utilise la méthode (3) et si cet intervalle est supérieur à 15, on utilise la méthode (5) :

$$(8) = \frac{\sum c}{n} \cdot F \quad \text{si } N \leq 15$$

$$(8) = \frac{\sum c + \frac{c_1}{2}}{n + \frac{1}{2}} \cdot F \quad \text{si } N > 15$$

1.4.4. — Résultats obtenus. Différences absolues.

On a étudié la population des différences entre les résultats des méthodes (1) à (8) et X, résultat obtenu par la méthode Fleischmann, tant en ce qui concerne les valeurs arithmétiques, que les valeurs algébriques de ces différences.

(1) MÉTHODES STATISTIQUES UTILISÉES :

On a calculé les moyennes, les variances et les écarts-types des populations de différences.

(2) RÉSULTATS EN VALEURS ARITHMÉTIQUES ET ALGÈBRIQUES (tableau II) :

Trois méthodes ressortent nettement comme les meilleures ; ce sont : la méthode (3), la méthode (5), et la méthode (8).

Les valeurs arithmétiques des différences font évidemment apparaître une différence moyenne nettement plus importante que celle des valeurs algébriques, parallèlement à une dispersion plus faible.

TABLEAU II

Moyenne et écart-type des différences absolues en valeurs arithmétiques et algébriques entre les performances calculées par des méthodes simples et par la méthode Fleischmann.

Méthodes	Valeurs arithmétiques		Valeurs algébriques	
	Moyenne	Écart-type	Moyenne	Écart-type
X — (1).....	309 kg	222 kg	295 kg	242 kg
X — (2).....	161 kg	125 kg	53 kg	197 kg
X — (3).....	61 kg	52 kg	39 kg	70 kg
X — (4).....	444 kg	367 kg	227 kg	532 kg
X — (5).....	58 kg	55 kg	36 kg	72 kg
X — (6).....	168 kg	129 kg	151 kg	212 kg
X — (7).....	265 kg	177 kg	244 kg	206 kg
X — (8).....	43 kg	43 kg	21 kg	57 kg

1,4.5. — **Résultats obtenus. Différences relatives.**

Pour les méthodes (3), (5) et (8), qui semblent les meilleures, on a étudié les différences relatives :

$$\frac{X - (3)}{X}; \quad \frac{X - (5)}{X}; \quad \frac{X - (8)}{X}.$$

(1) MÉTHODES STATISTIQUES UTILISÉES

On a étudié la population statistique des différences, par la méthode de la droite de Henry, qui nous a permis de déterminer graphiquement la différence moyenne et l'écart-type des différences relatives.

(2) RÉSULTATS : DIFFÉRENCES ARITHMÉTIQUES (tableau III)

TABLEAU III

Moyenne et écart-type des différences relatives en valeurs arithmétiques entre les performances calculées par des méthodes simples et la méthode Fleischmann.

Méthode	Moyenne (‰)	Ecart-type (‰)
(3).....	13	16,5
(5).....	12	8,5
(8).....	9	8,6

La méthode (8) paraît être la meilleure, car elle donne la plus faible différence moyenne avec le plus petit écart-type.

(3) RÉSULTATS : DIFFÉRENCES ALGÈBRIQUES

Uniquement pour la méthode (8), on a étudié des différences relatives algébriques, par la droite de Henry (fig. 1).

Nous trouvons alors une population statistiquement normale, avec une différence moyenne de 2 p. 1000 et un écart-type de 13 p. 1000.

La méthode (8) nous donne 95 p. 100 des résultats dont la différence relative avec la méthode Fleischmann est comprise entre — 2,4 p. 100 et + 2,8 p. 100.

1,4.6. — **Conclusions.**

La meilleure méthode semble être la méthode (8) peu différente de la méthode Fleischmann si on considère les différences relatives en valeur algébrique. La méthode (8) utilise, rappelons-nous, l'alternance entre

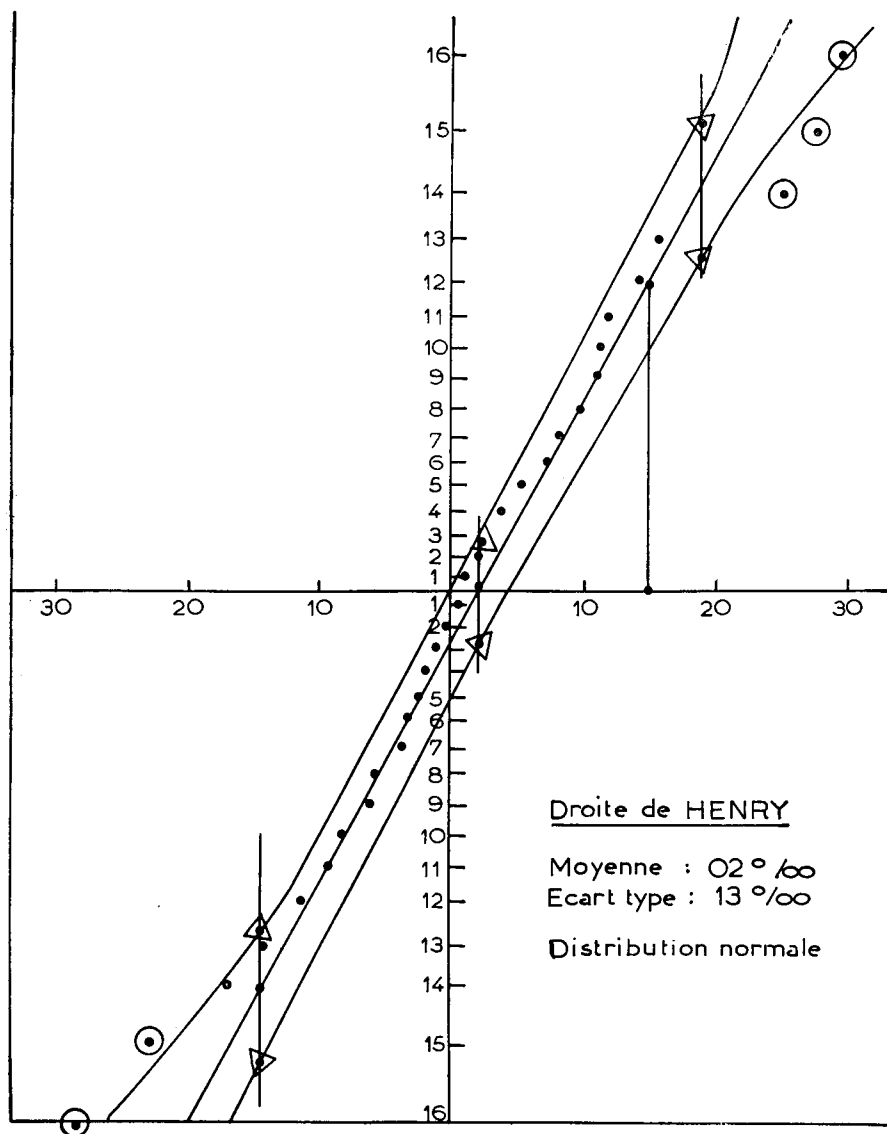


FIG. 1. — Droite de HENRY. Graphique d'étude de la distribution $\frac{X - (8)}{X}$. La moyenne de la distribution est représentée par l'intersection de l'axe des abscisses avec la droite de HENRY. L'écart type est l'abscisse du point d'ordonnée 12 de la droite, moins la moyenne.

les méthodes (3) et (5) suivant que l'intervalle vêlage-premier contrôle est inférieur ou supérieur à 15 jours.

L'examen des différences relatives avec la méthode Fleischmann supérieures à 2 p. 100 fait ressortir les remarques suivantes :

— Certaines différences sont plus faibles pour la méthode (3) que pour la méthode (5) et c'est pourtant cette dernière qui est choisie : le seuil des 15 jours est-il bon ?

— On pondère brutalement le premier contrôle à partir d'un certain seuil (par exemple 15 jours) alors que l'importance de ce premier contrôle est continue et augmente avec N, intervalle vêlage-premier contrôle.

1.5. — Définition de nouvelles méthodes de calcul des performances.

Les conclusions du titre précédent vont servir de base à la définition des nouvelles méthodes.

1.5.1. — Définition du seuil ou les méthodes (3) et (5) sont équivalentes.

