Le contrat didactique : le milieu

Guy Brousseau

▶ **To cite this version:**

Guy Brousseau. Le contrat didactique : le milieu. Recherches en Didactique des Mathematiques, 1990, 9 (9.3), pp.309 - 336. hal-00686012

HAL Id: hal-00686012
https://hal.science/hal-00686012

Submitted on 6 Apr 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LE CONTRAT DIDACTIQUE: LE MILIEU

Guy Brousseau [1]

ABSTRACT

The milieu is here defined as the set of external conditions within which a human being behaves and grows. Il plays an important role in the determination of the knowledge that the subject — its antagonist — must develop in order to control a situation for action. Recent theoretical developments give it a fundamental role in learning processes. From this point of view, a large part of teaching activities seems to consist of the reorganisation of the milieu in order to favour a-didactical adaptations. But for this purpose, it is necessary to know which didactical conditions are required for the devolution process in order to allow students to enter such a contract. In a situation for validation, the milieu becomes the place where functions the corresponding knowledge, as well as its — implicit or explicit — reference. For this reason it becomes both a cultural and an epistemological object to be taught.

The first part of the article aims at reminding the reader about the *théorie des situations didactiques* which constitutes the framework for the introduction of the notions of *milieu* and of *contract*. The second part shows how some didactical enginery allows to solve the devolution problem in an a-didactical milieu. It consists of asking pupils of the second grade to solve equations as a preliminary to the introduction of the substraction computation. This example shows the functionning of the milieu and the necessity for its construction as a content to be known from pupils.

RESUMEN

El medio, como conjunto de condiciones exteriores en las cuales vive y se desarrolla un individuo humano, juega un rol importante en la determinación de los conocimientos que el sujeto, su antagonista, debe desarrollar para controlar una situación de acción. Las teorias modernas le asignan un rol fundamental en los aprendizajes. Desde este punto de vista, una parte importante de la enseñanza aparece como la reorganización de un medio favorable a las adaptaciones a-didácticas. También es necesario saber cuales son las condiciones didácticas de devolución que conviene realizar para que el alumno pueda entrar en tal contrato. En una situación de validación de un saber, el medio es ademas el lugar de funcionamiento y la referencia, implicita o explicita, de los conocimientos correspondientes. En consecuencia, se convierte en un objeto cultural y espistemológico de enseñanza.

La primera parte tiene por objeto recordar algunos elementos de la teoria de situaciones que permiten introducir las nociones de medio y de contrato. La segunda muestra como dispositivos de ingenieria permiten resolver un problema de devolución de un medio a-didáctico. Se trata de hacer resolver

1. I.R.E.M. — Université de Bordeaux, 351 Cours de la Libération, 33405 Talence.

Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 9, n°3, pp. 309-336, 1988

ecuaciones a los alumnos de segundo curso de primaria para introducir el calculo de la sustracción. Este ejemplo muestra el funcionamiento del medio y la necesidad de construirlo como objeto de saber para los alumnos.

RÉSUMÉ

Ensemble des conditions extérieures dans lesquelles vit et se développe un individu humain, le milieu joue un rôle important dans la détermination des connaissances que le sujet, son antagoniste, doit développer pour contrôler une situation d'action. Les théories modernes lui assignent un rôle fondamental dans les apprentissages. De ce point de vue, une part importante de l'enseignement paraît consister en la réorganisation d'un milieu favorable aux adaptations a-didactiques. Encore faut-il savoir quelles conditions didactiques de dévolution il convient de réaliser pour que l'élève puisse entrer dans un tel contrat. Dans une situation de validation d'un savoir, le milieu devient, de plus, le lieu de fonctionnement et la référence, implicite ou explicite, des connaissances correspondantes. Il devient donc par là un objet culturel et épistémologique d'enseignement.

La première partie a pour objet de rappeler quelques éléments de la théorie des situations qui permettent d'introduire les notions de milieu et de contrat. La deuxième montre comment des dispositifs d'ingénierie permettent de résoudre un problème de dévolution d'un milieu a-didactique. Il s'agit de faire résoudre des équations aux élèves de deuxième année de primaire en vue d'introduire le calcul de la soustraction. Cet exemple montre le fonctionnement du milieu et la nécessité de le construire comme objet de savoir pour les élèves.

PRÉAMBULE

Trois ans après la quatrième école d'été, me voici conduit à exposer le même sujet (Brousseau 86 a) devant le même auditoire. Je peux en inférer diverses conjectures: je dois reprendre ma copie parce qu'elle était mauvaise, elle n'était pas assez claire pour qu'on puisse l'utiliser, ou alors au contraire le nombre des travaux publiés sur ce sujet depuis cette date justifie un nouveau survey et je dois prendre acte de nouvelles orientations sur la question, ou encore je n'ai pas produit de nouveaux travaux plus intéressants depuis 1986.

Toutes ces déclarations doivent être vraies à la fois: une revue rapide des publications portant sur le contrat didactique montre la vitalité et l'importance de cette branche. Cependant, l'absence de reprise des modélisations en termes de jeux, non seulement dans les présentations théoriques mais aussi pour le calcul de l'ingénierie didactique, est peut être l'indice qu'il faut abandonner ce point de vue. De plus le système «milieu» est absent dans les textes de présentation de la relation didactique, malgré la «démonstration» que j'avais cru fournir de sa nécessité. Ceci explique peut-être cela.

Je viens de lire avec le plus grand intérêt un article d'Yves Chevallard («le concept de rapport au savoir» 1989 en préparation) où il poursuit son travail de théorisation et de formalisation du didactique (en particulier Y.C. 1988). Je suis démangé par le désir d'utiliser son approche anthropologique si excitante et prometteuse, pour la confronter avec les produits de l'approche systémique que nous commencions à connaître. Il ne me semble pas qu'il y ait de contradictions importantes entre elles. Au contraire, la présentation de mon sujet pourrait gagner en clarté, en précision et en efficacité si je l'utilisais. Mais je ne peux pas enlever à un auteur le plaisir de nous faire part de ses travaux dès qu'il le jugera opportun, aussi me retrouvai-je un peu empêché et comme surpris au milieu d'un gué!

Aussi, pour la partie théorique, en m'autorisant de *Queneau* et de son *oulipo*, je me bornerai, à l'esquisse de cours potentiels — puisque cours il doit y avoir — et chaque fois que je le pourrai, je renverrai à des textes existants. Par contre, je souhaite insister sur les incidences pratiques offertes par les concepts de contrat et de milieu, pour la compréhension, l'in-

génierie et l'observation des situations didactiques. Nous avons de nombreux exemples de situations qui, pour un observateur, paraissent s'appuyer sur «l'intervention» d'un «milieu» dont on attend qu'il se manifeste par des propriétés (par exemple physiques) indépendantes de la connaissance des protagonistes. (Exemples: Le Puzzle, La reproduction de figures, Le nombre le plus grand, la course à vingt...)

Le milieu qu'il soit physique, social, culturel ou autre joue un rôle dans l'emploi et l'apprentissage des connaissances par l'enseignant et par l'élève, qu'on le sollicite ou non dans la relation didactique. Cette raison suffirait pour que sa modélisation paraisse utile à l'étude de la communication des savoirs. Mais le fait que les propriétés de ce milieu puissent être l'objet de savoirs déjà construits conduit à penser qu'il n'y a pas lieu d'en faire l'étude, ou que cette étude sort du cadre de la didactique. Cet argument ne me convainc pas. La théorie des situations ne prend pas comme objet «milieu» l'univers dans son ensemble: cette ambition holistique absolue serait évidemment condamnée d'avance. Elle modélise seulement l'environnement spécifique d'un savoir ou d'un de ses aspects. Mais cette modélisation est nécessaire parce que les connaissances des élèves et celles des professeurs fonctionnent manifestement de façon différente des savoirs savants correspondants.

