Modèle analytique de chauffage du sol par tuyaux enterrés. Vérification expérimentale et complément théorique

Thierry BOULARD

I.N.R.A., Station de Bioclimatologie, Centre de Recherches d'Avignon, F. 84140 Montfavet

RÉSUMÉ

Le modèle analytique de KENDRICK & HAVENS (1973) développé pour la prédiction des températures dans les systèmes de chauffage du sol par tuyaux enterrés a été testé sur deux dispositifs expérimentaux : l'un installé sous abri et l'autre en plein champ.

Il est apparu que la non-prise en compte par ce modèle des conditions de température imposées en profondeur (ici par une nappe phréatique) entraînait des écarts importants entre les températures mesurées et calculées. Le développement d'un complément théorique de ce modèle autorisant la prise en compte de températures imposées en profondeur permet d'atteindre une bonne approximation dans le calcul des températures du sol sur tout le profil et permet l'analyse du bilan thermique dans le sol : la puissance totale dissipée par les tuyaux, le flux de chaleur vers la surface du sol ainsi que le flux de chaleur vers la nappe phréatique peuvent être calculés ou déduits.

Mots clés additionnels : *Température du sol, transferts de chaleur dans le sol.*

SUMMARY

Analytical model of soil warming by buried pipes. Experimental and theoretical study.

The analytical model developed by KENDRICK & HAVENS (1973) for the prediction of heat losses and soil temperatures of a sub-surface water pipe soil warming system was tested on two different soil warming plots : under tunnel and in the field.

Soil temperatures were correctly predicted near the soil surface but there were marked differences between predicted and observed temperatures at greater depth. If the ground water temperature was taken into account in the model as an imposed boundary temperature, a better prediction of soil temperature profiles was obtained. A further analysis was made of heat losses from the buried pipes to the soil surface and to the ground water.

Additional key words : *Soil temperature, soil heat transfer*

LISTE DES SYMBOLES UTILISÉS

y_N : profondeur de la nappe
 h : profondeur des tuyaux
 λ : conductivité thermique apparente du sol
 C : capacité calorifique du sol
 N : nombre de tuyaux de part et d'autre d'un tuyau central
 q : puissance dissipée par unité de longueur de tuyau
 R : rayon extérieur du tuyau
 S : écart entre deux tuyaux
 P : puissance calorifique dissipée par une source interne
 $T(x, y)$: température du sol aux coordonnées (x, y)
 T_s : température de surface du sol

T_w : température de surface du tuyau
 T_N : température de la nappe
 (x, y) : coordonnées cartésiennes dont l'origine est en 0
 0 : origine en surface à l'aplomb du tuyau central
 ΔT : Laplacien de $T = \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$
 ∇T : gradient de $T = \frac{\partial T}{\partial x}$ ou $\frac{\partial T}{\partial y}$

I. INTRODUCTION

Avec la généralisation de l'utilisation d'eau à basse température pour le chauffage de serres et d'abris et

notamment avec le développement du chauffage par le sol, il devient nécessaire de mieux apprécier le micro-climat du sol et le bilan thermique engendrés par ces nouvelles techniques.

Sur le plan expérimental, le champ de température créé par un système de tuyaux enterrés ainsi que la puissance calorifique qu'ils développent ont été mesurés par de nombreux auteurs (RYKBOST & BOERSMA, 1975 ; ALPERT *et al.*, 1976 ; BAILLE & BOULARD, 1980), aussi bien pour des tuyaux profondément enterrés (0,4 à 0,8 m) que pour des tuyaux situés près de la surface du sol ($-0,05$ m). Parallèlement à ces études expérimentales, des modèles théoriques de sol chauffé ont été mis en œuvre :

- soit des modèles numériques très complets prenant en compte les échanges couplés, chaleur — masse en régime transitoire, du type de celui qui a été développé à l'Université d'Oregon (BOERSMA *et al.*, 1974) ;
- soit des modèles analytiques plus simples, qui ne prennent en compte que les échanges de chaleur en régime permanent, comme le modèle développé par KENDRICK & HAVENS (1973).

Sur le plan de l'utilisation pratique, les modèles numériques ont sans doute un champ d'application plus large, puisque leurs hypothèses de base sont moins restrictives, mais leur emploi nécessite l'utilisation d'ordinateurs assez puissants ainsi que la connaissance précise d'un nombre élevé de paramètres d'entrée comme les propriétés thermohydrauliques du sol dont la mesure est longue et difficile.

A l'inverse, les modèles analytiques, qui reposent sur des hypothèses moins réalistes, permettent d'obtenir des formules analytiques et donc de calculer facilement, à partir de la connaissance d'un nombre restreint de paramètres d'entrée, le champ de température du sol et la puissance dissipée par les tuyaux.

Cet article a pour objet, d'une part, la vérification expérimentale du modèle de KENDRICK & HAVENS (1973) à partir des résultats d'essais de chauffage du sol réalisés avec des eaux à basse température (BOULARD & BAILLE, 1984), d'autre part, de proposer un certain nombre de modifications et extensions qui permettent d'élargir son champ d'application, notamment pour prendre en compte une condition de température imposée en profondeur (par exemple par la présence d'une nappe phréatique).

