

De l'intérêt de la courbure dans les interfaces : application aux structures en pierre

Marine Bagnéris, Frédéric Dubois, Alexandre Martin, Rémy Mozul, Paul Taforel

▶ **To cite this version:**

Marine Bagnéris, Frédéric Dubois, Alexandre Martin, Rémy Mozul, Paul Taforel. De l'intérêt de la courbure dans les interfaces : application aux structures en pierre. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. hal-00596937

HAL Id: hal-00596937
https://hal.science/hal-00596937

Submitted on 30 May 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CSMA 2011
10e Colloque National en Calcul des Structures
9-13 Mai 2011, Presqu'île de Giens (Var)

De l'intérêt de la courbure dans les interfaces : application aux structures en pierre

M. Bagnéris[1], F. Dubois[1], A. Martin[1], R. Mozul[1], P. Taforel[1]

[1] *LMGC, Université de Montpellier 2 - CNRS, France, {marine.bagneris,frederic.dubois,alexandre.martin,remy.mozul,paul.taforel}@univ-montp2.fr*

Résumé — Grâce à la convergence de plusieurs considérations (écologie, durabilité, technologie numérique) le matériau pierre vise à être réhabilité comme matériau de construction dans sa fonction structurale. Toutefois, le manque d'outils prédictifs permettant à l'ingénierie de garantir la pérennité de telles structures en freine le développement. Dans cette étude, nous testons les potentialités du logiciel LMGC90 dans le cas de joints courbes et discutons les résultats en prévision d'une étude expérimentale en collaboration avec des compagnons tailleurs de pierre.
Mots clés — méthode des éléments discrets, formes paramétrées, contact, courbure.

1 Introduction

Dans sa fonction structurale, le matériau pierre s'est vu supplanté au profit du béton et de l'acier au point de le voir quasiment disparaître du paysage architectural contemporain et du savoir-faire de la profession du bâtiment. Toutefois, le concept de « haute qualité environnementale » et les exigences écologiques émergentes tendent à réhabiliter la pierre comme un matériau de construction compétitif. De plus, la technologie dont disposent les tailleurs de pierre en termes de représentation géométrique et de découpe par machine à commande numérique invite les concepteurs à en ré-explorer les potentialités structurales (FIGURE 1). Cependant, l'ingénierie actuelle manque d'outils de prédiction pour le dimensionnement et l'étude de la stabilité des structures de maçonnerie ou de pierres sèches.

Le calcul des structures maçonnées peut exiger l'implémentation de modèles mécaniques particuliers, intégrant la cinématique propre à chaque bloc de pierre doté de propriétés de composition, de forme, de taille ou encore d'état de surface spécifiques. La définition des interactions entre les blocs à travers le contact ou le frottement complète alors l'exhaustivité de la modélisation.

L'objectif de cette étude consiste à discuter de l'intérêt de l'introduction de courbure au niveau des interfaces de contact entre blocs. Deux arches, inspirées de propositions de tailleurs de pierre sont modélisées et leur analyse soulève de nombreuses problématiques. Plus largement, cette démarche s'inscrit dans le projet de tester les potentialités du logiciel LMGC90 [5, 6] pour l'analyse et le dimensionnement de telles structures.



FIGURE 1 – Montage de la Coupole de Junas - Association des Pierres et des Hommes - 2011

2 Outils de l'ingénierie

Les structures d'appareillage de blocs font l'objet de calculs depuis le début du XVIII^{ème} siècle. Toutefois, le développement des techniques a permis d'explorer des systèmes structuraux moins contraignants en termes de dimensionnement et de mise en œuvre. L'acier et les bétons armés ou précontraints qui sont des matériaux aux propriétés mécaniques plus facilement caractérisables ont ainsi façonné une culture constructive visant à exploiter au mieux leurs potentialités. Aujourd'hui, l'ingénierie du bâtiment a perdu le savoir-faire des maçonneries et la compréhension structurale qu'elles nécessitent. L'histoire de cette ingénierie fait apparaître deux tendances qui coexistent encore et qui relèvent d'une part de la théorie du calcul à la rupture et d'autre part de la théorie de l'élasticité.

