Partage de réseau d'accès entre deux opérateurs de réseaux mobiles

Alexandre Blogowski[1,2], Mustapha Bouhtou[1], Philippe Chrétienne[2], Adam Ouorou[1], et Fanny Pascual[2]

[1] *Orange Labs, France Télécom, 38-40 rue du Général Leclerc, 92130 Issy-les-Moulineaux, France, e-mail : prénom.nom@orange.com*
[2] *Université Pierre et Marie Curie, Laboratoire Informatique de Paris 6, 4 Place Jussieu, 75005 Paris, France, e-mail : prénom.nom@lip6.fr*

Dans cet article, nous étudions le partage de réseau d'accès, par deux opérateurs, d'une infrastructure connue. Connaissant l'emplacement possible des différents sites de stations de base, on cherche à déterminer la stratégie optimale de déploiement pour un opérateur donné afin qu'il maximise son profit par rapport à une certaine fonction objectif. On s'intéresse donc aux questions "Dans quelles stations de base chaque opérateur investit-il ?" et "Quel impact cela a t-il sur la solution globale du problème ?". On s'intéresse, d'une part, à caractériser l'existence d'équilibres de Nash et mesurer leur qualité (avec le prix de la stabilité et le prix de l'anarchie [1, 6]), et, d'autre part, à améliorer ces performances en construisant de manière centralisée une solution qui convienne aux deux opérateurs.

Keywords: Théorie des jeux algorithmique, réseau d'accès, télécommunications, partage, équilibre de Nash, prix de la stabilité, prix de l'anarchie

1 Introduction

La téléphonie mobile joue un rôle crucial pour mettre les services à la disposition d'une grande partie de la population. Dans les pays en développement, il reste néanmoins encore beaucoup à faire pour couvrir les zones rurales. Tout le problème vient du coût élevé des infrastructures de réseau, qui se traduit par une hausse des prix pratiqués par les opérateurs, lesquels cherchent à amortir leurs investissements. Le partage des infrastructures de services mobiles est une solution qui permet de faire baisser ce coût. A l'heure actuelle, de nombreux pays partagent déjà des infrastructures mobiles. Citons, à titre d'exemple, l'accord conclu entre Orange et Vodafone au Royaume-uni et en Espagne, ou encore les pays tels que le Brésil, la Jordanie, le Canada, l'Inde ou la Malaisie au sein desquels les opérateurs coopèrent également.
Il existe deux grandes catégories de partage des infrastructures de services mobiles : le partage passif et le partage actif. Le premier a trait au partage des espaces physiques, par exemple des bâtiments, de sites et pylônes, alors que les réseaux restent distincts. Le partage actif implique, quant à lui, le partage d'éléments de la couche active des réseaux mobiles, tels que les antennes, voire des éléments du réseau central. Cette forme de partage comprend également l'itinérance mobile, qui permet à un opérateur d'utiliser le réseau d'un autre opérateur là où il ne dispose pas de couverture ou d'infrastructures qui lui appartiennent en propre. La suite du papier ne traitera que du premier cas de partage de réseau, à savoir le partage passif.

Plusieurs études économiques [2, 3, 4, 8] ont été effectuées sur le problème de partage de réseau entre plusieurs opérateurs mobiles. Ces dernières ont conclues que le partage de réseau était avantageux sur le plan financier. Cependant, quelques inconvénients comme l'incapacité de différencier son propre trafic sont à déplorer. Par ailleurs, à notre connaissance, aucune caractérisation mathématique n'a été faite sur ce sujet. Nous proposons donc ici la modélisation du problème de partage de réseau d'accès entre deux opérateurs mobiles, basée sur la théorie des jeux algorithmique [7, 9].

2 Problèmes considérés

On considère deux opérateurs A et B, et m sites (appelés aussi stations de base), chacun couvrant une population donnée. L'opérateur $j \in \{A, B\}$ a, pour chaque station de base i, deux stratégies

possibles :
- soit il investit :
  · seul, avec alors un profit p_i^j ;
  · avec l'autre opérateur, avec alors un profit $p_i^{j'}$;
- soit il n'investit pas : il aura alors un profit égal à 0.

