

Ordonnancement multiobjectif du bloc opératoire avec une prise en compte d'une affectation équilibrée des compétences des infirmières

Thibaut Lust, Nadine Meskens, Thibaud Monteiro

▶ **To cite this version:**

Thibaut Lust, Nadine Meskens, Thibaud Monteiro. Ordonnancement multiobjectif du bloc opératoire avec une prise en compte d'une affectation équilibrée des compétences des infirmières. 9th International Conference on Modeling, Optimization & SIMulation, Jun 2012, Bordeaux, France. hal-00728628

HAL Id: hal-00728628
https://hal.science/hal-00728628

Submitted on 30 Aug 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

9e Conférence Internationale de Modélisation, Optimisation et SIMulation - MOSIM'12
06 au 08 juin 2012 - Bordeaux - France
« Performance, interopérabilité et sécurité pour le développement durable »

Ordonnancement multiobjectif du bloc opératoire avec une prise en compte d'une affectation équilibrée des compétences des infirmières

T. LUST, N. MESKENS

Université Catholique de Louvain - UCL Mons
Louvain School of Management
151, chaussée de Binche
7000 Mons - Belgique
thibaut.lust@uclouvain-mons.be, nadine.meskens@uclouvain-mons.be

T. MONTEIRO

Université de Lyon
LASPI, Université de Saint-Etienne
20, avenue de Paris
42334 Roanne - France
thibaud.monteiro@univ-st-etienne.fr

RÉSUMÉ : *L'ordonnancement journalier du bloc opératoire est un problème complexe fortement contraint et présentant différents objectifs à optimiser. Dans cet article, nous cherchons, non seulement à minimiser le makespan, à minimiser le coût des heures supplémentaires, à maximiser les affinités dans la composition d'une équipe chirurgicale, mais aussi à équilibrer au mieux les spécialités dans lesquelles les infirmières vont travailler de telle sorte à ce que celles-ci acquièrent un maximum de compétences afin de faire face à un éventuel besoin opératoire imprévu et urgent. La prise en compte de ce dernier objectif constitue l'originalité principale de ce travail. Par ailleurs, nous avons utilisé la méthode multiobjectif ϵ-constraint qui nous permet d'obtenir l'ensemble des solutions Pareto optimales.*

MOTS-CLÉS : *Gestion hospitalière, bloc opératoire, ordonnancement, affectation, optimisation multi-objectif.*

1 INTRODUCTION

Le bloc opératoire occupe une place centrale dans l'activité des hôpitaux et représente un des postes les plus coûteux des établissements hospitaliers. La gestion d'un bloc opératoire est une tâche complexe car il s'agit non seulement de planifier et d'ordonnancer les interventions en minimisant les coûts d'utilisation des salles d'opération mais aussi de respecter les besoins et exigences des chirurgiens, anesthésistes, infirmières, de satisfaire les besoins des patients et de gérer toutes les ressources matérielles. De plus, les ressources humaines et matérielles sont en quantité limitée et sont régies par des réglementations légales.

Nous visons dans cette recherche à apporter une aide au gestionnaire du bloc opératoire afin d'améliorer l'élaboration du programme opératoire. Le problème de l'affectation d'interventions chirurgicales à des salles opératoires sur une certaine période (souvent une semaine) s'effectue en deux temps. Premièrement, une planification des opérations est effectuée, en tenant compte des disponibilités des salles et des chirurgiens, pour déterminer quel jour de la semaine celles-ci auront lieu. Deuxièmement, un ordonnancement journalier est recherché pour déterminer la séquence des opérations dans chaque salle d'opérations, en tenant compte de contraintes matérielles et de contraintes de disponibilité des ressources humaines.

Nous focalisons notre étude sur cette seconde phase. Nous nous plaçons dans le contexte le plus répandu dans les hôpitaux belges : "le block scheduling", c'est-à-dire, la planification "par bloc", où des plages horaires spécifiques dans une salle déterminée ont été affectées à chaque chirurgien ou spécialité.

La littérature regorge d'articles (Cardoen, Demeulemeester & Belien 2010) traitant des problèmes présentant la complexité de la gestion d'un bloc opératoire. Tous ces problèmes ont leurs spécificités, leurs contraintes, leurs variables de décision, leurs méthodes de résolution. Il faut cependant constater que d'une part, peu d'auteurs ont pris en compte les contraintes concernant à la fois les ressources matérielles et humaines. D'autre part, rares sont ceux qui appliquent leurs méthodes à des cas réels.

Face à ce constat, Meskens *et al.* (Meskens, Duvivier & Hanset 2011) ont développé un modèle qui peut, suivant différentes modularités, prendre en compte un maximum de contraintes. Celles-ci expriment les préférences et disponibilités des chirurgiens/anesthésistes/infirmières, les affinités entre les membres d'une équipe chirurgicale, les plages horaires octroyées aux spécialités, les priorités des pa-

tients (par exemple une priorité élevée indiquera que le patient doit impérativement être placé en début du programme opératoire) ou encore les contraintes relatives au matériel en nombre d'exemplaires restreint (salles d'opération, lits de réveil, matériel chirurgical). À cette modélisation, quatre objectifs (ordonnancement au plus tôt, minimisation du *makespan*, minimisation du coût lié aux heures supplémentaires et maximisation des affinités au sein des équipes) ont été adjoints pour aider le gestionnaire du bloc à trouver le meilleur ordonnancement. Pour optimiser chacun des objectifs, une optimisation lexicographique a été considérée, c'est-à-dire qu'un ordre d'importance des objectifs a été défini. Dans un premier temps, l'objectif le plus important est optimisé. Ensuite, le second objectif en ordre d'importance est optimisé, sous la contrainte que le premier objectif reste optimal, et ainsi de suite.

Les limites de cette approche est qu'en plus de devoir fixer un ordre d'importance des objectifs, aucune des solutions générées n'établit un compromis entre les objectifs : les solutions restent optimales pour au moins un des objectifs. Par exemple, le gestionnaire du bloc opératoire souhaitant une solution établissant un compromis entre les objectifs makespan et affinités au sein des équipes, devra se contenter d'une solution soit optimale pour l'objectif makespan, soit optimale pour l'objectif affinités (sous l'hypothèse qu'aucune solution n'optimise à la fois l'objectif "makespan" et l'objectif "affinités").