2.1 Calcul à la rupture

Le calcul à la rupture permet d'ignorer le comportement du matériau et conduit à considérer l'état limite du système. A partir d'une géométrie fixée et encastrée à ses extrémités, les seules hypothèses formulées reposent sur les chargements volumique et surfacique et sur les critères de résistance du matériau. Il est généralement admis que ces critères concernent l'absence de résistance en traction, une résistance en compression simple grande et finie et un critère de frottement sec de Coulomb dans les joints, souvent négligé en pratique [4].

Une interprétation géométrique de cette approche consiste à déterminer la ligne des centres de pression issue du polygone funiculaire associé à un chargement donné de telle sorte qu'elle reste confinée dans la matière « pas trop » loin du milieu du joint pour éviter l'apparition d'un mécanisme de ruine. De plus, le risque de glissement est écarté si l'inclinaison de la résultante des composantes normales et tangentielles n'excède pas l'angle de frottement sur la normale au droit du joint.

Ces méthodes conduisent à l'obtention d'un domaine de chargements dit *potentiellement supportable* faute d'informations complémentaires sur la loi de comportement du matériau constitutif.

2.2 Élasticité linéaire

Si la précédente approche a fait ses preuves sur de nombreux ouvrages maçonnés, les ingénieurs ont su se montrer très réservés vis à vis de l'élasticité linéaire. En effet, l'estimation des grandeurs élastiques caractérisant le matériau dans son ensemble (complexe blocs-mortier, chaînage, appareillages particuliers, *etc*) soulève de sérieuses interrogations. De plus, la force des maçonneries provient de leur capacité d'adaptation directement liée à leur résistance forte en compression et faible en traction qui permet ainsi aux blocs de tourner les uns par rapport aux autres. Cette particularité exige de considérer le comportement du matériau au delà du domaine élastique. D'autres facteurs influant sur l'état de contrainte tels que le matage de joints et le phasage de la mise en œuvre devraient également être pris en compte dans les calculs. Enfin, les modélisations numériques sont sujettes à des problèmes de convergence et de fortes dépendances des résultats vis à vis des méthodes de maillage utilisées [1]. La crainte de prédictions erronées par une modélisation trop simpliste a donc quelque peu écarté la théorie de l'élasticité linéaire comme base de calculs appliqués.

2.3 Commentaires

D'autres modèles mécaniques plus sophistiqués (plasticité, endommagement, homogénéisation, *etc*) sont activement développés dans la communauté scientifique mais ne trouvent que de très anecdotiques applications sur des structures réelles. D'autre part, alors que la théorie de l'élasticité linéaire constitue l'essentiel de la formation de l'ingénieur contemporain, il est intéressant de constater des initiatives pédagogiques [3] prônant l'apport de la statique graphique pour la compréhension du comportement des structures maçonnées. Face à ces constats, les acteurs de la profession de la pierre (tailleurs de pierre, carriers, architectes) expriment le besoin d'une meilleure interopérabilité des outils de conception de leurs structures.

3 Méthodologie

L'essentiel du patrimoine bâti est constitué de structures maçonnées et les conséquences de son vieillissement peuvent impliquer des réhabilitation structurales importantes pour la conservation des monuments. De plus, les récents outils de représentations CAO et de machines à commande numérique pour la découpe de blocs font partie intégrante de l'attirail des architectes et des tailleurs de pierre. Les projets qui en résultent poussent ainsi les limites des constructions traditionnelles en proposant des formes jusque là non envisageables par la technologie disponible. L'ingénieur dont la charge est d'assurer la stabilité de tels ouvrages doit donc faire face d'une part à un savoir perdu et d'autre part à de nouvelles ambitions morphologiques des concepteurs.

