



## Jugement majoritaire vs. vote majoritaire

Michel Balinski, Rida Laraki

► **To cite this version:**

| Michel Balinski, Rida Laraki. Jugement majoritaire vs. vote majoritaire. 2012. hal-00760250

**HAL Id: hal-00760250**

**<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00760250>**

Submitted on 3 Dec 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



---

**ÉCOLE POLYTECHNIQUE**  
CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

---

**JUGEMENT MAJORITAIRE VS. VOTE MAJORITAIRE**

(via les Présidentielles 2011-2012)

Michel BALINSKI  
Rida LARAKI

Cahier n° 2012-37

---

**DEPARTEMENT D'ECONOMIE**

Route de Saclay  
91128 PALAISEAU CEDEX  
(33) 1 69333033  
<http://www.economie.polytechnique.edu/>  
<mailto:chantal.poujouly@polytechnique.edu>

---

# Jugement Majoritaire vs. Vote Majoritaire

(via les Présidentielles 2011-2012)

Michel Balinski et Rida Laraki

CNRS, Ecole Polytechnique

## Sommaire.

Cet article met en évidence les lacunes du scrutin majoritaire à un ou à deux tours en théorie et en pratique, se reposant sur l'histoire récente des élections présidentielles françaises et de résultats expérimentaux. Et il propose un remède : plus d'information doit être demandée aux électeurs et le sens de la « majorité » doit être reformulé.

## Introduction

L'élection est le cœur de la démocratie. Les citoyens sont invités à exprimer – en principe – librement et d'une façon égale leurs opinions. Le gagnant est – en principe – le candidat le mieux apprécié par la « majorité ».

Un mode de scrutin détermine les règles qui agrègent les diverses opinions individuelles en une décision collective. Il spécifie la façon dont les électeurs expriment leurs opinions à travers le bulletin de vote. Il précise comment ces avis sont comptabilisés pour désigner le gagnant et le classement. En fait, il *mesure* les rapports de pouvoir entre les candidats.

Un grand nombre de méthodes a été inventé à travers les siècles. L'histoire commence en antiquité – où les Grecs et les Romains avaient l'habitude de tirer leurs élus au sort – sinon plus tôt. L'étude scientifique des modes de scrutin a commencé quelque peu avant la révolution Française, par Le Marquis de Condorcet [1785] et Le Chevalier de Borda [1781]. Ils ont proposé, chacun, une méthode à leur nom. Il a été découvert récemment qu'elles avaient été proposées des siècles auparavant, celle de Condorcet par Ramon Llull en 1299, celle de Borda par Nicolas Cusanus en 1433.

Depuis, les théoriciens du choix social étudient et caractérisent différentes méthodes de vote, essayant de sélectionner la meilleure et d'écartier les mauvaises. Black [1958] et Dagsputa-Maskin [2004, 2008] proposent de combiner les méthodes de Condorcet (Llull) avec celle de Borda (Cusanus). Robert Weber [1977] a introduit le vote par assentiment sans savoir qu'il a été pratiqué dans la cité-état de Sparte en Grèce antique (Girard [2010]). De nos jours, il sert à élire les officiers de plusieurs sociétés savantes.

Aucun de ces modes de scrutins n'est utilisé pour des élections politiques majeures. Les deux méthodes les plus répondues sont les scrutins majoritaires à un et deux tours. Ils sont pratiqués en France, en Grande Bretagne et aux Etats Unis d'Amérique, entre autres. L'Australie et l'Irlande ont recours à une méthode complexe appelée le vote alternatif.

Ces modes de scrutins utilisent des bulletins de vote différents. Le scrutin majoritaire demande très peu d'informations à l'électeur : il a seulement le droit de désigner un seul candidat. Le vote par assentiment lui demande de désigner autant de candidats qu'il le

souhaite. Borda, Condorcet et le vote alternatif lui demande de classer tous les candidats du meilleur au pire. Ces trois procédures diffèrent aussi par la façon dont les votes sont comptés.

Un mode de scrutin doit satisfaire certains principes. A notre avis, les plus fondamentaux sont:

- (1) Traiter les candidats et les électeurs équitablement.
- (2) Elire un candidat préféré unanimement par tous les électeurs.
- (3) Désigner un gagnant (sauf équivaux rares).
- (4) Maintenir le gagnant en présence ou absence d'autre candidat.

Si les trois premiers critères sont unanimement acceptés, le dernier (introduit par Kenneth Arrow [1951]) l'est moins. Nous le pensons capitale. Sa violation est observée régulièrement : George W. Bush aurait perdu la présidentielle américaine en 2000 si Ralph Nader n'avait pas été candidat. George Bush (son père) l'aurait gagné en 1992 contre Bill Clinton si Ross Perot n'avait pas été candidat. Lionel Jospin aurait été qualifié au second tour de la présidentielle Française en 2002 si Christiane Taubira n'avait pas été candidate ...

D'autres principes ont été formulés. Le plus largement répondu est celui de Condorcet. Une méthode est dite *Condorcet-consistante* si elle permet d'élire le candidat qui peut battre à la majorité tout autre candidat en face-à-face (appelé le *gagnant-Condorcet*). Un tel candidat peut ne pas exister (le fameux *paradoxe de Condorcet*).

Maintes théoriciens essaient de montrer qu'une méthode ou autre est Condorcet-consistante. Il est important de bien comprendre les hypothèses exactes et le sens précis derrière ces résultats.

Le fait est que ni Borda, ni le scrutin majoritaire, ni le vote par assentiment, ni le vote alternatif ne sont Condorcet-consistants si les électeurs *se comportent honnêtement*. Il est aussi un fait que si les électeurs sont stratégiques, aucune méthode (même celle de Condorcet) ne permet d'élire le gagnant de Condorcet avec des votes honnêtes. Certains électeurs doivent manipuler pour l'élire (Balinski-Laraki [2010b], chapitre 20).

Si les électeurs sont *stratégiques* et leur utilité dépend seulement de qui gagne alors – avec l'équilibre fort de Aumann (le plus plausible pour le vote) – essentiellement toutes les méthodes (exceptée celle de Borda) sont Condorcet-consistantes (Balinski-Laraki [2010b]). Ainsi, le principe de Condorcet n'est sélectif *que si* les électeurs sont honnêtes. Mais sous cette hypothèse, seule la méthode de Condorcet est Condorcet-consistante.

Imposer la Condorcet-consistance élimine toute méthode sauf une : cela revient à décréter que le gagnant-Condorcet *est le candidat voulu* par l'électorat. Mais des exemples réalistes mettent en doute cette supposition, même avec deux candidats. Il se peut qu'une majorité courte ait une très légère préférence du candidat *A* face à *B*, mais que le reste de l'électorat préfèrent de loin *B* à *A*. Le gagnant-Condorcet est celui qui divise au détriment du candidat consensuel qui rassemble.

Le principe de Condorcet n'est pas infallible. Il ne peut être considéré fondamental. Qu'impliquent les autres principes ? Malheureusement, seule une méthode anti-démocratique – la dictatoriale – obéit aux trois derniers, comme Kenneth Arrow [1951] le démontre dans son célèbre théorème d'impossibilité.

Que faire ? Il est nécessaire de donner plus de liberté aux électeurs en leur demandant plus d'informations. Nous proposons de juger tous les candidats en évaluant le mérite de chacun dans une échelle de mentions. Un tel changement de paradigme abouti à un nouveau mode de scrutin, le *jugement majoritaire*. Celui-ci attribue une mention-finale à chaque candidat, celle décidée par une majorité. Les mentions-majoritaires et leurs appuis en nombres rangent les candidats, le gagnant étant le mieux jugé. Il n'y a qu'un seul tour.

Cette formulation s'impose non seulement logiquement mais aussi au regard de la pratique. Le patinage artistique est un formidable exemple. Pendant des décennies une méthode traditionnelle où les juges classent les compétiteurs a été la règle. Dans un championnat du monde récent, la performance d'un compétiteur mineur a complètement inversée le classement des candidats majeurs, à la stupéfaction des spectateurs et journalistes. Qu'elle a été la décision des instances ? Adopter une méthode basée sur les évaluations, où les jugements extrêmes sont éliminés pour minimiser la manipulation du système (Balinski et Laraki [2010a]).

L'article s'organise comme suit. La section 1 met en évidence le dysfonctionnement répété du scrutin majoritaire et plaide pour une réforme. La section 2 résume les résultats principaux de la théorie classique du choix social et en particulier le théorème d'impossibilité d'Arrow. La section 3 explique la *théorie* du jugement majoritaire et la nécessité logique d'élargir le mode d'expression des opinions des électeurs. Une des implications est qu'il faut reformuler le concept de la majorité. La section 4 explique la *méthode* du jugement majoritaire à travers un sondage commandé par Terra Nova à la veille du premier tour de l'élection présidentielle de 2012. La section 5 utilise ce sondage pour comparer le jugement majoritaire aux méthodes de Borda, de Condorcet, du scrutin majoritaire et le vote par assentiment. La section 6 compare ces mêmes méthodes en utilisant des expériences électorales aux primaires socialistes de 2011. La conclusion résume : la théorie et la pratique plaident en faveur du jugement majoritaire.