L'approche considérée dans cet article est différente. Aucun ordre d'importance des objectifs n'est considéré, et on cherche donc à optimiser tous les objectifs, en générant les solutions Pareto optimales.

L'avantage d'une telle méthode est que l'on peut proposer au gestionnaire du bloc opératoire un ensemble de solutions de compromis (c'est-à-dire non dominées au sens de Pareto) entre les différents objectifs. Ainsi, le gestionnaire pourra choisir parmi ces solutions la solution correspondant le mieux à ses préférences et facilement évaluer le gain qu'il peut gagner sur les objectifs en dégradant un des objectifs.

De plus, nous considérons un objectif supplémentaire par rapport à la modélisation adoptée par Meskens *et al.*, décrit de la manière suivante. À chaque chirurgien est associé une spécialité, c'est-à-dire que l'on considère qu'un chirurgien n'effectue qu'un certain type d'opérations. Les infirmières pouvant participer à chaque type d'opérations, nous cherchons, à moyen terme, à ce que les infirmières soient compétentes quel que soit le type d'opération. Nous cherchons donc à équilibrer pour chaque infirmière le nombre d'opérations réalisées par spécialité.

À notre connaissance, cet objectif n'a jamais été considéré dans la littérature.

L'article est structuré de la façon suivante. En section 2, la modélisation du problème est présentée, comprenant les contraintes et objectifs considérés. L'optimisation multiobjectif et la méthode de résolution employée (méthode exacte ϵ-constraint (Haimes, Lasdon & Wismer 1971)) sont présentés à la section 3. Finalement, en section 4, nous exposons la difficulté du problème à travers deux exemples didactiques.

2 MODÉLISATION

Le problème considéré est le suivant. Nous avons un ensemble de chirurgiens, d'anesthésistes, d'infirmières, d'opérations et de salles d'opérations. Les opérations doivent être programmées dans une salle d'opérations, et réalisée par une équipe composée d'exactement un chirurgien, un anesthésiste et deux infirmières. L'équipe reste présente durant toute la durée de l'opération. Les chirurgiens ont une spécialité, des opérations préférées et des salles d'opération préférées (associées aux types d'opérations à réaliser). Cela signifie qu'avant d'ordonnancer les opérations, on connaît les salles d'opérations dans lesquelles les opérations doivent être réalisées et par quels chirurgiens.

De plus, il y a des opérations qui doivent obligatoirement être programmées en début de journée, et d'autres, présentant un risque de contamination de la salle d'opérations plus important, devront obligatoirement être placées en fin de journée.

Deux étages sont pris en compte : les salles d'opération et la salle de réveil, c'est-à-dire qu'après avoir été opéré, un patient doit directement être transféré dans la salle de réveil (aucun temps d'attente n'est autorisé dans la modélisation) et un lit doit lui être affecté. La considération de la salle de réveil a un faible impact sur la difficulté de l'optimisation du modèle ; un nombre important de lits de réveil est souvent disponible et à cette étape, le patient n'a besoin d'aucune autre ressource.

Toutes les salles d'opération sont disponibles simultanément en début de journée dès huit heures et sont disponibles pour huit heures consécutives (en temps normal) ; au-delà, les heures utilisées sont considérées comme heures supplémentaires. L'intervalle de temps considéré est de 20 minutes, c'est-à-dire que les durées des opérations sont des multiples de 20 minutes. Sur huit heures, 24 intervalles de temps sont donc disponibles.

Des contraintes de ressources et de disponibilité sont également considérées.

Le problème principal concerne la constitution des équipes de façon à optimiser la performance de l'ordonnancement (makespan, retard, ...), tout en s'assurant que les affinités entre les membres des équipes

soient maximisées, ainsi que les infirmières soient compétentes pour tous types d'opérations. Par exemple, deux chirurgiens différents peuvent vouloir travailler avec le même anesthésiste et les deux opérations associées ne peuvent donc pas être ordonnancées en même temps.

Nous présentons ci-dessous la formulation du modèle.

2.1 Données

Ensemble des opérations : $\Omega = \{o_1, o_2, \ldots, o_O\}$

Ensemble des opérations devant être ordonnancées en début de journée : $\Omega_B \subseteq \Omega$

Ensemble des opérations devant être ordonnancées en fin de journée : $\Omega_E \subseteq \Omega$

Ensemble des opérations ne devant ni être ordonnancées en début de journée, ni en fin de journée : $\Omega_M = \Omega \backslash \{\Omega_B \cup \Omega_E\}$

Ensemble des salles d'opérations : $\rho = \{r_1, r_2, \ldots, r_R\}$

Ensemble des intervalles de temps : $\tau = \{t_1, t_2, \ldots, t_T\}$

Ensemble des lits : $\beta = \{b_1, b_2, \ldots, b_B\}$

Ensemble des chirurgiens : $\sigma = \{s_1, s_2, \ldots, s_S\}$

Ensemble des anesthésistes : $\alpha = \{a_1, a_2, \ldots, a_A\}$

Ensemble des infirmières : $\nu = \{n_1, n_2, \ldots, n_N\}$

Ensemble des opérations préférées par chirurgien : $\Omega_s(s_i) \subseteq \Omega, \forall s_i \in \sigma$

Ensemble des opérations à réaliser par salle d'opérations : $\Omega_r(r_i) \subseteq \Omega, \forall r_i \in \rho$

Ensemble des ressources renouvelables : $\Delta_{rr} = \{rr_1, rr_2, \ldots, rr_{RR}\}$

Ensemble des ressources non-renouvelables : $\Delta_{rn} = \{rn_1, rn_2, \ldots, rn_{RN}\}$

Quantité de ressource renouvelable rr_i disponible à l'instant t_k : $Q_{rr}(rr_i, t_k)$

Quantité de ressource non-renouvelable rn_i disponible : $Q_{rn}(rn_i)$

Quantité de ressource renouvelable rr_i consommée par l'opération o_j : $QO_{rr}(rr_i, o_j)$

Quantité de ressource non-renouvelable rn_i consommée par l'opération o_j : $QO_{rn}(rn_i, o_j)$

Disponibilité du chirurgien s_i à l'instant t_k : $AS(s_i, t_k)$

Disponibilité de l'anesthésiste a_i à l'instant t_k : $AA(a_i, t_k)$

Disponibilité de l'infirmière n_i à l'instant t_k : $AN(n_i, t_k)$

Durée de l'opération o_i : $d(o_i)$

Durée de réveil de l'opération o_i : $db(o_i)$

2.2 Variables de décision

Nous travaillons avec les variables de décision suivantes :