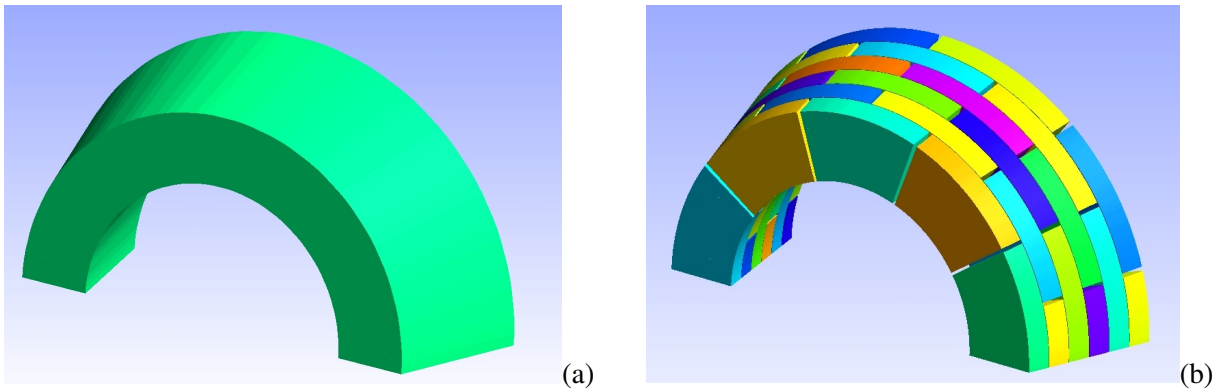
Nos travaux s'attachent à étudier l'intérêt de formes complexes pour la stabilité globale d'une structure et au-delà de proposer un outil de modélisation numérique qui permette de la quantifier pour un ensemble de chargements donnés. Plusieurs étapes ponctuent cette démarche que nous détaillons ci-après.

3.1 Génération de la géométrie

La prise en compte des formes des blocs qui composent une structure implique le développement de techniques de générations particulières. A la différence de la stéréotomie qui fournit les moyens de construire un objet par ses représentations bi-dimensionnelles, il s'agit bien ici de les générer virtuellement en trois dimensions.

Les formes à points de contrôle sont de bonnes candidates pour de telles représentations car en plus d'offrir une grande variation morphologique, elles rendent paramétrables les objets créés. Nous avons choisi d'utiliser les pFormes [2] qui sont des Bézier rationnelles mais qui présentent l'avantage de les aborder selon leur génération géométrique plutôt que sous leur écriture explicite. Grâce à l'algorithme de De Casteljau qui sous-tend cette approche, les volumes paramétrés sont aisément manipulables et reparamétrables pour représenter, par exemple, l'ensemble des voussoirs d'une arche conique tout en considérant l'épaisseur des joints (FIGURE 2).

Pour passer à l'étape suivante et constituer un modèle de calcul, ces géométries doivent être maillées par triangulation. Si leur représentation discrète issue d'interpolations linéaires multiples est utilisée, la qualité du maillage est pénalisée par le choix de la discrétisation. L'intérêt de la paramétrisation comme définition continue de la géométrie est ainsi perdu. Afin de réduire l'influence du maillage, qui comme nous le verrons par la suite n'est pas négligeable dans les résultats de la simulation mécanique, nous utilisons le mailleur GMSH [7] *via* son interface Python. En intégrant un noyau géométrique, cet outil est capable de s'appuyer sur la paramétrisation des objets pour optimiser la discrétisation. Toutefois, les volumes paramétrés ne sont pas supportés et nous sommes pour l'instant contraints à n'utiliser que des transformations classiques (extrusion et balayage de surfaces à points de contrôle) et des opérations booléennes pour obtenir des volumes.



(a) (b)

FIGURE 2 – Volume paramétré (a) – reparamétrisation du volume élémentaire (b)

3.2 Calcul par la méthode des éléments discrets

Les calculs sont effectués sur la plateforme LMGC90 [5, 6] basée sur la méthode NSCD [8]. Ce logiciel est destiné à l'étude du comportement mécanique des systèmes multi-corps en interaction et régis par des lois multi-physiques. L'approche par éléments discrets permet de caractériser la cinématique de chacun des éléments par la résolution des équations de la dynamique. La mise en données est réalisée grâce au pré-processeur [9] associé au logiciel. Cette étude s'inscrit dans le projet de développement et de perfectionnement de l'outil en visant, à terme, à tester les algorithmes en confrontant les résultats numériques à l'expérience physique.