Mon cours de 86 ne visait pas à traiter cet aspect assez connu. Il s'agissait du milieu comme composant interne essentiel de la relation didactique. Il m'a semblé que l'étude de la dévolution d'une «équation», à propos de la soustraction au cours élémentaire pouvait très bien servir ce projet. Mon propos est de montrer que ce qui est dévolu est bien un rapport à un milieu.

La première partie a pour objet de remettre en place les éléments de théorie des situations (avancés dans et depuis le cours de l'école d'été 1986) qui permettent d'introduire les notions de contrat et de milieu.

La deuxième partie a pour objet de montrer sur un exemple le fonctionnement de la notion de milieu a-didactique et la nécessité de construire ce milieu comme objet de savoir pour l'élève. L'exemple porte sur un problème de dévolution résolu par des dispositifs d'ingénierie relatifs au milieu; le problème dévolu aux élèves est celui de la recherche du terme inconnu d'une somme.

I. APPROCHE SYSTÉMIQUE: ÉLÉMENTS DU MODÈLE

1) La relation didactique est habituellement décrite comme une relation entre deux partenaires, l'enseignant et l'élève, et avec un savoir.

L'enseignant et l'élève peuvent être identifiés comme des systèmes (sous-systèmes du système fondamental). Leurs relations au savoir seront déterminées par leurs interactions. Question: faut-il modéliser aussi l'environnement? et faut-il le faire sous forme d'un autre sous-système: le milieu (ou sous forme de plusieurs sous-systèmes: le milieu de l'élève, celui de l'enseignant, etc). Dans un premier temps essayons de l'éviter.

2) Modèle général d'interaction

L'activité d'*un* des sous-systèmes (élève ou enseignant) sera modélisée par le triplet (X,J,I_t):

X: joueur <——————> J: jeu formel

I_t: interaction

(l'interaction dépend du temps).

A chaque état du *jeu*, le joueur choisit parmi un des états permis et détermine ainsi l'état suivant. Les états terminaux sont chargés d'enjeux. [2]

2. a) Définition d'un jeu formel:
— Un *jeu formel* concret J est un 7-uplet «X,E,Γ,I,T,g,θ» comprenant un ensemble X de joueurs un ensemble E d'états possibles (les dispositions pertinentes possibles des éléments du jeu), une application Γ de E dans P(E) qui associe à chaque état du jeu un ensemble d'états permis (les choix offerts à chaque coup par le règlement), un état initial I, un ensemble d'états terminaux T, une application g de ces états terminaux dans RxX (les gains et les pertes par rapport aux mises), éventuellement une application θ (de X dans X par exemple) qui désigne le joueur succédant à celui qui vient de déterminer le nouvel état du jeu (le trait).
— Une partie est une application d'une section commençante de N dans ExX, dont le dernier élément appartient à TxX. Une stratégie est une application s de E dans E (où s(e) ∈ Γ(e)).
— Un état d'information est une application Φ de E dans l'ensemble des distributions de probalilités sur P(E), une information est un couple d'états d'information.

b) La sémantique du modèle
Avec ces éléments on veut construire des modèles: il s'agit de représenter de façon plus ou moins précise et réaliste l'évolution d'une relation d'apprentissage ou d'enseignement, c'est-à-dire la succession «historique», contingente, des faits considérés comme pertinents et où sont impliqués les acteurs de cette situation.

Les modèles «doivent» mettre en interaction des acteurs, enseignants et enseignés (1 pour le modèle minimal), et les connaissances (et les savoirs) «en jeu» apparaissent alors comme les conditions du déroulement optimal et stable (reproductible) de l'interaction.

Les *connaissances* du joueur apparaissent, dans les stratégies et dans les changements de stratégies, comme des moyens de gagner des parties ou d'en améliorer l'issue. Une décision du joueur peut être interprétée par un observateur :
— comme le résultat d'une stratégie anciennement choisie: soit qu'elle ait été apprise spontanément, soit qu'elle ait été enseignée au joueur,
— ou comme une improvisation nouvelle, soit au hasard, soit résultant d'une réflexion et/ou d'une information extérieure contemporaines de la décision.

Axiome 1. Pour toute connaissance, il est possible de construire au moins un jeu formel, communicable sans utiliser

---

Définition 1. Une connaissance est engagée dans un jeu formel J si on peut lui associer deux stratégies ou tout au moins deux issues non équivalentes du jeu, selon que cette connaissance est mise en œuvre ou non par l'un des acteurs.

Définition 2. La stratégie qui consiste à jouer au hasard dans le cadre des règles du jeu est dite stratégie de base.

Axiome 1. Certains jeux formels sont tels que les stratégies efficaces ou optimales sont obtenues à partir de la stratégie de base par la mise en œuvre d'une connaissance bien identifiable.

Définition 3. Une situation est une relation $R[d_t(A,J),c]$ entre une interaction et une connaissance engagée dans le jeu J. Par abus de langage on emploiera «situation» pour désigner un jeu formel J spécifique d'une connaissance.

Définition 4. Une situation d'apprentissage est une situation qui permet ou provoque un changement décisif (stable dans le temps) et résistant (stable par rapport à des variables de la situation) de stratégie chez le joueur.

Axiome 2. Il existe des situations d'apprentissage à un seul joueur.

Pour modéliser la relation d'un enseignant A avec son élève a, il faut relier la situation d'apprentissage dans laquelle l'élève entre: $R_a[d_t(a,J),c]$ avec la situation $R_m[d_t(A,J_m), C]$ dans laquelle le maître entre. Pour cela il faut indiquer *en terme de jeux:*
— la relation de R_a avec R_m;
— les rapports qui lient c la connaissance de l'élève (acquise ou à acquérir) à C, celles de l'enseignant. Par exemple, c figure (en partie) dans C mais sous forme de savoir culturel S(c);
— ceux de J le jeu de l'élève avec Jm celui de l'enseignant.

Soit $E(J_m)$, les états de J_m et $\Gamma(J_m)$ les règles du jeu de l'enseignant. On pourrait alors poser:

Axiome 3. $E(J_m) = R_a[d_t(a,J),c]$

Définition 5. $\Gamma(J_m)$ est une didactique formelle. La situation sur laquelle le professeur agit est alors celle dans laquelle l'élève se trouve: à chaque étape, l'enseignant choisit une connaissance c(S) déterminée par S le savoir à enseigner et à l'aide d'un choix adéquat de J, essaie de provoquer l'acquisition de c(S).

J est la situation «didactique» considérée au sens habituel de «situation qui sert à enseigner» puisqu'elle est un moyen d'enseignement livré à l'élève par le maître, c'est-à-dire d'exercice. Pour un formateur de maître, la situation didactique serait J_m, celle que l'enseignant doit manipuler consciemment; alors que J sera recherchée comme situation a-didactique c'est-à-dire à maîtriser sans le secours du maître. Mais pour un observateur extérieur, la situation didactique serait plutôt $R_m[d_t(A,J_m),C]$.

cette connaissance, et dont elle détermine pourtant la stratégie optimale.

Une *situation* est une association «interaction Jeu-Joueur, Connaissance»

$$S(I_t(X,J), C)$$

La relation de X avec la connaissance C à l'instant t est donc appréhendée par l'intermédiaire d'une fonction de C dans le jeu J.

Exemple. Un langage L, comme connaissance apparaît dans un système $S(I_t(X,J), L)$ qui doit comprendre un interlocuteur et des conditions qui rendent la performance — la production d'un message — nécessaire et pertinente et qui révèlent la compétence de X. L'acquisition d'un nouveau langage L' s'appuierait sur l'impossibilité de produire (ou de bien produire) le message voulu dans le langage ancien L.

Exercice 1. Montrer qu'une connaissance implicite, un langage, une théorie comme moyens de gérer respectivement des actions, des communications et des preuves sont discriminés par des situations différentes (i.e. des structures sociales différentes.