II. LE MODÈLE ANALYTIQUE DE KENDRICK & HAVENS (1973)

A. Présentation du modèle

Il s'agit d'un *modèle analytique* qui prend uniquement en compte les *échanges de chaleur* dans le sol et permet de calculer en *régime permanent* le champ de

température $T(x, y)$ ainsi que la puissance q dissipée par une nappe de tuyaux enterrés.

L'utilisation de ce modèle suppose qu'on connaisse préalablement (fig. 1) :

Figure 1

Schéma de la géométrie du système de tuyaux enterrés et conditions de température aux limites avec le modèle de KENDRICK & HAVENS et avec le même modèle prenant en compte la nappe.

Schematic cross sectional view of soil warming system with and without ground water table.

1. La géométrie du système de tuyaux enterrés

Profondeur h , écartement S , nombre de tuyaux de part et d'autre du tuyau central N , le rayon du tuyau R .

2. Les conditions de température aux limites

Température de surface du sol T_s , supposée homogène (même en dehors de la zone d'action de la nappe de tuyaux enterrés), température de surface des tuyaux T_w également homogène.

3. La conductivité du sol

Elle est supposée homogène sur toute l'épaisseur du sol.

A partir de ces paramètres et dans le cas de figure le plus simple ou l'eau circule dans le même sens dans tous les tuyaux (T_w homogène), on peut alors calculer le champ d'écart de température par rapport à T_s :

$$T(x, y) - T_s = \frac{(T_w - T_s)}{\ln\left(\frac{2h - R}{R}\right) + \sum_{n=1}^N \ln \frac{(nS)^2 + (2h - R)^2}{(nS)^2 + R^2}} \times \left[\ln \sqrt{\frac{x^2 + (h - y)^2}{x^2 + (h + y)^2}} + \sum_{n=1}^N \ln \sqrt{\frac{(nS - x)^2 + (h - y)^2}{(nS - x)^2 + (h + y)^2}} + \sum_{n=1}^N \ln \sqrt{\frac{(nS + x)^2 + (h - y)^2}{(nS + x)^2 + (h + y)^2}} \right] \quad (1)$$

En séparant les conditions de température aux limites et la géométrie du système de tuyaux enterrés représentée par la fonction $\Phi(x, y)$, cette équation peut également s'écrire :

$$T(x, y) - T_s = (T_w - T_s) \cdot \Phi(x, y). \quad (1')$$

La puissance calorifique q dissipée par unité de longueur du tuyau est alors donnée par la relation :

$$q = \frac{2 \pi \lambda (T_w - T_s)}{\ln\left(\frac{2h - R}{R}\right) + \sum_{n=1}^N \ln\left[\frac{(nS)^2 + (2h - R)^2}{(nS)^2 + R^2}\right]}. \quad (2)$$

B. Vérification expérimentale

1. Méthode utilisée

Pour minimiser les variations de température de surface du sol à l'intérieur même du périmètre chauffé, on a testé le modèle dans le cas de tuyaux enterrés assez profondément ($\sim 0,5$ m). Des mesures de températures de surface du sol effectuées par caméra infrarouge (type AGA) ont montré que les écarts de température ne dépassaient pas 1/10 de degré entre les points situés à l'aplomb d'un tuyau et les points situés entre 2 tuyaux.

Plusieurs méthodes peuvent être envisagées si on désire s'affranchir des variations spontanées de température de surface du sol et se replacer en régime permanent.

Une 1^{re} méthode, déjà utilisée par ALPERT *et al.* (1976), consiste à mesurer des valeurs de T_s moyennées sur un faible pas de temps (horaire, par exemple) et à utiliser ces valeurs dans la relation (1) pour calculer $T(x, y)$ à l'échelle horaire. Cependant, comme le modèle ne prend pas en compte l'inertie du sol ni le décalage dans le temps existant entre la température de surface et celle en profondeur, on a dû comparer des valeurs moyennées sur une durée assez longue et en grand nombre pour permettre une analyse statistique. ALPERT *et al.* (1976) utilisaient ainsi 1 615 valeurs obtenues sur un pas horaire pendant une semaine.

Une 2^e méthode consiste à utiliser des moyennes journalières de T_s dans la relation (1) de façon à calculer des moyennes journalières de $T(x, y)$.

Pour tenir compte du déphasage en profondeur de l'onde thermique, on peut procéder de la façon suivante :

— si on désire par exemple calculer la température moyenne journalière à 0,15 m de profondeur au jour J, on utilisera la relation (1) avec une température de surface du sol T_s moyennée sur une période de 24 h et centrée au temps J - d (0,15 m), d (0,15 m) étant la valeur du déphasage de l'onde thermique pour la profondeur 0,15 m (fig. 2).

La valeur du déphasage a été déterminée expérimentalement dans nos conditions expérimentales pour $y = 0,1$ m, $y = 0,15$ m, $y = 0,30$ m, puis extrapolée aux valeurs de y plus élevées.

Figure 2

Mode de prise en compte du déphasage de température entre la surface et la profondeur y .

Scheme of the method used to calculate the average values of T_s for the prediction of $T(x, y)$.