Les maçonneries sont modélisées comme une collection de corps rigides interconnectés par des liaisons de type contact frottant. Dans une première approche, des joints vifs, *i.e.* sans mortier aux interfaces, sont considérés. Sur la direction normale au joint, le contact unilatéral permet de rendre compte de l'impénétrabilité et de l'absence d'adhésion entre les blocs. Le frottement de Coulomb assure le comportement tangent qui se caractérise par la présence d'une force de résistance associée à un seuil de glissement dépendant de la pression normale appliquée sur le joint.

3.3 Détection des contacts

Les structures étudiées sont composées de blocs non convexes. Cette complexité géométrique implique des complications dans la détermination des contacts à prendre en compte dans le calcul et a nécessité le développement d'algorithmes de détection élaborés.

Détection non-convexe sans actualisation

On identifie des faces topologiques dans les objets à l'aide d'un critère sur l'angle entre les normales de deux faces connexes. Pour deux faces topologiques planes, on utilise un critère d'alignement des normales pour définir les faces en vis-à-vis. Dans le cas d'un couple identifié, on utilise une détection de type plan séparateur [1]. Dans les cas non plans, toute la combinatoire de faces topologiques est testée. On définit arbitrairement des nœuds candidats au centre des facettes triangulaires et on recherche par projection dans la direction de la normale à la facette, son antagoniste à l'intérieur d'une facette, sur un nœud ou une arête. On limite les tests de recherche d'antagonistes grâce à une technique de recherche de proximité [10]. Dans tous les cas, un contact est constitué d'une paire de nœuds accrochés aux surfaces en vis-à-vis. On ne recherche pas de nouveaux couples durant le calcul mais on actualise la distance entre les paires initialement identifiés.

Détection non-convexe avec actualisation

Le principe de détection entre les faces est identique au précédent, mais la recherche de couple est effectuée à chaque pas.

Le premier algorithme convient aux structures régulières de type maçonnerie qui sont dans un état quasi-statique. Le second, très général, correspond davantage aux systèmes désordonnés ou sujets à de grands mouvements.

4 Applications

Cette méthodologie est appliquée sur deux exemples d'arche à joints courbes dont la typologie nous a été proposée par des tailleurs de pierre. Les voussoirs sont générés par balayage d'une surface de Bézier le long d'une courbe de référence. Ce mode de génération offre une grande liberté dans le choix de la forme de l'interface tout en garantissant un joint identique pour chacun des blocs.

4.1 Arche en anse de panier

L'arche en anse de panier surbaissée de 2,5m de portée pour une flèche de 0,75m est constituée de voussoirs assemblés sur une interface présentant un point d'inflexion (FIGURE 3). Il s'agit d'une surface réglée développable de degré 3 dans le plan de l'arche. Cette forme de joint a été expérimentée à plus grande échelle par les tailleurs de pierre de l'entreprise SNBR pour réaliser la structure qui couvrira leurs prochains locaux.

Le coefficient de frottement égal à 0,25 est relativement faible et modélise une surface de contact particulièrement lisse. La masse volumique est fixée à 2500kg/m^3, ce qui peut correspondre à un calcaire classique. On considère que les sommiers ne sont pas sujets au glissement. Cette condition aux limites se traduit numériquement par un fort coefficient de frottement au contact avec la fondation.

