



HAL
open science

Modélisation d'un milieu discret cohésif par l'approche dynamique des contacts : Application à la rupture d'un matériau cimentaire

Mohamed Guessasma, Jérôme Fortin

► **To cite this version:**

Mohamed Guessasma, Jérôme Fortin. Modélisation d'un milieu discret cohésif par l'approche dynamique des contacts : Application à la rupture d'un matériau cimentaire. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. hal-00592916

HAL Id: hal-00592916

<https://hal.science/hal-00592916>

Submitted on 3 May 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Modélisation d'un milieu discret cohésif par l'approche dynamique des contacts : Application à la rupture d'un matériau cimentaire

M. Guessasma¹, J. Fortin²

¹ LTI, IUT de l'Aisne 48 rue d'Ostende 02100 Saint-Quentin, France, mohamed.guessasma@u-picardie.fr

² LTI, INSSET 48 rue Raspail 02100 Saint-Quentin, France, jerome.fortin@u-picardie.fr

Résumé — En mécanique des granulats, les simulations numériques basées sur la prise en compte individuelle des grains ou des blocs sont qualifiées de méthodes DEM, par opposition à la stratégie FEM utilisée lorsqu'une loi de comportement homogénéisée a été choisie, assimilant le granulat à un milieu continu. Dans cette étude, le système étudié est un agrégat de particules cohésives formant un matériau cimentaire. L'adhésion est assurée par des forces de cohésion au point de contact. Pour ce faire, nous allons nous appuyer sur les comportements fondamentaux de contact unilatéral et de frottement sec modélisés par un bipotentiel de contact. Le choix a été fait de présenter ce modèle comme un modèle dérivé de la condition de Signorini et du frottement de Coulomb. Les simulations numériques réalisées sur des exemples tests semblent reproduire un comportement mécanique global observé expérimentalement.

Mots clés — MED, cohésion, matériaux cimentaires, rupture.

1 Introduction générale

Classiquement, pour étudier numériquement le comportement d'un corps déformable soumis à diverses sollicitations, on utilise la Méthode des Eléments Finis (FEM) qui est un important outil pour l'analyse des structures. Elle s'appuie sur la Mécanique des Milieux Continus. Cependant, l'hypothèse de continuité semble difficile à admettre pour des systèmes composés de plusieurs parties rigides ou déformables, qui sont reliées entre elles par des liaisons. On parle alors de systèmes multi-corps. Actuellement, de nombreuses applications impliquent l'étude de tels systèmes. Dans la plupart des cas, les équations du mouvement sont accompagnées d'un ensemble d'équations supplémentaires. Dans les domaines où la collection de corps entre lesquels des liaisons unilatérales, usuellement affectées du frottement de Coulomb, sont susceptibles de s'établir ou de se rompre, ces équations de contraintes conduisent à un problème de complémentarité non linéaire qui ne peut être résolu par une méthode de programmation linéaire. Dans la majorité des techniques numériques présentées dans la littérature, ces difficultés sont abordées au moyen d'approximations régularisantes. Une façon plus rigoureuse de modéliser une telle loi de contact multivoque est l'utilisation de la théorie moderne des fonctions convexes et du calcul sous-différentiel. La condition de Signorini et la loi de Coulomb s'expriment alors sous forme de loi de sous-normalité. Dans [10] il a été proposé d'abandonner l'idée d'une séparation en deux pseudo-potentielles duales et postulé l'existence d'une fonction unique des variables duales appelée « bipotentiel ».