2. Dispositif expérimental

Deux dispositifs ont été successivement utilisés (fig. 3) :

Le 1^{er} est constitué d'un périmètre de 8 m $\times$ 30 m, situé sous un abri plastique. La géométrie du système de tuyaux enterrés est la suivante : $N = 4$; $R = 0,02$ m ; $h = 0,5$ m ; $S = 0,8$ m. Les températures ont été mesurées par des sondes à résistance de platine situées à l'aplomb du tuyau central et pour $x = 0,4$ m, pour les profondeurs $y = 0,001$ m, 0,1 m, 0,3 m, 0,5 m, 0,6 m et 0,8 m. Des mesures aux mêmes profondeurs ont été effectuées simultanément dans un tunnel témoin non chauffé par le sol. La température de surface du tuyau T_w est mesurée par une sonde platine collée sur le tuyau. Les mesures ont duré du 5 au 15 janvier 1981.

Le 2^e dispositif, de superficie 7 $\times$ 120 m², est installé en plein champ, avec la géométrie suivante :

$N = 3$; $R = 0,02$ m ; $h = 0,5$ m ; $S = 0,8$ m .

Figure 3

Schémas de 2 dispositifs expérimentaux de chauffage du sol sous abri et en plein champ. Localisation des sondes (la sonde à - 2,2 m du 2^e dispositif ainsi que les sondes de ΔT et les débitmètres ne sont pas représentés).

Vertical section view of experimental soil warming plots, under tunnel and in the field showing the soil warming systems and the location of thermocouples.

Les mesures ont porté sur la période du 21 mars au 31 mai 1981.

Les températures ont été mesurées par des thermocouples reliés à un enregistreur potentiométrique fonctionnant en continu. Les points de mesure sont pour $x = 0$ m et $x = 0,4$ m ; $y = 0,001$ m, 0,15 m, 0,3 m, 0,4 m, 0,5 m, 0,6 m, 0,75 m, 0,9 m ainsi que $y = 2,2$ m au niveau de la nappe phréatique. La mesure de T_w a été effectuée par la méthode décrite pour le 1^{er} dispositif. Parallèlement aux mesures de températures, la puissance dissipée par les tuyaux enterrés a été calculée à partir de mesures de débit d'eau et de différence entre la température d'entrée et de sortie de l'eau. On doit noter que les 2 dispositifs avaient déjà atteint leur régime d'équilibre lors des mesures puisqu'ils avaient été mis en marche en octobre pour le 1^{er} dispositif, et en janvier pour le 2^e.

3. Résultats

Des mesures journalières de température de surface T_s pour les 2 dispositifs sont reportées figure 4.

Figure 4

Valeurs journalières moyennes des températures de surface du sol mesurées dans chacun des dispositifs expérimentaux (dispositif sous abri à gauche, dispositif en plein champ à droite).

Average daily soil surface temperatures observed in the experimental soil warming plots : under tunnel (left) and in the field (right).

Si on examine, pour une journée particulière donnée, le profil de température en fonction de la profondeur (fig. 5 et fig. 6), on constate que les écarts les plus importants entre les valeurs de température mesurées et calculées s'observent pour des valeurs élevées de y . Ce phénomène est systématique, comme le montre la régression entre cet écart de température et y , calculée pour toutes les mesures (fig. 7) et celle entre $T_{mes.}$ et $T_{cal.}$ pour le dispositif en plein champ (fig. 8).

Cette surestimation des températures calculées en profondeur a déjà été rapportée par ALPERT *et al.* (1976) lors de la vérification du même modèle. Elle provient du fait que la propriété du modèle : $T_{\infty} \rightarrow T_s$ résultant de l'hypothèse d'un milieu semi-infini ne correspond pas à la condition aux limites réelle. Ainsi, dans notre cas particulier, il existe une nappe phréatique située à 2 m de profondeur qui modifie le champ de température des tuyaux chauffants.

Ces remarques ont conduit, dans la 2^e vérification expérimentale, à mesurer la profondeur et la tempéra-

Figure 5

Vérification expérimentale (dispositif sous abris) du modèle de KENDRICK & HAVENS. Exemple de valeurs des températures mesurées et calculées.

Average daily soil temperature profiles observed and predicted with the model (soil warming plot under tunnel).

Figure 6

Vérification expérimentale du modèle de KENDRICK & HAVENS (dispositif plein champ). Exemple de valeurs mesurées et calculées.

Average daily soil temperature profiles observed and predicted with the model (soil warming plot in the field).

Figure 7

Vérification expérimentale du modèle de KENDRICK & HAVENS. Evolution de l'écart $T_{calculé} - T_{mesuré}$ en fonction de la profondeur y . (1) : sous abri - (2) : plein champ.

Difference between the predicted and observed soil temperatures ($T_{cal.} - T_{mes.}$) vs. depth (y). (1) under tunnel - (2) in the field.

Figure 8

Vérification expérimentale du modèle de KENDRICK & HAVENS (en plein champ). Régression entre les valeurs de température moyenne mesurées et calculées.

Predicted soil temperatures T_{cal} . vs. observed temperatures T_{mes} (soil warming plot in the field).

ture de la nappe phréatique. Il s'agit d'une nappe en communication avec le fleuve (Loire) dont la profondeur ($y_N = 2,2$ m) est restée à peu près constante durant la période de mesure (mars-avril) et dont la température est passée progressivement de $10,5$ °C à la fin mars à 11 °C à la fin avril.