Exercice 2. Etablir la structure sociale minimale (la situation de communication) permettant de faire fonctionner une égalité numérique simple comme «3+4=7» comme *message informatif.*

3) Le rôle, le joueur, le sujet

Question: Est-il nécessaire de modéliser aussi le fonctionnement du système observateur et ses interactions avec le système observé? Il fait partie du milieu réel.

Cette modélisation permet de distinguer différentes formes de rapports avec les situations:
— le *rôle*, la fonction du joueur telle qu'elle est définie par les règles du jeu (par exemple «le premier joueur...»,
— le *joueur* réel qui tient effectivement le rôle et qui dans ce cadre décide des coups (par exemple l'élève Nicolas).
— en replongeant le joueur dans un milieu plus général on pourra l'identifier avec une PERSONNE définie par d'autres caractères ou par sa position dans d'autres situations: la personne privée, le sujet psychologique, le sujet psychanalytique...
Exemple: rôle: *Tartuffe*, joueur(acteur): *Molière*, personne: *J.B. Poquelin.*

4) Différents types de jeux

Pour préciser le modèle, il faut considérer diverses variables:
a) Le caractère direct ou réflexif du jeu
Les états possibles de certains jeux peuvent être des représentations de connaissances engagées dans d'autres jeux: nous appellerons «*savoir*» ces connaissances qui, d'«outils» (de moyens) d'interaction, sont devenus «objets» d'études pour le joueur.
b) Le caractère passif ou actif et dans ce dernier cas, le caractère finalisé ou non du jeu, qui peut donc devenir antagoniste, du joueur:
— le choix des états successifs est complètement déterminé par le *joueur,*
— ou bien les choix sont en partie déterminés par un ou plusieurs autres joueurs qui règlent leur action en fonction d'un but (en coopération ou en opposition) avec le joueur principal,
— ou bien les choix sont en partie déterminés par un partenaire dénué de finalités mais dont les règles d'action ne sont pas connues du joueur.

Ces jeux ont pour objet de modéliser le fonctionnement d'institutions ou de pratiques de références, en se plaçant, soit du point de vue du joueur, soit du point de vue d'un observateur. Certaines classes de ces jeux représentent donc un *milieu* (un environnement) dans son fonctionnement relatif à une connaissance. Elles sont modélisables par un système.

5) Connaissances et savoirs

A propos d'une même notion mathématique, on peut donc envisager une famille de situations où cette notion fonctionne comme une connaissance (situations d'*action*), une famille de situations où elle figure comme savoir (par exemple situations de *validation*), une famille de situations où apparaît l'identification d'un besoin de connaissances et de la possibilité de le satisfaire par la *communication* du savoir correspondant.

Dans une approche anthropologique, Y. Chevallard montre que les types d'institutions fondamentales qui déterminent le fonctionnement, la reconnaissance et l'étude, et enfin la communication des savoirs, sont consubstantiellement liés et doivent être définis ensemble.

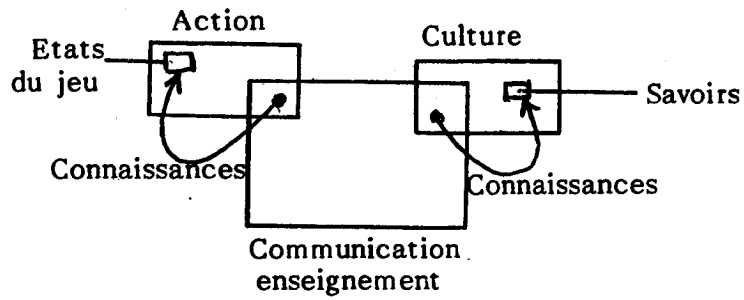


Schéma 1

Ces différentes sortes de fonctionnement des connaissances déterminent les différents niveaux de contrôle utilisés par un joueur dans une situation. Le passage d'un état du jeu au suivant peut être conditionné partiellement ou entièrement
— par la situation ou par la règle du jeu (le jeu n'a qu'une issue, le joueur n'a pas de choix),
— par les savoirs du joueur, connaissances culturelles liées au langage utilisé, aux algorithmes appris,
— par ses connaissances personnelles, privées mais anciennes, régulières,
— par la décision prise dans l'instant, de façon aléatoire ou nouvellement organisée.

Savoirs et connaissances forment la compétence du sujet, la décision constitue sa performance.

6) Apprentissages

Un apprentissage correspond au transfert de la responsabilité du choix, d'un niveau de contrôle à un autre.
Exemples:
1) La situation cesse d'assurer un effet habituel escompté par l'élève qui doit maintenant l'obtenir par le moyen d'un des autres systèmes de contrôle (information, savoir, connaissance, ou décision).
2) Un savoir appris cesse d'assurer l'efficacité d'une action et doit être changé ou adapté (transformé en connaissance personnelle) à la situation (par accommodation ou assimilation par exemple).

3) Une connaissance personnelle est identifiée comme ayant une valeur culturelle pour une communauté, (reconnue valide, réutilisable, communicable ou mise en relation avec un savoir...). Elle devient «savoir» pour le joueur.
Remarque: Apprendre ne consiste pas seulement à acquérir de l'information en tant que moyen de réduire l'incertitude, cela consiste aussi à envisager des possibilités nouvelles donc, provisoirement à accroître l'incertitude du joueur.

7) Types de situations (non didactiques)

Les classifications esquissées ci-dessus pour les types de jeux, les formes de fonctionnement des connaissances, et les sortes d'apprentissages, coïncident: elles engendrent une typologie-produit réduite. Il lui correspond trois types de situations qui résument à la fois les interactions sociales (action, communication, validation) les connaissances en jeu (théorèmes en actes, langages, assertions), leur rôle (outil, objet), leur mode d'évolution et d'apprentissage. Chacune propose donc un modèle de structuration du milieu toujours considéré comme environnement.

II. APPROCHE SYSTÉMIQUE: LA RELATION DIDACTIQUE

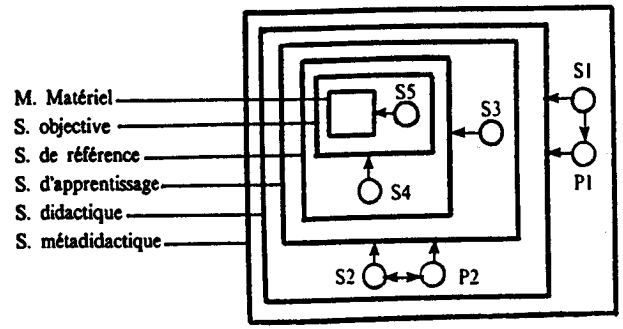
1) Le Modèle

Afin de modéliser la relation didactique et d'en prévoir les différents régimes de fonctionnement, il s'agit:
— de combiner des systèmes interactifs pour faire apparaître deux rôles différenciés (celui de l'élève et celui du professeur) par leurs rapports réciproques et leur rapport au savoir.
— et d'étudier la compatibilité de leurs caractères respectifs.

On obtient assez facilement de cette façon le schéma suivant (présenté à l'école d'été 1986 sous le titre: «structuration du milieu didactique»).

Il faut remarquer qu'à chaque niveau de relations, les savoirs et les connaissances de l'enseignant et de l'enseigné sont différents, même lorsqu'il s'agit de la même notion mathématique.

Dans leur fonctionnement, les niveaux S_5, S_4 et S_3 sont conçus comme non didactiques, le niveau S_2 est le niveau d'intervention didactique.



S1 sujet universel
S2 élève générique
S3 sujet de l'apprentissage
S4 sujet agissant
S5 secteurs objectifs
P1 Professeur préparant son cours
P2 Professeur enseignant agit sur ou observe

Schéma 2

Exercice: Quels sont les types de connaissances et de savoirs que ce schéma permet de distinguer et de préciser?