$ORT(o_i, r_j, t_k)$: égale à 1 si l'opération o_i est réalisée dans la salle d'opérations r_j à l'instant t_k

$OBT(o_i, b_j, t_k)$: égale à 1 si le lit de réveil b_j est affecté au patient de l'opération o_i à l'instant t_k

$OST(o_i, s_j, t_k)$: égale à 1 si l'opération o_i est réalisée par un chirurgien s_j à l'instant t_k

$OAT(o_i, a_j, t_k)$: égale à 1 si l'opération o_i est réalisée par un anesthésiste a_j à l'instant t_k

$ONT(o_i, n_j, t_k)$: égale à 1 si l'opération o_i est réalisée par une infirmière n_j à l'instant t_k

Ces variables sont suffisantes pour définir l'ordonnancement des opérations, ainsi que les affectations des équipes aux opérations. Mais pour faciliter la définition des contraintes concernant la composition des équipes qui réalisent les opérations (un chirurgien, un anesthésiste et deux infirmières), nous considérons également les variables suivantes, ne dépendant pas du temps :

$OR(o_i, r_j)$: égale à 1 si l'opération o_i est réalisée dans la salle d'opérations r_j

$OS(o_i, s_j)$: égale à 1 si l'opération o_i est réalisée par le chirurgien s_j

$ON(o_i, n_j)$: égale à 1 si l'opération o_i est réalisée par l'infirmière n_j

$OA(o_i, a_j)$: égale à 1 si l'opération o_i est réalisée par l'anesthésiste a_j

2.3 Variables utiles

Les variables suivantes, qui sont directement déduites des variables de décision, sont également particulièrement utiles :

Temps de début de l'opération o_i dans une salle d'opérations : $B_1(o_i)$

Temps de début de l'opération o_i dans une salle de réveil : $B_2(o_i)$

Temps de fin de l'opération o_i dans une salle d'opéra-

tions : $C_1(o_i) = B_1(o_i) + d(o_i) - 1$

Temps de fin de l'opération o_i dans une salle de réveil : $C_2(o_i) = B_2(o_i) + db(o_i) - 1$

2.4 Contraintes

Les dates de début de toutes les opérations appartenant à Ω_M doivent être supérieures ou égales aux dates de début de toutes les opérations appartenant à Ω_B, et les dates de début de toutes les opérations appartenant à Ω_E doivent être supérieures ou égales aux dates de début de toutes les opérations appartenant à Ω_M :

$B_1(o_b) \leq B_1(o_m), \forall o_b \in \Omega_B, \forall o_m \in \Omega_M$

$B_1(o_m) \leq B_1(o_e), \forall o_e \in \Omega_E, \forall o_m \in \Omega_M$

Les chirurgiens réalisent leurs opérations préférées :

$OS(o_i, s_j) = 1 \quad \forall s_j \in \sigma,\ \forall o_i \in \Omega_s(s_j)$

$OST(o_i, s_j, t_k) = 0 \ \ \forall s_j \in \sigma, \forall o_i \in \{\Omega \backslash \Omega_s(s_j)\}, \forall t_k \in \tau$

Les chirurgiens opèrent dans leurs salles d'opération favorites :

$OR(o_i, r_j) = 1 \quad \forall r_j \in \rho,\ \forall o_i \in \Omega_r(r_j)$

$ORT(o_i, r_j, t_k) = 0 \ \ \forall r_j \in \rho, \forall o_i \in \{\Omega \backslash \Omega_r(r_j)\}, \forall t_k \in \tau$

A un instant t_k, un chirurgien réalise une opération ou ne fait rien :

$$\sum_{o_i \in \Omega} OST(o_i, s_j, t_k) \leq 1 \quad \forall s_j \in \sigma,\ \forall t_k \in \tau$$

A un instant t_k, un anesthésiste réalise une opération ou ne fait rien :

$$\sum_{o_i \in \Omega} OAT(o_i, a_j, t_k) \leq 1 \quad \forall a_j \in \alpha,\ \forall t_k \in \tau$$

A un instant t_k, une infirmière réalise une opération ou ne fait rien :

$$\sum_{o_i \in \Omega} ONT(o_i, n_j, t_k) \leq 1 \quad \forall n_j \in \nu,\ \forall t_k \in \tau$$

A un instant t_k, une opération est réalisée par un seul chirurgien ou n'est pas réalisée :

$$\sum_{s_j \in \sigma} OST(o_i, s_j, t_k) \leq 1 \quad \forall o_i \in \Omega,\ \forall t_k \in \tau$$

A un instant t_k, une opération est réalisée par un seul anesthésiste ou n'est pas réalisée :

$$\sum_{a_j \in \alpha} OAT(o_i, a_j, t_k) \leq 1 \quad \forall o_i \in \Omega,\ \forall t_k \in \tau$$

A un instant t_k, une opération est réalisée par uniquement deux infirmières ou n'est pas réalisée :

$$\sum_{n_j \in \nu} ONT(o_i, n_j, t_k) = 2 \sum_{s_j \in \sigma} OST(o_i, s_j, t_k) \forall o_i \in \Omega, \forall t_k \in \tau$$

A un instant t_k, une opération est réalisée dans une seule salle d'opérations ou n'est pas réalisée :

$$\sum_{r_j \in \rho} ORT(o_i, r_j, t_k) \leq 1 \quad \forall o_i \in \Omega,\ \forall t_k \in \tau$$

A un instant t_k, une seule opération est réalisée dans une salle d'opérations ou aucune opération n'est réalisée :

$$\sum_{o_i \in \Omega} ORT(o_i, r_j, t_k) \leq 1 \quad \forall r_j \in \rho,\ \forall t_k \in \tau$$