Les 2 séries de vérifications expérimentales montrent donc l'influence grandissante de la nappe phréatique sur les températures lorsqu'on s'éloigne de la surface du sol. Elles nous ont amené à modifier le modèle de KENDRICK & HAVENS en intégrant l'influence de la nappe ou d'un horizon de sol ayant une température imposée (fig. 1).

III. MODÈLE DE CHAUFFAGE DU SOL PRENANT EN COMPTE UNE CONDITION DE TEMPÉRATURE IMPOSÉE EN PROFONDEUR

A. Approche théorique

Le système constitué par un sol chauffé en présence d'une nappe phréatique est un système très complexe dans lequel interviennent les caractéristiques géométriques et les propriétés thermiques du sol saturé (λ , C) ainsi que les communications de cette nappe avec « l'extérieur ».

La modélisation de tels systèmes est difficile ; cependant, dans le cas qui nous intéresse, on peut simplifier le problème en remarquant qu'on se trouve en présence d'une nappe phréatique de très grande dimension (plusieurs milliers d'ha), sans commune mesure avec la surface du terrain chauffé et que cette nappe est en constant renouvellement du fait de sa communication directe avec le fleuve Loire situé à moins de 100 m des dispositifs expérimentaux. On peut donc considérer que le flux de chaleur en provenance du sol chauffé est négligeable par rapport aux

autres flux qui interviennent dans la fixation de la température de la nappe et réduire ainsi la nappe phréatique à une condition de température imposée au niveau de son toit.

Avec cette hypothèse, qui est malheureusement assez limitative du champ d'application du modèle, le problème revient à chercher une solution pour un système ayant une température de surface T_s et limité à la profondeur y_N par un isotherme T_N (fig. 1).

A partir de l'équation générale de la conduction, on peut exprimer ce système (I) avec une source interne P de la façon suivante :

$$(I) \quad \begin{cases} \Delta T + \frac{P}{\lambda} = 0 \\ T_s = \text{cst} \\ T_w = \text{cst} \\ T_N = \text{cst} \end{cases}$$

où ΔT est l'opérateur Laplacien.

La propriété de linéarité des systèmes d'équations différentielles permet de décomposer ce système (I) en 2 sous-systèmes (I') et (I'') dont les solutions sont T' et T'' .

Si $(I) = (I') + (I'')$ $T = T' + T''$. Il suffit alors de choisir 2 sous-systèmes simples dont on sait exprimer les solutions (fig. 9).

Soit (I') le 1^{er} système : il correspond au système de KENDRICK & HAVENS, donc avec des sources internes P' , mais dont on ne conserve que les points situés au-dessus de la nappe :

$$(I') \quad \begin{cases} \Delta T' + \frac{P'}{\lambda} = 0 \\ T'_s = \text{cst} \\ T'_w = \text{cst} \end{cases}$$

On connaît la solution T' de ce système donnée par la relation (1') :

$$T'(x, y) = T'_s + \Phi(x, y) [T'_w - T'_s].$$

Avec la géométrie étudiée ici (tuyaux à $h = 0,5$ m de profondeur, écartement $S = 0,8$ m) la fonction $\Phi(x, y)$ devient pratiquement indépendante de x pour les profondeurs $y > 1$ m. Les isothermes, au-delà de cette profondeur, sont donc des surfaces horizontales. L'équation (1') permet donc de remplir la condition imposée à la limite inférieure par la nappe :

$$T'_N = T'_s + \Phi(x, y_N) \cdot (T'_w - T'_s) = \text{Cste}$$

car $y_N \gg 1$ m.

Soit (I'') le 2^e système : il s'agit d'une tranche de sol ne contenant pas de sources internes ($P'' = 0$), limité en surface par un horizon de température imposée T''_s et, en profondeur, au niveau de la nappe à y_N , par un 2^e horizon à la température imposée T''_N (fig. 9).

$$(I'') \quad \begin{cases} \Delta T'' = 0 \\ T''_s = \text{cst} \\ T''_N = \text{cst} \end{cases}$$

Figure 9

Décomposition du système de chauffage de sol par tuyaux enterrés en présence d'une nappe en 2 systèmes plus simples dont on connaît la solution.

Breakdown of the soil warming system taking into account the ground water table temperature into 2 simple systems for which solutions are known.

La solution de ce système est immédiate :

$$T''(y) = \frac{T''_N - T''_s}{y_N} \cdot y + T''_s. \quad (3)$$

Les conditions imposées aux limites sont exprimées par :

$$\begin{cases} T_s = T'_s + T''_s \\ T_w = T'_w + T''_w \\ T_N = T'_N + T''_N \end{cases} \quad (4)$$

Toute décomposition $T = T' + T''$ pouvant se faire à une constante près, on peut choisir arbitrairement $T'_s = T_s$ d'où $T''_s = 0$. Cela conduit pour T'_w (profondeur $y = h$), d'après (3) et (4) à :

$$T'_w = T_w - T''_w = T_w - T''_N \cdot \frac{h}{y_N}. \quad (5)$$

On a par ailleurs, d'après (1') et compte tenu de $T'_s = T_s$:

$$T'_N = T_s + \Phi(x, y_N) \cdot (T'_w - T_s). \quad (6)$$

La dernière condition aux limites $T_N = T'_N + T''_N$ conduit avec (5) et (6) à :

$$T''_N = \frac{T_N - T_s - \Phi(x, y_N) \cdot (T_w - T_s)}{1 - \Phi(x, y_N) \cdot \frac{h}{y_N}}. \quad (7)$$

Le système $T(x, y) = T'(x, y) + T''(y)$ est ainsi entièrement déterminé en fonction des grandeurs connues T_s, T_N, T_w, h, y_N :

$$T(x, y) = T_s + (T'_w - T_s) \cdot \Phi(x, y) + T''_N \cdot \frac{y}{y_N}. \quad (8)$$

T'_N et T'_w étant exprimés respectivement par (7) et (5).