## **1) Déboires du scrutin majoritaire**

Le scrutin majoritaire mesure mal les opinions. Pourquoi ? Il force l'électeur à voter pour un seul candidat, alors qu'il a des opinions bien plus nuancées sur tous. Certains pourraient soutenir plusieurs ; d'autres apprécient peu le candidat pour qui ils ont voté ; d'autres encore font le choix stratégique du moins mauvais parmi ceux qu'ils estiment avoir une chance. Néanmoins, chaque vote est interprété comme une adhésion et vaut « 1 ». Ainsi, la somme de votes totalement différents en sens détermine le résultat. Il n'est pas surprenant que les poids politiques induits soient loin de la réalité.

Le scrutin majoritaire force les partis à manipuler. Plusieurs sondages de 2011 donnaient Marine Le Pen au second tour de la présidentielle. Cela a obligé l'UMP à décourager toute

candidature de droite pouvant présenter un danger pour la qualification au second tour de Nicolas Sarkozy.

Le scrutin majoritaire cache d'autres subtilités aux lourdes conséquences. Comme l'avait démontré Borda et Condorcet, il est possible que le candidat Condorcet soit éliminé dès le premier tour. L'élection de 2002 est la manifestation la plus flagrante de ce paradoxe. La dispersion des voix à gauche a privé Lionel Jospin d'un second tour. Pourtant plusieurs sondages suggèrent qu'il aurait gagné contre Jacques Chirac. Mais, si Jean-Pierre Chevènement ou Christiane Taubira n'avait pas été candidats, Lionel Jospin aurait été qualifié. Et si Charles Pasqua avait été candidat (il s'était procuré les cinq cent signatures nécessaires), Jacques Chirac aurait pu ne pas se qualifier au second tour.

De telles anomalies se sont produites dans d'autres élections d'une façon moins visible. En 2007, une dizaine de sondages montraient que François Bayrou aurait battu largement Nicolas Sarkozy ou Ségolène Royal s'il avait été qualifié au second tour. Les quelques très rares sondages de face-à-face de 2012 donnent Bayrou au coude-à-coude contre François Hollande et largement devant Sarkozy. De tels sondages n'existent pas pour d'autres élections. Certains politologues estiment que Raymond Barre (troisième au premier tour) aurait pu battre François Mitterrand ou Jacques Chirac en 1988. Enfin, en 1995, deux candidats du RPR se présentaient au premier tour: Jacques Chirac et Eduard Balladur. Les voix de droite se sont divisées entre les deux. Mais si certains candidats mineurs ne s'étaient pas présentés (comme Philippe de Villiers), peut être Chirac aurait été éliminé.

Ces exemples démontrent que le candidat élu dépend fortement de la présence ou l'absence de candidatures mineures. C'est le *paradoxe d'Arrow*. Il se réalise régulièrement. L'élection de George W. Bush en 2000 en est une: sans la candidature de Ralph Nader dans l'état de Floride, Albert Gore aurait eu le plus grand nombre de voix dans cet état, donc ses 25 voix des grands électeurs, et serait élu Président des Etats-Unis. La démocratie est piégée par le système qui l'incarne. Une réforme s'impose.

## 2) Théorie classique du choix social

L'idée pour corriger les déboires du scrutin majoritaire est la même depuis des siècles. Il faut demander aux électeurs de mieux s'exprimer. Le Chevalier de Borda invoquait le besoin : « Pour qu'une forme d'élection soit bonne, il faut qu'elle donne aux électeurs le moyen de prononcer sur le mérite de chaque sujet, comparé successivement aux mérites de chacun de ses concurrents. » Et le Marquis de Condorcet le précisait: « Que chaque électeur prononça son vœu complet par un jugement comparatif entre tous les candidats pris deux à deux ».

Pour illustrer son idée, Borda proposa l'exemple suivant (transformé ici en pourcentages). Ci-dessous, 5% des électeurs préférèrent A à B, et B à C:

5%: A>B>C

34%: A>C>B

32%: B>C>A

29%: C>B>A

Le candidat A est le gagnant du scrutin majoritaire à un tour avec  $39\%=5\%+34\%$  des suffrages. Si un deuxième tour a lieu, C est éliminé au premier tour, et A est largement devancé par B avec  $61\%=32\%+29\%$  des voix au second tour. Cependant, le candidat C est préféré à A par 61% des suffrages et à B par 63%. Le candidat C est le gagnant-Condorcet : il gagne contre tout candidat en face-à-face.

Un autre paradoxe a été identifié par Condorcet. Une petite modification de l'exemple précédent l'illustre.

5%: A>B>C                      34%: A>C>B                      32%: B>A>C                      29%: C>B>A

A gagne largement contre C avec  $71\%=5\% + 34\% + 32\%$ , C gagne contre B avec 63%, et B bat A par 61% des voix : il n'y a pas de gagnant de Condorcet. Le paradoxe de Condorcet a été observé par le biais de sondages dans une élection au Danemark (Kurrild-Klitgaard [1999]), dans une compétition de vin (Balinski et Laraki [2012c]) et de patinage artistique (Balinski et Laraki [2010a]).

Pour remédier à la possible inexistence d'un gagnant en tenant compte de toutes les préférences, Borda proposa la méthode suivante. Chaque candidat se voit attribué un score : la moyenne de ses face-à-face contre tous les autres candidats. Le score de Borda de A est :  $55\%=(39\%+71\%)/2$ , le score de B est  $49\%=(61\%+37\%)/2$  et celui de C est  $46\%=(29\%+63\%)/2$ . Le classement de Borda est donc A>B>C.

Malheureusement, la méthode de Borda souffre du paradoxe d'Arrow. Revenons à l'exemple premier de Borda. Avec sa méthode, A est le gagnant. Mais si C se retire, B devient le gagnant. D'où la question: existe-t-il une méthode où toute paire de candidats peut être comparée et qui satisfait:

- *La neutralité* : les électeurs et les candidats sont traités équitablement ;
- *L'unanimité* : un candidat jugé meilleur par tous les électeurs est premier;
- *La transitivité* : si A est préféré à B et B à C, A est préféré à C;
- *La cohérence* : rajouter ou retirer un candidat ne change pas le classement.

La neutralité demande l'égalité des suffrages : un principe fondamental dans toute démocratie. La transitivité exige qu'il n'y ait pas de paradoxe de Condorcet. La cohérence exclut le paradoxe d'Arrow.

Arrow [1951] démontre que, si on demande à chaque électeur de classer tous les candidats du meilleur au pire, seule la méthode dictatoriale satisfait l'unanimité, la transitivité et la cohérence dans toute circonstance. Elle viole notoirement l'égalité des suffrages. Faut-il accepter l'inacceptable ?

### 3) Théorie du jugement majoritaire

Le jugement majoritaire (JM) a été conçu pour répondre aux exigences d'Arrow. L'idée est dans le cheminement philosophique de Condorcet et de Borda : il faut donner aux électeurs encore plus de liberté : non seulement *comparer* ou classer les candidats mais *juger* les

mérites de chacun. Il suppose l'existence d'une échelle d'évaluation qui sert à mesurer les mérites des candidats. Nous l'appelons un langage commun. Son existence est une question philosophique qui sort du cadre de cet article. La question n'est pas à confondre avec la possibilité de mesurer la satisfaction ou les utilités des électeurs (pour une discussion plus approfondie, voir Balinski et Laraki [2010b]).

Dans le cadre d'une élection, les diverses expériences démontrent qu'un langage commun peut être défini, qu'il est facile pour les électeurs de l'utiliser et que les résultats font sens. Dans d'autres contextes, des échelles ont été définies et sont régulièrement utilisées pour classer les vins, patineurs, gymnastes, étudiants, hôtels, restaurants, pianistes, et bien d'autres encore. L'histoire démontre que plusieurs instances de décision collective, comme le patinage artistique, ont abandonné un système de classement en faveur d'un système d'évaluation. La raison? L'occurrence du paradoxe d'Arrow: les classements des meilleurs compétiteurs oscillent en fonction des performances qui suivent. C'est exactement ce qui s'est passé en 2002 avec l'élimination de Lionel Jospin. En sport, les candidats sont classés au fur et à mesure de leurs performances, et on peut observer en directe des inversions dans les classements et le changement du gagnant. En politiques, seul des scénarios invérifiables permettent de reconstituer l'histoire.

Posons la même question qu'Arrow : en demandant aux électeurs de juger les candidats dans un langage commun, existe-t-il une méthode où toute paire de candidat peut être comparée qui soit neutre, unanime, transitive et cohérente ?

A la différence avec Arrow, il existe une infinité de méthodes possibles. Cependant, un théorème fondamental dit, quelque soit la méthode dans ce continuum, seules les distributions des mentions des candidats peuvent compter dans le classement (Balinski et Laraki [2010b]). L'exemple suivant permet de l'expliquer.