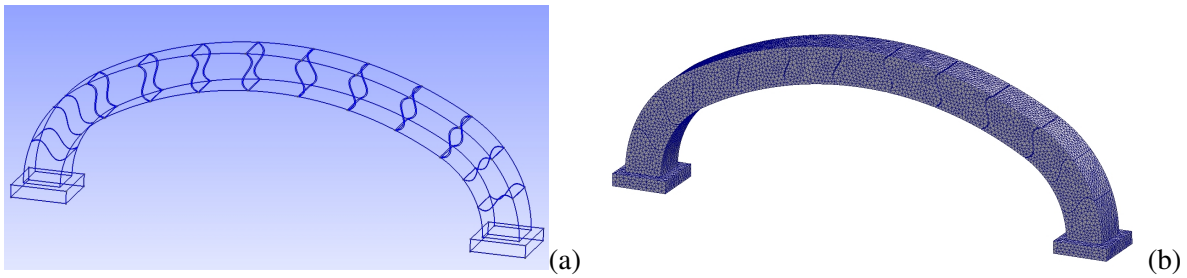

(a) (b)

FIGURE 3 – Arche en anse de panier à joints courbes - modèle continu (a) - modèle discrétisé (b)

4.2 Arche folle

L'arche folle est plein cintre sur une portée de 2m mais relève d'une conception plus osée car les voussoirs présentent une surface bombée au niveau des joints (FIGURE 4). La zone de contact est ponctuelle dans le plan et se limite ainsi à une ligne sur la profondeur des blocs. L'arche folle est classiquement réalisée à petite échelle par les compagnons à titre d'entraînement à la taille de pierre. Le modèle numérique pousse les limites de la folie en considérant des sommiers dont la base est également bombée, réalisant ainsi une rotule sur l'axe perpendiculaire au plan de l'arche. La masse volumique du matériau est de 1000kg/m3 avec coefficient de frottement de 0,6.

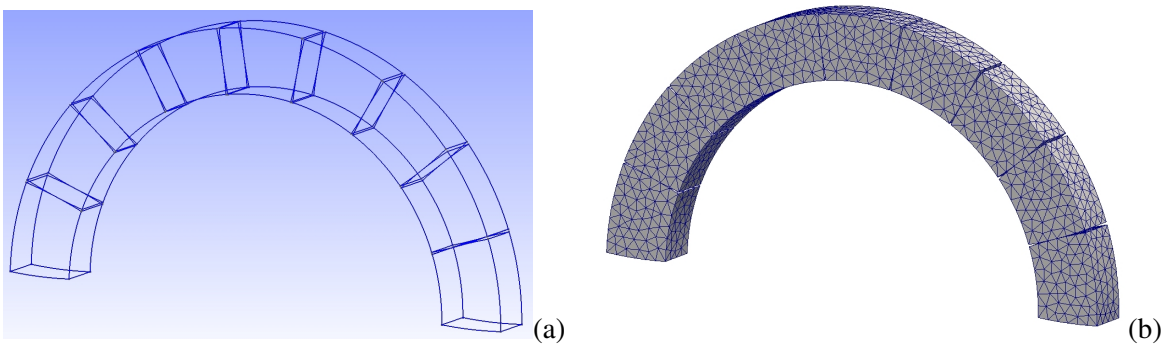

(a) (b)

FIGURE 4 – Arche folle plein cintre - modèle continu (a) - modèle discrétisé (b)

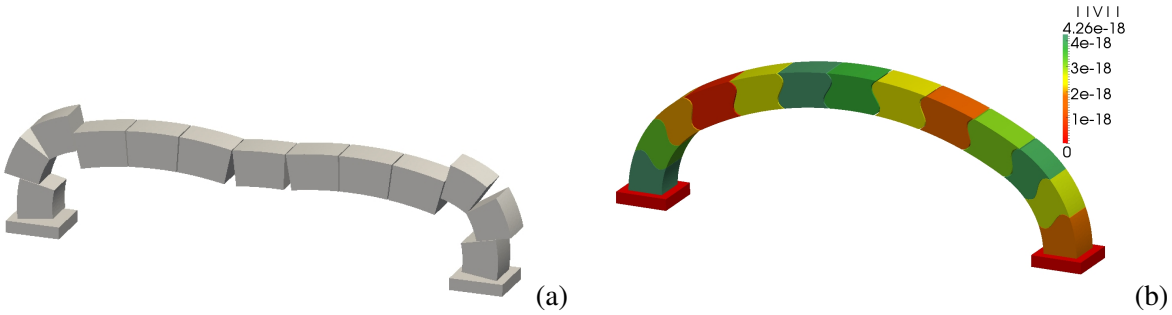
5 Résultats

Un chargement sous poids-propre est considéré pour chaque arche. Si le système est stable, la résolution des équations de la dynamique converge vers la configuration d'équilibre statique. Dans le cas contraire, on observe la ruine du système.