(1) POURQUOI LE SEUIL DE 15 JOURS AVAIT-IL ÉTÉ CHOISI ?

Parce que quand N est supérieur à 15, l'importance du premier contrôle par rapport aux suivants est accrue lorsque les calculs de lactation sont faits selon la méthode Fleischmann.

(2) DIFFÉRENCE ENTRE (3) ET (5)

Nous savons que :

$$(3) = \frac{\sum c}{n} F$$

$$(5) = \frac{\sum c + \frac{c_1}{2}}{n + \frac{1}{2}} F$$

Donc la différence entre les deux méthodes (5) et (3) peut s'écrire :

$$(5) - (3) = F \left[\frac{\sum c + \frac{c_1}{2}}{n + \frac{1}{2}} - \frac{\sum c}{n} \right]$$

$$(5) - (3) = F \cdot \left[\frac{c_1 - \frac{\sum c}{n}}{2n + 1} \right].$$

A priori, le premier contrôle est supérieur à la moyenne des contrôles, donc (5) sera supérieur à (3) dans la plupart des cas.

(3) LA RECHERCHE DU SEUIL

Il faudra trouver pour quelle valeur de N , on a :

$$X - (5) = X - (3)$$

1.5.2. — Recherche d'une formule simple et continue.

(I) COMPARAISON GRAPHIQUE DES MÉTHODES (3) ET FLEISCHMANN (fig. 2)

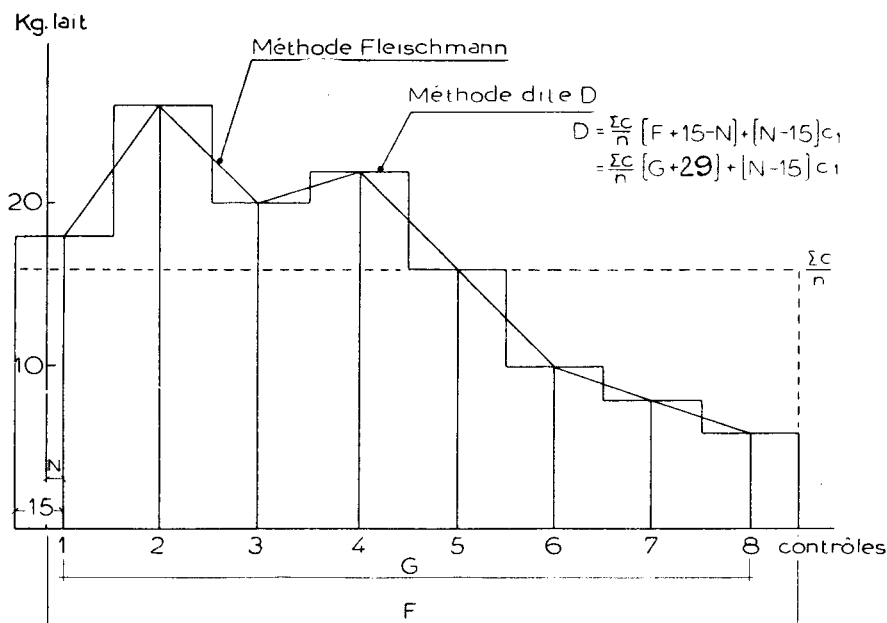


FIG. 2. — Représentation graphique des méthodes Fleischmann et D.

Méthode Fleischmann. — On calcule l'aire d'une suite de trapèzes rectangles ou, si l'on préfère, d'une suite de rectangles égaux aux trapèzes rectangles, ayant pour largeur l'intervalle entre contrôles, et pour hauteur la moyenne des deux contrôles successifs :

$$X = Nc_1 + i_1 \frac{c_1 + c_2}{2} + \dots + i_{n-1} \frac{c_{n-1} + c_n}{2} + 14 c_n.$$

Méthode 3 — On calcule l'aire du grand rectangle d'ordonnée $\frac{\sum c}{n}$ et d'abscisse F ; or :

$$(3) = \sum c \frac{F}{n} = c_1 \frac{F}{n} + c_2 \frac{F}{n} + c_3 \frac{F}{n} + \dots + c_n \frac{F}{n}.$$

On calcule donc l'aire d'une suite de rectangles, ayant pour largeur $\frac{F}{n}$, et pour hauteur la valeur des contrôles.

Conditions pour que les deux aires soient identiques.

Pour que les 2 aires soient identiques et que $(X) \equiv (3)$ il faut que :

— $i_1 = i_2 = i_3 = i_4 \dots = \frac{F}{n}$, donc que les intervalles entre con-

trôles soient égaux entre eux et qu'ils soient tous égaux à $\frac{F}{n}$, c'est-à-dire que leur variance soit nulle.

— $N = \frac{F}{2n} \sim 15$, puisque l'intervalle moyen entre contrôles pour les contrôles mensuels est 30. Si ces deux conditions sont remplies les 2 aires sont identiques.

(2) FORMULE SIMPLE APPROCHANT L'AIRES DE LA COURBE DE LACTATION

Pour intégrer la courbe de lactation, la méthode Fleischmann est donc parfaite, si l'on connaît la courbe par des contrôles mensuels. Comment corriger les erreurs dues au fait que l'on utilise la méthode (3) en tenant compte des conditions d'identité définies au paragraphe précédent ?

Inégalité des intervalles entre contrôles. — La variabilité de l'intervalle entre contrôles est faible avec des contrôles mensuels et on ne peut pas la réduire davantage, pour des raisons pratiques d'organisation des tournées de contrôleurs laitiers.

Intervalle vêlage-premier contrôle. — Si $N = 15$ et si nous négligeons la variabilité de l'intervalle entre les contrôles (3) devient égal à X , résultat obtenu par la méthode officielle.

La méthode (3) ne tient pas compte de cet intervalle, la méthode (8) est trop brutale avec ses deux alternatives.

Nous avons alors pensé à placer le premier contrôle a priori par rapport à une **lactation fictive commençant systématiquement 15 jours avant ce premier contrôle.**

Nous corrigeons l'erreur ainsi introduite ; dans le cas du contrôle mensuel, il suffit d'ajouter le terme $(N-15)c_1$.

Formule proposée. Contrôles mensuels. — La lactation peut donc se calculer comme suit :

$$\frac{\sum c}{n} (\text{durée fictive}) + (N - 15) c_1.$$

Cette durée fictive, c'est la durée de lactation F , à laquelle on ajoute 15 jours et à laquelle on retranche l'intervalle vêlage-premier contrôle N .

La formule définitive est donc :

$$\frac{F + 15 - N}{n} \sum c + (N - 15) c_1$$

Cette formule s'écrit également :

$$\frac{G + 29}{n} \sum c + (N - 15) c_1$$

G étant l'intervalle premier-dernier contrôle (fig. 2.).

Formule générale : contrôles à périodicité régulière quelconque.

Si i est l'intervalle moyen entre les contrôles, la formule devient :

$$\frac{F + 2 \frac{\bar{i}}{2} - N}{n} \sum c + \left(N - \frac{\bar{i}}{2} \right) c_1$$

1.5.2. — Méthodes retenues.

Nous allons retenir pour les études ultérieures quatre méthodes.

(1) TERMINOLOGIE

Nous appellerons ces méthodes A, B, C et D.

Méthode A. — $A = \frac{\sum c}{n} F$ (anciennement méthode (3)).

Méthode B. — $B = \frac{\sum c + \frac{c_1}{2}}{n + \frac{1}{2}} F$ (anciennement méthode (5)).

Méthode C. — Choix entre A et B à partir d'un seuil à définir.

Méthode D. — Nouvelle méthode :

$$D = \frac{F + 15 - N}{n} \sum c + (N - 15) c_1$$

(2) PRINCIPE DES NOUVELLES ÉTUDES

Nous retenons toujours le même principe pour conduire nos calculs : établissement des différences absolues et relatives, et étude statistiques des populations de différences, la méthode Fleischmann restant la méthode de référence parfaite.

CHAPITRE II

ESSAIS DE LA MÉTHODE DITE D

2.1. — Étude sur les résultats de contrôle laitier de Seine-Maritime.

2.1.1. — Cadre de l'étude.

(1) NOMBRE DE DONNÉES.

On disposait de 1 096 lactations contrôlées, provenant de 7 étables de Seine-Maritime, inscrites au Herd-Book Normand.

(2) CALCULS EFFECTUÉS.

