

## Propagation de l'incertitude sur la géométrie en dosimétrie numérique

Amine Drissaoui, François Musy, Laurent Nicolas, Ronan Perrussel, Riccardo Scorretti, Damien Voyer

► **To cite this version:**

Amine Drissaoui, François Musy, Laurent Nicolas, Ronan Perrussel, Riccardo Scorretti, et al.. Propagation de l'incertitude sur la géométrie en dosimétrie numérique. Numélec 2012, Jul 2012, Marseille, France. Actes de la 7ème Conférence Européenne sur les méthodes numériques en Électromagnétisme, pp.140, 2012. <hal-00714480>

**HAL Id: hal-00714480**

**<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00714480>**

Submitted on 5 Jul 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Propagation de l'incertitude sur la géométrie en dosimétrie numérique

M. A. Drissaoui<sup>\*§</sup>, F. Musy<sup>§</sup>, L. Nicolas<sup>\*</sup>, R. Perrusset<sup>□</sup>, R. Scorretti<sup>\*</sup> et D. Voyer<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup>Laboratoire Ampère (UMR CNRS 5005) / <sup>§</sup>Institut Camille Jordan (UMR CNRS 5208)  
 CNRS-Université de Lyon-Ecole Centrale de Lyon, 69134, Ecully, France

<sup>□</sup>Université de Toulouse; CNRS; INPT, UPS; Laboratoire Plasma et Conversion d'Énergie (LAPLACE), Toulouse, France  
 E-mail: Amine.Drissaoui@ec-lyon.fr

**Résumé** — Nous présentons une méthode de transformation géométrique couplée avec une approche non intrusive pour résoudre un problème avec une incertitude sur la géométrie en dosimétrie numérique. On montre que cette technique économise les coûts de calculs nécessaires aux remaillages du domaine de calcul pour chaque réalisation de géométrie, en conservant la précision sur les grandeurs statistiques.

### I. INTRODUCTION

L'examen de la littérature autour d'une situation d'exposition de référence où un téléphone portable rayonne un champ électromagnétique à proximité de la tête de l'utilisateur montre qu'il y a une disparité des résultats de simulation du Débit d'Absorption Spécifique (DAS) obtenus [1] alors qu'il s'agit d'un problème déterministe. Cette disparité viendrait des différences d'interprétation dans le positionnement du téléphone portable. Il est donc pertinent d'étudier l'influence de la position de la source dans le calcul du DAS. Plus généralement, le problème de positionnement du téléphone peut être vu comme un problème de variabilité. Il peut être résolu par une approche stochastique non intrusive [2] mais une partie non négligeable du temps de calcul doit être consacrée à remailler le domaine géométrique pour chaque réalisation du positionnement du téléphone portable. On propose ici, pour éviter ce remaillage, de travailler sur un domaine géométrique fixe en convertissant la variabilité géométrique en une variabilité des propriétés électromagnétiques à l'aide d'une transformation géométrique adéquate [3, 4].

Dans ce qui suit, on commence par décrire le problème déterministe, puis on formule le problème avec la transformation géométrique requise et enfin on présente quelques résultats sur un problème de dosimétrie numérique 2D.

### II. TRANSFORMATION GÉOMÉTRIQUE

#### A. Approximation éléments finis

On s'intéresse à la résolution de l'équation des ondes pour le champ électrique E dans un domaine 2D Ω borné. En imposant des conditions aux limites absorbantes sur la frontière ∂Ω, la formulation faible du problème déterministe dans un espace éléments finis (EF) conforme X<sub>h</sub> s'écrit

$$\int_{\Omega} \frac{1}{\mu} (\nabla \cdot E)^T \nabla \cdot E' d\Omega + jk \int_{\partial\Omega} \frac{1}{\mu} (E \times n)^T (E' \times n) ds - \omega^2 \int_{\Omega} \epsilon E^T E' d\Omega = -j\omega \int_{\Omega} J_s E' d\Omega \quad \forall E' \in X_h, \quad (1)$$

où ∇. représente l'opérateur gradient, T la transposée, E' une fonction test, μ la perméabilité, n la normale unitaire sortante à ∂Ω, ε la permittivité, ω la pulsation, J<sub>s</sub> le courant électrique source, j la racine carrée de -1 et k le nombre d'onde.

