

Stratégies directes et indirectes de régulation adaptative du rejet de perturbations variables à bande étroite appliquées à un Benchmark International

Abraham Castellanos Silva, Tudor-Bogdan Airimitoaie, Ioan Doré Landau, Luc Dugard, Gabriel Buche, Mathieu Noe

▶ **To cite this version:**

Abraham Castellanos Silva, Tudor-Bogdan Airimitoaie, Ioan Doré Landau, Luc Dugard, Gabriel Buche, et al.. Stratégies directes et indirectes de régulation adaptative du rejet de perturbations variables à bande étroite appliquées à un Benchmark International. 2013 - 4èmes Journées Démonstrateurs en Automatique, Jun 2013, Angers, France. pp.n/c. hal-00818209

HAL Id: hal-00818209
https://hal.science/hal-00818209

Submitted on 26 Apr 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Stratégies directes et indirectes de régulation adaptative du rejet de perturbations variables à bande étroite appliquées à un Benchmark International

Abraham CASTELLANOS SILVA[1],Tudor-Bogdan AIRIMITOAIE[1], Ioan Doré LANDAU[1], Luc DUGARD[1], Gabriel BUCHE[1], Mathieu NOE[2]

[1]GIPSA-Lab, 11 rue des Mathématiques, Département d'Automatique BP.46, 38402 Saint Martin d'Heres cedex - France
[2]PAULSTRA SNC (Dept. VIBRACHOC), CE2804 Lisses, 91028 Evry cedex - France

[abraham.castellanos-silva, tudor-bogdan.airimitoaie, ioan-dore.landau, luc.dugard]@gipsa-lab.grenoble-inp.fr

Resumé

Cet article traite le problème de rejet de perturbations variables à bande étroite, et concerne plus particulièrement une étude comparative des performances entre deux approches : une approche de régulation adaptative directe basée sur la paramétrisation de Youla-Kučera et une approche de régulation adaptative indirecte. Ces stratégies sont appliquées à un *benchmark* international qui sert de support pour la comparaison. L'approche directe utilise un filtre à réponse impulsionnelle finie avec le principe du modèle interne tandis que la méthode indirecte est mise en œuvre avec un filtre à réponse infinie en utilisant des filtres coupe-bande. L'approche indirecte introduit les innovations suivantes : (1) l'utilisation de filtres coupe-bande réglés aux fréquences des perturbations et (2) l'identification directe des fréquences du perturbation.

Mots-clés: *Contrôle actif de vibrations, contrôle adaptatif direct et indirect, principe du modèle interne, paramétrisation de Youla-Kučera.*

1 Introduction

Dans le cadre du contrôle actif de vibrations, un *benchmark* international a été proposé par l'équipe du GIPSA-Lab à Grenoble [**?**]. Dans ce benchmark, l'objectif est le rejet de perturbations à bande étroite inconnues et variables dans le temps. L'objectif scientifique du benchmark est d'évaluer des méthodes existantes et disponibles qui peuvent être appliquées dans le domaine du contrôle actif de vibrations et du contrôle de bruit.

Comme les perturbations du système sont inconnues et variantes, il est nécessaire d'utiliser une approche adaptative. Deux approches sont utilisées pour relever le défi imposé par le benchmark, l'approche directe et l'approche indirecte.

Les schémas de régulation adaptative directe, via la paramétrisation de Youla-Kučera (YK) du contrôleur et le principe du modèle interne (PIM), ont été utilisés avec succès dans un certain nombre d'applications ([**?**, **?**]. C'est un schéma simple qui offre d'excellents temps d'adaptation. Cette approche permet l'utilisation d'un régulateur central fixe qui introduit non seulement la robustesse mais permet aussi l'incorporation du modèle de perturbation sans changer les pôles de la boucle fermée. Un inconvénient de cette approche est qu'elle introduit des atténuations significatives reflétées dans la fonction du sensibilité de sortie, causant ainsi des amplifications dans d'autres régions de fréquence (effet de vases communicants ou waterbed effect en anglais).

La seconde approche, indirecte, utilise des filtres coupe-bande pour obtenir un certain niveau d'atténuation. Cette atténuation est obtenue par la mise en forme (*shaping*) de la fonction de sensibilité de sortie. Fondamentalement, le numérateur des filtres est mis en œuvre sur le contrôleur tandis que le dénominateur est considéré comme faisant partie des pôles en boucle fermée (pour plus de détails, voir [**?**]). Jusqu'à présent, il n'existe pas de procédure d'adaptation directe connue pour adapter ces filtres, une approche indirecte a donc été envisagée. Pour sa mise en œuvre, il est nécessaire de connaître la fréquence de la perturbation, de sorte que ces fréquences sont estimées par une méthode directe basée sur des filtres coupe-bande adaptatifs.

L'article présente les deux approches pour résoudre le problème du benchmark, l'amélioration des aspects de conception et la comparaison des résultats obtenus.

Le papier est organisé comme suit : la Section 2 présente le procédé utilisé (pour le benchmark) et la structure du contrôleur dans le contexte de la paramétrisation YK. L'approche adaptative directe est décrite à la Section 3. La méthode de régulation adaptative indirecte est présentée dans la Section 4. La Section 5 discute brièvement de la conception du contrôleur central et les résultats expérimentaux comparatifs pour les deux méthodes sont donnés dans la Section 6. Les remarques finales sont présentées à la Section 7.