Une opération est réalisée dans une seule salle d'opérations (mais plusieurs opérations peuvent se réaliser dans une salle d'opérations durant une journée) :

$$\sum_{r_j \in \rho} OR(o_i, r_j) = 1 \quad \forall o_i \in \Omega$$

Une opération est réalisée par un seul chirurgien (mais un chirurgien peut réaliser plusieurs opérations durant une journée) :

$$\sum_{s_j \in \sigma} OS(o_i, s_j) = 1 \quad \forall o_i \in \Omega$$

Une opération est réalisée par un seul anesthésiste (mais un anesthésiste peut réaliser plusieurs opérations durant une journée) :

$$\sum_{a_j \in \alpha} OA(o_i, a_j) = 1 \quad \forall o_i \in \Omega$$

Une opération est réalisée par uniquement deux infirmières (mais une infirmière peut réaliser plusieurs opérations durant une journée) :

$$\sum_{n_j \in \nu} ON(o_i, n_j) = 2 \quad \forall o_i \in \Omega$$

Une opération est réalisée dans une salle d'opérations durant la durée de l'opération :

$$\sum_{t_k \in \tau} ORT(o_i, r_j, t_k) = d(o_i) * OR(o_i, r_j)\ \forall o_i \in \Omega,\ \forall r_j \in \rho$$

Une opération est réalisée par un chirurgien durant la durée de l'opération :

$$\sum_{t_k \in \tau} OST(o_i, s_j, t_k) = d(o_i) * OS(o_i, s_j)\ \forall o_i \in \Omega,\ \forall s_j \in \sigma$$

Une opération est réalisée par un anesthésiste durant la durée de l'opération :

$$\sum_{t_k \in \tau} OAT(o_i, a_j, t_k) = d(o_i) * OA(o_i, a_j)\ \forall o_i \in \Omega,\ \forall a_j \in \alpha$$

Une opération est réalisée par une infirmière durant la durée de l'opération :

$$\sum_{t_k \in \tau} ONT(o_i, n_j, t_k) = d(o_i) * ON(o_i, n_j) \ \forall o_i \in \Omega, \forall n_j \in \nu$$

Contraintes de non-préemption des opérations :

$$\sum_{t_k \in \tau} t_k * ORT(o_i, r_j, t_k) = 0 \quad ou$$

$$\sum_{t_k \in \tau} t_k * ORT(o_i, r_j, t_k) \leq \frac{d(o_i) * (d(o_i)+1)}{2} + (B_1(o_i) - 1) * d(o_i)$$

$$\forall o_i \in \Omega : d[o_i] > 1, \forall r_j \in \rho$$

$$t_k * ORT(o_i, r_j, t_k) = 0 \quad ou$$

$$t_k * ORT(o_i, r_j, t_k) - B_1(o_i) \geq 0$$

$$\forall o_i \in \Omega : d(o_i) > 1, \forall r_j \in \rho, \forall t_k \in \tau$$

A un instant t_k une opération n'est pas réalisée ou réalisée par un chirurgien *et* un anesthésiste :

$$\sum_{s_j \in \sigma} OST(o_i, s_j, t_k) = \sum_{a_j \in \alpha} OAT(o_i, a_j, t_k) \ \ \forall o_i \in \Omega, \forall t_k \in \tau$$

A un instant t_k une opération n'est pas réalisée ou réalisée par un chirurgien *et* deux infirmières :

$$\sum_{n_j \in \nu} ONT(o_i, n_j, t_k) = 2 \sum_{s_j \in \sigma} OST(o_i, s_j, t_k) \forall o_i \in \Omega, \forall t_k \in \tau$$

A un instant t_k une opération n'est pas réalisée ou réalisée par un chirurgien *et* dans une salle d'opérations :

$$\sum_{r_j \in \rho} ORT(o_i, r_j, t_k) = \sum_{s_j \in \sigma} OST(o_i, s_j, t_k) \ \ \forall o_i \in \Omega, \forall t_k \in \tau$$

A un instant t_k, pour chaque ressource renouvelable et non-renouvelable, les quantités de ressource renouvelable et non-renouvelable consommées par les opérations sont inférieures ou égales aux quantités de ressources renouvelable/non-renouvelable disponibles :

$$\sum_{r_i \in \rho, o_j \in \Omega} QO_{rr}(rr_i, o_j) * ORT(o_j, r_i, t_k) \leq Q_{rr}(rr_i, t_k)$$

$$\forall t_k \in \tau, \forall rr_i \in \Delta_{rr}$$

$$\sum_{r_i \in \rho, o_j \in \Omega} QO_{rn}(rn_i, o_j) * \left(\frac{\sum_{t_k \in \tau} ORT(o_j, r_i, t_k)}{d(o_i)} \right) \leq Q_{rn}(rn_i)$$

$$\forall t_k \in \tau, \forall rn_i \in \Delta_{rn}$$

A un instant t_k, les chirurgiens, anesthésistes et infirmières sont disponibles pour réaliser les opérations :

$$\sum_{o_i \in \Omega} OST(o_i, s_j, t_k) \leq AS(s_j, t_k) \quad \forall s_j \in \sigma, \forall t_k \in \tau$$

$$\sum_{o_i \in \Omega} OAT(o_i, a_j, t_k) \leq AA(a_j, t_k) \quad \forall a_j \in \alpha, \forall t_k \in \tau$$

$$\sum_{o_i \in \Omega} ONT(o_i, n_j, t_k) \leq AN(n_j, t_k) \quad \forall n_j \in \nu, \forall t_k \in \tau$$

A un instant t_k, aucun lit ou un seul lit est affecté à une opération :

$$\sum_{o_i \in \Omega} OBT(o_i, b_j, t_k) \leq 1 \quad \forall b_j \in \beta, \forall t_k \in \tau$$

Les durées de réveil sont respectées :

$$\sum_{b_j \in \beta, t_k \in \tau} OBT(o_i, b_j, t_k) = db(o_i) \quad \forall o_i \in \Omega$$

Un réveil commence directement après la fin de l'opération :

$$B_1(o_i) + d(o_i) = B_2(o_i) \quad \forall o_i \in \Omega$$

Contrainte de non-préemption des réveils :

$$\sum_{t_k \in \tau} t_k * OBT(o_i, b_j, t_k) = 0 \ ou$$

$$\sum_{t_k \in \tau} (t_k * OBT(o_i, b_j, t_k) - B_2(o_i)) = \frac{db(o_i) * (db(o_i) - 1)}{2} - B_2(o_i) * (T - db(o_i))$$

2.5 Objectifs

Pour évaluer la qualité d'une solution admissible, trois objectifs liés à la performance proprement dite de l'ordonnancement sont considérés :

- Ordonnancement au plus tôt dans chacune des salles (z_1). Cet objectif est exprimé par la minimisation de la somme des dates de fin des opérations, où on donne une plus grande importance aux opérations devant se dérouler en début de journée et une importance moindre aux opérations devant se dérouler en fin de journée :
  $\min z_1 = \sum_{o_b \in \Omega_B} O^2 T^2 C_1(o_b) + \sum_{o_m \in \Omega_M} OTC_1(o_m) + \sum_{o_e \in \Omega_E} C_1(o_e)$
  Où T représente le nombre d'intervalles de temps considérés durant une journée et O le nombre d'opérations.