Supposez un électorat dont les opinions des électeurs sont :

|     |                  |                  |                  |                 |                  |                 |
|-----|------------------|------------------|------------------|-----------------|------------------|-----------------|
|     | 10%              | 31%              | 15%              | 16%             | 15%              | 13%             |
| A : | <i>Excellent</i> | <i>Excellent</i> | <i>Bien</i>      | <i>Bien</i>     | <i>Passable</i>  | <i>Passable</i> |
| B : | <i>Bien</i>      | <i>Passable</i>  | <i>Excellent</i> | <i>Passable</i> | <i>Excellent</i> | <i>Bien</i>     |

Ici 10% des électeurs jugent le candidat A *Excellent* et le candidat B *Bien*, donc ces 10% voteraient pour A dans une confrontation avec le scrutin majoritaire entre les deux. Les distributions des mentions des candidats sont :

|     |                  |             |                 |
|-----|------------------|-------------|-----------------|
|     | <i>Excellent</i> | <i>Bien</i> | <i>Passable</i> |
| A : | 41%              | 31%         | 28%             |
| B : | 30%              | 23%         | 47%             |

Mais il y a d'autres opinions des électeurs qui induisent les mêmes distributions des mentions des candidats, tels :



|     |                  |                  |                 |                  |                 |
|-----|------------------|------------------|-----------------|------------------|-----------------|
|     | 41%              | 25%              | 6%              | 5%               | 23%             |
| A : | <i>Excellent</i> | <i>Bien</i>      | <i>Bien</i>     | <i>Passable</i>  | <i>Passable</i> |
| B : | <i>Passable</i>  | <i>Excellent</i> | <i>Passable</i> | <i>Excellent</i> | <i>Bien</i>     |

Le théorème exige que le classement doit être le même dans les deux cas. Puisque A domine clairement B – il a plus de mentions *Excellent* et *Bien* et moins de *Passable* – toute méthode raisonnable classera A devant B.

Quel est le verdict du scrutin majoritaire? Dans le premier cas, A gagnerait contre B avec 57% (10% + 31% + 16%) des voix. Dans le second, B gagnerait contre A avec 53% (25% + 5% + 23%) des voix. Le classement est bon dans le premier cas, il ne l'est pas dans le second. Le scrutin majoritaire peut sélectionner le candidat le moins bien jugé par l'ensemble de l'électorat. Comme on le verra, la primaire socialiste à Fresnes illustre en pratique cette divergence: François Hollande domine Martine Aubry dans les mentions, Aubry gagne en face-à-face.

Le dogme de la *majorité sur les préférences* se retrouve remis en cause en théorie et en pratique. Nous pensons que cette idée, si ancrée dans nos habitudes, doit être abandonnée au profit d'une *majorité sur les évaluations*.

Il reste une multitude de procédures possibles. Laquelle choisir? Divers chemins convergent à une unique solution.

Un chemin relève de la théorie des jeux. Le jugement majoritaire est prouvé être le plus difficilement manipulable dans ce continuum (selon plusieurs critères). Cela est confirmé empiriquement ci-dessous.

Un second chemin relève de la théorie du mesurage (Krantz et al [1971]). Cette théorie montre l'importance de distinguer entre échelle ordinaire et cardinale. Richter pour les séismes ou les étoiles de Michelin pour les restaurants sont des échelles ordinaires : les additionner n'est pas valide. Le calendrier, les kilomètres, la température en Celsius, sont cardinales : les sommer a un sens.

Dans la théorie d'Arrow, il n'existe aucune échelle commune d'évaluation. Seules les comparaisons deux à deux ont un sens. Certains chercheurs et blogueurs (Hillinger [2004], Baujard et al [2007, 2013], « Range voting », « Vote de valeur »), défendent ou expérimentent des modes de scrutins où l'électeur attribue une note numérique entière à chaque candidat (de 0 à 2, à 3, à 10, à 20, ou à 100) et demandent que les candidats soient classés selon la somme des notes obtenues. Mais ces échelles numériques ne sont pas cardinales car accorder 1 point de plus à un score n'a pas le même sens dans toute l'échelle : augmenter de 6 à 7 (sur 20) est facile, augmenter de 18 à 19 est bien plus difficile. De telles sommes ne sont pas valides.

Entre les deux extrêmes – aucune échelle et échelle cardinale – il y a un juste milieu : une échelle ordinaire. Le jugement majoritaire peut être caractérisé comme l'unique méthode ordinaire, monotone et consensuelle (Balinski et Laraki [2007, 2010b]).

#### 4) Présidentielle avec le jugement majoritaire

La *méthode* du jugement majoritaire a été testée dans les deux dernières élections présidentielles ainsi que d'autres compétitions. Elle est expliquée par le biais d'un sondage, commandé par Terra Nova et réalisé par OpinionWay, de 993 personnes représentatives de l'électorat français fait quelques jours avant le premier tour de l'élection présidentielle en France, du 12 au 16 avril 2012. Le but était de la comparer à d'autres modes de scrutins.

*Première question du sondage* : « Pour lequel des candidats suivants y aurait-il le plus de chances que vous votiez dimanche prochain ? » Les réponses ne correspondaient pas à ceux observés au premier tour, le 22 avril 2012. Pour une analyse plus proche de la réalité, une sous population de 773 personnes a été extraite ayant le résultat (à 0,1% près de l'actuel)<sup>1</sup> du Tableau 1.

|          |         |        |           |        |
|----------|---------|--------|-----------|--------|
| Hollande | Sarkozy | Le Pen | Mélenchon | Bayrou |
| 28,63%   | 27,27%  | 17,91% | 11,00%    | 9,09%  |

  

|       |               |        |         |           |
|-------|---------------|--------|---------|-----------|
| Joly  | Dupont-Aignan | Poutou | Arthaud | Cheminade |
| 2,31% | 1,49%         | 1,22%  | 0,68%   | 0,41%     |

Tableau 1 : Résultats sondage, 1<sup>e</sup> tour (773 bulletins) en accord avec actuels 1<sup>e</sup> tour.

Les résultats nationaux avaient engendré une avalanche de commentaires dans la presse. Grand succès de Marine Le Pen ; grande déception pour Jean-Luc Mélenchon, longtemps pressenti en troisième place ; effondrement de François Bayrou. Ces mesures – ces appréciations – des poids relatifs des courants de pensées politiques ont très fortement influencés la suite de la campagne et vont marquer l'arène politique du quinquennat Hollande, à droite comme à gauche. Sont de telles mesures la cause de la dominance des thèmes de l'extrême droite de cette campagne présidentielle ? Ces résultats reflètent-ils vraiment la réalité du paysage politique ? Ou sont-ils au contraire la conséquence d'une mauvaise *mesure* induite par le mode de scrutin ?

La troisième question du sondage demandait aux électeurs de voter selon le jugement majoritaire. Le bulletin de vote fut celui du Tableau 2. Chaque électeur était demandé de cocher une seule mention pour chaque candidat. Il fut spécifié qu'un candidat sans coche serait attribué la mention à *Rejeter*. Le choix d'une échelle de sept niveaux dans une problématique comme le vote est recommandé par des études en psychologie et confirmé par plusieurs expériences (Miller [1956], Balinski et Laraki [2010b, 2011]). Le choix des mots est rattaché à leur usage ancré dans la tradition de l'école française. Les distributions des mentions des 773 bulletins sont données dans le Tableau 3. Ce décompte donne une appréciation fine de chaque candidat. Par exemple, Marine Le Pen avait la distribution :

---

<sup>1</sup> Les résultats du jugement majoritaire et du vote majoritaire avec les 993 participants se trouvent dans l'appendice. Ils sont légèrement différents : Bayrou, le gagnant, devance Hollande de peu, et Le Pen – à *Rejeter* – tombe d'une place à la 9<sup>e</sup> position.

*Excellent* 5,97%, *Très bien* 7,33% ; *Bien* 9,50% ; *Assez bien* 9,36% ; *Passable* 13,98% ; *Insuffisant* 6,24% ; *à Rejeter* 47,63%. Ses 17,9% au premier tour avec le scrutin majoritaire n'ont pas le même sens. Ils représentent un mélange d'*Excellent*, de *Très bien* et de *Bien*.

**Bulletin de vote du « jugement majoritaire »  
Pour présider la France,  
ayant pris tous les éléments en compte,  
je juge en conscience que ce candidat serait :**

|                       | <i>Excellent</i> | <i>Très Bien</i> | <i>Bien</i> | <i>Assez Bien</i> | <i>Passable</i> | <i>Insuffisant</i> | <i>à Rejeter</i> |
|-----------------------|------------------|------------------|-------------|-------------------|-----------------|--------------------|------------------|
| Eva Joly              |                  |                  |             |                   |                 |                    |                  |
| Marine Le Pen         |                  |                  |             |                   |                 |                    |                  |
| Nicolas Sarkozy       |                  |                  |             |                   |                 |                    |                  |
| Jean-Luc Mélenchon    |                  |                  |             |                   |                 |                    |                  |
| Philippe Poutou       |                  |                  |             |                   |                 |                    |                  |
| Nathalie Arthaud      |                  |                  |             |                   |                 |                    |                  |
| Jacques Cheminade     |                  |                  |             |                   |                 |                    |                  |
| François Bayrou       |                  |                  |             |                   |                 |                    |                  |
| Nicolas Dupont-Aignan |                  |                  |             |                   |                 |                    |                  |
| François Hollande     |                  |                  |             |                   |                 |                    |                  |

Tableau 2. Bulletin de vote, jugement majoritaire, sondage (773 bulletins).