2) Que peut on faire avec ce modèle?

De nombreuses publications montrent l'intérêt de cette approche pour décrire les caractères pertinents des situations d'enseignement et en expliquer le déroulement: notions de variables pertinentes, de variables didactiques, effets de ces variables sur le coût des procédures et des apprentissages, saut informationnel etc.

Ce modèle permet de prévoir et d'expliquer :
— les types de situations non didactiques adaptés aux divers fonctionnements de la connaissance et les conditions qui déclenchent les transferts de responsabilité chez l'élève,
— et donc les moyens de provoquer des acquisitions, entre autres par la manipulation des rapports sociaux,
— la transposition didactique et les changements de signification qui accompagnent ces transferts et qui ponctuent la dialectique outil-objet,
— les modalités de transfert des responsabilités à l'intérieur du système didactique: dévolution et institutionnalisation;

Il permet ainsi de
— représenter des déroulements effectifs de leçons,

— concevoir des situations effectivement réalisables,
— rendre compte des transformations du savoir observables (au cours d'un apprentissage local ou d'une genèse historique),
— étudier les conditions théoriques du fonctionnement d'un savoir...

Cette approche permet surtout de poser de façon claire la question de la spécificité de la relation didactique. Jusqu'ici, rien ne conduit à l'envisager comme étant de nature différente de la relation non-didactique. L'étude du modèle a permis de faire apparaître des paradoxes qui, appuyés par l'observation de divers phénomènes de didactique, ont conduit à spécifier la relation didactique comme un jeu spécial: le contrat didactique.

Avant de rappeler ce résultat examinons le statut du milieu dans ce modèle.

3) Le milieu dans ce modèle

Pour représenter convenablement le fonctionnement non didactique des connaissances, nous devons adopter le plus souvent des situations dans lesquelles les états du jeu sont déterminés alternativement par le joueur et par un SYSTEME antagoniste qui modifie les états du jeu de façon non contrôlée par le joueur. Ce système, nous l'avons déjà signalé, est pour l'observateur une modélisation de l'environnement et de ses réponses pertinentes pour l'apprentissage en cours. Il n'est qu'une partie de la situation.

Car la situation n'est pas seulement le cadre de l'action du sujet, elle en est la condition, elle est donc étroitement associée aux connaissances en jeu. De ce fait, une partie de la situation va devoir entrer comme partie intégrante des savoirs correspondants. Cette partie, cachée peut-être, mais essentielle, sert de *référence* aux savoirs et d'*objet à la connaissance*. Dans notre culture, l'univers, à la fois environnement, source d'influences, objet de connaissance, et référence du savoir en tant que description, est considéré comme un système, *non finalisé* et donc non téléologique. Se demander pourquoi est une bonne question.

La situation didactique est, *pour l'observateur*, la modélisation de l'environnement dans lequel est plongé un joueur, la situation d'action, d'apprentissage ou d'enseignement pour l'élève, le cadre de l'enseignement pour l'enseignant. Le système antagoniste du joueur dans une situation est *pour le joueur* comme pour l'observateur, une modélisation de la partie de

l'univers à laquelle se réfère la connaissance en jeu et les interactions qu'elle détermine.

C'est ce système antagoniste que nous avons proposé d'appeler *milieu*. Il joue donc un rôle central dans l'apprentissage, comme cause des adaptations et dans l'enseignement comme référence et objet épistémologique (Définition: le milieu est un jeu ou une partie de jeu qui se comporte comme un système non finalisé).

Il a un caractère relatif: pour l'enseignant une situation s (non didactique, en ce sens que les connaissances doivent y être introduites par l'élève lui-même) peut apparaître comme un moyen (didactique) d'enseignement à mettre en œuvre et donc constituer l'environnement dans lequel il va immerger ses élèves. Elle constituera le milieu M avec lequel il va interagir selon les contraintes d'une situation didactique S (qu'il a choisie ou non). L'élève (mis) dans cette situation s peut avoir à interagir avec un (autre) système qui constituera le milieu m qu'il doit comprendre et maîtriser.

Question: est-il possible de montrer que le milieu est un concept, non pas contingent mais nécessaire, dans la théorie des situations, autrement dit qu'on doit l'introduire dans la théorie non pas parce qu'il décrit un observable commode mais parce qu'il est indispensable à la spécification de la relation didactique. C'est ce que j'avais tenté de montrer dans ma thèse et dans le texte cité ci-dessus. Y. Chevallard donne dans [3] une définition du milieu qui ne contredit pas celle-ci mais qui tend à en préciser le fondement anthropologique.

Exercice. Enumérer les divers milieux mis en scène dans le schéma 2. Justifier les expressions de milieu et d'acteurs objectifs.

4) Paradoxes et Contrat didactique

Les rapports de l'enseignant et de l'élève sont conditionnés par un projet social extérieur qui s'impose à l'un comme à l'autre.

3. Y. Chevallard. *Le concept de rapport au savoir* (1989): «Au cours de l'évolution temporelle de l'institution des sous-systèmes du système général des objets institutionnels vont se stabiliser durablement, en ce sens que les rapports institutionnels à ces objets vont, sur une période assez longue, cesser d'évoluer, se révéler "robustes"... et se naturaliser en devenant transparents aux acteurs de l'institution... De tels sous-systèmes d'objets vont assumer, pour les acteurs de l'institution, une fonction de MILIEU, celui-ci apparaissant doué d'une objectivité échappant au contrôle et à l'intentionnalité de l'institution.»

Les paradoxes de la relation didactique [4] montrent que le modèle mécaniste exposé jusqu'ici est inadéquat sauf pour les séquences non didactiques: un jeu, où l'un des joueurs agit ouvertement sur ses partenaires afin de les modifier en cours de partie, est évidemment d'une nature toute différente des jeux évoqués plus haut où les règles restent fixes au cours d'une partie.

Ces paradoxes entraînent deux conséquences: nécessité d'une résolution temporelle, et afin de permettre l'avancement de la relation, nécessité d'un blocage temporaire de certaines conditions de la situation par des conventions provisoires, implicites ou explicites. Ces conventions deviennent l'objet et l'enjeu de la relation didactique. La forme générale de ces conventions est le contrat didactique.

La réinterprétation de la relation didactique en termes de contrat didactique a été fructueuse. De nombreuses publications (citées dans la bibliographie) proposent des résultats qui mériteraient d'être réorganisés en un cours (à venir).

Le contrat est spécifique des connaissances en jeu et donc nécessairement périssable: les connaissances et même les savoirs évoluent et se transforment, tandis que le contrat pédagogique a tendance à être stable. Les moments de rupture permettent la mise en évidence expérimentale du contrat didactique. L'étude de différentes réformes et l'observation de phénomènes de didactique tels que les effets «*Topaze*», «*Jourdain*», le glissement métadidactique... rendent nécessaire l'emploi de ce concept de contrat, et la recherche, dans la théorie, de sa justification.

5) Le milieu dans le Contrat didactique

Considérer le milieu comme source ou image du jeu de chaque acteur est insuffisant, il faut montrer qu'il est une nécessité du contrat didactique. L'intervention de l'enseignant modifie les conditions de fonctionnement du savoir, conditions qui font aussi partie de ce que l'élève doit apprendre. L'objectif final de l'apprentissage est que l'élève puisse faire fonctionner ce savoir dans des situations où l'enseignant aura disparu. D'où la

4. G. Brousseau. *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques* (1986).

distinction d'un fonctionnement *didactique* et d'un fonctionnement *a-didactique* de l'élève, dans la classe.