Nous connaissions les performances calculées selon la méthode Fleischmann tant pour la production laitière que pour la matière grasse et le taux butyreux. Les lactations ont été calculées suivant la méthode D en ce qui concerne la production laitière pour l'ensemble des données, et sur 445 données pour la matière grasse et le taux butyreux.

(3) INTERPRÉTATION STATISTIQUE DES DIFFÉRENCES.

Les différences relatives $\frac{X-D}{X}$ ont été calculées. Deux interprétations statistiques ont été conduites sur les populations de différences :

— Étude de la forme de la distribution de fréquence des différences relatives (quantités de lait),

— Calculs des moyennes et des écarts-types des populations de différences pour la quantité de lait, la quantité de matière grasse et le taux butyreux.

2.1.2. — Premier travail statistique.

Étude de la distribution de fréquence des différences relatives.

Quantités de lait.

(1) EXAMEN DES INTERVALLES ENTRE CONTRÔLES.

Nous avons éliminé les lactations dont un intervalle entre deux contrôles successifs était égal ou supérieur à 60 jours (4). Toutes les autres lactations ont été conservées. En effet, l'élimination des lactations dont deux contrôles ne sont pas effectués entre les limites 26-33 jours (4) conduit à ne pas calculer 26 p. 100 des performances. Il nous est alors resté 1 096 lactations.

(2) RÉSULTATS : MOYENNE, ÉCART-TYPE, T DE « STUDENT FISCHER ».

La différence moyenne est égale à — 0,00027 p. 100 donc pratiquement nulle avec un écart type de 0,63 p. 100. Le t de « Student » Fischer

est égal à 0,14 correspondant à une probabilité de 0,84. Les deux méthodes sont donc statistiquement identiques.

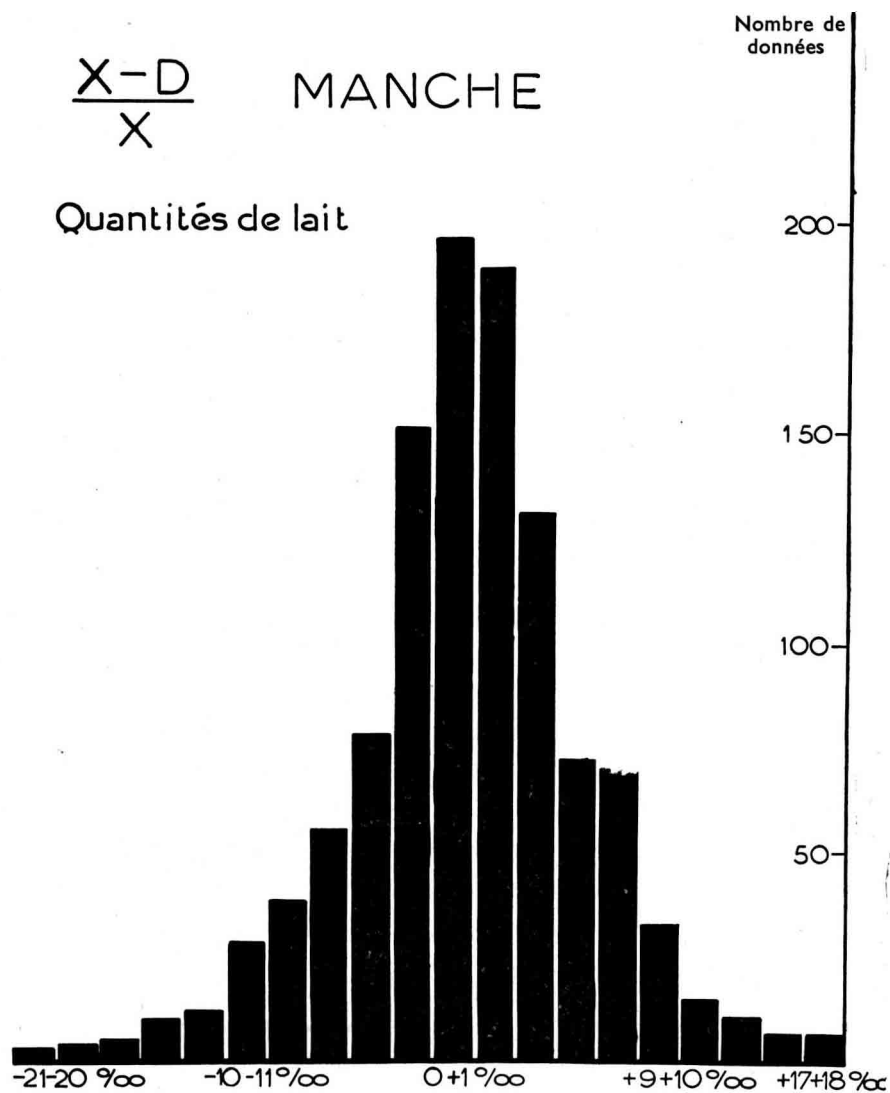


FIG. 3. — Courbe de fréquence des différences relatives entre la méthode Fleischmann et la méthode dite D (quantités de lait).

(3) FORME DE LA DISTRIBUTION.

On a calculé le coefficient de kurtosis qui caractérise la déformation de la distribution par rapport à la distribution normale et le coefficient de skewness, donnant la dissymétrie de la distribution.

Les valeurs des coefficients de skewness et kurtosis sont les suivantes :

Skewness: — 0,49 ($t = 6,6$).

Il existe donc une légère dissymétrie de la courbe de répartition des différences : le maximum est déporté vers les valeurs positives par rapport à la moyenne (dissymétrie statistiquement significative).

Kurtosis: + 3,50 ($t = 23,6$).

Le kurtosis positif, hautement significatif, indique une concentration des valeurs autour de la moyenne. On dit que la distribution est hyponormale.

(4) CONCLUSION.

Nous avons, entre plus ou moins l'écart-type, 850 données ; soit 77 p. 100 des valeurs au lieu de 66 p. 100 comme dans une distribution de Gauss (fig. 3).

$$- 0,6 \% < \frac{X - D}{X} < + 0,6 \% \quad 77 \% \text{ des résultats}$$

$$- 1,2 \% < \frac{X - D}{X} < + 1,2 \% \quad 95 \% \text{ des résultats}$$

$$- 1,8 \% < \frac{X - D}{X} < + 1,8 \% \quad 99 \% \text{ des résultats.}$$

2, 1.3. — Deuxième travail statistique.

Étude de la méthode D pour les quantités de matière grasse et le taux butyreux.

(1) ÉTUDE THÉORIQUE DE LA DIFFÉRENCE ENTRE LES QUANTITÉS DE MATIÈRE GRASSE ET LES TAUX BUTYREUX.

Nous nous sommes penchés jusqu'alors uniquement sur le problème du calcul de la quantité de lait. La quantité de matière grasse est fonction de la quantité de lait et du taux butyreux. Pour une lactation déterminée, la variabilité du taux butyreux est beaucoup plus faible que celle de la quantité de lait. La variabilité d'un jour à l'autre du taux butyreux est supérieure à celle de la quantité de lait, mais la variabilité du taux butyreux intra-lactations est faible par rapport à la variabilité de la quantité de lait. On peut donc dire à priori que la précision du calcul de la quantité de matière grasse sera de l'ordre de grandeur de celle de la quantité de lait.

Le taux butyreux est égal au rapport de la quantité de matière grasse sur la quantité de lait.

$$\text{Taux butyreux} = \frac{M. G. \pm a}{Q. L. \pm a}.$$

Donc le taux butyreux est connu à $\pm 2a$, a étant l'erreur sur la quan-

tité de lait. L'erreur correspondant au seuil de probabilité de 95 p. 100 est égale à 1,2 p. 100. Donc, à priori, le taux butyreux devrait être défini à 2,4 p. 100 près, au maximum.

D'après cette hypothèse, si nous avons un taux butyreux moyen de 40 g, le taux butyreux défini par la méthode D variera de 40,8 g à 39,2 g avec une probabilité de 0,95. Étant donné ce que nous pouvons savoir sur la variabilité journalière du taux butyreux, cette précision paraît amplement suffisante.

(2) CADRE DE L'ÉTUDE.

L'étude a porté sur 447 lactations prises dans 5 étables de Seine-Maritime sur lesquelles les taux butyreux et les quantités de matière grasse ont été calculés.