|               | <i>Excellent</i> | <i>Très Bien</i> | <i>Bien</i> | <i>Assez Bien</i> | <i>Passable</i> | <i>Insuffisant</i> | <i>à Rejeter</i> |
|---------------|------------------|------------------|-------------|-------------------|-----------------|--------------------|------------------|
| Joly          | 0,81%            | 2,99%            | 6,51%       | 11,80%            | 14,65%          | 24,69%             | 38,53%           |
| Le Pen        | 5,97%            | 7,33%            | 9,50%       | 9,36%             | 13,98%          | 6,24%              | 47,63%           |
| Sarkozy       | 9,63%            | 12,35%           | 16,28%      | 10,99%            | 11,13%          | 7,87%              | 31,75%           |
| Mélenchon     | 5,53%            | 9,50%            | 12,89%      | 14,65%            | 17,10%          | 15,06%             | 25,37%           |
| Poutou        | 0,14%            | 1,36%            | 4,48%       | 7,73%             | 12,48%          | 28,09%             | 45,73%           |
| Arthaud       | 0,00%            | 1,36%            | 4,48%       | 7,73%             | 12,48%          | 28,09%             | 45,73%           |
| Cheminade     | 0,41%            | 0,81%            | 2,44%       | 5,83%             | 11,67%          | 26,87%             | 51,97%           |
| Bayrou        | 2,58%            | 9,77%            | 21,71%      | 25,24%            | 20,08%          | 11,94%             | 8,69%            |
| Dupont-Aignan | 0,54%            | 2,58%            | 5,97%       | 11,26%            | 20,22%          | 25,51%             | 33,92%           |
| Hollande      | 12,48%           | 16,15%           | 16,42%      | 11,67%            | 14,79%          | 14,25%             | 14,24%           |

Tableau 3. Résultats jugement majoritaire, sondage (773 bulletins).

Le jugement majoritaire révèle que François Hollande est le candidat avec le plus de mentions positives, que François Bayrou est celui avec le moins de mentions négatives et que Marine Le Pen est rejetée par presque une majorité. Seul un tiers des électeurs accorde la mention *Excellent* à son meilleur candidat, un tiers accorde *Très bien* et un dernier tiers lui accorde *Bien* ou moins ; en moyenne un électeur rejette 3 à 4 candidats ; enfin, 30% des électeurs attribuent leurs meilleures mentions à deux candidats ou plus. Des

comportements semblables ont été observés dans toutes les expériences et applications du JM. Ces informations font *sens*. Elles sont ignorées par le scrutin majoritaire et par les méthodes basées sur le classement.

Des mentions d'un candidat est déduite sa note finale – sa *mention-majoritaire* – et des mentions-majoritaires de tous les candidats et leurs importances relatives est déterminé le classement final – le *classement-majoritaire*. Ces choix sont imposés par des exigences théoriques validées par l'expérimentation (Balinski et Laraki [2010b]).

La *mention-majoritaire* est la mention soutenue par une majorité contre toute autre mention. La mention-majoritaire de Nicolas Sarkozy est *Passable* car une majorité de  $60,38\% = 9,63\% + 12,35\% + 16,28\% + 10,99\% + 11,13\%$  des électeurs jugent qu'il mérite au moins *Passable* (donc toute mention inférieure n'est soutenue que par une minorité) et une majorité de  $50,75\% = 11,13\% + 7,87\% + 31,75\%$  jugent qu'il mérite au plus *Passable* (donc toute mention supérieure n'est soutenue que par une minorité).

Trois paramètres déterminent le classement :  $\alpha$  la mention-majoritaire,  $p$  le pourcentage de mentions supérieures à  $\alpha$ , et  $q$  le pourcentage de mentions inférieures à  $\alpha$ . La mention-majoritaire est complétée d'un « + » si  $p > q$  et autrement d'un « - ».

| Classement Jugement Majoritaire | Au dessus Mention-Majoritaire $p$ | La Mention-Majoritaire $\alpha_{\pm}$ | En dessous Mention-Majoritaire $q$ | Classement Scrutin Majoritaire | Les scores |
|---------------------------------|-----------------------------------|---------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------|------------|
| 1 Hollande                      | 45,05%                            | <i>Assez Bien +</i>                   | 43,28%                             | 1 Hollande                     | 28,7%      |
| 2 Bayrou                        | 34,06%                            | <i>Assez Bien -</i>                   | 40,71%                             | 2 Sarkozy                      | 27,3%      |
| 3 Sarkozy                       | 49,25%                            | <i>Passable +</i>                     | 39,62%                             | 3 Le Pen                       | 17,9%      |
| 4 Mélenchon                     | 42,47%                            | <i>Passable +</i>                     | 40,43%                             | 4 Mélenchon                    | 11,0%      |
| 5 Dupont-Aignan                 | 40,57%                            | <i>Insuffisant +</i>                  | 33,92%                             | 5 Bayrou                       | 9,1%       |
| 6 Joly                          | 36,77%                            | <i>Insuffisant -</i>                  | 38,53%                             | 6 Joly                         | 2,3%       |
| 7 Poutou                        | 26,19%                            | <i>Insuffisant -</i>                  | 45,73%                             | 7 Dupont-Aignant               | 1,5%       |
| 8 Le Pen                        | 46,13%                            | <i>Insuffisant -</i>                  | 47,63%                             | 8 Poutou                       | 1,2%       |
| 9 Arthaud                       | 24,83%                            | <i>Insuffisant -</i>                  | 49,93%                             | 9 Arthaud                      | 0,7%       |
| 10 Cheminade                    | 48,03%                            | <i>A Rejeter</i>                      | -                                  | 10 Cheminade                   | 0,4%       |

Tableau 4. Classement du jugement majoritaire, sondage (773 bulletins).

Le *classement-majoritaire* est déterminé par la logique suivante :

- (1) Un candidat avec une mention-majoritaire supérieure est classé devant.

Quand deux candidats ont la même mention-majoritaire il y a quatre ensembles d'électeurs en désaccord, deux sont pour des mentions supérieures (ils correspondent aux  $p$  des candidats) et deux pour des mentions inférieures (ils correspondent aux  $q$  des candidats).

- (2) De deux candidats avec la même mention-majoritaire, l'ensemble d'électeurs en désaccord le plus grand décide : s'il est pour une mention supérieure ce candidat devance l'autre, s'il est pour une mention inférieure ce candidat est devancé par

l'autre (ce qui implique qu'un candidat avec la mention-majoritaire «  $\alpha +$  » devance un autre avec «  $\alpha -$  »).

Bayrou avec la mention-majoritaire *Assez Bien* devance Sarkozy avec la mention-majoritaire *Passable* (selon 1). Sarkozy et Mélenchon ont la mention-majoritaire *Passable*, l'ensemble d'électeurs le plus grand en désaccord avec cette mention consiste en les 49,25% de ceux qui ont mieux évalué Sarkozy, en conséquence il devance Mélenchon (selon 2). Le Pen et Poutou ont aussi la même mention-majoritaire *Insuffisant*, l'ensemble d'électeurs le plus grand en désaccord est composé des 47,63% de ceux en faveur d'une mention inférieure pour Le Pen, donc elle est devancée par Poutou (selon 2). Hollande a la mention-majoritaire *Assez Bien +* et Bayrou *Assez Bien -*, ainsi l'ensemble le plus grand en désaccord est soit celui en faveur d'une mention supérieure pour Hollande soit celui en faveur d'une mention inférieure pour Bayrou, mais ici, dans les deux cas – selon (2) – Hollande devance Bayrou (comme l'indique naturellement leurs mentions).

Le jugement majoritaire induit des rapports de forces radicalement différents de ceux affichés par le scrutin majoritaire (SM). Marine Le Pen, troisième avec le SM, est seulement huitième sur dix avec le JM. Elle ne devance que Nathalie Arthaud et Jacques Cheminade. Pourquoi ? Elle a peu de mentions positives et beaucoup de mentions négatives alors que le SM mesure seulement le nombre de ses « partisans », sans tenir compte de leur degrés de soutien ni des opinions du reste de l'électorat (qui constitue dans ce cas 82% des votants). Pourquoi alors donner autant d'importance à sa candidature et aux thèmes de son parti ? François Bayrou est jugé cinquième avec moins de 10% des suffrages par le SM. Le JM le place deuxième avec la mention *Assez bien*. Il talonne François Hollande et devance très confortablement les autres candidats, notamment Nicolas Sarkozy.

Ces résultats font *sens*. Ils révèlent un paysage politique bien différent que celui du scrutin majoritaire. Que disent les autres modes de scrutin ?

### 5) Présidentielle avec Borda, Condorcet et Assentiment

|           | Hollande | Bayrou | Sarkozy | Mélenchon | Le Pen |
|-----------|----------|--------|---------|-----------|--------|
| Hollande  | -----    | 51,6%  | 53,9%   | 68,5%     | 64,1%  |
| Bayrou    | 48,4%    | -----  | 56,5%   | 59,4%     | 70,5%  |
| Sarkozy   | 46,1%    | 43,5%  | -----   | 50,5%     | 65,7%  |
| Mélenchon | 31,5%    | 40,6%  | 49,5%   | -----     | 59,7%  |
| Le Pen    | 35,9%    | 29,5%  | 34,3%   | 40,3%     | -----  |

Tableau 5. Les face-à-faces, sondage (773 bulletins).