Les connaissances enseignées et les savoirs communiqués doivent permettre à l'élève d'entrer dans toutes les situations et pratiques sociales non didactiques comme sujet majeur et non en tant qu'élève. Ceci implique, d'une part, que l'enseignant dégage progressivement les situations qu'il propose à l'élève autour d'une notion de leurs présupposés didactiques, d'autre part qu'il reconnaisse ce milieu a-didactique comme territoire de référence culturelle et de fonctionnement des savoirs qu'il enseigne.

On a une chaîne de jeux: ceux des mathématiciens, ceux de l'enseignant, ceux de l'élève, et les statuts d'un savoir sont différents selon les jeux. On peut supposer que le rapport privé de l'enseignant au savoir sert de base à la constitution des rapports privés (en particulier dans les situations a-didactiques) et publics (institutionnalisation) au savoir de l'enseigné.

La dévolution permet l'entrée du sujet (didactique et personnel) dans le jeu.

Question: Comment l'enseignant peut il obtenir cette entrée, supposée dépendre essentiellement des motivations de la personne-élève par la manipulation du milieu didactique?

III. INGENIERIE DE DEVOLUTION A PROPOS DE LA SOUSTRACTION

1) L'enseignement et l'apprentissage

Reformulons maintenant le domaine que la théorie des situations doit modéliser.

L'enseignement consiste à provoquer chez l'élève les apprentissages projetés en le plaçant dans des situations appropriées auxquelles il va répondre «spontanément» par des adaptations. Il s'agit donc de déterminer quelles sont les adaptations qui correspondent aux savoirs et aux connaissances visées, et à quelles circonstances elles répondent. Un des apports fondamentaux de la didactique moderne a consisté à montrer l'importance du rôle joué dans le processus d'enseignement par les phases d'apprentissage où l'élève travaille de façon presque isolée sur un problème ou dans une situation à propos desquels il

assume un maximum de responsabilités. Cet apport s'appuie sur une évolution des conceptions à propos des théories de l'apprentissage: pour l'élève, le sens des connaissances dont l'acquisition est formellement observée chez lui, est en fait constitué par l'ensemble des régulations d'actions dans lesquelles ces connaissances entrent. Mais l'apprentissage de ces régulations semble beaucoup plus coûteux (voire impossible) à obtenir par la communication de savoirs que comme production du sujet lui-même sous sa responsabilité par adaptation. Cette orientation a conduit à opposer, parfois de façon un peu factice et excessive, des «situations d'enseignement» où l'enseignant apporte toutes les informations et ne délègue aucune responsabilité, et des «situations d'apprentissage» où il se passe l'inverse. Devant les objections qui ont surgi contre les premières, notamment après certaines tentatives de réformes qualifiées de formalistes, il a été envisagé de transformer le plus possible les situations d'enseignement en situations d'apprentissages.

C'est dans le cadre de cette orientation intéressante que se déroulent les recherches sur l'acte qui consiste, pour le professeur, à se défaire de tout ou partie de sa responsabilité et à la faire accepter à l'élève.

2) Le concept de dévolution

Déclaration 1. L'enseignement a pour objectif principal le fonctionnement de la connaissance comme production libre de l'élève dans ses rapports avec un milieu a-didactique.

Production libre: réponse au milieu gérée par le sens, c'est-à-dire par ce que l'élève est capable d'interposer entre ses conditionnements, externes ou internes, et ses décisions; cela implique pour lui la possibilité actuelle, et non pas seulement potentielle, de choisir entre plusieurs voies, pour des raisons «intellectuelles»; cela implique aussi une production personnelle.

Milieu a-didactique: image dans la relation didactique du milieu «extérieur» à l'enseignement lui-même, c'est-à-dire dénué d'intentions et de présupposés didactiques. [5]

5. Ce fonctionnement est appelé «*a-didactique*», puisqu'il envisage le fonctionnement normal des connaissances, en dehors des conditions didactiques (celles où quelqu'un a décidé pour l'élève quel savoir il allait apprendre), que ce fonctionnement soit l'objet d'une description à posteriori, celui d'une étude *théorique* a priori ou d'une modélisation ou qu'il soit considéré comme l'objectif d'une dédidactification.

Déclaration 2. L'élève acquiert ces connaissances par diverses formes d'adaptation aux contraintes de son environnement. En situation scolaire l'enseignant organise et constitue un milieu, par exemple un problème, qui révèle plus ou moins clairement son intention d'enseigner un certain savoir à l'élève mais qui dissimule suffisamment ce savoir et la réponse attendue pour que l'élève ne puisse les obtenir que par une adaptation personnelle au problème proposé. La valeur des connaissances acquises ainsi dépend de la qualité du milieu comme instigateur d'un fonctionnement «réel», culturel du savoir, donc du degré de refoulement a-didactique obtenu.

Spontanément, l'enfant n'envisage pas le monde comme un système dénué d'intention à son égard, et l'élève a intérêt à débusquer et à utiliser à son profit la machinerie didactique à cause des facilités que cela peut lui procurer. Il est donc indispensable que l'enseignant prépare l'élève à ce fonctionnement a-didactique en l'intégrant dans les phases didactiques: l'élève ne peut apprendre qu'en produisant, en faisant fonctionner et en faisant évoluer les (ses) connaissances — sinon à chaque instant, du moins assez fréquemment —, dans des conditions «semblables» ou asymptotiquement semblables à celles qu'il rencontrera dans l'avenir.

Corollaire 1. Pour permettre ce fonctionnement, l'enseignant ne peut pas dire, à l'avance, à l'élève exactement quelle réponse il attend de lui; il doit donc faire en sorte que ce dernier accepte la responsabilité de chercher à résoudre des problèmes ou des exercices dont il ignore la réponse.

Définition. La dévolution est l'acte par lequel l'enseignant fait accepter à l'élève la responsabilité d'une situation d'apprentissage (a-didactique) ou d'un problème et accepte lui-même les conséquences de ce transfert.

Premier paradoxe de la dévolution: Le maître veut que l'élève ne tienne la réponse que de lui-même mais en même temps il veut, il a le devoir social de vouloir, que l'élève donne la bonne réponse. Il doit donc communiquer ce savoir sans avoir à le dévoiler, ce qui incompatible avec une relation contractuelle. [6]

Hypothèses: La dévolution présente de grandes difficultés que l'on analyse traditionnellement en termes de motivation de

6. Telle que «la violence symbolique, imposition par un pouvoir arbitraire, d'un arbitraire culturel» dont parlent Bourdieu et Passeron pour *toutes* les actions pédagogiques.

l'élève; les solutions préconisées sont alors de nature psychologique, psychoaffective ou pédagogique. Or la signification de la connaïssance et celle de la situation jouent un rôle important et la didactique propose par conséquent des moyens spécifiques.

Méthode d'étude: modéliser sous forme de «jeux» formels les conditions du fonctionnement, de la production et de la genèse de telle connaissance désignée à l'avance ou dont la manifestation est observée. Le but de cette modélisation peut être de fournir une ingénierie ou encore d'expliquer ou de prévoir les comportements des protagonistes de la relation didactique.

3) La recherche du terme inconnu d'une somme

L'enseignement d'une opération arithmétique est souvent essentiellement fondé sur la communication d'une procédure [7] de calcul associée à un petit univers de problèmes qui est supposé en présenter le sens. Les problèmes de dévolution se posent de façon plus impérieuse et plus évidente pour un enseignement fondé sur l'étude d'une relation [8]. Il s'agit d'introduire de cette manière, la soustraction avec des enfants de 7-8 ans (CE1).

Habituellement les enseignants présentent les savoirs qu'ils veulent enseigner comme des réponses à des *questions*, peut être pour éviter le dogmatisme. Mais ils se focalisent habituellement sur l'enseignement des *réponses*, les questions n'étant là que pour les introduire et les justifier. De plus, ces réponses sont rarement des relations ou des assertions qui pourraient garder un sens même en étant isolées, ce sont essentiellement des procédures dont les questions introductives sont étroitement assujetties à accompagner l'acquisition progressive. Détachés de leur contexte, les algorithmes deviennent des réponses

7. R. Skemp oppose ces deux aspects de la pensée mathématique: le procédural et le déclaratif. En fait la théorie des situations permet d'échapper à cette espèce de dichotomie sommaire en montrant les rôles que tiennent ces deux aspects dans les rapports «mathématiques» d'un sujet avec son milieu.