A partir de ce formalisme, G. de Saxcé et Z.-Q. Feng [10] ont proposé une modélisation du contact unilatéral avec frottement sec pour des corps déformables ou non, qui aboutit à un bipotentiel de contact. En mécanique des granulats, les simulations numériques basées sur la prise en compte individuelle des grains ou des blocs, qu'elles soient de type Dynamique Moléculaire ou NSCD [9], sont qualifiées de méthodes DEM, par opposition à la stratégie FEM utilisée lorsqu'une loi de comportement homogénéisée a été choisie, assimilant le granulat à un milieu continu. Dans le cadre de cette étude, le milieu discret est un agrégat de particules cohésives formant un matériau cimentaire [1, 2, 3]. Pour chaque paire de particules, l'adhésion est assurée par des forces de cohésion au point de contact [4, 5, 6, 7]. Pour ce faire, nous allons nous appuyer sur les comportements fondamentaux de contact unilatéral et de frottement sec. Le choix a été fait de présenter ce modèle comme un modèle dérivé de la condition de Signorini et du frottement de Coulomb. Ce jeu d'écriture permet de ramener par des changements de variables adéquats les modèles enrichis aux modèles de base.

2 Modélisation ED d'un système multicontacts cohésif

La méthode la plus générale des Eléments Discrets (ED) permet de modéliser des particules réellément déformables et de formes complexes (depuis l'ellipsoïde jusqu'au polygone) [13]. Nous nous limitons ici au cas "simple" de particules sphériques non-déformables et non-pénétrables. Dans le cadre de cette étude, le milieu discret est un agrégat de particules cohésives formant un matériau cimentaire.

2.1 Méthode des Eléments Discrets

En choisissant comme paramètres de configuration q , les coordonnées du centre de gravité des grains et les rotations d'Euler, les termes gyroscopiques et centrifuges sont nuls et la matrice de masse généralisée M du système ne dépend pas de q et est diagonale par bloc. A chaque paire de particules Ω_i et Ω_j candidates au contact, est associée un référentiel local dont les axes sont orientés suivant les deux vecteurs unitaires n et t , respectivement normal et tangent au plan de contact. La normale n est dirigée de Ω_j vers Ω_i , Figure 1.

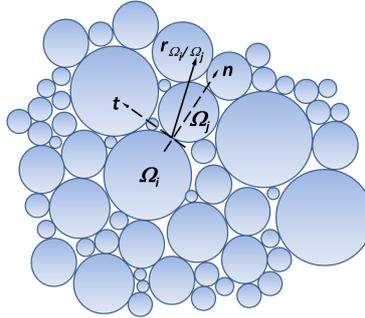


FIGURE 1 – Système Multicontacts

Les variables mises en dualité sont \dot{u} , la vitesse relative locale de Ω_i par rapport à Ω_j , et la réaction de contact r de Ω_j sur Ω_i . Elles se décomposent dans la base locale par :

$$\dot{u} = \dot{u}_t + \dot{u}_n \cdot n, \quad r = r_t + r_n \cdot n, \quad (1)$$

où \dot{u}_n est la vitesse de séparation normale, \dot{u}_t est la vitesse de glissement, r_n est la pression de contact et r_t est la force d'adhérence. Le système d'équation à modéliser s'écrit donc :

$$\begin{aligned} M\ddot{q} &= F_{ext}(q, \dot{q}, t) + R^\alpha, \\ loi(\dot{u}, r^\alpha) &= .vrai. \quad (\alpha = 1, k); \end{aligned} \quad (2)$$

où F_{ext} représentent les efforts extérieurs explicitement connus et R^α les efforts intérieurs associés aux réactions de contact a priori inconnues. La modélisation discrète du problème mécanique est basée sur l'approche dynamique des contacts [6]. La condition de cohésion entre particules est associée à une loi de contact exprimée à partir de la formulation du bipotentiel [7, 8].