Le tableau IV donne les résultats suivants :

- valeur moyenne des différences arithmétiques,
- écart-type des différences algébriques.

TABLEAU IV

Différences entre les productions calculées selon les méthodes Fleischmann et la méthode dite « D ».

Production laitière, matière grasse, taux butyreux.

N° étable	Nbr. de données	Valeurs moyennes en % Différences relatives arithmétiques $\frac{ X - D }{X}$			Écarts-types en % Différences relatives algébriques $\frac{X - D}{X}$		
		Production laitière	Matière grasse	Taux butyreux	Production laitière	Matière grasse	Taux butyreux
1890 — 45	82	0,30	0,31	0,18	0,42	0,47	0,27
6133 — 45	99	0,56	0,56	0,25	0,73	0,74	0,48
0580 — 15	89	0,41	0,42	0,25	0,57	0,56	0,40
2065 — 45	103	0,38	0,36	0,19	0,53	0,53	0,24
9828 — 45	74	0,56	0,57	0,30	0,78	0,72	0,46
	447						

(3) VÉRIFICATION DE L'HYPOTHÈSE SUR LES DIFFÉRENCES CONCERNANT LES QUANTITÉS DE MATIÈRE GRASSE.

L'écart-type des différences relatives entre les quantités de matière grasse calculées par la méthode Fleischmann et par la méthode D, est sensiblement le même que l'écart-type des différences relatives entre les quantités de lait.

(4) VÉRIFICATION DE L'HYPOTHÈSE SUR LES DIFFÉRENCES CONCERNANT LE TAUX BUTYREUX.

L'écart-type des différences est beaucoup plus faible et le maximum prévu n'a pas été dépassé, car l'écart-type moyen de toutes les données n'est que de 0,38 p. 100.

(5) ÉTUDE DE LA DISTRIBUTION DE FRÉQUENCE DES DIFFÉRENCES ENTRE TAUX BUTYREUX.

La moyenne algébrique des différences relatives est pratiquement nulle et, comme nous l'avons dit précédemment, l'écart-type des différences relatives égal à 0,38 p. 100.

$$m = 0,064 \%$$

$$\sigma = 0,377 \%$$

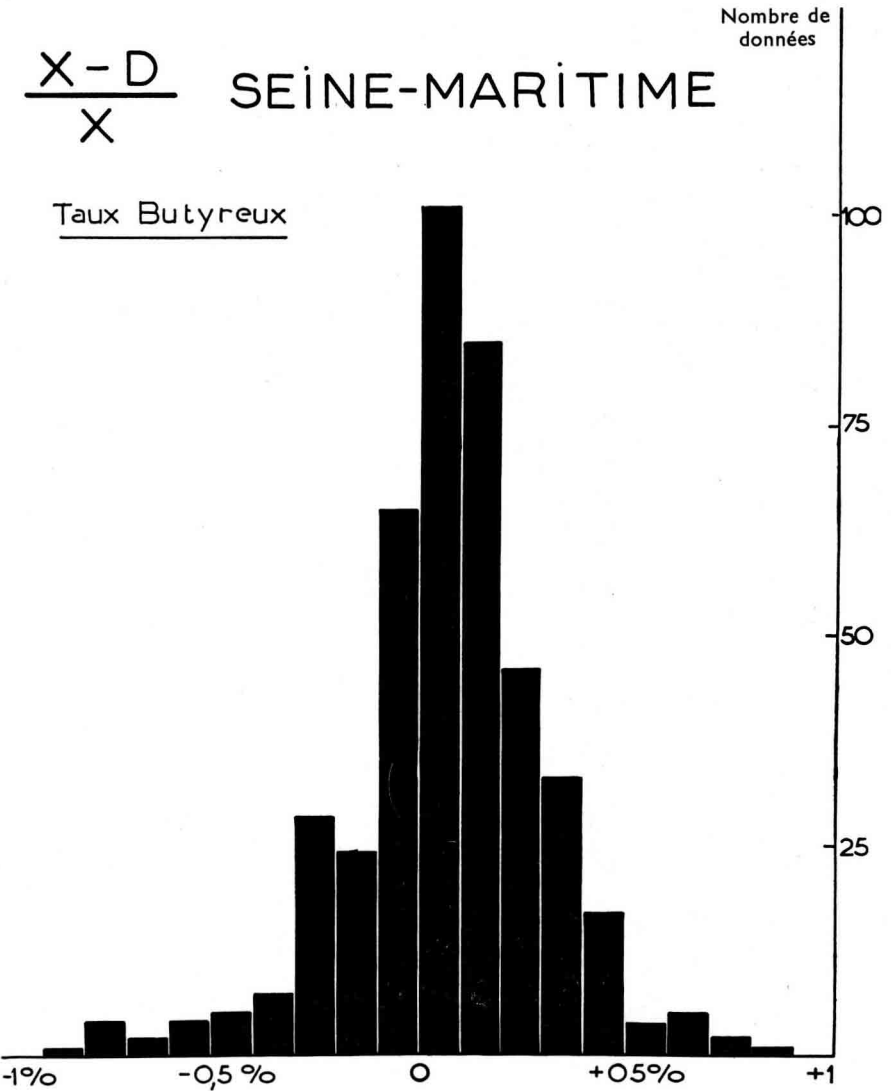


FIG. 4. — Courbe de fréquence des différences relatives entre la méthode Fleischmann et la méthode dite D (taux butyreux).

Le coefficient de skewness :

$$g_1 = -0,81 ; \text{ la dissymétrie n'est pas significative : } t = 2,2.$$

Le coefficient de kurtosis :

$$g_2 = 673,71 ; \text{ l'hyponormalité est très hautement significative : } t = 925.$$

L'intérêt de ce kurtosis très élevé est que nous avons

85 p. 100 des différences entre la moyenne plus ou moins l'écart-type (fig. 4).

Cette concentration des valeurs des différences relatives au centre de leur distribution augmente la précision de la méthode dite D par rapport à la méthode Fleischmann.

2,2. — Étude sur les résultats de contrôle laitier de la Manche.

2,2.1. — Cadre de l'étude.

Nous avons voulu vérifier la précision de la méthode de calcul D. Nous avons pris, dans le département de la Manche, 1981 lactations contrôlées dans un grand nombre d'étables choisies au hasard (¹).

2,2.2. — Résultats obtenus.

Les valeurs de la moyenne et de l'écart-type des différences relatives $\frac{X-D}{X}$ concernant la quantité de lait (fig. 3) sont :

$$m = + 0,0329 \% \quad s = 0,66 \%$$

La moyenne est pratiquement nulle et l'écart-type est le même que celui trouvé en Seine-Maritime, qui était égal à 0,63 p. 100.

La normalité de cette distribution de différences n'a pas été étudiée. Mais l'allure de la courbe nous permet d'affirmer qu'elle est, comme en Seine-Maritime, hyponormale : en effet, nous avons 77 p. 100 des valeurs comprises entre plus ou moins l'écart-type (soit le même résultat qu'en Seine-Maritime).

2,3. — Analyse des différences entre la méthode Fleischmann et la méthode dite D.

2,3.1. — Discussion théorique.

Les différences relatives $\frac{X-D}{X}$ que nous appellerons d constituent une population statistique dont la moyenne est nulle.

(¹) Ces lactations ont servi à étudier la précision du contrôle bimestriel par rapport au contrôle mensuel dans notre étude de la précision d'un contrôle à périodicité variable.

Par contre, la variance σ_d^2 de cette population possède une certaine valeur. Quelles sont les causes possibles de variation du résultat de calcul par l'une ou l'autre méthode?

1) Aucune différence ne peut être imputée aux approximations du début ou de la fin de lactation, calculées de la même manière selon les deux méthodes.

2) Si l'on s'en réfère au paragraphe 1,5.2, on trouve deux causes possibles de variabilité des différences $\frac{X - D}{X}$:

— L'intervalle moyen entre contrôles est différent de 30.

— Les intervalles entre contrôles ne sont plus égaux.

3) Le nombre de contrôles intervient dans la précision de la méthode D, car plus il y aura de contrôles, plus les variations des intervalles verront diminuer leur influence.

4) L'importance de la production peut intervenir aussi.

5) Tous ces facteurs peuvent être liés par des corrélations qui diminueront ou augmenteront la variance de la différence relative.