8. Un programme de recherches à long terme conduit dans le COREM de Bordeaux a permis dans un premier temps de produire et d'étudier de nombreuses situations didactiques efficaces reposant sur la recherche d'un objet satisfaisant une condition exprimée par l'élève. L'exemple le plus connu est celui des rationnels, introduits par la commensuration («3/4 est la grandeur qui, multipliée par 4, est égale à 3 unités») à la place de la conception habituelle du partage de l'unité («c'est la grandeur obtenue en partageant l'unité en 4 et en prenant 3 de ces parts»).

acquises pour des questions à venir sur lesquelles on ne sait pas grand chose.

L'enseignement décrit ci-après a pour ambition de faire passer les questions du domaine de l'enseignant à celui de l'élève, d'enseigner les questions autant que les réponses, et autant que possible d'enseigner les connaissances avec leur sens.

Tout l'apprentissage s'organisera autour d'une même *situation de base*, qui se répètera en évoluant: «*le jeu de la boîte*». L'enseignant a sur son bureau une boîte cubique en plastique opaque, assez grande. Elle contient des pièces de type «blocs *Dienes*» (entre une dizaine et une centaine, il peut y avoir plusieurs pièces identiques). Il s'agit toujours de dire combien cette boîte contient de pièces d'un type donné mais à certains moments ce nombre ne peut être connu sans un comptage effectif, alors qu'à d'autres moments il est possible de le prévoir par un calcul sur les renseignements connus. Bien sûr, la plupart du temps, les élèves ne savent pas dans quel cas ils se trouvent. Le signe d'une certaine connaissance de la soustraction sera justement de savoir finalement *quand* et *comment* «*on*» peut déterminer ces nombres, et de repérer des situations que «le jeu de la boîte» peut modéliser.

4) Première étape: la dévolution de la devinette

L'enseignant présente la boîte pour la première fois. Il demande aux élèves «combien pensez vous qu'il y a de pièces dans cette boîte?» puis «combien de pièces rondes?» «combien de pièces qui ne sont pas rondes?». Le jeu va se répéter: «je remets tout dans la boîte combien y en a-t-il maintenant?», «j'en enlève une poignée, combien en reste-t-il? combien dans la poignée?» «combien de pièces rouges?, combien de pièces qui ne sont pas rouges?» etc. A chaque *question*, les élèves produisent une *réponse* sur leur cahier de brouillon, puis l'un d'eux vient compter les pièces dans la boîte pour connaître la *solution* de la devinette posée. Ceux qui ont deviné juste ont *gagné* les autres ont *perdu*.

Tant que l'élève n'envisage pas une possibilité de prévoir la solution, et donc imagine un moyen pour cette prévision, le professeur ne peut pas lui faire comprendre qu'il lui pose un problème où il y a quelque chose à comprendre et à apprendre.

La situation se présente donc comme une situation d'action dont la stratégie de base est la réponse au hasard.

Mais la situation se «reproduit», les enfants apprennent ce qu'ils ont à faire, comment ils savent qu'ils ont gagné et qui le décide... *Tous* les élèves doivent et peuvent produire une réponse. Tous ou presque à ce moment là pensent qu'il faut toujours compter, sinon «on ne peut pas savoir». Un des plaisirs de la devinette réside dans le fait qu'on ne sait pas très bien si on va réussir ou non. La répétition du jeu permet aux élèves d'en comprendre la consigne et le vocabulaire technique minimal.

Mais pour passer à un vrai problème faudra-t-il donc enseigner une méthode de solution? ou plutôt plusieurs puisqu'il se présente plusieurs cas?

Les enseignants ont des difficultés à accepter le jeu de la devinette: «nous avons tant de mal à obtenir que les élèves ne répondent pas n'importe quoi!». Certains élèves aussi: ils sont gênés et refusent de répondre, voyant bien qu'ils ont les plus grandes chances de «perdre» ils craignent d'être mal jugés pour cela. Ceux qui «gagnent» pensent que «c'est triché». Cette situation rompt complètement avec le contrat didactique habituel où il faut obtenir la réponse par l'exercice, ou le truchement d'un savoir repérable. Or, ce premier contrat de base est ici nécessaire, justement pour permettre à la prévision rationnelle d'émerger d'elle-même et de se définir *contre* la réponse au hasard.

5) Deuxième étape: l'anticipation de la solution

Certaines questions sont si simples que les élèves n'envisagent qu'une réponse. Par exemple, on vient de compter toutes les pièces en les mettant dans la boîte: 52 puis on a sorti, pour les compter, toutes les pièces qui ne sont pas grandes rondes, rouges et épaisses: 50. L'enseignant: «combien y a-t-il de pièces maintenant dans la boîte?» Beaucoup d'élèves pensent que la solution sera 2. Leur réponse est une anticipation de la solution, mais elle s'impose à eux sur le mode de la contingence (de l'évidence).

En proposant ainsi des petits nombres ou des nombres présentant une petite (ou une très grande) différence, l'enseignant rencontre des cas intermédiaires où la conviction n'est pas aussi grande, mais où toutes les réponses n'apparaissent pas aux enfants également plausibles. Ils entrent ainsi dans une nouvelle position (celle d'un sujet cognitif), plus réflexive par rapport à la situation d'action précédente, puisque leur réponse peut

être l'objet, de leur part, d'une appréciation sinon d'un calcul ou d'un raisonnement.

La formulation des questions varie mais garde toujours les caractères d'une conversation courante: «ce qui est dans la boîte», «tels objets», «ce qui manque», «ce qui reste», «les autres» etc. Par contre le «jeu», son organisation et ses termes sont maintenant bien identifiés et institutionnalisés. Un élève peut faire jouer ses camarades et exiger le bon déroulement.

6) Troisième étape: la déclaration et l'épreuve

Cependant l'enseignant s'enquiert de plus en plus souvent avant d'accepter le comptage «tu penses que tu vas gagner?», «pourquoi?», «êtes-vous sûr?».

Dans certains cas assez simples, certains élèves expliquent une méthode: Il y avait 37 cubes, il en reste 31, combien le maître en a-t-il caché dans sa main? «j'ai compté sur mes doigts les cubes cachés 32, 33...jusqu'à 37». Plus rare: «Il y avait 21 cubes il en reste 2 le 21ème et le 20ème, alors on a enlevé jusqu'au dix-neuvième».

Ainsi la réponse peut changer subtilement de statut, le couple: «terme "33" / résultat: "gagné"» va devenir «l'assertion: "je dis qu'il y a 33 cubes dans la boîte" / épreuve: c'est vrai».

Bien sûr l'enseignant reste très neutre et accepte aussi bien: «j'ai bien regardé de ma place et j'ai pu compter qu'il y en avait 5». Il n'anticipe pas sur la signification des réussites: le fait de faire un raisonnement et de trouver la solution ne prouve pas que le raisonnement est bon, même s'il est effectivement correct! Le comptage est alors le moyen institutionnel de la mise à l'épreuve de la réponse et pour certains déjà un moyen — mental et privé — d'anticipation de l'épreuve et d'obtention de la réponse.

7) Quatrième étape: dévolution et institutionnalisation d'une situation d'apprentissage a-didactique

A ce moment l'enseignant peut déclarer qu'il s'agit:
— pour chacun d'apprendre à répondre en étant sûr de sa réponse ou de savoir qu'on ne peut pas être sûr;
— pour la classe de trouver, sans que ce soit le maître qui l'enseigne,et de dire quelles méthodes on peut employer;

— pour chacun d'apprendre en réitérant des essais, en profitant des idées des autres si on les croît bonnes.