2 Présentation du procédé et de la structure du contrôleur

Le modèle linéaire invariant en temps discret du procédé, appelé également *voie secondaire*, et utilisé pour calculer et appliquer le signal de commande, est donné par :

$$G(z^{-1}) = \frac{z^{-d}B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{z^{-d}\left(b_1 z^{-1} + \cdots + b_{n_B} z^{-n_B}\right)}{1 + a_1 z^{-1} + \cdots + a_{n_A} z^{-n_A}}, \tag{1}$$

où d est le retard temporel pur du système en nombre de périodes d'échantillonnage. La variable complexe z^{-1} est utilisée pour caractériser le comportement du système dans le domaine fréquentiel alors que l'opérateur de retard q^{-1} est utilisé pour l'analyse dans le domaine temporel.

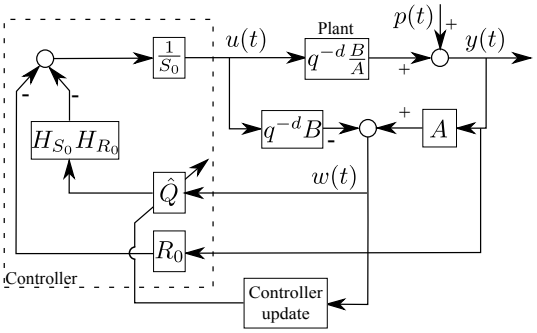


FIG. 1 – Système de régulation adaptative directe pour le rejet des perturbations inconnues

La sortie du système $y(t)$ et l'entrée $u(t)$ en boucle fermée avec le contrôleur central peuvent être écrites comme (pour le schéma équivalent en Fig. 1 prendre $\hat{Q} = 0$) :

$$y(t) = \frac{q^{-d}B(q^{-1})}{A(q^{-1})} \cdot u(t) + p(t), \tag{2}$$

$$S_0(q^{-1}) \cdot u(t) = -R_0(q^{-1}) \cdot y(t). \tag{3}$$

Dans l'éq. (2), le signal $p(t)$ représente l'effet des perturbations sur la sortie[1] mesurée et $R_0(z^{-1})$,

[1] La perturbation traverse une *voie primaire*, non représentée sur cette figure, dont $p(t)$ est la sortie.

$S_0(z^{-1})$ sont des polynômes en z^{-1} ayant les expressions suivantes[2] :

$$S_0 = 1 + s_1^0 z^{-1} + \ldots + s_{n_S}^0 z^{-n_S} = S_0'(z^{-1}) \cdot H_{S_0}(z^{-1}), \tag{4}$$

$$R_0 = r_0^0 + r_1^0 z^{-1} + \ldots + r_{n_R}^0 z^{-n_R} = R_0'(z^{-1}) \cdot H_{R_0}(z^{-1}), \tag{5}$$

où $H_{S_0}(q^{-1})$ et $H_{R_0}(q^{-1})$ représentent des éléments pré-déterminées du contrôleur (par exemple utilisés pour incorporer le modèle interne d'une perturbation ou pour ouvrir la boucle à certaines fréquences) et $S_0'(q^{-1})$ et $R_0'(q^{-1})$ sont calculés.

Nous définissons la fonction de sensibilité de sortie (la fonction de transfert entre la perturbation $p(t)$ et la sortie du système $y(t)$) comme :

$$S_{yp}(z^{-1}) = \frac{A(z^{-1})S_0(z^{-1})}{P_0(z^{-1})} \tag{6}$$

et la fonction de sensibilité d'entrée (la fonction de transfert entre la perturbation $p(t)$ et l'entrée de commande $u(t)$) par :

$$S_{up}(z^{-1}) = -\frac{A(z^{-1})R_0(z^{-1})}{P_0(z^{-1})}, \tag{7}$$

où

$$P_0(z^{-1}) = A(z^{-1})S_0(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})R_0(z^{-1}), \tag{8}$$

est le polynôme caractéristique qui spécifie les pôles en boucle fermée souhaités du système (voir également [**?**]). Il est important de remarquer que l'on devrait seulement rejeter les perturbations situées dans les régions de fréquences où le modèle du procédé a assez de gain. Ceci peut être vu en regardant l'eq. (6) et en remarquant que le rejet parfait à une certaine fréquence ω_0 est obtenu si et seulement si $S_0(e^{-j\omega_0}) = 0$. Mais à partir de l'eq. (7) on peut voir que le module de la fonction de sensibilité d'entrée à cette fréquence est donnée par

$$|S_{up}(e^{-j\omega_0})| = |\frac{A(e^{-j\omega_0})}{B(e^{-j\omega_0})}|.$$

Le module de la fonction de sensibilité d'entrée à cette fréquence est égal à l'inverse du gain du procédé à cette fréquence. Par conséquent, un faible gain du procédé implique que la robustesse contre les incertitudes additives du procédé est réduite et la contrainte appliquée sur l'actionneur va devenir importante. En outre, il peut être observé que de graves problèmes se produisent si $B(z^{-1})$ a des zéros complexes proches du cercle unité à des fréquences où une atténuation importante de perturbations est introduite. Il faut donc éviter d'atténuer des perturbations à ces fréquences là [**?**]. Dans cet article, la paramétrisation de Youla-Kučera ([**?**],[**?**]) est utilisée. En supposant une représentation généralisée du filtre de réponse impulsionnelle infinie (IIR) Q adaptatif