La deuxième question du sondage demandait aux électeurs de se prononcer sur les face-à-face potentiels de second tour entre les cinq principaux candidats (demander tous les 45 face-à-faces seraient trop). Les réponses se trouvent dans le Tableau 5. Ainsi, François Hollande battrait François Bayrou avec 51,6%, et battrait Nicolas Sarkozy avec 53,9% (au

dessus du score qu'il a obtenu effectivement deux semaines plus tard, mais en accord avec les sondages de l'époque). François Hollande est le gagnant de Condorcet. François Bayrou se révèle seulement battu par François Hollande mais bat tous les autres candidats. Il est classé second par la règle majoritaire de Condorcet. Nicolas Sarkozy est troisième, Jean-Luc Mélenchon quatrième. Marine Le Pen est dernière car elle est largement battue par les autres candidats.

La méthode de Borda (sur les cinq candidats) arrive au même constat. François Hollande obtient un score de 59,5% (la moyenne de 51,6%, 53,9%, 68,5%, et 64,1%), Bayrou 58,7%, Sarkozy 51,4%, Mélenchon 45,3% et Le Pen 35,0%.

Les résultats des méthodes de Condorcet et Borda coïncident avec ceux révélés par le jugement majoritaire. Cela renforce l'idée que le scrutin majoritaire est défaillant.

Plus de liberté d'expression doit être donnée aux électeurs. La façon la plus simple d'améliorer le scrutin majoritaire est offerte par le *vote par assentiment*. L'électeur est demandé de voter pour autant de candidats qu'il le souhaite, les votes totaux des candidats les classent. Quel paysage politique en résulterait d'un tel système ? Intuitivement, les résultats devraient être à l'intermédiaire entre le scrutin majoritaire d'un côté et le jugement majoritaire de l'autre. En effet, le vote par assentiment demande bien moins d'informations que le jugement majoritaire. On s'attend donc à ce que le poids de François Bayrou augmente et que celui de Marine Le Pen baisse, comparé au scrutin majoritaire, mais dans des proportions moindre que celle révélée par le jugement majoritaire, Borda et Condorcet.

C'est exactement ce que montrent les résultats d'une expérience électorale qui a testé le vote par assentiment à la sortie des urnes lors de l'élection présidentielle de 2012 dans plusieurs bureaux de vote à Strasbourg, Louvigny et Saint-Etienne (Baujard et al [2013]). Il y avait 2.340 participants. Les assentiments sont en accord avec cette intuition (voir Tableau 6).

|          |         |               |           |           |
|----------|---------|---------------|-----------|-----------|
| Hollande | Sarkozy | Bayrou        | Mélenchon | Le Pen    |
| 49,44%   | 40,47%  | 39,20%        | 39,07%    | 27,43%    |
| Joly     | Poutou  | Dupont-Aignan | Arthaud   | Cheminade |
| 26,69%   | 13,28%  | 10,69%        | 8,35%     | 3,23%     |

Tableau 6. Vote par assentiment, expérience Strasbourg, Louvigny et Saint-Etienne.

Les résultats soulignent quelques défauts du vote par assentiment observés dans ses diverses expérimentations. Aucun candidat n'obtient la majorité des suffrages (contrairement à ce que suggère les défenseurs de cette méthode, Brams et Fishburn [1983]). Ceci s'est produit dans une expérience présidentielle en 2007 (Baujard et Igersheim [2007]) et a été encore plus accentué lors de l'expérience d'Orsay de 2002 où le

gagnant (Lionel Jospin) n'a obtenu que 40,5% suivi de près par Jacques Chirac avec 36,5% (Balinski et Laraki [2010b, 2011]).

- Alors que Borda, Condorcet et le jugement majoritaire révèlent une nette dominance de Bayrou face à Sarkozy, le vote par assentiment ne réussit pas à redresser suffisamment son score.
- Trois candidats arrivent presque à égalité avec le vote par assentiment – Sarkozy, Bayrou et Mélenchon – alors que les méthodes de Borda, Condorcet et le jugement majoritaire les distinguent nettement. La proximité des scores a été souvent observée. Cela rend le classement sensible au vote stratégique (comme le montre l'étude empirique ci-dessous).
- La candidate extrême, Marine Le Pen, reste bien classée, un peu devant Eva Joly alors que le jugement majoritaire la classe loin derrière la candidate écologiste.

La sensibilité du vote par assentiment au vote stratégique surprend au regard des études théoriques qui semblent affirmer l'inverse. Pour comprendre le véritable sens de ces résultats théoriques, il faut préciser les termes du débat.

En effet, il peut être prouvé que si les électeurs sont stratégiques, un certain raffinement d'équilibre de Nash implique que le vote par assentiment permet d'élire le gagnant de Condorcet (Brams et Fishburn [1978, 1983], Laslier [2009]). Cependant, d'autres raffinements impliquent le contraire (Nunez [2010]). Et certains raffinements comme l'équilibre fort implique que toutes les méthodes discutées dans cet article (exceptée Borda) élisent la gagnante-Condorcet (quand elle existe). Enfin, avec des électeurs stratégiques aucune méthode (même Condorcet) ne permet d'élire le gagnant-Condorcet selon les honnêtes opinions des électeurs (Balinski et Laraki [2010b]).

L'instabilité stratégique du vote par assentiment (ou tout autre méthode) est d'une autre nature. Supposons qu'un candidat soit le gagnant avec les votes honnêtes des électeurs. Une méthode est *p-stable* si le gagnant ne change pas quand seulement une proportion  $p$  des électeurs qui ont intérêt à voter utile trichent. Dans le cadre des primaires socialiste discuté ci-dessous, il sera démontré que le vote par assentiment est très instable, à la différence du jugement majoritaire. Ces diverses lacunes sont dues au peu d'informations demandées aux électeurs. Le vote par assentiment considère équivalent d'un côté les opinions *Excellent*, *Très Bien*, *Bien* et *Assez Bien* et de l'autre les opinions *Passable*, *Insuffisant* et *A Rejeter*. Cette diversité d'opinions peut avoir un impacte considérable.

Borda, Condorcet et le jugement majoritaire donnent des résultats identiques (parmi les cinq candidats principaux) dans l'expérience de 2012. Pour comprendre leurs divergences, 10.000 tirages aléatoires de 151 bulletins parmi les 773 ont été effectués du sondage OpinionWay de 2012. Pour chacun le gagnant a été déterminé par plusieurs méthodes (Favreau et al [2012]). Les méthodes sont classées par rapport à leurs probabilités d'élire le candidat centriste dans le Tableau 7. Sont inclus les résultats de trois variantes du vote par assentiment : « l'assentiment » veut dire *Très bien* ou meilleur (noté  $VA \geq \text{Très bien}$ ), *Bien* ou meilleur, et *Assez bien* ou meilleur.

|                             | Gauche<br>(Hollande) | Centre<br>(Bayrou) | Droite<br>(Sarkozy) | Equi-<br>vaux |
|-----------------------------|----------------------|--------------------|---------------------|---------------|
| VA $\geq$ <i>Très bien</i>  | 8910                 | 0                  | 859                 | 231           |
| Un tour                     | 5715                 | 0                  | 3792                | 479           |
| Deux tours                  | 7791                 | 0                  | 1415                | 794           |
| VA $\geq$ <i>Bien</i>       | 8542                 | 19                 | 1200                | 239           |
| Jugement majoritaire        | 6576                 | 2991               | 430                 | 3             |
| Condorcet                   | 6169                 | 3360               | 471                 | 0             |
| Borda                       | 4840                 | 5007               | 153                 | 0             |
| VA $\geq$ <i>Assez bien</i> | 2430                 | 6883               | 130                 | 557           |

Tableau 7. Nombres de victoires selon différentes méthodes sur la base de tirages aléatoires de 151 des 773 bulletins du sondage. Les sommes des lignes font 10.000, sauf la première car Le Pen gagne dans 14 tirages.

|                             | Gauche<br>(Royal) | Centre<br>(Bayrou) | Droite<br>(Sarkozy) | Equi-<br>vaux |
|-----------------------------|-------------------|--------------------|---------------------|---------------|
| VA $\geq$ <i>Très bien</i>  | 508               | 3                  | 9231                | 251           |
| Un tour                     | 2112              | 48                 | 7824                | 16            |
| Deux tours                  | 2174              | 764                | 6675                | 387           |
| VA $\geq$ <i>Bien</i>       | 1277              | 1316               | 6753                | 654           |
| Jugement majoritaire        | 1321              | 4037               | 4631                | 11            |
| Condorcet                   | 663               | 6552               | 1972                | 436           |
| VA $\geq$ <i>Assez bien</i> | 380               | 8801               | 463                 | 356           |
| Borda                       | 377               | 9592               | 21                  | 10            |

Tableau 8. Nombres de victoires selon différentes méthodes sur la base de tirages aléatoires de 101 de 501 bulletins représentatifs, expérience d'Orsay 2007 (Balinski et Laraki [2010b], p. 343). Les sommes des lignes font 10.000 (il y a 436 cycles de Condorcet).