- Minimisation du makespan (z_2), c'est-à-dire minimisation de la date maximale de fin des opérations :

  $\min z_2 = \text{Makespan}$
  Avec $C_2(o_i) \leq$ Makespan $\forall o_i \in \Omega$

- Minimisation du coût des heures supplémentaires (z_3) :
  $\min z_3 = \sum_{\substack{o_i \in \Omega, r_j \in \rho, t_k \in \tau \\ (t_k \geq T_{sup} \ \& \ t_k \leq T)}} C_{op} * ORT(o_i, r_j, t_k) +$

$$\sum_{\substack{o_i \in \Omega, b_j \in \beta, t_k \in \tau \\ (t_k \geq T_{sup} \,\&\, t_k \leq T)}} C_{re} * OBT(o_i, b_j, t_k)$$

Où T_{sup} représente le temps de fermeture des salles d'opération et de réveil (considéré ici égal à 16, alors que le nombre d'intervalles est de 24).
Un coût C_{op} est associé aux opérations se terminant après la date de fermeture de la salle d'opérations et un coût C_{re} aux opérations se terminant après la date de fermeture de la salle de réveil. L'objectif z_3 est ensuite égal à C_{op} multiplié par le nombre d'intervalles de temps utilisés au-delà de la date de fermeture de la salle d'opérations, plus C_{re} multiplié par le nombre d'intervalles de temps utilisés au-delà de la date de fermeture de la salle de réveil. C_{op} a été fixé à 1000 et C_{re} à 500 (Durant 2011).

Pour le quatrième objectif, nous mesurons les affinités entre les différents membres des équipes. On définit ainsi entre chaque couple d'intervenants (chirurgien - anesthésiste), (chirurgien - infirmière), (anesthésiste - infirmière), (infirmière - infirmière), les affinités respectives. On tente ensuite de maximiser la somme totale des affinités entre les membres des équipes réalisant les opérations.

Par exemple, si on a 4 chirurgiens, 4 anesthésistes et 4 infirmières, on a une matrice d'affinités A_f de type suivant :

	n_1	n_2	n_3	n_4	a_1	a_2	a_3	a_4
s_1	5	8	5	7	5	9	6	5
s_2	9	7	6	9	9	9	7	6
s_3	8	9	8	6	6	6	7	5
s_4	6	6	5	5	6	9	8	7
n_1	9	5	5	8	5	5	9	7
n_2	5	9	6	8	6	7	6	8
n_3	5	6	9	6	9	7	5	7
n_4	8	8	6	9	6	8	5	9

TABLE 1 – Exemple de matrice d'affinités

On tente ensuite de maximiser la somme totale des affinités entre les membres des équipes réalisant les opérations. Par exemple, si pour une opération d'une durée de 3 unités de temps, le chirurgien s_1 doit travailler avec l'anesthésiste a_1 et les deux infirmières n_1 et n_2, on aura une affinité pour cette équipe égale à $3*\big(A_f(s_1,a_1)+A_f(s_1,n_1)+A_f(s_1,n_2)+A_f(a_1,n_1)+A_f(a_1,n_2)+A_f(n_1,n_2)\big)$.

Pour modéliser cet objectif, nous avons procédé de la façon suivante. Sans perte de généralités, nous considérons uniquement les affinités entre les chirurgiens et les anesthésistes. Pour connaître l'affinité entre les chirurgiens et les anesthésistes pour toutes les opérations, on a :

$$\text{AffSA} = \sum_{o_i \in \Omega,\, s_j \in \sigma,\, a_k \in \alpha} OS(o_i, s_j) * A_f(s_j, a_k) * OA(o_i, a_k) * d_o(o_i)$$

Où $d_o(o_i)$ représente la durée d'une opération o_i.

Cet objectif est quadratique car deux variables de décision sont multipliées. Mais il est possible de le rendre linéaire par l'ajout de différentes contraintes. Si on considère les variables binaires $SAO(s_i, a_j, o_k)$ et que l'on ajoute les contraintes suivantes :

$$SAO(s_i, a_j, o_k) \leq OS(o_k, s_i)\ \forall s_i \in \sigma, \forall a_j \in \alpha, \forall o_k \in \Omega$$

$$SAO(s_i, a_j, o_k) \leq OA(o_k, a_j)\ \forall s_i \in \sigma, \forall a_j \in \alpha, \forall o_k \in \Omega$$

On peut chercher à maximiser la quantité suivante :

$$\text{AffSA} = \sum_{s_i \in \sigma, a_j \in \alpha, o_k \in \Omega} SAO(s_i, a_j, o_k) * A_f(s_i, a_j) * d_o(o_k)$$

De cette façon, $SAO(s_i, a_j, o_k)$ sera égal à 1 si l'opération o_k est réalisée par le chirurgien s_i et l'anesthésiste a_j. L'objectif n'est plus quadratique, mais notons que $2*S*A*O$ contraintes ont du être ajoutées, et uniquement pour les affinités chirurgiens - anesthésistes. Cette procédure peut être réalisée de la même façon pour les affinités chirurgiens - infirmières, anesthésistes - infirmières et infirmières - infirmières.

Le cinquième objectif concerne l'équilibrage des spécialités réalisées par les infirmières.

Ces dernières, devant effectuer des gardes, doivent être compétentes dans toutes les spécialités. Il faut donc veiller à ce qu'un équilibre des spécialités dans lesquelles elles travaillent soit respecté. Il est clair que cet objectif rentrera assurément en conflit avec l'objectif de maximisation des affinités (un respect systématique des affinités aurait pour impact de figer les équipes chirurgicales, ce qui ne permettrait pas au personnel infirmier d'acquérir de nouvelles compétences).