Nous considérons que le but de chaque opérateur est de maximiser son profit (i.e. la somme des profits induits par ses investissements). Un équilibre de Nash (EN) est une situation dans laquelle aucun opérateur n'a intérêt à changer unilatéralement de stratégie [7]. Pour une fonction objectif globale considérée, nous regardons la qualité des solutions trouvées grâces au prix de l'anarchie [6] (resp. prix de la stabilité [1]) qui est le rapport maximal (sur l'ensemble des instances) entre la valeur de cette fonction objectif globale dans le pire (resp. meilleur) équilibre de Nash et la valeur de cette fonction dans une solution optimale. On utilisera par la suite les abréviations POS (resp. POA) pour le prix de la stabilité (resp. anarchie).

La fonction objectif globale que nous considérons est la fonction qui consiste à maximiser la somme globale des profits. Nous notons cette fonction MaxSP définit comme suit :

$$\max \quad \sum_{i=1}^{m} \left[max \left(x_i^A \overline{x_i^B} p_i^A ; \overline{x_i^A} x_i^B p_i^B ; x_i^A x_i^B (p_i^{A'} + p_i^{B'}) ; 0 \right) \right]$$

où $x_i^j = 1$ si l'opérateur j investit sur la station de base i, 0 sinon, et où $\overline{x_i^j} = 1 - x_i^j$.

A cette fonction objectif vient s'ajouter deux contraintes supplémentaires :
- une contrainte de couverture de la population (notée couv) ;
- une contrainte de profit minimum pour les opérateurs (notée pmin).

La contrainte de couverture est une contrainte imposée par la réglementation du pays : chaque opérateur doit couvrir un pourcentage donné de la population †. Si l'opérateur j investit ou co-investit dans la station de base i, il couvrira toutes les personnes (abonnées ou non) présentes dans le périmètre de la station de base i, soit n_i. Le but de l'opérateur j est alors de maximiser son profit sous la contrainte qu'il couvre au moins $C^j = \sum_i x_i^j n_i$ personnes.

Le prix de la stabilité pouvant être non borné (voir ci-après 3.5), la contrainte de profit minimum nous permettra d'obtenir une solution meilleure ou équivalente au meilleur équilibre de Nash du jeu. Cette solution ne sera pas forcément un équilibre de Nash, mais pourra aisément être acceptée par les deux opérateurs. En effet, cette solution garantira à chaque opérateur un profit minimum équivalent à ce qu'il aurait obtenu dans son meilleur équilibre de Nash. On résout alors le problème MaxSP avec les contraintes supplémentaires suivantes :

$$prof^A \geq P^A \quad \text{et} \quad prof^B \geq P^B$$

où $prof^A = \sum_i (x_i^A \overline{x_i^B} p_i^A + x_i^A x_i^B p_i^{A'})$ (resp. $prof^B = \sum_i (\overline{x_i^A} x_i^B p_i^B + x_i^A x_i^B p_i^{B'})$) correspond au profit total généré par l'opérateur A (resp. B), et où P^A (resp. P^B) représente le profit minimum que doit percevoir l'opérateur A (resp. B). P^A (resp. P^B) sera fixé au profit que l'opérateur A (resp. P^B) obtiendrait dans son meilleur équilibre de Nash.

Par la suite, on notera le nom d'un problème par le nom de la fonction objectif suivi de la liste des contraintes entre parenthèses. Par exemple MaxSP(pmin,couv) correspondra au problème de la maximisation de la somme globale des profits sous les contraintes de profits minimums pour les opérateurs ainsi que de couverture.

3 Résolution

Nous avons tout d'abord étudié la complexité de ces problèmes dans le cas où les profits sont tous positifs ou nuls, puis ensuite dans le cas où les profits sont quelconques. De plus, à l'intérieur de ces

†. http ://www.arcep.fr/index.php ?id=8161

deux cas, nous avons distingué deux sous-cas : le cas général, et le cas où les profits engendrés par le co-investissement rapportent plus que le meilleur profit des opérateurs seuls, c'est-à-dire $p_i^{A'} + p_i^{B'} \geq \max(p_i^A, p_i^B)$. Pour chaque cas, outre la complexité, nous avons étudié l'existence d'équilibres de Nash ainsi que la qualité des solutions trouvées (POS/POA). Voici ci-dessous quelques uns des résultats majeurs :