On peut également exprimer cette relation par :

$$T(x, y) = T'(x, y) + (T_w - T'_w) \frac{y}{h}. \quad (8')$$

T'_w étant exprimé par (5), compte tenu de (7).

B. Limite d'application de la formule

— Il est tout d'abord nécessaire que le problème posé par la prise en compte de la nappe puisse être réduit à une condition de température imposée en profondeur.

— Ensuite, pour que la condition

$$T'_N = T_s + \Phi(x, y_N) [T'_w - T_s] = \text{Cte}$$

soit valable quel que soit x , il faut que la nappe phréatique soit suffisamment éloignée des tuyaux pour que les isothermes à cette profondeur puissent être considérés comme horizontaux. En pratique, si y_w et y_N sont distants de plus de 0,50 m, la formule est applicable.

C. Vérification expérimentale

1. Le champ de température

On constate que l'application du modèle avec introduction de la nappe conduit à une assez bonne prédiction des valeurs observées (fig. 10). Nous avons fait figurer dans le tableau 1 la comparaison entre valeurs observées et valeurs calculées pour 2 journées où les

Figure 10
Vérification expérimentale du modèle de KENDRICK & HAVENS avec et sans prise en compte de la nappe (dispositif plein champ). Exemple de valeurs mesurées et calculées.
Predicted soil temperatures for the two cases (with or without ground water table temperature) and observed temperatures (soil warming plot in the field).

Figure 11
Vérification expérimentale du modèle de KENDRICK & HAVENS avec prise en compte d'une nappe. Régression entre les valeurs mesurées et calculées.
Predicted soil temperatures (model taking into account the ground water temperature) Tcal vs. observed temperatures, Tmes (soil warming plot in the field).

TABLEAU 1

Valeurs des températures en °C mesurées et calculées avec le modèle de KENDRICK & HAVENS modifié pour tenir compte de la nappe pour 2 journées où les températures de surface du sol sont extrêmes (8,4 °C et 19,1 °C).
Average daily soil temperatures observed (Tmes) and predicted (Tcal) with the model of KENDRICK & HAVENS taking into account the ground water table temperature.

y	0	0,15	0,3	0,4	0,5	0,6	0,75	0,9
x = 0								
Tmes	8,4	12,7	18,6	21,2	27,4	22,8	20,7	19,8
Tcal	—	12,7	17,1	20,8	—	22,4	20,0	19,2
x = 0,4								
Tmes	8,4	12,7	17,3	19	19,9	20,1	20,4	19,6
Tcal	—	12,3	15,5	17,2	18,4	19	19	18,9

le 26/4/81 : $T_w = 27,4\text{ °C}$, $T_s = 8,4\text{ °C}$, $T_N = 11\text{ °C}$

y	0	0,15	0,3	0,4	0,5	0,6	0,75	0,9
x = 0								
Tmes	19,1	19,7	20,7	22,6	26,2	22	19,5	18,3
Tcal	—	20	20,9	21,9	—	21,7	20	18,7
x = 0,4								
Tmes	19,1	19,3	20,3	20,6	20,7	20	19,6	18,2
Tcal	—	19,8	20,3	20,4	20,3	20,1	19,5	18,4

le 10/4/81 : $T_w = 26,2\text{ °C}$, $T_s = 19,1\text{ °C}$, $T_N = 10,5\text{ °C}$

valeurs de T_s sont extrêmes. Sur le plan statistique, on remarque que, pour les 12 journées étudiées et les 12 localisations, la prédiction de la température est bonne puisqu'on a la régression suivante : $T(\text{calculé}) = 1,058 \cdot T(\text{mesuré}) - 0,8\text{ °C}$ avec un coefficient de corrélation r égal à 0,95 (fig. 11). Contrairement au modèle primitif, il n'y a aucune corrélation ($r = 0,009$) entre l'écart de température T mesuré - T calculé et la profondeur y .

Ces résultats appellent 2 remarques :
— l'utilisation du modèle corrigé, dans ce cas particulier, améliore nettement les performances du modèle ;
— le mode de prise en considération du déphasage en fonction de la profondeur semble valable puisque, malgré des variations importantes de T_s (fig. 4), ce modèle, conçu pour un régime permanent, donne des résultats satisfaisants.

2. La puissance dissipée et les caractéristiques thermiques du sol

La prise en compte implicite du bilan d'énergie en surface du sol ainsi que de la conductivité thermique du sol par le biais de la fixation de T_s comme entrée du modèle dans le calcul du champ de température ne permet pas de vérifier directement leur incidence sur $T(x, y)$. Cependant, la puissance dissipée q est liée à la conductivité thermique du sol par la relation (2). C'est par l'intermédiaire de cette relation (modifiée pour prendre en compte l'influence de la nappe, cf. IV) que nous avons calculé des valeurs de λ déduites de valeurs de q mesurées.