$$Q(z^{-1}) = \frac{B_Q(z^{-1})}{A_Q(z^{-1})}, \tag{9}$$

les polynômes du régulateur sont

$$R = R_0 A_Q + A B_Q H_{S_0} H_{R_0}, \tag{10}$$

$$S = S_0 A_Q - z^{-d} B B_Q H_{S_0} H_{R_0}, \tag{11}$$

où R_0 et S_0 définissent le contrôleur central qui vérifie les spécifications souhaitées en l'absence de la perturbation. Le polynôme caractéristique de la boucle fermée devient alors

$$P = A_Q \left(A S_0 + z^{-d} B R_0 \right). \tag{12}$$

[2] L'argument z^{-1} sera omis dans certaines des équations suivantes pour les rendre plus compactes.

3 Régulation adaptative directe du rejet de perturbation

Cette section présente le système de contrôle adaptatif direct ([**?**, **?**]) qui sera utilisé pour le benchmark. Un aspect clé de cette méthode est l'utilisation du PIM. Il est supposé que $p(t)$ est une perturbation déterministe modélisée par

$$p(t) = \frac{N_p(q^{-1})}{D_p(q^{-1})} \cdot \delta(t), \tag{13}$$

où $\delta(t)$ est une impulsion de Dirac discrete et N_p, D_p sont des polynômes premiers entre eux de degrés n_{N_p} et n_{D_p}, respectivement[3].

Principe du modèle interne : L'effet de la perturbation donnée en (13) sur la sortie

$$y(t) = \frac{A(q^{-1})S(q^{-1})}{P(q^{-1})} \cdot \frac{N_p(q^{-1})}{D_p(q^{-1})} \cdot \delta(t), \tag{14}$$

où $D_p(z^{-1})$ est un polynôme ayant des racines sur le cercle unité et $P(z^{-1})$ un polynôme asymptotiquement stable, s'annule asymptotiquement si et seulement si le polynôme $S(z^{-1})$ dans le contrôleur RS, a la forme (sur la base de l'équation (4))

$$S(z^{-1}) = D_p(z^{-1})H_{S_0}(z^{-1})S'(z^{-1}). \tag{15}$$

Ainsi, la partie pré-spécifiée de $S(z^{-1})$ doit être choisie comme $H_S(z^{-1}) = D_p(z^{-1})H_{S_0}(z^{-1})$ et le contrôleur peut être calculé, dans un système adaptatif indirect, par la résolution de l'équation de Bezout

$$P = AD_pH_{S_0}S' + z^{-d}BH_{R_0}R', \tag{16}$$

où les polynômes P, D_p, A, B, H_{R_0}, H_{S_0} et le retard d sont donnés[4]. Aux fins de la régulation adaptative directe, $Q(z^{-1})$ est considéré comme un filtre à réponse impulsionnelle finie (FIR) ($A_Q(z^{-1}) = 1$ et $Q(z^{-1}) = B_Q(z^{-1})$)

$$Q(z^{-1}) = q_0 + q_1z^{-1} + \ldots + q_{n_Q}z^{-n_Q}. \tag{17}$$

Pour calculer $Q(z^{-1})$ de façon à ce que le polynôme $S(z^{-1})$ donné par (11) intègre le modèle interne de la perturbation (15), il faut résoudre l'équation diophantienne

$$S'D_p + z^{-d}BH_{R_0}Q = S'_0, \tag{18}$$

où D_p, d, B, S'_0 et H_{R_0} sont connus et S' et Q sont inconnus. Eq. (18) a une solution unique pour S' et Q avec : $n_{S'_0} \leq n_{D_p} + n_B + d + n_{H_{R_0}} - 1$, $n_{S'} = n_B + d + n_{H_{R_0}} - 1$, $n_Q = n_{D_p} - 1$. On voit que l'ordre de n_Q du polynôme Q dépend de la structure du modèle de perturbation. L'utilisation de la paramétrisation YK, avec Q donné en (17), est intéressante dans le cas présent car elle permet de maintenir les pôles en boucle fermée tels que ceux donnés par le contrôleur central, mais en même temps d'introduire les paramètres du modèle interne dans le régulateur. Pour construire l'algorithme d'adaptation paramétrique (AAP), on doit d'abord trouver une *équation d'erreur* (voir [**?**, **?**, **?**]). Avec la Q-paramétrisation, la sortie du système en présence d'une perturbation peut être exprimée par

$$y(t) = \frac{S_0 - q^{-d}BH_{S_0}H_{R_0}Q}{P} \cdot w(t), \tag{19}$$

[3] Dans ce document, n_X représente le degré du polynôme X.