«Peut on améliorer ses prévisions?» En favorisant les descriptions de stratégies et les mini-débats sur des réponses ou des tactiques qu'il évite d'institutionnaliser prématurément, le maître s'attache à entretenir l'espoir qu'on peut apprendre à gagner, et le plaisir d'y parvenir avec un peu de difficulté (juste ce qu'il faut de difficulté pour optimiser le plaisir) afin d'obtenir le maximum de transferts vers le niveau de contrôle par la connaissance privée, celle qui sollicite le plus une activité intellectuelle assez noble. La conduite didactique d'une telle situation a pour objet d'assurer des équilibres fondamentaux:

— équilibre (oscillations autour d'une position) entre incertitude et certitude, désordre et ordre, difficulté et facilité...

— équilibre entre les niveaux de contrôles: l'esprit ne peut pas manier en même temps trop de conditions trop incertaines. La maîtrise de l'incertitude passe par une bonne répartition des charges entre les différents niveaux d'adaptation. Suffisamment de savoir bien connu, un peu de savoir en voie d'acquisition, une activité cognitive publique et privée juste suffisante pour justifier mais permettre aussi les interactions etc.

— équilibre temporel et rythme: si les savoirs et les algorithmes ne viennent pas assez vite soulager les modèles implicites et les connaissances, par conversion, par information ou par enseignement, la recherche personnelle s'essouffle (se complexifie, se sclérose et échoue), le contrat didactique se vide de son objet. Si au contraire ils viennent trop vite la compréhension peut n'avoir pas eu le temps de donner du sens à ces savoirs etc.

— équilibre entre le plaisir de se définir par son activité intellectuelle et celui d'obtenir une sécurité reconnue de façon rapide et efficace, sans activité intellectuelle excessive par l'usage d'un savoir reçu.

— équilibre entre le désir consommé (par des tâches difficiles ou peu gratifiantes ou simplement par l'accomplissement d'un projet...) et le désir produit (par des succès, des épreuves surmontées...).

— équilibres sociaux et culturels dans la classe entre le nombre de producteurs et de consommateurs d'idées, de réussites et d'échecs...

La gestion de ces équilibres exige de nombreuses qualités pédagogiques et psychologiques mais elle repose d'abord sur des

choix didactiques. Dans l'exemple que nous donnons, le choix de la suite des valeurs numériques liées à des stratégies probables à proposer aux élèves au moment opportun est décisif.

«La découverte et l'emploi du savoir» est une pièce de théâtre mise en scène par l'enseignant, où chaque élève va se hasarder dans un rôle assez délimité mais c'est aussi un milieu qui doit lui laisser de la liberté à l'endroit où il doit s'exprimer. La juxtaposition de ces saynettes constitue *son* histoire.

8) Cinquième étape: l'anticipation de la preuve

Cette étape est racontée dans «le cas de Gael» [9]. Il y avait 52 objets dans la boîte on en a retiré dix huit qui sont visibles, un élève a répondu qu'il en reste 30 dans la boîte. Au moment où un élève va contrôler le résultat par comptage, l'enseignant l'arrête. Tu es sûr? tu veux parier? bon avant de conclure le pari tu peux compter.et tester ta réponse.L'enseignant fait compter l'élève: 30 dans la boîte, montrant un des 18 objets hors de la boîte, 31, un autre 32... l'enfant finit de compter: 48.

M. «Tu trouves qu'il y a 48 objets en tout?»
E. «Oui»
M. «Et c'est vrai?»
E. «Non il y en a 52!»
M. «Alors tu tiens le pari?»
E. «Non»
M. «Ouf, tu n'as pas perdu alors tu peux essayer encore, avec un autre nombre»

Le maître enseigne donc une méthode pour améliorer les chances de deviner juste. Elle n'est pas très performante mais elle va permettre de nombreuses découvertes et, par des perfectionnements variés, elle aboutira à la méthode standard encadrée de nombreuses autres méthodes.

Cette étape marque le début du passage, pour l'élève, de l'emploi d'une vérité contingente à celui d'une vérité nécessaire. L'élève est conduit à prévoir la valeur de sa réponse en simulant la vérification par comptage. Ce raisonnement apagogique n'est pas spontané mais l'usage le rend familier et il permet des recherches tout en donnant une sécurité à ceux qui commençaient à s'essouffler.

9. Voir G. Brousseau. «La théorisation de l'enseignement des mathématiques». Thèse d'état (1986).

Bientôt il faudra rejeter les recherches par exhaustivité et même les tâtonnements suivant une morale explicite d'adaptation au milieu: «Pour répondre à la question posée l'élève répond en agissant sur le système, en s'adaptant pour améliorer son efficacité» etc. Le processus comporte vingt deux étapes au cours desquelles les relations des élèves au savoir évoluent. L'addition remplacera le comptage comme méthode d'anticipation du résultat, puis elle deviendra si communément admise et si sûre qu'elle se substituera au comptage comme *preuve* cette fois, rendant ainsi inutile le recours au matériel. En même temps que les méthodes de calcul de la soustraction se multiplieront et se perfectionneront, l'exploration explicite des problèmes susceptibles d'être modélisés par le *«jeu de la boîte»* permettra un classification de ces problèmes par les élèves suivant (implicitement pour eux mais explicitement pour le maître les conceptions qu'ils mobilisent.

IV. CONCLUSIONS

A chaque étape nous avons essayé de montrer:
— les conditions de l'acceptation par les élèves du jeu proposé par l'enseignant en tant que situation a-didactique
— et les étapes du contrat didactique: les parties implicites et les parties explicitables.

Chaque étape s'appuie sur et souvent contre la précédente. Le fait de considérer le jeu de la boîte comme une sorte de milieu puis comme un modèle de l'environnement permet aux élèves d'entrer en jeu sous différents rôles et finalement de s'en emparer.

Il reste beaucoup à dire sur l'analyse de cette dévolution trop rapidement évoquée.

Exercices: Analyse de cette séquence en suivant le modèle des questions posées dans le devoir «le tableau à double entrée».

L'exemple ci-dessus permet de donner une idée de ce que la modélisation d'un milieu comme système antagoniste de l'élève pour simuler le fonctionnement de la connaissance peut permettre à la fois pour l'analyse théorique, l'ingénierie, la conduite, et l'observation des séquences didactiques.

Les travaux dirigés présentés par Mmes Pilar Oruz-Baguena sur les classifications, Julia Centeno sur la mémoire du système, Habiba El Bouazzaoui et Dilma Fregona sur l'analyse d'une observation: le tableau à double entrée illustrent ce cours de résultats, de méthodes et de réflexions très riches.

BIBLIOGRAPHIE SUR LE CONTRAT DIDACTIQUE

AMIGUES R. (1988) A propos du contrat didactique: quelques remarques pour engager le débat, in «Le contrat didactique: différentes approches», numéro spécial de *Interactions didactiques*, n°8, Neuchatel.

BALACHEFF N. (1987) *Le contrat et la coutume*. Actes du colloque franco-allemand de Luminy, Grenoble: La Pensée Sauvage.

BROUSSEAU G. (1980a) Les échecs électifs en mathématiques dans l'enseignement élémentaire, in *Revue de Laryngologie otologie rhinologie*, 101, 3-4, 107-131.

BROUSSEAU G. (1980b) L'échec et le Contrat, in *Recherches*, 41, 177-182.

BROUSSEAU G. (1981a) *Le cas «Gael»*. Article occasionnel. I.R.E.M. de Bordeaux.

BROUSSEAU G. (1981b) Problèmes de didactique des décimaux, in revue *Recherches en didactique des mathématiques*, vol.2.1. Ed La pensée sauvage, Grenoble.