Sur la période qui va du 24 au 29 avril 1981, on a comparé les résultats de 3 méthodes différentes qui permettent d'estimer la valeur de λ .

a) La 1^{re} méthode consiste à mesurer la puissance dissipée au niveau moyen journalier (débit $\times \Delta T$ entrée-sortie de l'eau) et à la comparer avec la valeur de q calculée à partir des relations (2), (12) et (13) en estimant que $q = F_1 + F_2$, donc en négligeant le flux de chaleur perdu sur les côtés du dispositif de chauffage. On en déduit la valeur de λ prise en compte dans le modèle.

Du 24 au 29 avril 1981, les valeurs journalières suivantes ont été trouvées : 1,36 ; 1,23 ; 1,02 ; 1,07 ; 1,34 ; 1,21 $\text{W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$. Par ailleurs, pour les journées du 27 au 28 mars 1981, on trouve 1,37 $\text{W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$.

b) On a calculé directement la valeur de λ par la méthode de DE VRIES (1975) en prenant 2 hypothèses simplificatrices : on néglige, d'une part, les transferts de chaleur latente ; on considère, d'autre part, un sol homogène ayant les caractéristiques physiques moyennes des différentes couches qui le constituent, de la surface à - 0,5 m. Cette méthode appliquée au sol

qui nous intéresse (BOULARD & BAILLE, 1984) donne une valeur de la conductivité thermique λ comprise entre 1,30 et 1,45 $\text{W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$ pour une humidité du sol de 23,3 p. 100 volumique (fig. 12).

c) Une méthode analytique exposée par CARSLAW & JAEGER (1959) permet de calculer λ à partir de la mesure du déphasage des maxima et minima des températures de l'onde thermique journalière entre la surface et une certaine profondeur.

On a utilisé cette méthode pour calculer λ pour une journée bien découverte (le 24 avril 1981) où l'onde thermique en surface du sol peut être assimilée à une onde sinusoïdale et où les minima et maxima apparaissent bien détachés et peuvent être repérés assez précisément. Pour cette journée, on trouve un déphasage compris entre 4,5 et 4,25 h entre la surface et - 0,15 m et de 9 h environ entre la surface et - 0,30 m. A partir de ces valeurs et d'une capacité calorifique $C = 2,1 \times 10^6 \text{ J.m}^{-3}.\text{°C}^{-1}$ (calculée par la méthode de DE VRIES (1975) avec 23,3 p. 100 d'humidité volumique), on en déduit des valeurs de λ qui sont comprises entre 1,19 et 1,33 $\text{W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$.

Les valeurs de λ qui ont été trouvées à l'aide de ces différentes méthodes sont du même ordre de grandeur et peuvent être considérées comme des valeurs vraisemblables et cohérentes entre elles.

Inversement, on peut en déduire que le modèle analytique qui a été exposé permet de calculer avec une bonne approximation la puissance dissipée par les tuyaux enterrés.

IV. DISCUSSION ET EXEMPLE D'UTILISATION DU MODÈLE AVEC NAPPE

A. Les résistances thermiques au niveau du tuyau

Les modèles que nous avons testés prennent en compte la température de la surface extérieure des tuyaux (T_w) et ne peuvent pas nous renseigner sur la chute de température entre l'eau circulant dans les tuyaux et cette surface.

Afin de connaître cette chute de température, nous avons calculé la température moyenne de l'eau à l'endroit de la prise de mesure à partir de la mesure de la température de l'eau à l'entrée des tuyaux et en faisant l'hypothèse d'une décroissance linéaire de la température de l'eau le long des tuyaux.

La comparaison des valeurs de la température moyenne journalière de l'eau ainsi calculées avec celles de la surface du tuyau (tabl. 2) permet de constater que la chute de température est très importante, 5 °C, donc que la résistance thermique entre l'eau et le sol n'est pas négligeable.

Cette résistance thermique a 3 composantes (CLAESON & DUNAND, 1983) : la résistance thermique entre l'eau et la surface intérieure du tuyau, la résistance thermique du tuyau et la résistance entre la surface extérieure du tuyau et le sol.

En faisant l'hypothèse que les températures de surface intérieure et extérieure du tuyau sont homogènes, on peut, connaissant la puissance dissipée par le tuyau, ses rayons intérieur et extérieur ainsi que sa conductivité thermique, calculer la chute de température qui est due strictement à la résistance thermique du tuyau (CARSLAW & JAEGER, 1959). Ces valeurs

Figure 12

Variation de la conductivité thermique λ du sol de St-Laurent-des-Eaux en fonction de son humidité volumique, θ : valeurs calculées par la méthode de DE VRIES, comparaison avec des valeurs d'autres sols tirés de la littérature.

Thermal conductivity of the soil (λ) calculated by the DE VRIES method vs. volumetric water content (θ). Comparison with other values given in the literature.

TABLEAU 2

Températures moyennes journalières de surface du tuyau et d'eau — écart moyen journalier de température due à la résistance thermique du tuyau (calculé pour un tuyau en polyéthylène de conductivité $\lambda = 0,33 \text{ W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$ de rayon intérieur = 0,016 m, de rayon extérieur = 0,020 m).