[4] Bien sûr, il est supposé que D_p et B n'ont pas de facteurs communs.

où $w(t)$ est donnée par (voir aussi la figure 1)

$$w(t) = \frac{AN_p}{D_p} \cdot \delta(t) = A \cdot y(t) - q^{-d} \cdot B \cdot u(t). \tag{20}$$

L'adaptation de Q étant faite pour obtenir un signal de sortie $y(t)$, qui tend asymptotiquement vers zéro, on peut définir $\varepsilon^0(t+1)$ comme la valeur de $y(t+1)$ obtenue par $\hat{Q}(t,q^{-1})$ (l'estimation de Q au temps t, écrit également $\hat{Q}(t)$)

$$\varepsilon^0(t+1) = \frac{S_0}{P} \cdot w(t+1) - \hat{Q}(t)\frac{q^{-d}B^*H_{S_0}H_{R_0}}{P} \cdot w(t). \tag{21}$$

De même, l'erreur *a posteriori* devient (en utilisant $\hat{Q}(t+1)$)

$$\varepsilon(t+1) = \frac{S_0}{P} \cdot w(t+1) - \hat{Q}(t+1)\frac{q^{-d}B^*H_{S_0}H_{R_0}}{P} \cdot w(t). \tag{22}$$

En remplaçant S_0 dans la dernière équation par (4) et (18), on obtient

$$\varepsilon(t+1) = [Q - \hat{Q}(t+1)] \cdot \frac{q^{-d}B^*H_{S_0}H_{R_0}}{P} \cdot w(t) + v(t+1), \tag{23}$$

où $v(t) = \frac{S'D_pH_{S_0}}{P} \cdot w(t) = \frac{S'H_{S_0}AN_p}{P} \cdot \delta(t)$ est un signal qui tend asymptotiquement vers zéro. Définissons le polynôme estimé $\hat{Q}(t,q^{-1}) = \hat{q}_0(t) + \hat{q}_1(t)q^{-1} + \ldots + \hat{q}_{n_Q}(t)q^{-n_Q}$ et le vecteur associé des paramètres estimés $\hat{\theta}(t) = [\hat{q}_0(t)\ \hat{q}_1(t)\ \ldots\ \hat{q}_{n_Q}(t)]^T$. Définissons le vecteur de paramètres fixes $\theta = [q_0\ q_1\ \ldots\ q_{n_Q}]^T$ correspondant à la valeur optimale du polynôme Q.

Dénotons

$$w_2(t) = \frac{q^{-d}B^*H_{S_0}H_{R_0}}{P} \cdot w(t) \tag{24}$$

et définissons le vecteur d'observation suivant

$$\phi^T(t) = [w_2(t)\ w_2(t-1)\ \ldots\ w_2(t-n_Q)]. \tag{25}$$

L'éq. (23) devient

$$\varepsilon(t+1) = [\theta^T - \hat{\theta}^T(t+1)] \cdot \phi(t) + v(t+1). \tag{26}$$

On peut remarquer que $\varepsilon(t+1)$ correspond à une erreur d'adaptation *a posteriori* ([**?**]).

De l'éq. (21), on obtient une erreur d'adaptation *a priori*

$$\varepsilon^0(t+1) = w_1(t+1) - \hat{\theta}^T(t)\phi(t), \tag{27}$$

avec

$$w_1(t+1) = \frac{S_0(q^{-1})}{P(q^{-1})} \cdot w(t+1), \tag{28}$$

$$w(t+1) = A(q^{-1}) \cdot y(t+1) - q^{-d}B^*(q^{-1}) \cdot u(t), \tag{29}$$

où $B(q^{-1})u(t+1) = B^*(q^{-1})u(t)$.

L'erreur d'adaptation *a posteriori* est obtenue à partir de l'éq. (21)

$$\varepsilon(t+1) = w_1(t+1) - \hat{\theta}^T(t+1)\phi(t). \tag{30}$$

Pour l'estimation des paramètres de $\hat{Q}(t,q^{-1})$ l'AAP suivant est utilisé ([**?**]) :

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + F(t)\phi(t)\varepsilon(t+1), \tag{31}$$

$$\varepsilon(t+1) = \frac{\varepsilon^0(t+1)}{1+\phi^T(t)F(t)\phi(t)}, \tag{32}$$

$$\varepsilon^0(t+1) = w_1(t+1) - \hat{\theta}^T(t)\phi(t), \tag{33}$$

$$F(t+1) = \frac{1}{\lambda_1(t)}\left[F(t) - \frac{F(t)\phi(t)\phi^T(t)F(t)}{\frac{\lambda_1(t)}{\lambda_2(t)} + \phi^T(t)F(t)\phi(t)}\right], \tag{34}$$

$$1 \geq \lambda_1(t) > 0,\ 0 \leq \lambda_2(t) < 2, \tag{35}$$

où les paramètres de synthèse $\lambda_1(t),\ \lambda_2(t)$ permettent d'obtenir divers profils pour l'évolution du gain matriciel d'adaptation $F(t)$ (voir détails [**?**, **?**]).

4 Régulation adaptative indirecte fondée sur des filtres coupe-bande pour l'atténuation des perturbations

Le but de cette méthode est de permettre la possibilité de choisir l'atténuation souhaitée et la bande passante de l'atténuation pour chacune des perturbations à bande étroite estimées. C'est le principal avantage par rapport aux méthodes classiques du modèle interne qui, dans le cas de plusieurs perturbations à bande étroite, à cause de l'annulation complète des perturbations, peuvent conduire à des valeurs inacceptables du module de la fonction de sensibilité de sortie en dehors des régions d'atténuation.

Dans cette section, une technique de mise en forme de la fonction de sensibilité de sortie pour la compensation de perturbation à bande étroite est présentée. La conception utilise des filtres coupe-bande pour formater la fonction de sensibilité de sortie. D'après [**?**, **?**], il existe des filtres numériques[5] $\frac{H_{S_i}}{P_{F_i}}$ qui assureront l'atténuation désirée d'une perturbation à bande étroite ($i \in \{1,\ldots,n\}$ et $n = \frac{n_{D_p}}{2}$ de la section précédente).