Ces résultats soutiennent les conclusions d'une étude de l'élection présidentielle de 2007 (voir Tableau 8). Il en ressort :

- Le scrutin majoritaire élimine systématiquement le candidat centriste et donne trop d'importance aux extrêmes (comme les trois dernières élections présidentielles le confirment).
- Les méthodes de Condorcet et Borda sont biaisées en faveur de l'élection du candidat centriste. Ces biais sont moins marqués en 2012 qu'en 2007 car le gagnant de Condorcet et de Borda en 2012 était Hollande et en 2007 Bayrou. Aussi Hollande en 2012 est plus au centre qu'était Royal en 2007.
- Le jugement majoritaire est plus équilibré : il donne nettement plus de chances à l'élection du candidat centriste que le scrutin majoritaire, mais moins que Condorcet et Borda.



- Le sens d'un « assentiment » change complètement les résultats. Quand son sens est au moins *Très bien* ou *Bien* la méthode est très défavorable au centre, quand *Assez Bien* très favorable au centre. Dans tous les cas le VA admet bien plus d'équivaux.

Les résultats théoriques et expérimentaux plaident en faveur du jugement majoritaire dans les présidentielles. Qu'en est-il dans d'autres contextes ?

## 6) Primaires PS : comparaison des méthodes

Les primaires socialistes offrent un cadre idéal pour comparer les méthodes de vote lors d'une élection non-polarisée où les candidats appartiennent tous à la même famille politique et les électeurs sont tous du même bord.

Des étudiants de l'Ecole Polytechnique (Favreau et al [2012]) ont effectué une expérimentation qui compare diverses méthodes de vote avec le jugement majoritaire dans le cadre de leur projet scientifique. Les expériences se sont déroulées à la sortie des urnes. Il a été demandé aux participants de voter avec plusieurs systèmes. Dans un bureau de vote à Fresnes, les électeurs ont voté avec le jugement majoritaire, le système de Borda, et le scrutin majoritaire à un tour. Dans un bureau de vote à Alfortville, ils ont voté avec le jugement majoritaire, le vote par assentiment, et le scrutin majoritaire à un tour.

### Comparaison du jugement majoritaire avec Borda et Condorcet

|                      | Au dessus<br>Mention-<br>Majoritaire | Mention-<br>Majoritaire | En dessous<br>Mention-<br>Majoritaire | Scrutin<br>Majoritaire |
|----------------------|--------------------------------------|-------------------------|---------------------------------------|------------------------|
| 1 François Hollande  | 18,2%                                | <i>Très Bien-</i>       | 49,7%                                 | 35.7%                  |
| 2 Martine Aubry      | 48.5%                                | <i>Bien +</i>           | 20.2%                                 | 34.5%                  |
| 3 Arnaud Montebourg  | 33.7%                                | <i>Bien -</i>           | 39.1%                                 | 18.5%                  |
| 4 Ségolène Royal     | 37.5%                                | <i>Assez Bien -</i>     | 38.9%                                 | 6.0%                   |
| 5 Manuel Valls       | 36.4%                                | <i>Assez Bien -</i>     | 40.4%                                 | 5.3%                   |
| 6 Jean-Michel Baylet | 27.2%                                | <i>Passable -</i>       | 48.2%                                 | 0.0%                   |

Tableau 9. Résultats jugement majoritaire et scrutin majoritaire, bureau de Fresnes (457 bulletins).

Dans l'expérience de Fresnes (Tableau 9) le jugement majoritaire distingue bien les six candidats, en particulier François Hollande et Martine Aubry. En revanche, le scrutin majoritaire donne l'impression d'une compétition très serrée entre les deux. Arnaud Montebourg semble largement distancé par Martine Aubry avec le scrutin majoritaire alors que le jugement majoritaire le montre bien moins dominé.

L'autre enseignement concerne les mentions très positives obtenues par tous les candidats comparées à celles de l'élection présidentielle. Cela fait sens : des électeurs de gauche jugeaient des candidatures du même bord. Ils sont tous jugés positivement, mais à différents niveaux dans l'échelle de mesure. Dans une méthode qui classe à la Arrow, si un

candidat augmente dans l'opinion, c'est toujours au détriment d'autres qui baissent. Avec le jugement majoritaire, il est possible qu'un candidat ou plusieurs (ou tous) augmentent, sans remettre en cause ce que l'électorat pense des autres candidats.

Les résultats des méthodes de Borda et de Condorcet coïncident (voir le Tableau 10). Mais ces résultats sont surprenants. Martine Aubry devance (de très peu) François Hollande, alors qu'avec le jugement majoritaire Hollande gagne.

|              | Aubry  | Hollande | Montebourg | Royal  | Valls  | Baylet | Borda |
|--------------|--------|----------|------------|--------|--------|--------|-------|
| 1 Aubry      | -      | 50,2 %   | 68,5 %     | 85,0 % | 85,9 % | 95,5 % | 77,0% |
| 2 Hollande   | 49,8 % | -        | 65,3 %     | 85,4 % | 87,1 % | 94,8 % | 76,5% |
| 3 Montebourg | 31,5 % | 34,7 %   | -          | 68,3 % | 69,0 % | 91,8 % | 59,1% |
| 4 Royal      | 15,0 % | 14,6 %   | 31,7 %     | -      | 54,7 % | 78,2 % | 38,1% |
| 5 Valls      | 14,1 % | 12,9 %   | 31,0 %     | 45,3 % | -      | 78,9 % | 36,4% |
| 6 Baylet     | 4,5 %  | 5,2 %    | 8,2 %      | 21,8 % | 21,1 % | -      | 12,2% |

Tableau 10. Face-à-faces et Borda, bureau de Fresnes (457 bulletins).

Cet exemple illustre en pratique ce qui peut arriver en théorie : le candidat le mieux jugé par une majorité n'est pas nécessairement celui préféré par une majorité. L'intuition est claire. Le préféré de la majorité peut susciter un plus grand rejet de la part de ses opposants. L'autre candidat peut se révéler plus consensuel. C'est exactement ce qui arriva ici. Cela aurait pu se produire lors de la présidentielle de 2012 : Nicolas Sarkozy à 1% près aurait pu gagner son duel contre François Hollande même si Hollande le dominait très largement en évaluations : le choix du vote majoritaire n'est pas le choix consensuel.

Qu'en est-il de la robustesse à la manipulation stratégique ? Les électeurs n'expriment pas toujours leurs préférences de façon sincère et peuvent parfois chercher, en anticipant les résultats à l'aide des informations auxquelles ils ont accès (sondages, discussions), à voter stratégiquement (« utile »). La résistance à la manipulation est donc une propriété souhaitable pour un système de vote. Soit un candidat avec la mention-majoritaire  $\alpha = \text{Bien}$  dont  $p\%$  des électeurs lui attribuent plus que *Bien* et  $q\%$  moins que *Bien*. Supposons qu'un groupe d'électeurs attribue au candidat *Très Bien*. Ils ne peuvent rien changer à ces trois paramètres en augmentant leur vote à *Excellent*. De même s'ils attribuent moins que *Bien* (par exemple *Assez Bien* ou *Passable*) ils ne changent rien aux paramètres en baissant leurs évaluations au delà. D'autres critères de stabilité stratégique aboutissent à la même conclusion : le jugement majoritaire est robuste aux manipulations stratégiques.

Pour la mesurer empiriquement, on s'intéresse au candidat gagnant, et au deuxième candidat, le challenger. Le test consiste à effectuer 10.000 tirages aléatoires dans les bulletins de vote de 101 (ou 151) électeurs (des 457). Parmi eux, les électeurs ayant préférés le challenger au gagnant sont sélectionnés. Puis, ces bulletins sont changés selon une probabilité  $p=30\%$  en attribuant la plus haute mention (ou classement) au challenger, et la plus basse mention (ou classement) au gagnant. Si les résultats ont changé, la manipulation a été efficace. Les taux des manipulations sont dans le Tableau 11 (Favreau et al [2012]).

|                      | 101 bulletins | 151 bulletins |
|----------------------|---------------|---------------|
| Jugement majoritaire | 10,7%         | 44,1%         |
| Un tour              | 17,8%         | 50,1%         |
| Borda                | 99,9%         | 100%          |

Tableau 11. Taux de manipulations, bureau de Fresnes (457 bulletins).

Comme d'autres expériences le montre, Borda est extrêmement manipulable. Pour toute méthode, ce taux augmentera quand la marge de victoire diminue, mais le jugement majoritaire résiste mieux que les autres méthodes. Des résultats empiriques similaires ont été retrouvés dans d'autres expériences (Balinski et Laraki [2010b] ; Jennings [2010] ; pour les Taux de manipulations dans le sondage OpinionWay-Terra Nova, voir l'appendice).

### *Comparaison du jugement majoritaire avec le vote par assentiment*

Les résultats à Alfortville (292 participants) se trouvent dans le Tableau 12.

|              | Au dessus<br>Mention-<br>Majoritaire | Mention-<br>Majoritaire | En dessous<br>Mention-<br>Majoritaire | Scrutin<br>Majori-<br>Taire | Vote par<br>Assenti-<br>Ment |
|--------------|--------------------------------------|-------------------------|---------------------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| 1 Hollande   | 40,1 %                               | <i>Bien +</i>           | 25,4%                                 | 37,7%                       | 87,3%                        |
| 2 Aubry      | 33,1%                                | <i>Bien +</i>           | 30,6%                                 | 29,2%                       | 85,2%                        |
| 3 Montebourg | 39,8%                                | <i>Assez Bien +</i>     | 36,3%                                 | 12,5%                       | 64,1%                        |
| 4 Valls      | 28,5%                                | <i>Assez Bien -</i>     | 44,7%                                 | 10,0%                       | 53,2%                        |
| 5 Royal      | 27,1%                                | <i>Assez Bien -</i>     | 47,2%                                 | 10,3%                       | 53,5%                        |
| 6 Baylet     | 41,5%                                | <i>Insuffisant +</i>    | 28,9%                                 | 0,4%                        | 25,7%                        |

Tableau 12. Résultats jugement majoritaire, scrutin majoritaire et vote par assentiment, bureau de Alfortville (292 bulletins).