2,3.2. — Examen des différentes causes de variation.

(1) L'INTERVALLE MOYEN ENTRE LES CONTRÔLES EST DIFFÉRENT DE 30.

Si nous reprenons la formule de la méthode D nous avons :

$$D = \frac{\sum c}{n} (F - N + 15) + (N - 15) c_1.$$

Mais en fait, si la périodicité diffère de 30, 30 représente $\bar{i}$ et 15, $\frac{\bar{i}}{2}$,

$$D = \frac{\sum c}{n} \left(F - N + \frac{\bar{i}}{2} \right) + \left(N - \frac{\bar{i}}{2} \right) c_1.$$

$$\Delta_D = \left(\frac{\sum c}{n} - c_1 \right) \Delta \frac{\bar{i}}{2}.$$

Le terme $\left(\frac{\sum c}{n} - c_1 \right)$ est faible et, en principe, négatif.

Mais, si l'intervalle moyen est supérieur à 30 dans une population déterminée, il y aura une variation systématique des différences $\frac{X - D}{X}$.

La moyenne des différences $\frac{X - D}{X}$ est pratiquement nulle ; cette cause n'a donc pas joué, bien que la moyenne des intervalles varie entre 30,30 et 30,59 dans les 5 étables étudiées en Seine-Maritime.

En conclusion, il peut être intéressant de remplacer $\bar{i}$ par sa valeur réelle, mais tant que $\frac{\bar{i}}{2}$ est voisin de 15, cette transformation n'a aucun intérêt pratique.

(2) VARIABILITÉ DES INTERVALLES ENTRE CONTRÔLES.

Les écarts-types des intervalles entre contrôles ont été calculés, dans 5 étables de Seine-Maritime.

Les corrélations entre les écarts-types des différences $\frac{X - D}{X}$ et les écarts-types des intervalles entre contrôles ont été calculées.

On trouve les résultats suivants (tableau V) :

TABLEAU V

	Écart-type des différences $\frac{X - D}{X}$ (a)	Coefficient de corrélation (r_{ab})
Écart-type des intervalles entre contrôles (b)	Quantité de lait Matière grasse Taux butyreux	+ 0,378 + 0,215 + 0,235

Ces corrélations ne sont pas significatives. Mais elles indiquent bien que plus les intervalles entre contrôles sont variables, plus les différences relatives $\frac{X - D}{X}$ tendent à augmenter.

(3) QUANTITÉ DE LAIT PRODUITE.

La quantité de lait produite ne semble pas avoir une grande importance sur la variabilité de la différence $\frac{X - D}{X}$. Une étude conduite sur 402 données a donné les résultats du tableau VI. La corrélation entre la différence en valeur arithmétique $|X - D|$ et la production laitière X est égale à $-0,195$; elle est significative. On a également calculé la corrélation entre la différence algébrique $X - D$ et la production laitière : $-0,025$ (non significative).

Ces corrélations indiquent une tendance de la variabilité à décroître avec la quantité de lait produite.

(4) NOMBRE DE CONTRÔLES.

Le nombre de contrôles a une influence indirecte, par l'augmentation de la variabilité des intervalles et de la production laitière. Plus le nombre de contrôles sera élevé, plus la probabilité des variations des intervalles entre contrôles et plus la production laitière augmenteront.

On a calculé sur 402 lactations les critères suivants : corrélations entre $\frac{X - D}{X}$ et le nombre de contrôles ainsi qu'entre $|X - D|$ et le nombre de contrôles.

La corrélation entre $|X - D|$ et le nombre de contrôles est statistiquement significative (tableau VI). Nous avons vu que la corrélation entre

$|X - D|$ et X est une corrélation négative, statistiquement significative. La corrélation entre la production laitière et le nombre de contrôles, calculée sur les 402 données, est égale à $+ 0,544$ (hautement significative). Nous pouvons donc penser que la part de variance des différences d due au nombre de contrôles, est étroitement liée à la part de variance due à la quantité de lait produite. Nous avons vérifié cette hypothèse par un calcul de corrélations partielles sur les 402 données de l'étable de M. Lange.

TABLEAU VI

Corrélation entre les différences, la production et le nombre de contrôles.

	$d = \frac{X - D}{X}$	$ X - D $
x	— 0,100	— 0,195
n	— 0,069	— 0,148

(5) CORRÉLATIONS PARTIELLES ENTRE LA DIFFÉRENCE $|X - D|$, LE NIVEAU DE PRODUCTION LAITIÈRE ET LE NOMBRE DE CONTRÔLES.

Les corrélations totales ont été calculées précédemment (tableau VI).

Les corrélations partielles sont les suivantes :

— à nombre de contrôles constant,

$$r_{|X-D|X,n} = - 0,139 \quad (\text{hautement significative}).$$

— à production constante,

$$r_{|X-D|n,X} = + 0,051 \quad (\text{non significative}).$$

— à erreur constante,

$$r_{nX,|X-D|} = + 0,530 \quad (\text{hautement significative}).$$

Le coefficient de régression partielle entre la différence et le nombre de contrôles, à production constante, est le suivant :

$$b_{|X-D|n,X} = b_1 = - 4,35 \cdot 10^{-5}.$$

Le coefficient de régression partielle entre la différence et la production laitière, à nombre de contrôles constant, est le suivant :

$$b_{|X-D|X,n} = b_2 = - 1,19 \cdot 10^{-2}.$$

L'équation dans l'espace de la droite qui donne $|X - D|$ en fonction de X et de n s'écrit alors :

$$|X - D| - |\overline{X} - \overline{D}| = b_1(n - \bar{n}) + b_2(X - \overline{X})$$

$$\text{d'où} \quad |X - D| = - 4,35 \cdot 10^{-5} \cdot n - 1,19 \cdot 10^{-2} \cdot X + 0,379.$$

(6) CONCLUSION.

Lorsque la production augmente de 2 000 kg à 8 000 kg, la différence arithmétique entre les deux méthodes de calcul diminue de 0,25 p. 100 environ.

Par contrôle de plus dans une lactation, la différence entre les deux méthodes de calcul diminue de 0,01 p. 100.

Donc, la part de variance due au nombre de contrôles est négligeable et n'est que l'expression de la variation du niveau de la performance.

2.4. — Conclusions sur la valeur de la méthode dite D.

2.4.1. — Précision de la méthode.

(1) PAR RAPPORT A LA MÉTHODE FLEISCHMANN.

La méthode dite D n'a jamais été trouvée statistiquement différente de la méthode Fleischmann, pour la production laitière, le taux butyreux et la matière grasse.

(2) PAR RAPPORT A LA PERFORMANCE RÉELLE EN COMPARAISON AVEC LA MÉTHODE FLEISCHMANN.

95 p. 100 des résultats sont connus avec une différence inférieure à 1,2 p. 100 par rapport à la méthode Fleischmann, ce qui nous paraît négligeable par rapport à la précision du contrôle mensuel pour estimer une performance.

Une étude conduite avec 50 lactations de l'étable de l'Abbaye de la Pierre-qui-Vire (département de l'Yonne) nous a permis de comparer la dispersion des différences entre performances réelles et performances contrôlées mensuellement, calculées selon la méthode Fleischmann et la méthode dite D.

La dispersion des différences est la même pour les méthodes Fleischmann et D, ce qui indique que les deux méthodes sont également précises pour estimer une production ⁽¹⁾.

(3) CAUSES DES DIFFÉRENCES ENTRE LA MÉTHODE FLEISCHMANN ET LA MÉTHODE D.

La cause essentielle de ces différences est la variabilité des intervalles entre contrôles.

2.4.2. — Intérêt de la méthode dite D.

Si les deux méthodes sont aussi précises, la méthode D présente les avantages suivants :

(1) Les écarts-types des différences relatives entre les productions réelles et les productions calculées selon les deux méthodes d'après les contrôles mensuels sont respectivement :

3,7 p. 100 : méthode Fleischmann.

3,5 p. 100 : méthode D.

— Calcul rapide de la performance : l'éleveur pourra connaître plus rapidement les performances de ses animaux, car les contrôleurs laitiers pourront à nouveau effectuer leurs calculs de lactation à la ferme.

— Économie pour les organisations de contrôle laitier : la simplicité de notre méthode permet d'accélérer le calcul des lactations dans les installations mécanographiques, d'augmenter la capacité de ces installations, donc de diminuer le prix de revient des opérations comptables nécessaires pour le calcul des performances et l'établissement des certificats de contrôle laitier-beurrer.