La structure des filtres coupe-bande (FCB) est

$$\frac{S_{FCB_i}(z^{-1})}{P_{FCB_i}(z^{-1})} = \frac{1+\beta_1^i z^{-1} + \beta_2^i z^{-2}}{1+\alpha_1^i z^{-1} + \alpha_2^i z^{-2}}, \tag{36}$$

résultant de la discrétisation d'un filtre continu (voir aussi [**?**, **?**])

$$F_i(s) = \frac{s^2 + 2\zeta_{n_i}\omega_i s + \omega_i^2}{s^2 + 2\zeta_{d_i}\omega_i s + \omega_i^2} \tag{37}$$

en utilisant la transformation bilinéaire. Ce filtre présente une atténuation de $M_i = -20\cdot\log_{10}\left(\frac{\zeta_{n_i}}{\zeta_{d_i}}\right)$ à la fréquence ω_i. Des valeurs positives de M_i dénotent des atténuations ($\zeta_{n_i} < \zeta_{d_i}$) et les valeurs négatives dénotent des amplifications ($\zeta_{n_i} > \zeta_{d_i}$)[6].

Sous l'hypothèse que les paramètres du modèle du procédé sont constants et que l'identification peut être faite de façon précise, une estimation fiable $\hat{p}(t)$ du signal de perturbation peut être obtenue à l'aide de l'observateur de perturbation

$$\hat{p}(t+1) = y(t+1) - q^{-d}\frac{B^*(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(t). \tag{38}$$

[5] Les numérateurs de ces filtres seront mis en œuvre dans le contrôleur tandis que les dénominateurs définiront les pôles en boucle fermée supplémentaires.

[6] Pour les fréquences inférieures $0.17 f_s$ (f_s est la fréquence d'échantillonnage), la conception des filtres peut se faire directement en temps discret avec une très bonne précision ([**?**]).

Le signal $\hat{p}(t)$ peut alors être utilisé pour estimer les fréquences pic avec des filtres en peigne adaptatifs décrits par des filtres IIR de type $\frac{A^f(q^{-1})}{A^f(\rho q^{-1})}$, où $A^f(q^{-1})$ a une forme symétrique en miroir et $0 < \rho < 1$ est un scalaire généralement choisi proche de 1 (voir également pour plus de détails [**?**, **?**]).

Remarque : les paramètres de conception pour chaque FCB sont l'atténuation souhaitée (M_i), la fréquence centrale du filtre ($\hat{\omega}_i$) et l'amortissement du dénominateur (ζ_{d_i}). L'amortissement du dénominateur est utilisé pour ajuster la largeur de bande de fréquence du FCB. Pour les très petites valeurs de la largeur de bande de fréquence, l'influence des filtres sur les fréquences autres que celles définies par $\hat{\omega}_i$ est négligeable. Ainsi, le nombre de FCB et conséquemment celui des perturbations à bande étroite pouvant être compensées, peut être aussi grand que nécessaire[7].

Pour n perturbations à bande étroite, n FCB seront utilisés

$$H_{FCB}(z^{-1}) = \frac{S_{FCB}(z^{-1})}{P_{FCB}(z^{-1})} = \frac{\prod_{i=1}^{n} S_{FCB_i}(z^{-1})}{\prod_{i=1}^{n} P_{FCB_i}(z^{-1})}. \tag{39}$$

$S(z^{-1})$ et $R(z^{-1})$ sont obtenus sous forme de solutions de l'équation de Bezout $P(z^{-1}) = A(z^{-1})S(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})R(z^{-1})$, où $R(z^{-1}) = H_R(z^{-1})R'(z^{-1})$, $S(z^{-1}) = H_S(z^{-1})S'(z^{-1})$, et $P(z^{-1})$ est donné par $P(z^{-1}) = P_0(z^{-1})P_{FCB}(z^{-1})$.

Dans la dernière équation, P_{FCB} est le dénominateur combiné de tous les FCB, (39) et P_0 a été défini dans l'éq. (8). La partie fixe du dénominateur H_S du contrôleur est à son tour factorisée

$$H_S(z^{-1}) = S_{FCB}(z^{-1})H_{S_0}(z^{-1}), \tag{40}$$

où S_{FCB} est le numérateur combiné des FCB, (39) et H_{S_0} a été introduit dans l'éq. (4), tandis que la partie fixe de R reste celle fixée par le contrôleur central, $H_R = H_{R_0}$. Il est facile de voir que la fonction de sensibilité de sortie devient

$$S_{yp}(z^{-1}) = \frac{A(z^{-1})S'(z^{-1})H_{S_0}(z^{-1})S_{FCB}(z^{-1})}{P_0(z^{-1})P_{FCB}(z^{-1})} \tag{41}$$

et l'effet de mise en forme des FCB sur les fonctions de sensibilité est évidente.