5.1 Arche en anse de panier

Pour mettre en lumière l'intérêt de la courbure de l'interface, nous comparons la même arche avec des joints plans. Dans ce cas, il apparaît que la structure est instable sous poids-propre et que le mécanisme de ruine est provoqué par un glissement des joints (FIGURE 5) au niveau des reins. Ce type de ruine n'est que très rarement observé dans la réalité car les dispositions constructives s'attachent à éviter une orientation des joints trop pénalisante. Nous ne les avons sciemment pas respectées pour illustrer le propos de l'étude. En revanche, dans le cas des joints courbes, l'arche reste stable avec un déplacement nul des voussoirs (FIGURE 5). On note que l'introduction d'une courbure suffisante est nécessaire pour

bloquer la ruine par glissement. L'influence de la forme de l'interface dépend bien entendu de la valeur du coefficient de frottement.



(a) (b)

FIGURE 5 – Anse de panier à joints plans (a) – à joints courbes (b)

5.2 Arche folle

De la même façon que précédemment, nous comparons le modèle à joints courbes avec son homologue à joints plans. A partir de cette dernière, nous déterminons le positionnement des centres de pression au niveau des joints. Il s'agit du barycentre des points de contacts de la face plane pondérés par les valeurs des réactions normales. Ces points apparaissent sous la forme de carrés bleus sur la FIGURE 6. La ligne qui relie ces centres de pression prend l'allure de la chaînette, forme d'équilibre sous poids-propre.

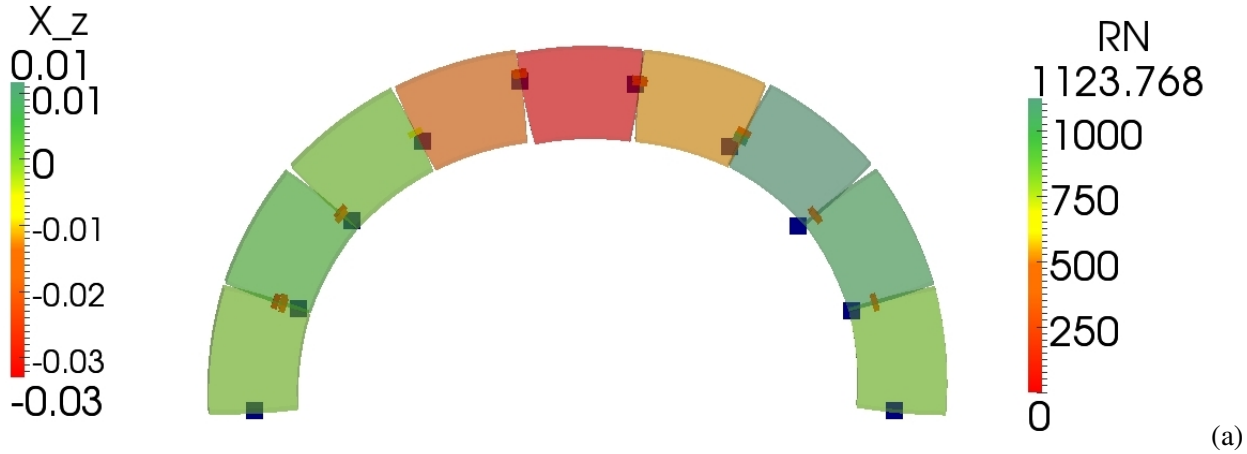
La déformée de l'arche à joints courbes est importante en raison de la rotation des blocs les uns par rapport aux autres. Néanmoins, on constate une bonne corrélation entre la position des points de contact de l'arche folle et la ligne des centres de pression de l'arche à joints plans.