$$b_c(-\dot{u}, r) = \Psi_{\mathbb{R}^-}(-\dot{u}_n) + \Psi_{K_\mu}(r) + \mu r_n || -\dot{u}_t ||. \quad (3)$$

où $\Psi_{\mathbb{R}^-}$ désigne la fonction indicatrice de $\mathbb{R}^- =]-\infty, 0]$ ¹ et Ψ_{K_μ} est une fonction indicatrice qui prend la valeur zéro si $r_t \in K_\mu$ et $+\infty$ sinon. Les interactions de contacts entre particules sont obtenues à partir d'un schéma de prédiction et de correction sur le cône de Coulomb :

$$\begin{aligned} \text{prédicteur : } \quad \tau &= r - \gamma[\dot{u}_t + (\dot{u}_n + \mu || -\dot{u}_t || \cdot n)] \\ \text{correcteur : } \quad r &= proj(\tau, K_\mu) \end{aligned}$$

où la projection sur le cône de Coulomb conduit, suivant la valeur de τ , à l'un des trois statuts : non contact, contact avec adhérence ou contact avec glissement, Figure 2.

1. Cette fonction prend la valeur zéro si $-\dot{u}_n \in \mathbb{R}^-$ et $+\infty$ autrement.

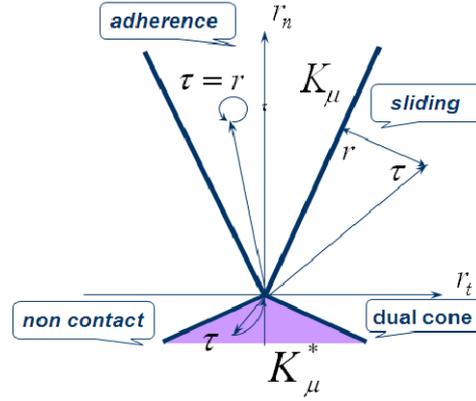


FIGURE 2 – Projection de la prédiction sur le cône de Coulomb

Le cycle de calcul est un algorithme de type "pas à pas" qui requiert la répétition d'un schéma de résolution. Dans un système composé de p particules, c'est la portée maximale des interactions qui constitue le paramètre critique pour le temps de modélisation. Classiquement, à chaque pas de temps, l'ensemble des forces de contact du système est déterminé itérativement par la méthode dite des équilibres successifs qui est basée sur un algorithme de type Gauss-Seidel pour la version 2D. Chaque force de contact est calculée en adoptant des valeurs provisoires des forces sur les autres contacts.

2.2 Solveur de contact cohésif utilisant un bipotentiel de contact

Les conditions de Signorini usuelles sont modifiées pour prendre en compte la résistance en traction de la façon suivante :

$$(r_n + r_{cohe}) \geq 0, \quad \dot{u}_n \geq 0, \quad (r_n + r_{cohe})\dot{u}_n = 0 \quad (4)$$

où $r_{cohe} > 0$ est la valeur de résistance en traction maximale dans la direction normale n ; r_{cohe} dépend de la résistance à la traction du matériau σ_{cohe} : $r_{cohe} = \sigma_{cohe} \cdot a_{moy}$; a_{moy} est le diamètre moyen des particules en contact [14]. Le graphe de cette relation est donné à la Figure 3.

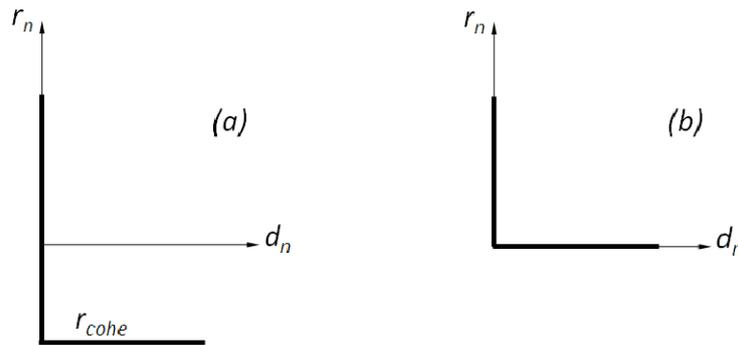


FIGURE 3 – Loi de cohésion non-régulière

De plus, on introduit un modèle d'endommagement surfacique fragile (Figure 4) qui est vérifié pour tout vecteur $F(r_n, r_t, m_t)$ n'appartenant pas au domaine φ_{cohe} ; avec φ_{cohe} l'ensemble des interactions de contacts admissibles défini comme suit :