Encore, les résultats du jugement majoritaire – caractérisés par les mentions-majoritaires et les pourcentages des mentions au-dessus et en-dessous des candidats<sup>2</sup> – donnent une distinction nette entre les candidats et des résultats qui font *sens*. Par contre, les résultats du vote par assentiment – caractérisés par les nombres « d'assentiments » des candidats – distinguent mal les candidats. Pire :

- Tous les socialistes obtiennent un assentiment par une majorité confortable de l'électorat, dont trois avec des majorités écrasantes ! La raison est simple : dans ce contexte non-polarisé, tous les candidats étaient respectés et acceptés par une majorité des participants.
- Les 85% et 87% d'assentiments de Martine Aubry et François Hollande leurs donnent une équivalente légitimité, alors que Hollande domine largement Aubry quand les opinions sont mesurés finement.

<sup>2</sup> Deux candidats sont à égalités seulement si ces trois paramètres les mêmes pour les deux.

Qu'en est-il de la robustesse à la manipulation stratégique ? Le même teste que celui effectué à Fresnes donne les résultats du Tableau 13 (Favreau et al [2012]).

|                      | 101 bulletins | 151 bulletins |
|----------------------|---------------|---------------|
| Jugement majoritaire | 0%            | 0%            |
| Un tour              | 0%            | 0%            |
| Vote par assentiment | 33,2%         | 75,8%         |

Tableau 13. Taux de manipulations, bureau d'Alfortville (292 bulletins).

Il a été impossible de manipuler le jugement majoritaire, ni le scrutin majoritaire à un tour. Ce résultat s'explique. Hollande gagne confortablement avec les deux méthodes alors qu'avec le vote par assentiment, les résultats sont extrêmement proches.

## 7) Conclusion

Les praticiens dans le vin, le patinage artistique, la gymnastique, la musique, et d'autres ont abandonné les méthodes basées sur le classement pour des méthodes qui mesurent. Et le « think tank » Terra Nova a été convaincu aussi, proposant le jugement majoritaire dans son projet de réforme de l'élection présidentielle française (Terra Nova [2011]).

Cependant, une grande partie de la communauté scientifique résiste à l'idée d'évaluer les candidats. Le modèle traditionnel reste ancré dans les esprits, et avec lui le principe de Condorcet est sacralisé.

Dagsputa et Maskin [2004, 2008] maintiennent le modèle traditionnelle et exigent qu'une bonne méthode de vote doit satisfaire aux quatre principes fondamentaux et être difficilement manipulable. Leur conclusion aboutie à sélectionner le candidat qui gagne le plus de face-à-face comme règle principale combinée avec la méthode de Borda en cas d'équivaux. C'est une méthode Condorcet-consistante. Pour la caractériser ils restreignent le domaine des préférences. Notre approche est inverse: il faut satisfaire ces mêmes principes mais élargir le domaine des opinions.

La méthode de Borda est extrêmement manipulable et favorise trop le candidat centriste. La méthode de Condorcet ne désigne pas toujours un gagnant. La compléter par la méthode de Borda est, à notre avis, une mauvaise idée. La méthode hybride hérite de toutes les mauvaises propriétés de celle de Borda. Des exemples réels concernant le vin (Balinski et Laraki [2012c]) et le patinage artistique (Balinski et Laraki [2010a]) démontrent que cette combinaison souffre du paradoxe d'Arrow.

La règle majoritaire est défailante, même entre deux candidats. Les 82% de Chirac contre Le Pen en 2002 n'impliquent aucunement une grande adhésion à Chirac. Des scores très proches entre les candidats n'indiquent rien non plus : il se peut que les électeurs aiment les deux candidats, n'aiment aucun des deux où qu'ils aient des opinions très différents sur chacun. Cette différence n'est capturée qu'avec une meilleure mesure.

L'élection récente à la présidence de l'UMP en novembre 2012 est une autre illustration de la défaillance du système. Les scores sont tellement proches que le décompte des voix devient crucial. La même chose arriva aux congrès de Reims avec les PS en 2008 et aux USA en Floride en 2000. Même quand un des deux candidats est désigné gagnant, son élection est contestée.

Les deux niveaux du vote par assentiment sont insuffisants pour juger les candidats. Dans une élection polarisée comme la présidentielle, aucun candidat n'obtient la majorité. Quand l'élection n'est pas polarisée comme les primaires, beaucoup de candidats ont des « majorités » importantes. Et dans les deux cas, l'expérience révèle que plusieurs candidats ont des scores proches. Le gagnant et le classement sont alors très sensibles au vote stratégique (comme il a été constaté empiriquement ci-dessus).

Des études affirment que le vote par assentiment est Condorcet-consistent et résiste à la manipulation (i.e., Laslier et Sanver [2010]). Il est important de comprendre le sens précis de ces conclusions. Le vote par assentiment n'est pas Condorcet-consistent si les électeurs sont *honnêtes*, même avec deux candidats comme le montre l'exemple :

|   |                  |                   |                   |                    |                    |
|---|------------------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|
|   | 20%              | 15%               | 20%               | 30%                | 15%                |
| A | <i>Très Bien</i> | <i>Bien</i>       | <i>Passable</i>   | <i>Passable</i>    | <i>Insuffisant</i> |
| B | <i>Bien</i>      | <i>Assez Bien</i> | <i>Assez Bien</i> | <i>Insuffisant</i> | <i>à Rejeter</i>   |

Ici, 80% des électeurs préfèrent A à B. Cependant, si *approuver* veut dire *Assez bien* ou plus – comme les expériences et les défenseurs du vote par assentiment suggèrent (Laslier et Sanver [2010]) –, alors A obtient 35% d'assentiments<sup>3</sup> et B 55%. Les tableaux 7 et 8 confirment ce résultat empiriquement : les gagnants du vote par assentiment diffèrent de ceux de Condorcet, quelque soit le sens des assentiments.

En fait, le vote par assentiment élit le candidat Condorcet *seulement si* tous les électeurs sont *stratégiques*, si l'utilité de chaque électeur dépend seulement de qui gagne, et si un raffinement spécifique de l'équilibre de Nash est utilisé.

Beaucoup confondent mesurer le *mérite* (comme le suggère le jugement majoritaire) avec mesurer l'*utilité*. Cela explique peut-être la méfiance vis-à-vis du jugement majoritaire. Mesurer la *satisfaction* est une notion relative qui concerne les résultats – les « outputs » d'un mode de scrutin - et non les évaluations – les « inputs » d'un mode de scrutin. Un électeur de gauche était probablement très satisfait de voir Chirac écraser Le Pen en 2002. Le même aurait été très insatisfait si Chirac avait écrasé Jospin dans un second tour. Dans les deux cas, il aurait jugé Chirac *Passable* (ou *Assez bien*).

Ces arguments théoriques et expérimentaux démontrent – à notre avis – qu'il faut changer le scrutin majoritaire. Nous espérons qu'ils convainquent de la nécessité d'ouvrir un grand débat sur le sens profond de la « majorité ».

---

<sup>3</sup> Le jugement majoritaire donne à B la mention-majoritaire *Assez bien* et à A la mention *Passable*.

## Références

- K. Arrow [1951]. (Second édition 1963). **Social Choice and Individual Values**. New Haven CT : Yale University Press.
- M. Balinski et R. Laraki [2007]. *A theory of measuring, electing and ranking*. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, USA. 104 872-8725.
- M. Balinski et R. Laraki [2010a]. *Judge: Don't Vote!* Département d'Economie, Ecole Polytechnique, Cahier 2010-27.
- M. Balinski et R. Laraki [2010b]. **Majority Judgment: Measuring, Ranking, and Electing**. Cambridge, MA, USA: MIT Press, 2010.
- M. Balinski et R. Laraki [2011]. *Election by majority judgment : experimental evidence*. In B. Dolez, B. Grofman, et A. Laurent (eds.), **In Situ and Laboratory Experiments on Electoral Law Reform : French Presidential Elections**. Berlin : Springer.
- M. Balinski et R. Laraki [2012]. *Ne votez pas, jugez !* **Pour la science**, no. 414, avril, 22-28.
- M. Balinski et R. Laraki [2012a]. *How best to rank wines: majority judgment*. A paraître in (eds.) E. Giraud-Héraud et M.-C. Pichery, **Wine Economics: Quantitative Studies and empirical Observations** (titre provisoire), Palgrave: Londres.
- Baujard, A. et Igersheim, H. [2007]. *Expérimentation du vote par note et du vote par approbation lors des élections présidentielles françaises du 22 avril 2007. Rapport final*. **Rapports et documents du Centre d'Analyse Stratégique** (279 pages).
- A. Baujard, F. Gavrel, H. Igersheim, J.-F. Laslier, et I. Lebon [2013]. *Vote par approbation, vote par note. Une expérimentation lors de l'élection présidentielle du 22 avril 2012*. **Revue Economique**. (A paraître)
- D. Black [1958]. **The Theory of Committees and Elections**. Cambridge : Cambridge University Press.
- Le Chevalier de Borda [1784]. *Mémoire sur les élections au scrutin*. **Histoire de l'Académie royale des sciences** 657-665.
- S. Brams et P. Fishburn [1983]. **Approval Voting**. Boston : Birkhäuser.
- S. Brams et P. Fishburn [1978]. *Approval voting*. **American Political Science Review**, 72 : 831-847.
- Le Marquis de Condorcet [1785]. **Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix**. Paris : l'Imprimerie royale.
- P. Dasgupta et E. Maskin [2004]. *The fairest vote of all*. **Scientific American** 290, mars, 92-97.
- P. Dasgupta et E. Maskin [2008]. *On the robustness of majority rule*. **Journal of the European Economics Association** 6 949-973.
- B. Favreau, J. Gonzalez-Suitt, A. Guyon, T. Hennion, X. Starkloff, et S. Thibault [2012]. *Vers un système du vote plus juste ?* Projet scientifique collectif, Ecole Polytechnique. A paraître comme Cahier du Laboratoire d'Econométrie de l'Ecole Polytechnique.