Daily mean temperatures of water (T_{eau}) and outside surface of pipes (T_w). Daily mean temperature falls in the pipes (calculated for polythene pipes, $\lambda = 0.33 \text{ W/m} \times \text{°C}$, inside radius = 0.016 m, outside radius = 0.020 m).

Dates	Température de la surface extérieure du tuyau : T_w mesurée °C	Température de l'eau dans le tuyau : T_{eau} calculée °C	Ecart de température $T_{\text{eau}} - T_w$ °C	Ecart de température dû à la résistance thermique du tuyau °C
29/4	27,5	32,8	5,3	3,2
28/4	27,2	32,4	5,2	3,2
27/4	26,8	32,2	5,4	3,1
26/4	27,4	32,7	5,3	3
25/4	28	33,1	5,1	2,9
24/4	27	32,1	5,1	2,9

(tabl. 2) sont plus faibles que la chute de température mesurée : elles montrent donc que les résistances thermiques entre l'eau et la face intérieure du tuyau et entre la face extérieure et le sol sont également très importantes. Dans la mesure où le modèle que nous avons étudié ne prend pas en compte ces résistances thermiques, cela justifie le choix de la température extérieure du tuyau plutôt que celui de la température de l'eau circulant dans le tuyau comme entrée du modèle. Inversement, on remarquera que ce choix limite les possibilités d'utilisation pratique du modèle.

B. Application à l'étude de l'effet d'une variation de profondeur de la nappe

1. Le profil de température

L'utilisation du modèle corrigé pour tenir compte d'une nappe, avec différentes valeurs de y_N , permet de suivre la variation du profil de température du sol en fonction de la profondeur de la nappe (fig. 13). On constate que ce profil est surtout modifié en-dessous de la profondeur d'implantation des tuyaux et très peu à proximité de la surface.

2. La répartition des flux

La valeur du flux vertical de chaleur dégagé par 2 N tuyaux peut être calculée à partir de la dérivation de l'équation (1) par rapport à y , puis par son intégration suivant x . Sa valeur moyenne entre les bornes $x = +NS$ et $x = -NS$ est donnée par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} -\frac{\lambda}{2N} \int_{-NS}^{+NS} \frac{\delta T(x, y)}{\delta y} dx &= \\ &= \frac{q}{\pi N} \sum_{n=1}^N \left[\text{Arctg} \frac{nS}{h-y} + \text{Arctg} \frac{nS}{h+y} \right]. \quad (9) \end{aligned}$$

Considérons le cas avec la nappe :

La dérivation de la relation (8') suivant y donne, après multiplication par $-\lambda$:

$$-\lambda \nabla T(x, y) = -\lambda \nabla T'(x, y) - \lambda \left(\frac{T_w - T'_w}{h} \right). \quad (10)$$

Figure 13

Influence de la profondeur de la nappe sur le profil de température (calculé selon le modèle proposé).

Changes in the soil temperature field (calculated) vs. depth of ground water table.

L'intégration de cette expression suivant x , entre les bornes $X = +NS$ et $X = -NS$, permet de calculer le flux de chaleur dissipé verticalement entre les 2 tuyaux extrêmes. La division par le nombre de

tuyaux 2 N ramènera cette valeur à une puissance dissipée moyenne par unité de longueur du tuyau.

$$\frac{1}{2N} \int_{-NS}^{+NS} -\lambda \nabla T(x, y) dx = \frac{1}{2N} \int_{-NS}^{+NS} -\lambda \nabla T'(x, y) dx - \lambda S \frac{(T_w - T'_w)}{h}. \quad (11)$$

On peut, d'après (9) et (11), calculer F_1 , flux de chaleur moyen dissipé en surface ($y = 0$) entre NS et $-NS$.

$$F_1 = \frac{4q'}{2\pi N} \sum_{n=1}^N \left(\operatorname{Arctg} \frac{nS}{h} \right) - \lambda S \left(\frac{T_w - T'_w}{h} \right). \quad (12)$$

De même, le flux de chaleur F_2 au niveau de la nappe est donné par l'expression :

$$F_2 = \frac{2q'}{2\pi N} \sum_{n=1}^N \left(\operatorname{Arctg} \frac{nS}{h - y_N} + \operatorname{Arctg} \frac{nS}{h + y_N} \right) - \lambda \frac{(T_w - T'_w)}{h}. \quad (13)$$

Ces formules appliquées à un cas concret permettent de calculer l'évolution de la répartition verticale des flux (entre $-3S$ et $+3S$) en fonction des variations de profondeur de la nappe (tabl. 3).

TABLEAU 3

Influence d'une variation de la profondeur de la nappe sur le flux de chaleur dissipé vers la surface du sol et vers la nappe.

Les conditions du calcul sont les suivantes : $N = 3$; $h = 0,5$ m ; $s = 0,8$ m ; $R = 0,02$ m ; $T_w = 27$ °C ; $T_N = T_s = 10$ °C ; $\lambda = 1$ W.m⁻¹.°C⁻¹.