Par exemple, si on considère trois spécialités, à un moment donné, on a la matrice $F(n_i, sp_j)$ suivante qui indique le nombre d'opérations de type sp_j (c'est-à-dire réalisées par un chirurgien de spécialité sp_j) qu'une infirmière n_i a déjà réalisées :

	sp_1	sp_2	sp_3
n_1	1	10	5
n_2	0	20	4
n_3	30	2	10
n_4	20	20	5
n_5	10	10	2
n_6	25	25	0
n_7	30	5	2
n_8	20	2	10

Par la suite, on essayera par exemple d'affecter des opérations de type 1 à l'infirmière 2 et des opérations de type 3 à l'infirmière 6, puisque ces deux infirmières n'ont jamais réalisé ce type d'opérations.

A partir de la matrice F, on peut modéliser cet objectif de différentes façons (l'ensemble des spécialités

est noté π) :

1. Maximiser la somme des minimums :
   $\max \sum_{n_i \in \nu} \min_{sp_j \in \pi} F(n_i, sp_j)$
2. Minimiser le plus grand écart :
   $\min \max_{n_i \in \nu} \big(\max_{sp_j \in \pi} F(n_i, sp_j) - \min_{sp_j \in \pi} F(n_i, sp_j) \big)$
3. Minimiser la somme des écarts :
   $\min \sum_{n_i \in \nu} \big(\max_{sp_j \in \pi} F(n_i, sp_j) - \min_{sp_j \in \pi} F(n_i, sp_j) \big)$

A la section 4.2, nous testerons sur un exemple les trois modélisations de cet objectif.

3 OPTIMISATION MULTIOBJECTIF

Cinq objectifs sont à optimiser et une solution est donc évaluée par un vecteur appelé z, prenant cinq valeurs entières. Pour comparer deux vecteurs entre eux, nous avons utilisé la dominance de *Pareto*, définie de la façon suivante dans le cas où tous les objectifs sont à minimiser : un vecteur z domine un vecteur z' si, et seulement si, $z_l \leq z'_l$, $\forall l \in \{1, \ldots, 5\}$, avec au moins un index l pour lequel l'inégalité est stricte.

La relation de dominance de Pareto n'induit pas d'ordre total permettant d'éliciter un vecteur "optimal", mais elle a par contre l'avantage de pouvoir générer l'ensemble des solutions dites de compromis (ou Pareto optimales), c'est-à-dire des solutions qu'on ne peut améliorer sur un des objectifs qu'en dégradant au moins un des autres objectifs.

Pour résoudre notre problème multiobjectif, nous avons employé la méthode ϵ-constraint (Haimes et al. 1971) couplée au solveur CPLEX (avec la méthode d'optimisation linéaire en nombres entiers). La méthode ϵ-constraint est une méthode courante en optimisation multiobjectif. Elle n'utilise pas d'agrégation des objectifs : un des objectifs est optimisé tandis que les objectifs restants sont mis en contraintes. En réitérant la procédure, il est possible d'obtenir l'ensemble des solutions Pareto optimales.

L'algorithme de la méthode est donné ci-dessous, dans le cas de deux objectifs. L'opérateur `lexmin` correspond à l'optimisation lexicographique.

Algorithme 1 ϵ-constraint (deux objectifs)

$\epsilon_1 = -\infty$
$\epsilon_2 = +\infty$
repeat
  Résoudre $\underset{x \in \mathcal{X}}{\texttt{lexmin}}\big(f_1(x), f_2(x)\big)$ avec $(f_1(x) \geq \epsilon_1, f_2(x) \leq \epsilon_2)$
  if $x \neq \varnothing$ **then**
    $\epsilon_1 = f_1(x) + 1$
    $\epsilon_2 = f_2(x) - 1$
until $x = \varnothing$

4 RÉSULTATS

Nous exposons les résultats obtenus à travers deux exemples et en considérant différentes combinaisons d'objectifs à optimiser. Nous nous focalisons tout d'abord sur la maximisation des affinités et ensuite sur l'équilibrage des spécialités.

Les résultats ont été obtenus sur un PC portable équipé d'un processeur Intel Core I5, disposant de 3.7 Go de mémoire.

4.1 Affinités

Dans un premier temps, nous cherchons à optimiser l'objectif z_4 (affinités) et un objectif lié à la performance, z_1 (ordonnancement au plus tôt). Nous choisissons ici d'optimiser un seul objectif lié à la performance car les trois premiers objectifs sont fortement liés : si on arrive à diminuer la date de fin d'une des opérations, on améliore l'objectif ordonnancement au plus tôt z_1 sans dégrader les objectifs z_2 et z_3.

Nous illustrons les résultats obtenus avec un petit exemple didactique composé de huit opérations, quatre chirurgiens, quatre anesthésistes et huit infirmières. Quatre salles d'opérations et huit lits sont disponibles.

Les données du problème (cas réel, appelé exemple 1) sont décrites à la table 2.

Opérations	N° salle	Chirurgiens	d	db
o_1	1	s_1	1	1
o_2	4	s_2	1	1
o_3	4	s_2	4	1
o_4	4	s_2	3	1
o_5	4	s_2	1	1
o_6	4	s_2	4	1
o_7	2	s_3	3	1
o_8	3	s_4	10	3

TABLE 2 – Données de l'exemple 1

Les opérations o_1 et o_8 doivent se dérouler en début de journée, tandis que les opérations o_4 et o_7 en fin de journée. Les durées sont exprimées en nombre d'intervalles de temps.

Pour la définition de la matrice d'affinités, nous avons considéré que l'infirmière "préférée" de chacun des chirurgiens était identique et que celle la moins souhaitée était également identique. Même chose pour les anesthésistes où tous les chirurgiens préfèrent le même anesthésiste et n'ont pas beaucoup d'affinités avec un des anesthésistes [1]. Nous n'avons pas considéré les affinités entre les infirmières.