Les inconnues S' et R' sont des solutions de

$$\begin{aligned} P(z^{-1}) =& P_0(z^{-1})P_{BSF}(z^{-1}) = A(z^{-1})H_S(z^{-1})S'(z^{-1}) + \\ &+ z^{-d}B(z^{-1})H_{R_0}(z^{-1})R'(z^{-1}) \end{aligned} \tag{42}$$

et peuvent être calculées en mettant l'éq. (42) sous forme d'équation matricielle (voir aussi [**?**]). La taille de la matrice utilisée pour la résolution est donnée par

$$n_{Bez} = n_A + n_B + d + n_{H_{S_0}} + n_{H_{R_0}} + 2 \cdot n - 1, \tag{43}$$

où n_A, n_B et d sont respectivement l'ordre de dénominateur, du numérateur et le retard du modèle du procédé (donnés en (1)), et $n_{H_{S_0}}$ $n_{H_{R_0}}$ sont les ordres de $H_{S_0}(z^{-1})$ et $H_{R_0}(z^{-1})$ respectivement, n étant le nombre de perturbations à bande étroite. L'éq. (42) a une solution de degré minimal unique pour les S' et R', si $n_P \leq n_{Bez}$, où n_P est l'ordre du polynôme caractéristique pré-spécifié $P(q^{-1})$. En outre, il peut être vu à partir des éq. (42) et (40) que les ordres minimaux de S' et R' sont :

$$n_{S'} = n_B + d + n_{H_{R_0}} - 1, \quad n_{R'} = n_A + n_{H_{S_0}} + 2 \cdot n - 1. \tag{44}$$

Notons que pour les applications en temps réel, l'équation diophantienne (42) doit être résolue soit à chaque instant d'échantillonnage (fonctionnement adaptatif) soit à chaque fois qu'un changement dans les fréquences de la perturbation à bande étroite survient (opération d'auto-tuning).

[7] Bien sûr, il s'agit d'un compromis entre l'atténuation imposée et le nombre de perturbations à bande étroite.

La complexité de calcul liée à l'équation de Bezout (42) est significative. Dans cette section, nous montrons comment la charge de calcul de l'algorithme peut être réduite en utilisant la paramétrisation YK.

Le FCB (39) doit être calculé sur la base des fréquences estimées du signal à bande étroite multiple. L'objectif est de mettre en œuvre la méthode de calcul décrite ci-dessus en utilisant une paramétrisation de Youla-Kučera autour d'un contrôleur central défini par les éq. (4), (5) et (8).

Une paramétrisation IIR Youla-Kučera (voir (9)) peut offrir les caractéristiques souhaitées pour le rejet de perturbation en maintenant également les parties fixes du contrôleur nominal ($H_{R_0}(z^{-1})$ and $H_{S_0}(z^{-1})$) ; il est utilisé par la suite. A cet effet, les polynômes du régulateur sont factorisés comme dans les équations (10) et (11), où $A_Q(z^{-1})$ est choisi comme le dénominateur cumulé des FCB, $P_{FCB}(z^{-1})$. D'autre part, $B_Q(z^{-1})$ est calculé de sorte qu'il permet d'introduire les numérateurs FCB dans la partie fixe de $S(z^{-1})$, comme dans l'éq. (40). Tenant compte de l'éq. (11), ceci équivaut à trouver $B_Q(z^{-1})$ à partir de l'équation de Bezout

$$S'_0 P_{BSF} = S_{BSF} S' + q^{-d} B H_{R_0} B_Q, \tag{45}$$

où le terme commun $H_{S_0}(z^{-1})$ a été éliminé.

Dans cette dernière équation, les seules inconnues sont $S'(z^{-1})$ et $B_Q(z^{-1})$. Il s'agit donc d'une équation de Bezout qui peut être résolue en trouvant la solution d'une équation matricielle de dimension $n_{BezYK} = n_B + d + n_{H_{R_0}} + 2 \cdot n - 1$. Comme on peut le constater, la taille de la nouvelle équation de Bezout est réduite par rapport à celle de l'é. (43) par $n_A + n_{H_{S_1}}$. Pour les systèmes de grande dimension, ceci a une influence significative sur le temps de calcul (dans la Section 6, $n_A = 23$, $n_B = 26$, $n \in \{2,3\}$, $n_{H_{R_0}} = 2$, $n_{H_{S_0}} = 0$, et $d = 0$). Le contrôleur nominal, étant une solution unique et de degré minimal, satisfait à $n_{S'_0} = n_B + d + n_{H_{R_0}} - 1$. En ajoutant $2 \cdot n$ aux deux côtés de cette dernière équation, on obtient $n_{S'_0} + 2 \cdot n = 2 \cdot n + n_B + d + n_{H_{R_0}} - 1$, ce qui signifie que la solution de l'équation de Bezout simplifiée (45) est unique et de degré minimal. En outre, l'ordre du filtre FIR B_Q est égal à $2 \cdot n - 1$.

5 Synthèse du contrôleur central

Le contrôleur central, présenté dans les éq. (10) et (11), est un élément clé pour les deux synthèses. Son principal objectif est d'assurer la robustesse du système en boucle fermée pour toute la gamme de fréquence des perturbations, ce qui n'est pas négligeable, compte tenu des spécifications de contrôle du benchmark et des caractéristiques fréquentielles du système. En tant que tel, pour la régulation adaptative directe, un contrôleur PIM a été conçu pour chaque niveau de la référence et la complexité du contrôleur résultant devait être augmentée avec le nombre de perturbations à bande étroite qui devaient être atténuées. Dans le cas de la conception FCB, un seul contrôleur central a été utilisé pour les trois niveaux du benchmark, la robustesse en boucle fermée pouvant être satisfaite plus facilement.