#### B. Paramétrisation de la transformation géométrique

On suppose que le domaine Ω présente une forme rectangulaire où la longueur d'un des côtés (noté a) varie ; autrement dit, Ω ∈ {Ω<sub>a</sub>/a ∈ I} où I est un intervalle dans ℝ<sup>+</sup>. Dans le but de ne pas remailler le domaine Ω<sub>a</sub> pour chacune des valeurs de a ∈ I, on transfère le problème (1) défini sur le domaine Ω<sub>a</sub> vers un problème défini sur un domaine de référence Ω̂ = Ω<sub>a</sub> à l'aide d'un changement de variables, comme indiqué sur la figure 1.

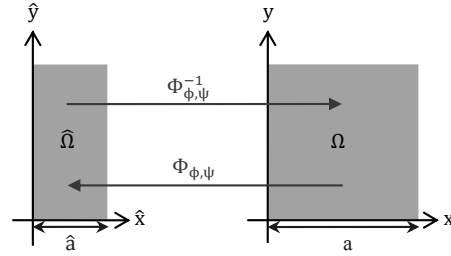


Fig. 1 : Transformation géométrique du domaine rectangulaire

On donne ci-dessous l'expression de l'application Φ<sub>φ,ψ</sub> qui permet d'effectuer la transformation géométrique :

$$\Phi_{\phi,\psi} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \begin{cases} \phi : x = \phi(\hat{x}, \hat{y}) = \frac{a}{\hat{a}} \hat{x} \\ \psi : y = \psi(\hat{x}, \hat{y}) = \hat{y} \end{cases}$$

On explicite ensuite l'expression du champ électrique dans le domaine de référence en fonction de E :

$$\hat{E}(\hat{x}, \hat{y}) = E \circ \Phi_{\phi,\psi}(\hat{x}, \hat{y}) = E(\phi(\hat{x}, \hat{y}), \psi(\hat{x}, \hat{y})).$$

Finalement, on utilise un changement de variables dans (1) pour obtenir la formulation faible du problème dans le domaine de référence  $\hat{\Omega}$  :

$$\int_{\hat{\Omega}} (\nabla \cdot \mathbf{E})^T \frac{1}{\mu} \begin{pmatrix} \frac{\hat{a}}{a} & 0 \\ 0 & \frac{a}{\hat{a}} \end{pmatrix} \nabla \cdot \mathbf{E}' d\hat{\Omega} + jk \int_{\hat{\Omega}} \frac{1}{\mu} (\hat{\mathbf{E}} \times \hat{\mathbf{n}})^T (\hat{\mathbf{E}}' \times \hat{\mathbf{n}}) \frac{a}{\hat{a}} d\hat{\Omega} - \omega^2 \int_{\hat{\Omega}} \varepsilon \hat{\mathbf{E}} \hat{\mathbf{E}}' \frac{a}{\hat{a}} d\hat{\Omega} = -j\omega \int_{\hat{\Omega}} \hat{\mathbf{j}} \hat{\mathbf{E}}' \frac{a}{\hat{a}} d\hat{\Omega} \quad \forall \hat{\mathbf{E}}' \in X_{\hat{\Omega}}. \quad (2)$$

Dans l'équation (2), on constate que le changement de variable fait apparaître des modifications dans les matrices masse et raideur : les nouveaux termes peuvent être vus comme des changements de la permittivité et de la perméabilité du milieu.

III. PROBLEME DE DOSIMETRIE

Cette technique est appliquée à un problème de dosimétrie en 2D où on étudie l'effet du rayonnement d'une source ponctuelle sur le corps humain (voir la coupe 2D représentée sur la figure 2). La distance entre la source et le corps humain est modélisée par une variable aléatoire et les paramètres des différents tissus sont aussi considérés comme des variables aléatoires dont l'espérance est égale aux valeurs les plus communément trouvées dans la littérature [5]. Chacune de ces variables aléatoires suit une loi de probabilité uniforme [6].