Proposition 3.1 *Le problème MaxSP est facile*

Preuve 3.1.1 *Pour chaque site i, on choisit la profit maximum entre $p_i^A, p_i^B, (p_i^{A'} + p_i^{B'})$ et zéro si tous les profits précédents sont négatifs. Pour chaque site i on a donc l'optimal local. En sommant tous ces optimums locaux, on obtient la solution optimale du réseau.* □

Proposition 3.2 *La version décision du problème MaxSP(couv) est* **NP***-complète pour un seul agent, mais également pour deux agents lorsque tous les profits sont positifs ou nuls.*

Preuve 3.2.1 *On montre que les deux problèmes se réduisent à un problème de partition qui est* **NP***-complet [5].* □

Proposition 3.3 *Pour les problèmes MaxSP et MaxSP(couv), lorsque tous les profits sont positifs ou nuls, il existe toujours un équilibre de Nash.*

Proposition 3.4 *Pour une instance donnée, il n'existe pas d'équilibre de Nash pur si et seulement si il existe un site i tel que $\left(p_i^A < 0 < p_i^{A'} \text{ et } p_i^{B'} < 0 < p_i^B\right)$ où $\left(p_i^B < 0 < p_i^{B'} \text{ et } p_i^{A'} < 0 < p_i^A\right)$.*

Proposition 3.5 *Pour les problèmes MaxSP et MaxSP(couv), il existe des instances où le prix de la stabilité est non borné.*

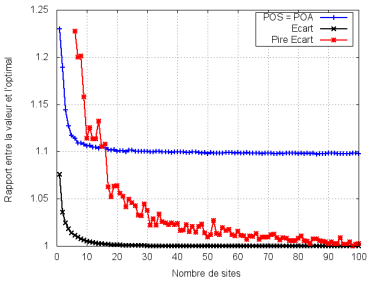
Preuve 3.5.1 *On prend les profits suivants : $p_1^A = p_1^{A'} = -M, p_1^B = 1$, et $p_1^{B'} = 2M$ avec M qui tend vers l'infini. Le seul EN est que l'opérateur A n'investisse pas car ses profits sont négatifs, et que l'opérateur B investisse. La somme globale des profits vaut alors 1. La solution optimale vaut elle M, si les deux opérateurs co-investissaient sur le site. Le prix de la stabilité vaut donc M.* □

4 Tests numériques

Nous avons mis en œuvre nos programmes sur des jeux de données aléatoires (Figures 1, 2 et 3) et réelles (Figure 4) . Dans la Figure 1, la variable "Ecart" correspond à l'écart entre la valeur de la solution du problème MaxSP(pmin) et la valeur de la solution optimale. La variable "Pire Ecart" est la valeur maximale de "Ecart" constatée sur toutes les instances. On remarque donc que la POS et la POA, bien que pouvant être non bornés en théorie, ne sont, en moyenne, qu'entre 1,1 et 1,3 fois éloignés de l'optimal. La solution de MaxSP(pmin) tend quant à elle vers l'optimal plus le nombre de sites est grand. Les opérateurs ont donc tout intérêt à accepter cette nouvelle solution car elle tend vers la solution optimale, tout en leurs garantissant un profit au moins équivalent à ce qu'ils auraient obtenu seuls dans un équilibre de Nash. Sur la Figure 2, on observe le nombre de fois où la solution du problème MaxSP(pmin) atteint l'optimal, et sur la Figure 3, on constate le nombre de fois où il n'y a pas de solution réalisable au problème MaxSP(pmin).
Enfin, sur la Figure 4, on peut observer une comparaison entre des instances aléatoires et réelles. On remarque que sur les cas pratiques, la POS et la POA sont encore plus faible (en dessous de 1,1 fois éloignés de l'optimal), alors que la variable "Ecart" est seulement légèrement plus faible que la POS.

5 Conclusions et perspectives

Nous nous sommes intéressés au partage d'infrastructure par deux opérateurs concurrents. Nous avons remarqué que, dans le pire des cas, le prix de la stabilité pouvait être non borné. Cela nous a incité à étudier le problème MaxSP(pmin), dans lequel la solution retournée n'est pas un équilibre de Nash (sauf cas particulier) mais est une solution qui rapporte à chaque opérateur un profit au moins égal à ce qu'il aurait perçu dans un équilibre de Nash. Nous avons effectué des expérimentations sur des données générées aléatoirement, et nous avons vu, qu'en pratique, le prix de l'anarchie est assez faible, et que les solutions optimales du problème MaxSP(pmin) sont encore de meilleure qualité.