Effect of variation in the depth of the water table on heat flow toward the soil surface and the water table. Calculation with the following conditions : $N = 3$; $h = 0.5$ m ; $s = 0.8$ m ; $R = 0.02$ m ; $T_w = 27$ °C ; $T_N = T_s = 10$ °C ; $\lambda = 1$ W.m⁻¹.°C⁻¹.

Profondeur de la nappe (m)	Puissance moyenne par mètre linéaire de tuyau dissipée en surface du sol F_1 (W.m ⁻¹)	Puissance moyenne par mètre linéaire de tuyau dissipée au niveau de la nappe F_2 (W.m ⁻¹)
2,2	15,9	3,4
1,8	14,6	4,9
1,4	13,8	6,9
1,0	12,2	12,2

On constate que la puissance calorifique dissipée par les tuyaux et la répartition des flux de chaleur vers le haut ou vers le bas sont très sensibles à la profondeur de la nappe. On remarque également que si la nappe est située à une profondeur inférieure à 1,4 m, un pourcentage très important de la chaleur dissipée par les tuyaux, supérieur à 35 p. 100, est perdu vers la nappe sans que la température du sol au-dessus des tuyaux ne soit profondément modifiée (fig. 13).

V. CONCLUSION

Les vérifications expérimentales du modèle analytique de chauffage du sol par tuyaux enterrés développé par KENDRICK & HAVENS montrent que la prédiction des températures est satisfaisante près de la surface du sol.

Pour obtenir une prédiction aussi satisfaisante en profondeur, notamment lorsqu'il existe une nappe phréatique, il est nécessaire de modifier le modèle de manière à pouvoir tenir compte d'une condition de température imposée supplémentaire. Avec cette condition, le modèle permet d'atteindre une bonne précision dans le calcul du champ de température créé dans le sol et de la puissance dissipée.

Sur le plan fondamental, on peut considérer, comme l'ont montré des travaux récents consacrés au stockage de chaleur dans le sol (PERSON, 1981), que le fait de ne pas prendre en compte la thermomigration se justifie dans le cas où la température des tuyaux est assez basse ($T_w < 40$ °C). Par contre, pour des températures plus élevées, le poids de ces échanges devient très important, d'autant plus qu'ils modifient aussi considérablement les propriétés thermiques du sol.

Pour résoudre ce problème et ceux qui nécessitent la prise en compte d'hypothèses plus réalistes (système tridimensionnel, évolution spatiale de C et λ , conditions de températures aux limites complexes...), il est alors nécessaire de chercher une solution par l'intermédiaire d'un modèle numérique.

Cependant, les modèles analytiques de chauffage du sol ne perdent pas leur intérêt, comme le montrent les travaux récents consacrés à la modélisation analytique de l'extraction de chaleur du sol à l'aide de tuyaux enterrés (CLAESSON & DUNAND, 1983).

Par leur facilité d'utilisation et par les possibilités qui sont offertes d'aborder les régimes transitoires, ils devraient donc permettre d'étudier les processus de stockage et de déstockage de chaleur dans le sol qui interviennent dans le fonctionnement de la majorité des serres « solaires ».

Reçu le 26 mai 1983.
Accepté le 12 juin 1984.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Alpert M. E., Van Demark S. C., Fritton D. D., Devalle D. R.**, 1976. Soil temperature and heat loss for a hot water pipe network buried in irrigated soil. *J. Environ. Qual.*, 5 (4), 111-119.
- Baille A., Boulard T.**, 1980. Quelques résultats concernant l'utilisation des rejets thermiques des centrales pour le chauffage du sol par tuyaux enterrés. XIV^e Journées de l'Hydraulique. *Soc. Hydrotechn. Fr.*, Paris, 16-18 septembre 1980, Quest. V, 111-117.
- Boersma L., Ringle J. C., Davis L. R.**, 1974. A systems analysis of the economic utilisation of warm water discharge from power generation stations. *Bull. n° 48*, Eng. Exp. Stn. Oreg. State Univ. Corvallis, 248 p.
- Boulard T., Baille A.**, 1984. Utilisation d'eau à basse température pour le forçage de cultures sous abris. I. Aspects microclimatique et énergétique. *Agronomie*, 4 (3), 213-220.
- Carslaw H. S., Jaeger J. C.**, 1959. *Conduction of heat in solids*. Oxf. Univ. Press, 64-68, 186-190.
- Claesson J., Dunand A.**, 1983. *Heat extraction from the ground by horizontal pipes. A mathematical analysis*. Document 1, Swed. Counc. Build. Res., 215 p.
- De Vries D. A.**, 1975. Heat transfer in soils, 1-28. In D. A. de Vries & N. H. Afgan : « *Heat and mass transfer in the biosphere. I. Transfer processes in plant environment* ». Washington D.C., 1975.
- Hendrick J. H., Havens J. A.**, 1973. Heat transfer models for a subsurface, water pipe, soil warming system. *J. Environ. Qual.*, 2 (2), 188-196.
- Person J. P.**, 1981. *Caractérisation des propriétés thermo-hydrauliques d'un sol non saturé. Application au transfert ou au stockage d'énergie par systèmes enterrés*. Thèse Dr-Ing., Univ. Sci. Médic. Inst. Nat. Polytechn., Grenoble, 155 p.
- Rykbost K. A., Boersma L.**, 1975. Yield response to soil warming. *Agron. J.*, 65 (6), 733-743.