CHAPITRE III

ESSAIS DE LA MÉTHODE DITE C

Il faut trouver les relations existant entre la méthode A et la méthode B, d'une part, la méthode D, d'autre part.

3.1. — Rapports entre la méthode dite C et la méthode dite D.

Nous rappelons les formules de calcul des lactations que nous avons retenues.

$$A = \frac{\sum c}{n} \cdot F \qquad B = \frac{\sum c + \frac{c_1}{2}}{n + \frac{1}{2}} \cdot F$$

$$D = \frac{\sum c}{n} (F - N + 15) + (N - 15)c_1.$$

3.1.1. — Deux cas particuliers.

(1) Si $N = 15$, LA FORMULE DONNANT D DEVIENT :

$$D = \frac{\sum c}{n} \cdot F, \quad \text{et il est évident que} \quad A = D.$$

(2) Si $N = 30$, ON DÉMONTRE QUE $D = B$:

$$D - B = \left(\frac{\sum c}{n} - c_1 \right) \left(\frac{F}{2n + 1} - 15 \right)$$

$$\text{ou } \frac{F}{2n + 1} - 15 \sim 0 \quad \text{car} \quad \frac{F}{n} \sim 30.$$

3.1.2. — Généralisation de la méthode B.

(1) LE FAIT QUE B SOIT ÉGAL À D POUR $N = 30$ NOUS A AMENÉ À CONSIDÉRER LA FONCTION Γ AINSI DÉFINIE :

$$\Gamma = \frac{\sum c + \frac{c_1}{x}}{n + \frac{1}{x}} \cdot F.$$

A chaque valeur de l'intervalle vélage-premier contrôle, N , correspond une valeur du paramètre x , telle que :

$$x = f(N) ; \quad \text{donc} \quad \Gamma = g(N).$$

De plus si $N = 15$, $x = \infty$ et si $N = 30$, $x = 2$.

(2) LE PROBLÈME REVIENT À RÉSOUDRE L'ÉQUATION $x = f(N)$.

Pour cela, il suffit d'identifier les deux fonctions $\Gamma(x)$ et $D(N)$.

3.1.3. — Utilisation de la méthode dite D comme méthode de référence.

(1) LA RECHERCHE DU PARAMÈTRE X NOUS CONDUIT À FAIRE LA DIFFÉRENCE ENTRE Γ ET D .

Cette méthode dite D n'étant pas statistiquement différente de la méthode Fleischmann, nous la prendrons désormais comme méthode de référence pour les essais de la méthode C.

(2) RECHERCHE DE LA VALEUR DU PARAMÈTRE x .

$$\Gamma(x) \equiv D(N).$$

En conséquence, si nous reportons les valeurs des fonctions :

$$F \cdot \frac{\Sigma c + \frac{c_1}{x}}{n + \frac{1}{x}} = \frac{\Sigma c}{n} (F + 15 - N) + (N - 15)c_1$$

$$\text{d'où } x = \frac{\frac{F}{n}}{N - 15} - \frac{1}{n}.$$

Seules les valeurs entières de x nous intéressent, donc $\frac{1}{n} \leq 0,5$ est négligeable devant $\frac{F}{n}$ qui est voisin de 30. Donc :

$$x \sim \frac{30}{N - 15}.$$

(3) GÉNÉRALISATION POUR LES CONTRÔLES À INTERVALLES DE DURÉE MOYENNE $\bar{i}$.

$$x \sim \frac{\frac{\bar{i}}{i}}{N - \frac{\bar{i}}{2}}.$$

3.1.4. — Principe de la recherche du seuil.

(1) VALEUR DE LA DIFFÉRENCE ($D - \Gamma$) POUR UNE VALEUR DE x DÉTERMINÉE.

Il devient possible par une série d'estimations d'approcher autant qu'on le désire de la méthode D.

Pour une valeur donnée de x , la différence y entre D et I' est fonction de N .

$$y = D - I'$$

$$y_{(N)} = (N - 15) \left(c_1 - \frac{\Sigma c}{n} \right) - F \cdot \frac{c_1 - \frac{\Sigma c}{n}}{nx + 1}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta N} = c_1 - \frac{\Sigma c}{n} = m.$$

(2) NOUS POUVONS ADMETTRE UNE VALEUR DE x TELLE QUE :

$$-a \leq y \leq +a$$

a étant la limite de précision exigée pour la méthode C.

Cette variation possible de y est : $\Delta y = m \Delta N$

donc :

$$-\frac{a}{m} \leq \Delta N \leq +\frac{a}{m}.$$

(3) DÉTERMINATION PRATIQUE DE m .

Il suffit d'étudier la régression linéaire entre $(D - I')$ et N . Pour cela, nous choisissons des valeurs simples de x ($x = \infty$, $x = 2$). Nous étudierons donc les courbes :

$$D - A = f(N) \quad \text{ou} \quad \frac{D - A}{A} = f(N)$$

$$D - B = f(N) \quad \text{ou} \quad \frac{D - B}{B} = f(N).$$

3.2. — Étude rapide de la méthode dite C.

3.2.1. — Cadre de l'étude.

Cette étude a porté sur 31 lactations contrôlées en Seine-Maritime, lactations choisies au hasard dans une étable.

On a calculé les valeurs des corrélations r_A entre $\frac{D - A}{D}$ et N , puis r_B , entre $\frac{D - B}{D}$ et N .

3.2.2. — Résultats obtenus.

Ces deux corrélations sont hautement significatives et correspondent à des régressions linéaires :

$$\frac{D - A}{D} = aN \quad \text{où} \quad a = + 13,0$$

et

$$\frac{D - B}{D} = bN \quad \text{où} \quad b = + 11,6.$$

3.2.3. — Conclusions.

(1) SI ON ADMET QUE LA DIFFÉRENCE MAXIMUM ACCEPTABLE EST ÉGALE A 1 P. 100 NOUS POUVONS VOIR GRAPHIQUEMENT QUE :

A est acceptable si : $8 \leq N < 22$,

B est acceptable si : $23 \leq N < 37$ (fig. 5)

Donc, le premier seuil de 15 jours choisi empiriquement était erroné.

(2) NOUS POUVONS ENFIN DÉFINIR POUR CE CAS PARTICULIER LA MÉTHODE C.

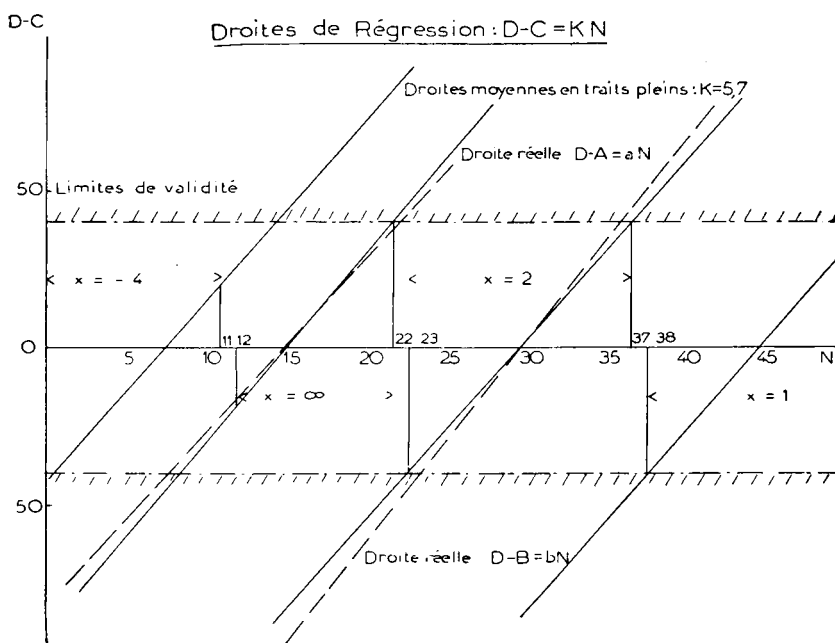


FIG. 5. — Droites de régression des différences entre les quantités de lait calculées selon les méthodes dites D et C et l'intervalle vêlage-premier contrôle N.