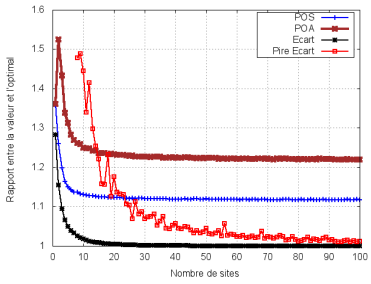


Figure 1: Sur 10 000 tests, moyenne de la POS, POA, Ecart et Pire Ecart par rapport à la solution optimale, en fonction du nombre de sites, et pour des profits compris entre 0 et 5 pour la figure de gauche, et entre -5 et 10 pour celle de droite.

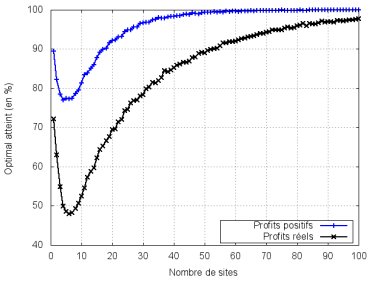


Figure 2: Sur 10 000 tests, nombre de fois où la solution de MaxSP(pmin) atteint l'optimal, en fonction du nombre de sites.

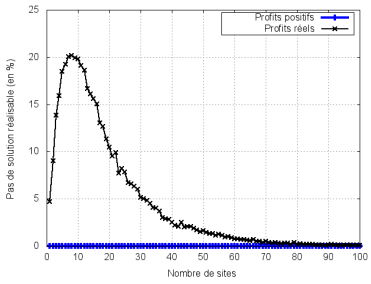


Figure 3: Sur 10 000 tests, nombre de fois où il n'existe pas de solution réalisable au problème MaxSP(pmin), en fonction du nombre de sites.

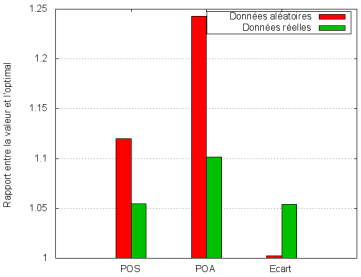


Figure 4: Comparaison entre des instances aléatoires et réelles, sur 28 sites.

Dans la suite de nos travaux, nous étudierons plus en détail la contrainte de couverture. Quantifier le gain ou la perte de profits qu'elle engendre par rapport à la solution optimale sans couverture nous fournira alors un nouvel élément de comparaison. Enfin, nous regarderons ce que peut apporter le problème MaxSP(pmin,couv), et la valeur de ses solutions.

Références

[1] E. Anshelevich, A. Dasgupta, J. Kleinberg, É. Tardos, T. Wexler, and T. Roughgarden. The price of stability for network design with fair cost allocation. In *Proceedings of 45th IEEE Symposium on Foundations of Computer Science (FOCS)*, pages 295–304, 2004.

[2] A. Barlett and N. N. Jackson. Network planning considerations for network sharing in umts. In *Proceedings of the third International Conference on 3G Mobile Communication Technologies*, pages 17–21. Motorola UK, 2002.

[3] Le Clech Fabien. LTE network sharing. Technical report, Orange Labs, March 2011.

[4] Dr. Thomas Frisanco, Dr. Paul Tafertshofer, Pierre Lurin, and Rachel Ang. Infrastructure sharing and shared operations for mobile network operators. In *Proceedings of ICC 2008*.

[5] Michael R. Garey and David S. Johnson. *A Guide to the Theory of NP-Completeness*.

[6] E. Koutsoupias and C.H. Papadimitriou. Worst-case equilibria. In *Proceedings of the 16th Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science (STACS)*, volume 1563 of *LNCS*, pages 404–413. Springer, 1999.

[7] N. Nisan, T. Roughgarden, E. Tardos, and VV Vazirani. *Algorithmic Game Theory*. Cambridge University Press, New York USA, 2007.

[8] Tarry Norman and Catherine Viola. Transform the economics of your wireless business with infrastructure sharing. Technical report, Analysys Mason, April 2010.

[9] W. Saad, Zhu Han, M. Debbah, A. Hjorungnes, and T. Basar. Coalitional game theory for communication networks. *Signal Processing Magazine, IEEE*, Issue : 5 :77–97, 2009.