Pour tous les contrôleurs centraux, les étapes suivantes de la conception sont communes. Tout d'abord, afin de préserver la robustesse et la dynamique en boucle ouverte, tous les pôles du système sont conservés (système stable). Ensuite, les parties fixes sont introduites dans le polynôme numérateur du contrôleur central, $R_0(z^{-1})$, pour l'ouverture de la boucle à $0f_s$ et $0.5f_s$. Aucune partie fixe n'a été considéré pour $S_0(z^{-1})$.

Spécifiquement pour la conception du contrôleur central utilisant le PIM, il a été constaté que l'introduction de certains pôles de résonance auxiliaires fixes avec un amortissement faible, pouvait minimiser l'influence du régulateur adaptatif PIM en dehors des fréquences d'atténuation, contribuant ainsi à améliorer la robustesse du système. Près de la région de fréquence d'intérêt, 50 à 95 Hz, le système dispose de deux paires de zéros complexes faiblement amortis, l'un à $45,6$ et l'autre à $98,5$ Hz. Pour maintenir la robustesse en présence de perturbations proches des

limites de la région, des pôles complexes auxiliaires doivent être mis en place. Leurs coefficients d'amortissement doivent être choisis de manière à ce que l'effet de la méthode de rejet n'est pas éliminé, juste atténué.

La conception du contrôleur principal pour la régulation adaptative indirecte en utilisant les FCB est plus facile. Le niveau d'atténuation est spécifié directement dans la conception des FCB qui sont de type IIR, introduisant ainsi des pôles en boucle fermée. Ces pôles agissent comme des pôles supplémentaires qui ont dû être apportés pour chaque contrôleur central dans le schéma basé sur le PIM.

6 Résultats expérimentaux

Les spécifications du benchmark (voir [**?**, **?**]) considèrent trois niveaux en termes de nombre de perturbations à bande étroite à atténuer. Pour chaque niveau, il y a trois types d'essais pour lesquels des spécifications de performance doivent être atteintes. La première série d'essais concerne l'atténuation globale (GA en dB), l'atténuation des perturbations (DA en dB), l'amplification maximale (MA en dB) en dehors des fréquences d'atténuation (ces quantités sont évaluées une fois l'adaptation effectuée), la valeur maximale (MV en volts) pendant le transitoire, une mesure de la norme H_2 tronquée de l'erreur lors du transitoire (N^2T), et après le transitoire de l'adaptation (N^2R) et finalement la durée du transitoire exprimée comme le rapport entre les normes des instants 7 à 10 ($N^2T(7:10)$) secondes et de 17 à 20 secondes ($N^2T(17:20)$). La deuxième série d'essais concerne l'évaluation des performances pour des changements en échelon des fréquences et la troisième considère l'évaluation des performances lorsque les perturbations sont des signaux de fréquence continûment variables.

Les deux schémas adaptatifs, appelés par la suite DPIM (régulation adaptative directe à l'aide du PIM) et IFCB (régulation adaptative indirecte en utilisant les FCB), ont été évalués en simulation et en temps réel. Par manque de place, seuls les résultats expérimentaux pour le troisième niveau sont présentés dans une étude comparative dans cette section. Tous les autres résultats peuvent être consultés sur le site dédié à la référence [**?**].

6.1 Résultats pour le niveau 3

Les résultats pour le test avec un échelon simple sont donnés dans la figure 2. Les spécifications du benchmark sont pratiquement remplies par les deux algorithmes par rapport à l'atténuation de perturbation et à l'amplification maximum (résultats légèrement meilleurs résultats pour IFCB). Les objectifs globaux d'atténuation sont entièrement atteints. Les figures 3 et 4 montrent la densité spectrale de puissance (DSP) estimée obtenue par IFCB et DPIM pour le cas de trois perturbations à bande étroite avec des fréquences de $[60, 75, 90]$ Hz, respectivement. Le comportement de IFCB est légèrement meilleur que celui de DPIM.

Le Tableau 1 résume les résultats pour le test des changements de fréquence en échelon. On peut voir que les deux algorithmes satisfont les spécifications de MV (≤ 0.1 V).

Les figures 5 et 6 montrent les réponses temporelles des deux approches pour un test à une seul échelon (haut), pour un changement en échelon en utilisant la première séquence de perturbation du Tableau 1 (milieu), et pour un test avec changement progressif (chirp) (bas). On peut remarquer que l'algorithme IFCB est meilleur que DPIM par rapport aux tests avec des changements en échelon dans la fréquence et progressifs (chirp).

La spécification de performance transitoire du benchmark est l'exigence que la durée transitoire en présence de perturbation, soit inférieure à 2 sec. Les détails de la procédure de mesure se trouvent dans [**?**]. Un indicateur de référence sur la satisfaction (BSI) a été mis en place pour évaluer le comportement transitoire des algorithmes. Pour IFCB, on obtient un BSI_{Trans} de 100%,