Si $8 \leq N < 22$,

$$C = \frac{\sum c}{n} \cdot F.$$

Si $23 \leq N < 37$,

$$C = \frac{\sum c + \frac{c_1}{2}}{n + \frac{1}{2}} \cdot F.$$

et si $N < 8$,

$$C = \frac{\sum c - \frac{c_1}{4}}{n - \frac{1}{4}} \cdot F.$$

3.3. — Étude complète de la méthode dite C.

3.3.1. — Cadre de l'étude.

L'étude a porté sur 663 lactations dont l'intervalle vêlage-premier contrôle était compris entre 8 et 22 jours et 306 lactations dont l'intervalle vêlage-premier contrôle était compris entre 23 et 37 jours. Ces lactations sont celles choisies pour étudier la méthode D en Seine-Maritime.

Lorsque $8 \leq N < 22$ nous avons calculé la corrélation r'_A entre D — A et N.

Lorsque $23 \leq N < 37$ nous avons calculé la corrélation r'_B entre D — B et N.

3.3.2. — Résultats obtenus : quantité de lait.

Les corrélations obtenues sont :

$$r'_A = + 0,835 \quad r'_B = + 0,846.$$

Toutes deux sont très hautement significatives et correspondent à deux droites de régressions (fig. 5).

Les méthodes A et B dérivent donc de la méthode D. La signification des coefficients utilisés va nous permettre de définir des coefficients de correction. Les équations de régression linéaire sont les suivantes :

$$D - A = a(N - 15), \quad a = 5,5$$

$$D - B = b(N - 30), \quad b = 6,3.$$

Donc, si nous connaissons N et a, nous pouvons en déduire une valeur de A ou de B correspondante.

$$A = D - a(N - 15)$$

$$B = D - b(N - 30).$$

Nous utiliserons un coefficient de correction moyen pondéré en fonction du nombre de données :

$$K = \frac{n_A a + n_B b}{n_A + n_B} = 5,7 \text{ kg.}$$

Le tableau de correction ci-joint nous donne en kilogrammes de lait la correction qui doit être appliquée sur la valeur calculée de C (tableau VIII).

D - C = K (N-8) ou K (N-15) ou K (N-30) etc... suivant la valeur de N. Appelons M les différences (N-8), (N-15), (N-30) :

$$D - C = KM.$$

Nous pouvons donc définir un facteur de correction sur la méthode C qui devient une nouvelle méthode C' telle que :

$$C' = C + (D - C) = C + KM.$$

Il est intéressant de mesurer la différence entre la méthode C et son ajustement C' d'après la droite de régression moyenne de C en fonction de N.

TABLEAU VIII

Correction K à appliquer à la méthode C d'après l'intervalle vêlage-premier contrôle, N.

N	K (kg)	N	N	N	K (kg)
		08	23	38	— 40
1	— 37	09	24	39	— 34
2	— 31	10	25	40	— 29
3	— 26	11	26	41	— 23
4	— 20	12	27	42	— 17
5	— 14	13	28	43	— 11
6	— 9	14	29	44	— 6
7 — 8	0	15	30	45	0
		16	31	46	+ 6
		17	32	47	+ 11
		18	33	48	+ 17
		19	34	49	+ 23
		20	35	50	+ 29
		21	36	51	+ 34
		22	37	52	+ 40
$\frac{\Sigma c - \frac{c_1}{4}}{n - \frac{1}{4}} \cdot F$		$\frac{\Sigma c}{n} \cdot F$	$\frac{\Sigma c + \frac{c_1}{2}}{n + \frac{1}{2}} \cdot F$	$\frac{\Sigma c + c_1}{n + 1} \cdot F$	

L'écart-type des différences D-C dans le cadre de cette étude est de 28,6 kg. Or l'écart type des différences entre la méthode C et la nouvelle méthode C' est de 15,3 kg ; donc l'écart-type des différences entre D et C' = 22,4 kg.

Cette correction réduit sensiblement la dispersion des erreurs entre la méthode D et la méthode C.

3.3.3. — Étude de la méthode C : taux butyreux.

Nous avons étudié 445 lactations provenant de 5 étables de Seine-Maritime, et calculé les taux butyreux correspondants, par les méthodes C et D.

La différence moyenne entre les résultats obtenus par chacune des deux méthodes est pratiquement nulle avec un écart-type égal à 0,52 p. 100. Nous connaissons donc le taux butyreux à l'unité près avec une probabilité de 95 p. 100.

La population de différences TB_p — TB_c est hyponormale, car dans l'intervalle compris entre plus ou moins l'écart-type, nous avons 85 p. 100 des résultats.

Les calculs ont été effectués par la méthode C sans appliquer le facteur de correction indiqué ci-dessus.

4.4. — Pratique du calcul des performances avec la méthode C.

4.4.1. — Pratique du calcul.

(I) EN FONCTION DE L'INTERVALLE VÊLAGE-PREMIER CONTRÔLE ON APPLIQUE LES FORMULES SUIVANTES :

$$N < 8 \quad C = \frac{\Sigma c - \frac{c_1}{4}}{n - \frac{1}{4}} \cdot F.$$

$$8 \leq N \leq 22 \quad C = \frac{\Sigma c}{n} \cdot F.$$

$$23 \leq N \leq 37 \quad C = \frac{\Sigma c + \frac{c_1}{2}}{n + \frac{1}{2}} \cdot F.$$

$$38 \leq N \leq 52 \quad C = \frac{\Sigma c + c_1}{n + 1} \cdot F.$$

Ces formules permettent de déterminer :

1° La quantité de lait non corrigée.

2° La quantité de matière grasse non corrigée.

Schéma de principe : Règle à calcul

METHODE C

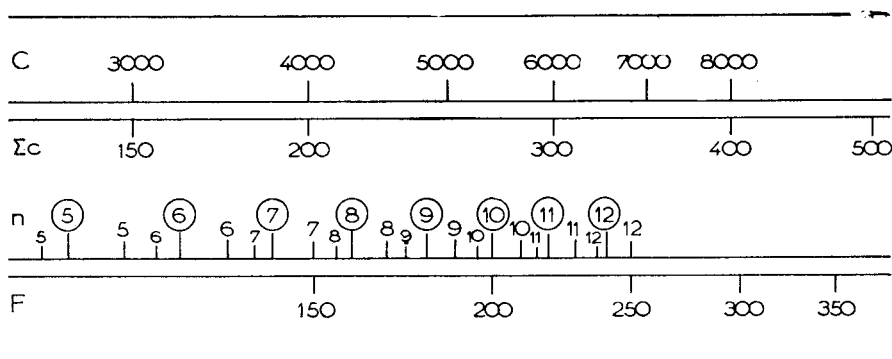


FIG. 6. — Règle à calcul méthode C. On place le nombre de contrôles (n) en face de la durée de lactation F et, en face de Σc , on lit la quantité de lait totale produite pendant la lactation. Si l'intervalle vêlage-premier contrôle est compris entre 8 et 22 jours, on utilise comme nombre de contrôles, le nombre entouré. Si cet intervalle est plus petit que 8 jours, on utilise le nombre à gauche du nombre entouré, et si cet intervalle est supérieur à 22 jours, le nombre à droite du nombre entouré, en modifiant la somme des contrôles en conséquence.

TABLEAU IX

Calcul des lactations par les méthodes D et C.

N° du contrôle	Date des contrôles				Inter- valles	Lait	T. B.	Matière grasse
	Jours		Mois	An				
	1 ^{er}	2 ^e				kg	g ⁰ / ₀₀	g

Méthode dite D

Durée lactation (j)						Lait (kg)		Matière grasse (kg)	T. B. (g ⁰ /100)
315						6 565,300		224,070	34,13
1	14	15	09	54	50	31,5 25,5 16,4 18,6 17,1 19,2 18,5 10,9 17,9	32 33 37 35 35 33 34 50 31	1 008,0 841,5 606,8 651,0 598,5 633,6 629,0 545,0 554,9	
9	23	24	05	55					
Σc						175,6	—	6 068,3	
Σc n						19,51	—	674,26	
Σc n (F + 15 — N)						5 462,8	—	188,790	
(N — 15)c ₁						1 102,5	—	35,280	
						6 565,3		224,070	

T. B. = $\frac{224,070}{6\,565,300} = 34,13$

Méthode dite C

Durée lactation (j)						Lait (kg)	Matière grasse (kg)	T. B. (g ⁰ /100)
315						6 523,600	222,900	34,17
1	14	15	09	54	50	31,5 25,5 16,4 18,6 17,1 19,2 18,5 10,9 17,9	32 33 37 35 35 33 34 50 31	1 008,0 841,5 606,8 651,0 598,5 633,6 629,0 545,0 554,9
9	23	24	05	55				
Σc + c ₁						207,1	7 076,3	
Σc + c ₁ n + 1						20,71	707,63	
Σc + c ₁ n + 1 · F						6 523,6	222,900	

T. B. = $\frac{222,900}{6\,523,600} = 34,17$

TABLEAU X

Comparaisons des différentes méthodes du point de vue nombre de calculs.