- C. Girard [2010]. *Acclamation voting in sparta : an early use of approval voting*. In J.-F Laslier et R. Sanver (eds), **Handbook of Approval Voting**. Berlin : Springer, pp. 15-18.
- C. Hillinger [2004]. *Utilitarian collective choice and voting*. Discussion paper 2004-25. Department of Economics, University of Munich.
- A. Jennings [2010]. *Monotonicity and manipulability of ordinal and cardinal social choice functions*. Ph.D. dissertation, Arizona State University.
- P. Kurrild-Klitgaard [1999]. *An empirical example of the Condorcet paradox of voting in a large electorate*. **Public Choice** 107 1231-1244.
- J.F. Laslier [2009]. *The Leader rule : a model of strategic approval voting in a large electorate*. **Journal of Theoretical Politics** 21 113-136.
- J.F. Laslier et Sanver M. Remzi (Eds.) [2010]. **Handbook on Approval Voting**. Series: Studies in Choice and Welfare. Springer.
- G. Miller [1956]. *The magical number seven, plus or minus two : some limits on our capacity for processing information*. **Psychological Review** 63 81-97.
- M. Nunez [2010]. *Condorcet Consistency of Approval Voting: A counter-example on Large Poisson Games*. **Journal of Theoretical Politics** 22 64-85.
- RangeVoting.org [2007]. <<http://rangevoting.org/>>
- Terra Nova [2011]. *Rendre les élections aux électeurs : le jugement majoritaire*. 21 avril. <<http://www.tnova.fr/note/rendre-les-lections-aux-lecteurs-le-jugement-majoritaire>>
- Vote de valeur [2007]. <<http://www.votedevaleur.org/co/votedevaleur.html>>
- R. Weber [1977]. *Comparison of public choice systems*. Cowles Foundation Discussion paper 498, Yale University.

## Appendice

Les résultats du sondage OpinionWay du 12 au 16 avril 2012 sur tous les 993 participants représentatifs de l'électorat français :

|               | <i>Excellent</i> | <i>Très Bien</i> | <i>Bien</i> | <i>Assez Bien</i> | <i>Passable</i> | <i>Insuffisant</i> | <i>A Rejeter</i> |
|---------------|------------------|------------------|-------------|-------------------|-----------------|--------------------|------------------|
| Joly          | 0,81%            | 2,72%            | 5,94%       | 11,18%            | 16,01%          | 25,88%             | 37,46%           |
| Le Pen        | 4,43%            | 5,74%            | 8,36%       | 9,26%             | 13,80%          | 8,36%              | 50,05%           |
| Sarkozy       | 8,96%            | 11,18%           | 15,31%      | 11,48%            | 12,79%          | 8,96%              | 31,32%           |
| Mélenchon     | 4,93%            | 8,46%            | 11,88%      | 14,30%            | 18,03%          | 16,01%             | 26,38%           |
| Poutou        | 0,30%            | 1,31%            | 4,13%       | 7,75%             | 12,79%          | 28,30%             | 45,42%           |
| Arthaud       | 0,10%            | 1,11%            | 3,32%       | 6,55%             | 13,80%          | 26,08%             | 49,04%           |
| Cheminade     | 0,30%            | 0,60%            | 2,01%       | 5,44%             | 11,88%          | 27,19%             | 52,57%           |
| Bayrou        | 3,22%            | 8,96%            | 20,14%      | 24,77%            | 20,44%          | 12,49%             | 9,97%            |
| Dupont-Aignan | 0,40%            | 1,91%            | 5,34%       | 11,68%            | 18,93%          | 26,28%             | 35,45%           |
| Hollande      | 10,27%           | 14,10%           | 15,61%      | 14,30%            | 16,41%          | 14,20%             | 15,11%           |

En comparaison avec le classement du jugement majoritaire pour les 773 participants (dont les votes au premier tour correspondent presque exactement avec ceux de l'actuel premier tour), Bayrou devance Hollande de peu et Le Pen – à Rejeter - tombe d'une place à la 9<sup>e</sup> position :

| Classement Jugement Majoritaire | Au dessus Mention-Majoritaire $p$ | La Mention-Majoritaire $\alpha\pm$ | En dessous Mention-Majoritaire $q$ |  | Classement Scrutin Majoritaire | Les scores |
|---------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|--|--------------------------------|------------|
| 1 Bayrou                        | 32,33%                            | <i>Assez Bien –</i>                | 42,90%                             |  | 1 Sarkozy                      | 28,03%     |
| 2 Hollande                      | 39,98%                            | <i>Assez Bien –</i>                | 45,72%                             |  | 2 Hollande                     | 26,91%     |
| 3 Sarkozy                       | 46,93%                            | <i>Passable +</i>                  | 40,28%                             |  | 3 Le Pen                       | 14,80%     |
| 4 Mélenchon                     | 39,58%                            | <i>Passable –</i>                  | 42,40%                             |  | 4 Bayrou                       | 12,00%     |
| 5 Dupont-Aignan                 | 38,27%                            | <i>Insuffisant +</i>               | 35,45%                             |  | 5 Mélenchon                    | 11,32%     |
| 6 Joly                          | 36,66%                            | <i>Insuffisant –</i>               | 37,46%                             |  | 6 Joly                         | 2,80%      |
| 7 Poutou                        | 26,28%                            | <i>Insuffisant –</i>               | 45,42%                             |  | 7 Poutou                       | 2,02%      |
| 8 Arthaud                       | 24,87%                            | <i>Insuffisant –</i>               | 49,04%                             |  | 8 Dupont-Aignan                | 1,23%      |
| 9 Le Pen                        | 49,95%                            | <i>à Rejeter</i>                   | --                                 |  | 9 Arthaud                      | 0,56%      |
| 10 Cheminade                    | 47,43%                            | <i>à Rejeter</i>                   | --                                 |  | 10 Cheminade                   | 0,34%      |

Les nombres de victoires selon différentes méthodes sur la base de tirages aléatoires de 151 des 993 bulletins du sondage<sup>4</sup> :

|                             | Gauche (Hollande) | Centre (Bayrou) | Droite (Sarkozy) | Equivaux |
|-----------------------------|-------------------|-----------------|------------------|----------|
| VA $\geq$ <i>Très bien</i>  | 8010              | 0               | 1626             | 363      |
| Un tour                     | 3967              | 0               | 5564             | 467      |
| Deux tours                  | 7929              | 1               | 1347             | 720      |
| VA $\geq$ <i>Bien</i>       | 7633              | 96              | 1921             | 350      |
| Jugement majoritaire        | 5023              | 4672            | 302              | 2        |
| Condorcet                   | 5220              | 4452            | 327              | 0        |
| Borda                       | 3740              | 6188            | 72               | 0        |
| VA $\geq$ <i>Assez bien</i> | 2109              | 7301            | 94               | 495      |

Taux de manipulations, sondage Terra Nova :

|                      | Tiré sur 993 bulletins |               | Tiré sur 773 bulletins |               |
|----------------------|------------------------|---------------|------------------------|---------------|
|                      | 101 bulletins          | 151 bulletins | 101 bulletins          | 151 bulletins |
| Condorcet            | 33,3%                  | 36,0%         | 31,7%                  | 34,2%         |
| Jugement majoritaire | 50,9%                  | 58,0%         | 42,6%                  | 46,6%         |
| Un tour              | 51,9%                  | 63,7%         | 47,1%                  | 58,6%         |
| Borda                | 84,4%                  | 90,4%         | 84,5%                  | 90,9%         |

<sup>4</sup> Les sommes des lignes font 10.000, sauf : Mélenchon gagne 1 fois avec VA  $\geq$  *Très bien*, Jugement majoritaire, Condorcet, et VA  $\geq$  *Assez bien* ; il gagne 3 fois avec Deux tours ; et Le Pen gagne 2 fois avec Un tour.