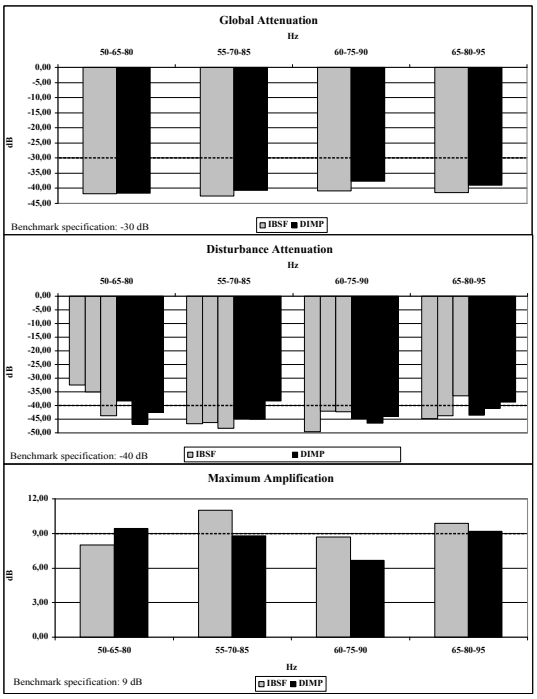


FIG. 2 – Résultats pour un échelon simple Niveau 3

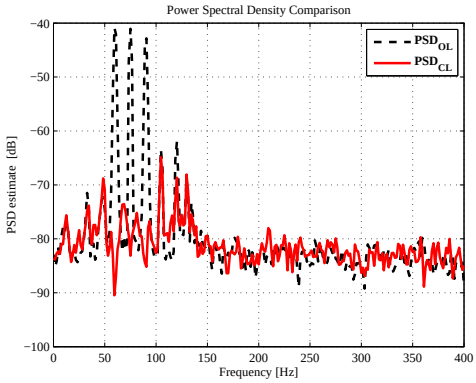


FIG. 3 – DSP du résultat pour IBSF à $[60, 75, 90]$ Hz.

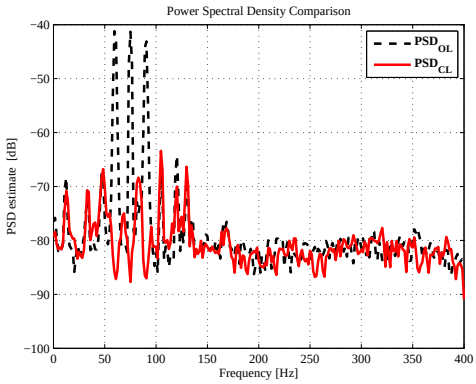


FIG. 4 – DSP du résultat pour DIMP à $[60, 75, 90]$ Hz.

tandis que pour le DPIM il est de $99,50\%$. La différence souligne ici l'avantage de l'algorithme IFCB.

TAB. 1 – Résultats - Changement en échelon Niveau 3

Séquence 1	IBSF		DIMP	
	N^2T	MV [mV]	N^2T	MV [mV]
$[55,70,85] \rightarrow [60,75,90]$ Hz	97.33	65.06	235.74	62.10
$[60,75,90] \rightarrow [55,70,85]$ Hz	86.38	64.84	208.75	55.69
$[55,70,85] \rightarrow [50,65,80]$ Hz	103.87	62.61	242.60	59.61
$[50,65,80] \rightarrow [55,70,85]$ Hz	115.15	68.74	235.63	76.77
Séquence 2	N^2T	MV [mV]	N^2T	MV [mV]
$[60,75,90] \rightarrow [65,80,95]$ Hz	96.45	57.76	275.33	64.50
$[65,80,95] \rightarrow [60,75,90]$ Hz	100.68	61.44	225.24	56.83
$[60,75,90] \rightarrow [55,70,85]$ Hz	85.00	61.44	196.53	51.93
$[55,70,85] \rightarrow [60,75,90]$ Hz	96.50	63.57	183.17	54.69

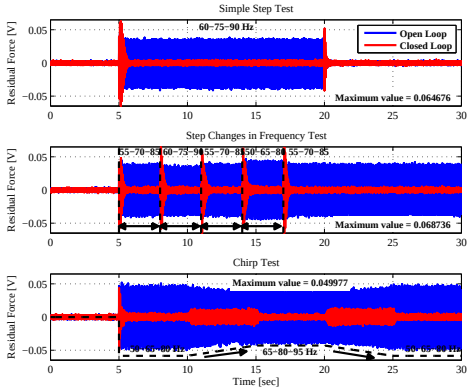


FIG. 5 – Résultats de réponse temporelle pour le niveau 3 - IBSF.

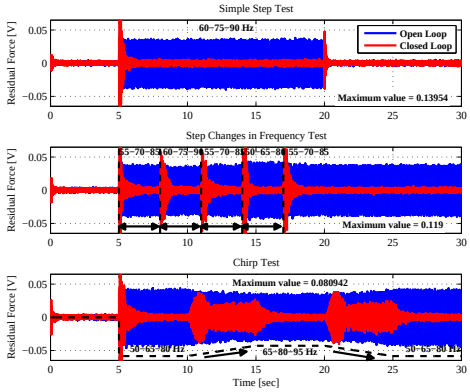


FIG. 6 – Résultats de réponse temporelle pour le niveau 3 - DIMP.

7 Conclusions

Deux algorithmes adaptatifs de rejet de multiples perturbations à bande étroite présentés dans ce travail ont été évalués expérimentalement. À partir d'une étude comparative des résultats de ces deux méthodes, on peut conclure que l'approche indirecte donne, dans l'ensemble, des résultats légèrement meilleurs que l'approche directe, compte tenu de la possibilité d'ajuster facilement les FCB pour améliorer la robustesse en boucle fermée. Cependant, la complexité de calcul est en faveur de l'approche directe qui est beaucoup moins exigeante en temps calcul.