1. Pour obtenir plusieurs solutions de compromis entre les affinités et les performances, il est nécessaire que plusieurs chirurgiens souhaitent travailler avec les mêmes infirmières/anesthésistes (puisque les chirurgiens effectuent plusieurs opérations en même temps). Autrement, il serait

Grâce à la méthode ϵ-constraint appliquée sur les deux objectifs z_1 et z_4, nous avons obtenus six solutions Pareto optimales :

z_1(min)	z_2(min)	z_3(min)	z_4(max)	Tps(s)
409174	14	0	756	100
409178	14	0	783	3296
409181	17	1500	810	5102
409957	21	6000	846	378
410553	21	6000	855	504
413993	23	8500	873	1997

TABLE 3 – Résultats obtenus pour l'optimisation de z_1 et z_4 (exemple 1)

Étant donné la petite taille du problème, on peut s'étonner du temps de résolution très élevé de la méthode (au total, plus de 3h de temps de CPU). S'il est très facile d'optimiser l'objectif "ordonnancement au plus tôt", comme illustré par la solution de la figure 1, la maximisation des affinités entre les membres des équipes est plus problématique. En effet, dans notre exemple, il est facile de vérifier que 448 équipes différentes peuvent réaliser une des opérations (une équipe étant constituée d'un chirurgien, d'un anesthésiste et de deux infirmières). Il y a donc un très grand nombre de solutions admissibles uniquement pour l'affectation des équipes aux opérations (448^8) (sans tenir compte de tous les ordonnancements possibles qui augmentent ce nombre). A la figure 2, nous donnons la solution maximisant les affinités entre les équipes : on remarque que dans ce cas plusieurs opérations n'ont pas lieu en même temps, de manière à pouvoir affecter pour chaque opération une équipe dont les membres présentent une grande affinité.

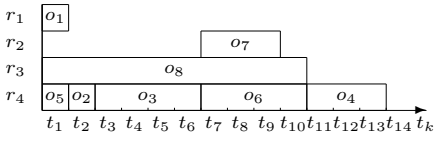


FIGURE 1 – Exemple 1 : solution minimisant l'objectif au plus tôt (les salles de réveil ne sont pas représentées). L'opération o_7 ne peut commencer plus tôt car c'est une opération devant se dérouler en fin de journée.

assez facile d'affecter à chacun des chirurgiens son infirmière/anesthésiste préféré.

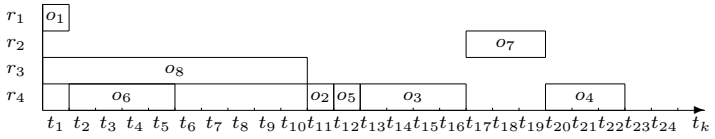


FIGURE 2 – Exemple 1 : solution maximisation les affinités

4.2 Choix de l'objectif pour l'équilibre

Dans cette section, nous étudions le choix de l'objectif pour l'équilibrage des spécialités réalisées par les infirmières.

Avant d'essayer d'optimiser l'objectif z_5 il est intéressant de voir si l'optimisation de l'objectif z_5 tend bien vers un meilleur équilibre des opérations de différents types effectuées par les infirmières.

Nous étudions ici un autre exemple (appelé exemple 2), dont les données sont reprises à la Table 4.

Opérations	N° salle	Chirurgiens	d	db	Spécialités
o_1	1	s_1	2	1	1
o_2	1	s_1	7	1	1
o_3	4	s_2	4	1	1
o_4	4	s_2	3	1	1
o_5	2	s_3	3	1	2
o_6	2	s_3	8	1	2
o_7	3	s_4	2	1	3
o_8	3	s_4	2	3	3

TABLE 4 – Données de l'exemple 2

Les opérations o_1 et o_8 doivent se dérouler en début de journée, tandis que les opérations o_4 et o_7 en fin de journée. La matrice d'affinités est la même que la matrice d'affinités de l'exemple 1.

Nous considérons trois spécialités. Les chirurgiens s_1 et s_2 ont la même spécialité, et les chirurgiens s_3 et s_4 possèdent deux autres spécialités.

Considérons que l'on part de la matrice F suivante, qui indique le nombre d'opérations de type sp_j que chaque infirmière a déjà réalisées (nous indiquons également l'écart-type et l'écart maximum pour chaque infirmière, ainsi que la moyenne de ces valeurs) :

	sp_1	sp_2	sp_3	σ	$\|\|_{max}$
n_1	1	10	5	4.5	9
n_2	0	20	4	10.5	20
n_3	30	2	10	14.4	28
n_4	20	20	5	8.7	15
n_5	10	10	2	4.6	8
n_6	25	25	0	14.4	25
n_7	30	5	2	15.4	28
n_8	20	2	10	9.0	18
				10.2	18.9

Cette matrice n'est pas très bien équilibrée, et par exemple, l'infirmière n_6 n'a pas effectué d'opérations de type 3.

Nous avons testé les trois modélisations possibles de l'objectif z_5 en effectuant un ordonnancement de 19 journées. Si on considère comme objectif z_5 la maximisation de la somme des minimums, on obtient, après l'ordonnancement de 19 journées, la matrice F suivante :

	sp_1	sp_2	sp_3	σ	$\|\|_{max}$
n_1	17	17	17	0.0	0
n_2	18	25	16	4.7	9
n_3	41	17	17	13.9	24
n_4	28	25	23	2.5	5
n_5	24	19	19	2.9	5
n_6	37	29	23	7.0	14
n_7	47	15	14	18.8	33
n_8	32	19	17	8.1	15
				7.2	13.1

Tout est mieux équilibré, à part peut-être pour les infirmières n_3 et n_7. Les moyennes des écarts-types et des écarts maximaux ont diminué.

Si on considère comme objectif z_5 la minimisation du plus grand écart, on obtient, après l'ordonnancement de 12 journées, la matrice F suivante :

	sp_1	sp_2	sp_3	σ	$\|\|_{max}$
n_1	15	13	10	2.5	5
n_2	20	20	6	8.1	14
n_3	30	16	17	7.8	14
n_4	29	22	15	7.0	14
n_5	22	11	8	7.4	14
n_6	29	27	15	7.6	14
n_7	30	16	16	8.1	14
n_8	27	13	17	7.2	14
				7.0	12.9

Le problème de cet objectif est qu'il est plus difficile à optimiser (CPLEX a parfois besoin de plus de 30 minutes). Et nous n'avons pas réussi à optimiser (problème de mémoire) cet objectif en considérant la matrice obtenue après 12 journées.

Si on considère comme objectif z_5 la minimisation de la somme des écarts, on obtient, après l'ordonnancement de 19 journées, la matrice F suivante :

	sp_1	sp_2	sp_3	σ	$\|\|_{max}$
n_1	19	17	17	1.2	2
n_2	28	21	20	4.4	8
n_3	41	19	19	12.7	22
n_4	31	30	21	5.5	10
n_5	22	16	15	3.8	7
n_6	31	29	21	5.3	10
n_7	42	13	13	16.7	29
n_8	30	21	20	5.5	10
				6.9	12.3

Tout est mieux équilibré, à part de nouveau pour les infirmières n_3 et n_7.