6 Discussion

La simplicité des systèmes étudiés permet d'ouvrir une discussion sur les enjeux géométriques, mécaniques et numériques que soulèvent la modélisation d'interfaces courbes.

6.1 Intérêt de la courbure

Dans le cas de l'anse de panier surbaissée, la forme de l'interface a permis de rigidifier la structure en bloquant le mécanisme de glissement. Toutefois, la modélisation en éléments rigides ne permet que l'analyse de la stabilité globale et ne fournit aucune information sur l'état de sollicitation de la matière. Une simulation en modélisant les voussoirs par éléments finis s'avèrerait complémentaire pour s'assurer



(a)

FIGURE 6 – Arche folle sous poids-propre et ligne des centres de pression

que la concentration de contrainte générée par la courbure n'entraîne pas un endommagement local par fissuration ou un écrasement.

A l'inverse, les joints de l'arche folle libèrent des degrés de liberté au niveau de l'assemblage. Sous réserve que la ligne des centres de pression soit comprise à l'intérieur de l'arche et que le frottement soit suffisant, la rotation des voussoirs permet à la structure de trouver sa position d'équilibre. Les points de contact font alors apparaître la ligne des centres de pression. Ce simple exemple permet de la visualiser et illustre également son dual, *i.e.* le mécanisme de rupture par rotation des blocs les uns par rapport aux autres. Cependant, la simulation numérique manifeste quelques écarts avec ces constats théoriques et expérimentaux. Leur origine provient de la combinaison de plusieurs facteurs que nous précisons ci-après.

6.2 Impact du maillage

Malgré les précautions géométriques que nous avons prises pour optimiser l'homogénéité du maillage, la discrétisation de la courbure a des conséquences notables sur les résultats de la simulation. En effet, le maillage de peau est la seule information portée par un rigide pour la résolution des interactions. Si l'état de surface réel des joints de l'arche folle assure, à une certaine échelle, un contact linéique ponctuel, celui du modèle numérique maillé ne présente pas cette continuité. La répartition des faces triangulaires dont dépend la localisation des contacts n'est pas contrainte à cette condition. Par conséquent, il n'y a aucune chance que la méthode de détection des contacts retrouve cette zone de tangence entre les voussoirs. On observe également la création de points durs qui apparaissent lorsque des faces sont en vis-à-vis entre deux voussoirs. Il en résulte un blocage du mécanisme de rotation des blocs, ce qui explique en partie l'écart entre la ligne des centres de pression et la position des voussoirs. Ces constats sont plus notables sur l'arche folle mais seraient aussi discutables sur le cas de l'anse de panier à joints courbes.

6.3 Impact de l'algorithme de résolution des contacts

L'algorithme de Gauss-Seidel non linéaire calcule la solution pour un contact en supposant des valeurs provisoires pour les autres. La solution du problème complet est obtenue en itérant, sur la liste des contacts, ces résolutions élémentaires jusqu'à convergence [1]. Cette approche reconnue pour sa robustesse est néanmoins lente à converger et peut fournir des résultats erronés si les itérations sont insuffisantes. On constate dans ce cas une dissymétrie dans les réactions qui peut conduire à la création de mécanismes hors-plans. De plus, dans le cas de l'arche folle qui est assez souple, le choix d'un état initial physiquement réaliste pourrait améliorer la résolution du problème. L'introduction d'une méthode directe supposant que le comportement des contacts est linéaire pourrait fournir cette initialisation.

6.4 Impact de la modélisation rigide en quasi-statique

Les déplacements importants qui résultent de la rotation des blocs sont source de mauvaise convergence du calcul. Des ajustements importants en termes de pas de temps, de temps physique nécessaire à l'obtention de l'état d'équilibre et de nombre d'itérations du solveur de contacts sont nécessaires et en relation direct avec la finesse du maillage pour aboutir à un résultat probant.