Type de calcul	Opérations	Nombre d'opérations élémentaires (1)		Nombre d'opéra- tions indépen- dantes (2)
		Arithmé- tiques	Logarith- miques	
Méthode Fleischmann :				
Calculs d'intervalles	Soustractions	n		n
Calculs de matière grasse	Multiplications		n	n
Moyennes lait	Additions	$n - 2$		$n - 2$
	Divisions		$n - 2$	$n - 2$
Moyennes matière grasse	Additions	$n - 2$		$n - 2$
	Divisions		$n - 2$	$n - 2$
Moyennes lait par intervalle	Multiplications		$n + 1$	$n + 1$
Moyennes matière grasse par inter- valles	Multiplications		$n + 1$	$n + 1$
Somme lait	Additions	$n + 1$		1
Somme matière grasse	Additions	$n + 1$		1
		$5n - 2$	$5n - 2$	$8n - 4$
Méthode dite « D » :				
Calculs d'intervalles	Soustractions	2		2
Calculs de $F + 15 - N$ et de $N - 15$	Additions	2		2
Calculs de matière grasse	Multiplications		n	n
Somme lait	Additions	n		1
Somme matière grasse	Additions	n		1
Moyenne lait	Division		1	1
Moyenne matière grasse	Division		1	1
Moyenne lait par durée	Multiplication		1	1
Moyenne matière grasse par durée	Multiplication		1	1
Terme correctif lait	Multiplication		1	1
Terme correctif matière grasse	Multiplication		1	1
Total lait	Addition	1		1
Total matière grasse	Addition	1		1
	Total	$2n + 6$	$n + 6$	$n + 14$
Méthode dite « C » :				
Calcul d'intervalle	Soustraction	1		1
Calcul de matière grasse	Multiplication		n	n
Somme lait	Addition	$n + 1$		1
Somme matière grasse	Addition	$n + 1$		1
Moyenne lait	Division		1	1
Moyenne matière grasse	Division		1	1
Total lait	Multiplication		1	1
Total matière grasse	Multiplication		1	1
		$2n + 3$	$n + 4$	$n + 7$

N. B. — ⁽¹⁾ *Opération élémentaire* : Toute opération ne comportant que deux termes, une opération de n termes comportera n opérations élémentaires.

⁽²⁾ *Opération indépendante* : Toute opération séparée dans le déroulement des calculs.

Exemple : Cas d'une lactation de 10 contrôles.

Méthodes	Opérations élémentaires			Opérations indépendantes
	Arith.	Log.	Total	
Fleischmann	48	48	96	76
Dite D	26	16	42	24
Dite C	23	14	39	17

CONCLUSIONS

Les deux méthodes de calcul que nous proposons sont plus rapides, aussi précises que la méthode Fleischmann et comparables aux méthodes européennes. Tels sont les trois points que nous pouvons mettre en évidence après notre étude.

(1) La rapidité des méthodes peut être comparée si on considère le tableau IX où nous avons présenté le calcul d'une lactation par la méthode Fleischmann et les méthodes dites D et C.

Dans le tableau X, nous avons essayé de chiffrer objectivement les temps de calcul des lactations par les 3 méthodes. Si nous nous référons au cas d'une lactation contrôlée 10 fois, la méthode dite D demande 3 fois moins d'opérations que la méthode Fleischmann, et la méthode dite C, 4 fois moins. Pour le calcul à la machine, la méthode dite D demande 2 fois moins de manipulation de chiffres que la méthode Fleischmann et, fait très important, 3 fois moins d'opérations logarithmiques (multiplications et divisions). Toujours pour le calcul à la machine, la méthode dite C est à peu près équivalente à la méthode dite D.

Nous préconisons donc nos deux méthodes en fonction des conditions d'utilisation.

— La méthode dite C pourra être adoptée toutes les fois que les calculs devront être conduits manuellement ; une règle à calcul spécialisée pourra être employée pour les dernières opérations.

— La méthode dite D sera adoptée pour le calcul des performances laitières-beurrières à l'aide de machines, spécialement dans les calculs par voie mécanographique.

(2) La précision des deux méthodes que nous proposons est bonne par rapport à celle de la méthode Fleischmann. En effet, l'incertitude entraînée par ces deux méthodes est très inférieure à l'erreur d'échantillonnage due à la périodicité des contrôles ⁽¹⁾. Les différences de 100 kg de lait entre la méthode dite D et la méthode Fleischmann ont une probabilité d'existence inférieure à 1 p. 100.

(3) Nous pouvons affirmer enfin que les deux méthodes sont acceptables sur le plan des accords européens de contrôle laitier-beurrier. La méthode dite D et la méthode dite C ne sont que des perfectionnements de la première méthode acceptée dans le rapport final de la réunion des représentants des organisations de contrôle laitier-beurrier (Rome, 5-9 mars 1951) (6).

⁽¹⁾ Étude de la détermination des performances laitières. II. Étude de la précision d'un contrôle à périodicité variable par D. CARRÉ, J. POLY, B. VISSAC.

Nos deux méthodes ont été conçues à la fois dans un esprit de simplification par rapport à la méthode Fleischmann et de perfectionnement par rapport à la première méthode européenne.

Reçu pour publication le 8 août 1957.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- (1) ASHTON (E. D.). — Milk and Butterfat Recording. Commonwealth Bureau of Dairy Science. Technical Communication n° 3, 1956.
- (2) Comité fédératif national de contrôle laitier. — Le contrôle laitier-beurrier, 1949.
- (3) Comité fédératif national de contrôle laitier. — Le contrôle laitier-beurrier, 1951.
- (4) Comité fédératif national de contrôle laitier. — Le contrôle laitier-beurrier, 1956.
- (5) ERB (R. E.), GOODWIN (M. M.), MCCAW (W. N.), MORRISSON (R. A.), SHAW (A. D.). — Lactation studies VI. Improving the accuracy of longer testing intervals and the accuracy of current methods. *Washington Agr. Exp. Sta. Circ.*, 230, 1953.
- (6) Fédération européenne de Zootechnie. — Principes élémentaires de la production de l'espèce bovine. — Annexe 1. — Accord Européen pour l'unification des méthodes de contrôle laitier-beurrier, Rome, 5-9 mars 1951.
- (7) LABEN (R. C.), CUPPS (P. T.), MEAD (S. W.). — A study of centering day and calendar month methods of estimation milk yield. *Proc. W. Div. Amer. Dairy Sci. Ass.*, 1955, p. 45-50.
- (8) LEROY (A. M.). — Ce que doit savoir un bon contrôleur laitier-beurrier. 2^e édition. Paris 1931.
- (9) LEROY (A. M.), SENTEX (J.), STOECKEL (R.). — Le producteur de lait (1946).
- (10) MCKELLIP (I.), SEATH (D.). — A comparison of the different methods of calculating yearling milk and butter fat records. *Journal of Dairy Science*, 1941, vol. 24, n° 3, p. 181-192.
- (11) MORRISSON (R. A.), ERB (R. E.). — Centering date versus calendar month for computing dairy cow production records. *Proc. W. Div. Amer. Dairy Sci. Ass.*, 1948, p. 52-53.
- (12) TYLER (W. J.), CHAPMAN (A. B.). — A simplified method of estimating 305-day lactation production. *Journal of Dairy Science*, 1944, vol. 27, n° 6, p. 463-469.

Le Directeur-Gérant : B. LACLAVIÈRE.

I. N. R. A.
BIBLIOTHEQUE UD 3593
DOMAINE DE CROUEILL

Imprimerie BUSSIÈRE à Saint-Amand (Cher), France. — 14-10-1958.

Dépôt légal: 4^e trimestre 1958

N° d'impression: 103