Au vu des résultats des trois modélisations, nous concluons que la dernière modélisation est la plus appropriée.

Regardons maintenant si cette modélisation (minimisation de la somme des écarts) de ce cinquième objectif convient aussi lorsqu'il y a déjà un équilibre entre les opérations de différentes spécialités pour chaque infirmière.

Considérons que l'on part de la matrice F suivante :

	sp_1	sp_2	sp_3	σ	$\|\|_{max}$
n_1	9	12	8	2.0	4
n_2	21	20	17	2.1	4
n_3	20	18	16	2.0	4
n_4	15	14	10	2.6	5
n_5	11	11	11	0.0	0
n_6	23	25	24	1.0	2
n_7	6	5	3	1.5	3
n_8	30	30	29	0.6	1
				1.5	2.9

On obtient, après l'ordonnancement de 19 journées, la matrice F suivante :

	sp_1	sp_2	sp_3	σ	$\|\|_{max}$
n_1	22	21	22	1.0	1
n_2	36	25	29	5.6	11
n_3	29	26	26	1.7	3
n_4	24	22	22	1.2	2
n_5	20	18	19	1.0	2
n_6	42	33	33	5.2	9
n_7	23	13	15	5.3	10
n_8	41	39	40	1.0	2
				2.8	5

qui reste bien équilibrée, même si les moyennes des écarts-types et des écarts maximaux ont légèrement augmenté.

4.3 Prise en compte de tous les objectifs

Nous appliquons ici la méthode ϵ-constraint pour générer l'ensemble des solutions Pareto optimales de l'exemple 2, en considérant quatre objectifs : z_2, z_3, z_4 et z_5. Nous garantissons néanmoins que z_1 est minimisé pour chaque solution Pareto optimale obtenue.

Les solutions Pareto optimales générées sont données à la table 5. Néanmoins, les solutions données

ne représentent qu'un sous-ensemble de l'ensemble des solutions Pareto optimales, car la méthode ϵ-constraint a été arrêtée après 19 heures de temps de calcul.

z_1(min)	z_2(min)	z_3(min)	z_4(max)	z_5(min)	Tps(s)
152652	12	0	739	151	243
152652	12	0	733	149	1057
152652	12	0	727	148	533
152652	12	0	715	146	584
152652	12	0	707	145	2301
152652	12	0	679	143	701
152659	13	0	793	157	3422
152659	13	0	791	155	20790
152659	13	0	789	152	6854
152659	13	0	785	150	13459
152659	13	0	781	149	11911
152659	13	0	769	147	2051
152659	13	0	761	146	1368
152659	13	0	751	145	1927

TABLE 5 – Sous-ensemble des solutions Pareto optimales de l'exemple 2

Le front de Pareto relatif à ces solutions est donné à la figure 3. Il est représenté en deux parties : le front de Pareto de z_4 et z_5 relatif à z_2 et z_3 respectivement égaux à 12 et 0 et celui de z_4 et z_5 relatif à z_2 et z_3 respectivement égaux à 13 et 0. On observe qu'augmenter le makespan d'une unité permet d'obtenir des solutions meilleures aussi bien pour z_4 que z_5.

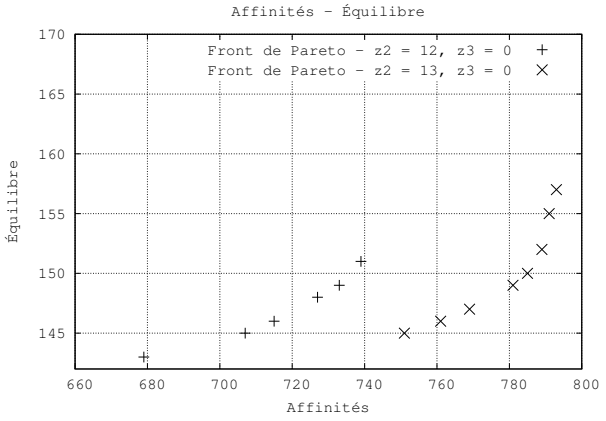


FIGURE 3 – Exemple 2 : Front de Pareto (z_4 et z_5), avec makespan égal à 12 et égal à 13.

5 CONCLUSION

Nous avons présenté dans cet article un problème central en gestion du bloc opératoire, qui présente un nombre important de contraintes et d'objectifs à optimiser. Nous avons mis en évidence l'aspect contradictoire des objectifs. L'approche considérée permet de générer un ensemble de solutions de compromis, permettant au gestionnaire de sélectionner la solution correspondant le mieux à ses préférences. Nous avons employé une méthode exacte, mais la complexité du problème (problème d'affectation couplé à un problème d'ordonnancement) rend son emploi difficile pour des problèmes de grande taille. Même pour les petits exemples considérés dans cet article, le temps de résolution s'est avéré particulièrement élevé et supérieur à ce que le gestionnaire du bloc opératoire pourrait tolérer. La maximisation des affinités est particulièrement complexe.

Deux voies de recherche sont envisagées par la suite : la résolution du problème en deux phases (première phase : résolution du problème de composition des équipes, deuxième phase : ordonnancement des opérations), et l'implémentation d'une heuristique multiobjectif (Lust & Teghem 2010).

REMERCIEMENTS

Cette recherche est financée par l'Etat belge à travers le programme PAI (Pôle d'Attraction Interuniversitaire).

Références

Cardoen, B., Demeulemeester, E. & Belien, J. (2010). Operating room planning and scheduling : a litterature review, *European Journal of Operational Research* **201**(3) : 921–932.

Durant, G. (2011). L'impact financier des blocs opératoires sur la gestion des institutions hospitalières, *Congrès annuel de l'association francophone des infirmières de salle d'opération*.

Haimes, Y., Lasdon, L. & Wismer, D. (1971). On a bicriterion formulation of the problems of integrated system identification and system optimization, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* **1** : 296–297.

Lust, T. & Teghem, J. (2010). Two-phase Pareto local search for the biobjective traveling salesman problem, *Journal of Heuristics* **16**(3) : 475–510.

Meskens, N., Duvivier, D. & Hanset, A. (2011). Multi-objective scheduling of operating theatre considering desiderata of surgical team, *Decision Support Systems* . A paraître.