7 Conclusion et perspectives

Le calcul de structures maçonnées à joints plans effectué en utilisant l'approche NSCD est étudié par de précédents travaux [1, 11]. Néanmoins, l'ambition des concepteurs à remettre le matériau pierre au goût du jour les conduit à proposer des projets qui peuvent rompre avec les habitudes de la profession.

En s'appuyant sur des propositions de tailleurs de pierre, cette étude fait apparaître l'intérêt mécanique de la courbure aux interfaces comme facteur de rigidité ou de souplesse. Deux exemples simples d'arches apportent des éléments d'analyse pour s'intéresser à l'avenir à des cas de chargements plus réalistes (dissymétriques, sismique), des interactions entre blocs plus complexes (joints de mortier) et des modélisations plus élaborés (éléments finis, zones cohésives). Des limitations techniques sont également soulevées par l'introduction de formes gauches. En effet, la discrétisation de la géométrie pénalise la

résolution du contact et la cinématique des corps. Ce constat nous encourage à considérer la paramétrisation des formes pour conserver leur propriétés de continuité lors de la simulation mécanique.

Enfin, l'objectif global d'apporter une réponse aux besoins de l'ingénierie sera conduit avec la confrontation des résultats numériques à l'expérience physique. Des protocoles expérimentaux de mesure de pression dans les joints sont en cours d'étude.

Ces étapes sont nécessaires pour parvenir à une meilleure interopérabilité des différents outils de conception, de simulation et de réalisation des structures en pierre.

Remerciements : Ce travail a reçu le soutien de la région Languedoc-Roussillon *via* le Grand Plateau Technique Régional Mécanique et Génie Civil.

Références

[1] V. Acary, *Contribution à la modélisation mécanique et numérique des édifices maçonnés,* Thèse de doctorat de l'Université Aix-Marseille II, 2001.

[2] M. Bagnéris, A. Marty, B. Maurin, R. Motro et N. Pauli, *Pascalian forms as morphogenetic tool,* Journal of the International Association for Shells and Spatial Structures, 51 :165–181, 2010.

[3] P. Block, T. Ciblac, J. Ochsendorf, *Real-time limit analysis of vaulted masonry buildings* Computers & Sciences, 84 :1841–1852, 2006.

[4] Département des Ouvrages d'Art du SETRA, *Les ponts en maçonnerie,* tomes 1, 2 et 3, Ministère des Transports, Direction des Routes, 244, BD St-Germain, 75775 Paris Cedex 16, 1982.

[5] F. Dubois et M. Jean, *LMGC90 une plateforme de développement dédiée à la modélisation des problèmes d'interaction.* M. Potier-Ferry, M. Bonnet, et A. Bignonnet, éditeurs, 6ème Colloque National en Calcul des Structures, 1 :11–118, Giens, 2003.

[6] F. Dubois, M. Jean, M. Renouf, R. Mozul, A. Martin et M. Bagnéris, *LMGC90,* 10ème Colloque National en Calcul des Structures, Giens, 2011.

[7] C. Geuzaine et J.-F. Remacle, *Gmsh : a 3-D finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities.* International Journal for Numerical Methods in Engineering, 79 :1309–1331, 2009.

[8] M. Jean, *The non-smooth contact dynamic method,* Computer methods in applied mechanics and engineering, 177 :235–257, 1999.

[9] A. Martin, M. Bagnéris, F. Dubois, R. Mozul, *Conception d'un outil adapté à la mise en données des systèmes discrets,* 10ème Colloque National en Calcul des Structures,Giens, 2011.

[10] F. Radjaï et F. Dubois, *Modélisation numérique discrète des matériaux granulaires,* Hermès Sciences, Lavoisier, 2010.

[11] A. Rafiee, *Contribution à l'étude de la stabilité des massifs rocheux fracturés : caractérisation de la fracturation in situ, géostatistique et mécanique des milieux discrets,* Thèse de doctorat de l'Université de Montpellier II, 2008.