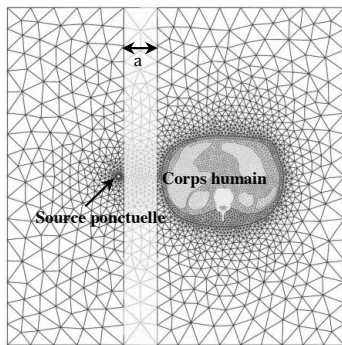


Fig. 2 : Maillage du problème de dosimétrie 2D

Les méthodes considérées ici fournissent directement l'analyse de variabilité de la quantité observée (le DAS dans tout le corps) vis-à-vis des paramètres aléatoires. On considère dans un premier temps le problème pour deux finesses de maillage et un nombre de simulations constant égal à 35. Les résultats obtenus avec la technique de la transformation géométrique et celle des remaillages sont résumés dans le tableau 1.

TABLEAU I. MOYENNE ET ÉCART TYPE CALCULÉS EN UTILISANT UN NOMBRE DE NOEUDS VARIABLE

Technique	Transformation géométrique		Remaillages	
	10000 nœuds	1 million de nœuds	10000 nœuds	1 million de nœuds
Durée des simulations (s)	20.8600	6218.9	29.6300	8554.93
Moyenne (W/Kg)	1.2529×10 <sup>-4</sup>	1.1534×10 <sup>-4</sup>	1.2535×10 <sup>-4</sup>	1.1534×10 <sup>-4</sup>
Ecart type (W/kg)	1.0167×10 <sup>-5</sup>	8.8609×10 <sup>-6</sup>	1.0272×10 <sup>-5</sup>	8.8609×10 <sup>-6</sup>

On peut conclure que l'utilisation de la transformation géométrique économise le coût des remaillages sans dégrader la précision des résultats et que les résultats sont identiques à ceux de la méthode des remaillages quand le maillage est très fin.

On s'intéresse maintenant au cas où pour un maillage donné de 10000 nœuds, on augmente le nombre de simulations pour affiner la précision sur les grandeurs statistiques. Le tableau 2 montre que la transformation géométrique non seulement annule le temps de calcul dû aux remaillages mais améliore aussi la précision (les erreurs relatives des grandeurs statistiques sont plus faibles que celles de la méthode des remaillages).

TABLEAU II. MOYENNE ET ÉCART TYPE CALCULÉS EN UTILISANT UN NOMBRE DE SIMULATIONS VARIABLE

Technique	Transformation géométrique		Remaillages	
	647 simulations	9487 simulations	647 simulations	9487 simulations
Durée des simulations (s)	365.22	5339.03	543.62	7809.07
Moyenne (W/Kg)	1.2519×10 <sup>-4</sup>	1.2520×10 <sup>-4</sup>	1.2518×10 <sup>-4</sup>	1.2521×10 <sup>-4</sup>
Ecart type (W/kg)	1.0170×10 <sup>-5</sup>	1.0179×10 <sup>-5</sup>	1.0309×10 <sup>-5</sup>	1.0269×10 <sup>-5</sup>

REFERENCES

- [1] B.B. Beard et al, "Comparisons of Computed Mobile Phone Induced SAR in the SAM Phantom to That in Anatomically Correct Models of the Human Head", *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, Vol. 48, No. 2, pp. 397-407, 2006.
- [2] D. Xiu, "Fast Numerical Methods for Stochastic Computations: A Review", *Communications In Computational Physics*, Vol.5, No.2, pp. 242-272, 2009.
- [3] D. Xiu et D.M. Tartakovsky, "Numerical methods for differential equations in random domains", *SIAM J.SCI COMPUT.* Vol 28, No. 3, pp.1167-1185, 2006.
- [4] D. H. Mac et al, "Solution of Static Field Problems with Random Domains", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 46, No. 8, pp. 3385-3388, 2010.
- [5] A. Hadjem et al, "Study of Specific Absorption Rate (SAR) Induced in Two Child Head Models and in Adult Heads Using Mobile Phones," *IEEE Transactions Microwave Theory and Techniques*, Vol. 53, No. 1, pp. 4-11, 2005.
- [6] D. Voyer et al, "Comparison of methods for modeling uncertainties in a 2d hyperthermia problem," *Progress In Electromagnetics Research B*, Vol.11, pp. 189-204, 2009.