BROUSSEAU G. (1982) *Les objets de la didactique des mathématiques*, in Actes de la deuxième école d'été de Didactique des mathématiques, Orléans.

BROUSSEAU G. (1984) Quelques conduites déterminantes en Didactique des Mathématiques, in *Perspectives de réussite: Au-delà des insuccès scolaires*, vol 3, 095, Bordeaux: CRDP.

BROUSSEAU G. (1984) *Le rôle central du contrat didactique dans l'analyse et la construction des situations d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques*. IMAG Grenoble 1984.

BROUSSEAU G. (1986a) *Théorisation des phénomènes d'enseignement des Mathématiques*. Thèse d'état. Université de Bordeaux 1.

BROUSSEAU G. et BROUSSEAU N. (1987a) *Rationels et décimaux dans la scolarité obligatoire*, 535 pages. IREM de Bordeaux.

BROUSSEAU G. (1987b) *Représentation et didactique du sens de la division*. Actes du colloque de Sèvres.

BROUSSEAU G. (1988a) Les différents roles du maître, in *Bulletin de l'A.M.Q.* n° 23, pp 14-24.

BROUSSEAU G. (1988b) *L'articulation des apprentissages entre les niveaux scolaires: Problèmes d'apprentissage ou problèmes de didactique?* Communication ICME VI Budapest.
BROUSSEAU G. (1988c) La tour de Babel, in *Etudes en didactique des mathématiques*, n°2. IREM de Bordeaux.
BROUSSEAU G. (1989a) Utilité et intéret de la didactique pour un professeur de collège in *Petit x*, n°21 pp 47-68.
BROUSSEAU G. (1989b) Les composantes contextuelles des représentations de la division chez l'élève du CM à la 4ème et la classification des problèmes, in *Etudes en didactique des mathématiques*, n°6. IREM de Bordeaux.
CHEVALLARD Y. (1983) *Remarques sur la notion de contrat didactique*, publication interne, IREM d'Aix-Marseille, 15.1. 83.
CHEVALLARD Y. (1985) *Le contrat didactique*. Séminaire du centre d'observation et d'expérimentation didactiques.
CHEVALLARD Y. (1987) *Esquisse d'une théorie formelle du didactique*. Actes du colloque franco-allemand de Luminy.
CHEVALLARD Y. (1988a) *Sur l'analyse didactique: deux études sur les notions de Contrat et de situation*. Publication de l'IREM de Marseille n°14.
CHEVALLARD Y. (1988b) Médiations et individuation didactiques, in «Le contrat didactique:différentes approches», collection *Interactions didactiques*, n°8, Université de Neuchatel, pp.23-34.
CHEVALLARD Y. (1988c) L'univers didactique et ses objets: fonctionnement et dysfonctionnements, in «Médiation et remédiation didactiques», collection *Interactions didactiques*, n°9, Université de Neuchatel.
CHEVALLARD Y. (1989) *Le concept de rapport au savoir, rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel*. Document interne, IREM d'Aix-Marseille.
CHEVALLARD Y. et JULIEN M. (1989) *Sur l'enseignement des fractions au collège, ingénierie, recherche et société*. Publication de l'IREM d'Aix-Marseille.
CHEVALLARD Y. et JULLIEN M. (1989) *Ingénierie, recherche, société: Sur l'enseignement des fractions au collège*. Publication n°15. IREM de Marseille.
FILLOUX J. (1974) *Du contrat pédagogique*. Dunod.
JONNAERT P. (1988) *Conflits de savoir et didactique*. De Boeck, Bruxelles.

JOSHUA S. (1984) *Contribution à la délimitation du contraint et du possible dans l'enseignement de la physique*. Thèse d'etat. Université de Marseille II.
JOSHUA S. (1988) Le contrat didactique et l'analyse des phénomènes didactiques, in «Le contrat didactique: différentes approches», collection *Interactions didactiques*, n°8, Université de Neuchatel.
MARGOLINAS C. (1989) *Le point de vue de la validation: Essai de synthèse et d'analyse en Didactique des mathématiques*. Thèse Grenoble.
MERCIER A. (1983-1988) *Eléments perennes du contrat didactique, Ruptures locales et ruptures globales*. Document interne de l'IREM d'Aix-Marseille.
MERCIER Alain. (1983-1987) *Ruptures et éléments perennes du contrat didactique*. (Histoire de Sophie) Document interne IREM d'Aix-Marseille.
MERCIER Alain (1988) *The «contrat didactique» permanent clauses, global breaches*. Communication ICME VI, Budapest.
— Quel est l'âge du capitaine,in *grand N*, n° 19 IREM de Grenoble 1980.
PERRET-CLERMONT A.N. (Budapest).
RATSIMBA-RAJOHN H. (1978) *L'ostension dans l'enseignement élémentaire des mathématiques*. Mémoire de D.E.A. Université de Bordeaux I.
ROUSSEAU J.J. (1762) *Du contrat social*, Flammarion (1966).
SCHNEIDER O. (1979) *Le passage des équations numériques aux équations paramétriques en classe de seconde*. Mémoire de D.E.A. Université de Bordeaux I et d'Aix-Marseille II.
SCHUBAUER-LEONI M.L. (1986a) *Maître-élève-savoir: analyse psychosociale du jeu et des enjeux de la relation didactique*. Thèse de doctorat de la faculté de psychologie et des sciences de l'éducation de Genève.
SCHUBAUER-LEONI M.L. (1986b) Le contrat didactiques: un cadre interpretatif pour comprendre les savoirs manifestés par les élèves en Mathématiques. Journal Européen de psychologie de l'éducation. Numéro Spécial «*Psychologie et didactique des mathématiques*», 2.
SCHUBAUER-LEONI M.L. (1986c) Le Contrat didactique dans l'élaboration d'écritures symboliques par les élèves de 8-9 ans. *Interactions didactiques*, 7.

SCHUBAUER-LEONI M.L. (1988a) Le contrat didactique dans une approche psychosociale des situations d'enseignement, in «Le contrat didactique:différentes approches», collection *Interactions didactiques,* n°8, Université de Neuchatel.
SCHUBAUER-LEONI M.L. (1988b) Le contrat didactique: une construction théorique et une connaissance pratique, in «Médiation et remédiation didactiques», collection *Interactions didactiques,* n°9, Université de Neuchatel.
TENAUD I. et ROBERT A. Une expérience d'enseignement de la géométrie en Terminale C., in *Recherches en didactique des mathématiques,* vol. 9.1.
TONNELLE (1979) *Le monde clos de la factorisation au premier cycle.* Mémoire de D.E.A. Université de Bordeaux I et d'Aix-Marseille II.
TONNELLE (1982) *Evidence et démonstration en géométrie.* Actes de la 2ème Ecole d'été de Didactique des mathématiques. IREM d'Orléans.

BIBLIOGRAPHIE SUR LE CONCEPT DE MILIEU

BAUVOIS et JOULE. *Le petit traite de la manipulation des honnêtes gens.*
BAUVOIS et JOULE. *La psychologie quotidienne.*
BROUSSEAU G. (1986b) *La relation didactique: le milieu.* Actes de la 4ème école d'été de Didactique des mathématiques. IREM d'Orléans.
CROZIER et FRIEDBERG. (1981) *L'acteur et le système,* Seuil.

BIBLIOGRAPHIE SUR LE CONCEPT DE TEMPS DIDACTIQUE

CHEVALLARD Y. (1986) *Sur la notion de temps didactique,* Cours, 4ème école d'été de didactique des mathématiques, Actes, IREM de Paris 7, s, d, pp. 69-93.
CHEVALLARD Y. et MERCIER A. (1987) *Sur la formation historique du temps didactique,* publication n°8, IREM de Marseille.
MERCIER A. (1985) *Le temps des systèmes didactiques,* Document interne, IREM de Marseille-Luminy.