$$\varphi_{cohe} = \{F(-r_n, r_t, m_t) \in \mathfrak{R}^3 \quad \text{avec } -r_n < r_{cohe}, r_t < r_{trup} \text{ et } m_t < m_{trup}\} \quad (5)$$

où $-r_n$, r_t et m_t sont respectivement les forces de traction, de cisaillement et le moment de roulement au point de contact, r_{cohe} , r_{trup} et m_{trup} sont respectivement les résistances en traction, au cisaillement et au

roulement [7].

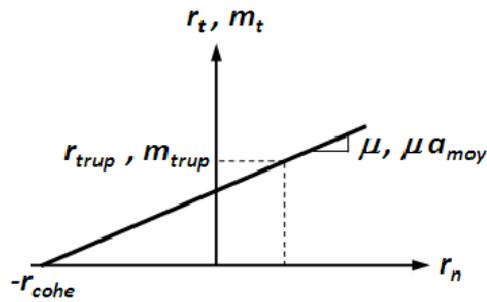


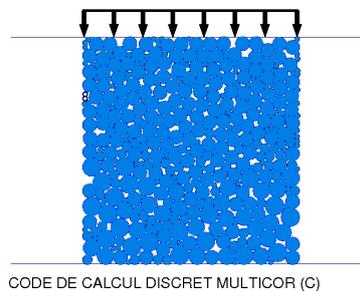
FIGURE 4 – Critère de rupture

Les valeurs seuils r_{trup} et m_{trup} sont respectivement la résistance à la rupture sous des charges de cisaillement et de moment : $r_{trup} = \mu \cdot (r_n + r_{cohe})$; $m_{trup} = \mu \cdot a_{moy} \cdot (r_n + r_{cohe})$ [14]. Nous supposons que le contact reste cohésif pour des valeurs infinies de compression normale. Le statut de contact entre une paire de particules non-cohésif est géré de manière classique.

3 Applications numériques : rupture d'un matériau de type cimentaire

3.1 Compression uniaxiale d'un empilement monodisperse de particules cohésives

Le modèle de cohésion cimentaire introduit dans la formulation du contact à l'interface particule/particule a été testé sur un empilement polydisperse de 430 particules sous chargement uniaxial. Le diamètre des particules varie entre 1mm et 4mm. Les coefficients de frottement particule/particule et particule/païoi sont respectivement de 0.3 et 0.2, Figure 5. L'empilement est soumis à l'action d'une force de com-



CODE DE CALCUL DISCRET MULTICOR (C)

FIGURE 5 – Compression uniaxiale sur un empilement polydisperse cimentaire

pression variable au cours du temps appliquée à la païoi rigide supérieure tandis que la païoi du bas est maintenue fixe. A travers cet exemple, on montre l'influence de l'effet d'adhésion au niveau de l'interface de contact sur la résistance à la compression pour différentes valeurs de la cohésion (5N, 10N et 20N). Les Figures 6 montrent la propagation de la décohéision dans le matériau cimentaire (particule représentées en blanc) pour les 3 valeurs de cohésion étudiées après un temps de compression identique. L'effet de l'adhésion est mise en évidence par l'apparition de zones non-cohésives plus étendues pour une force de cohésion inter-articulaire de plus en plus faible. Le modèle de contact avec cohésion semble reproduire un comportement réaliste. La Figure 7 représente les chaînes de force et champs de vitesse après un temps de compression similaire au précédent.

Les Figures 8 représentent l'évolution de l'effort de compression et de la contrainte normale correspondante respectivement en fonction du déplacement de la païoi supérieur et de la déformation axiale. La conclusion qui peut être faite à partir de l'observation de ces courbes est la quasi-linéarité du comportement mécanique en compression du matériau cimentaire. Celui-ci est en accord avec la nature d'un milieu rigide.

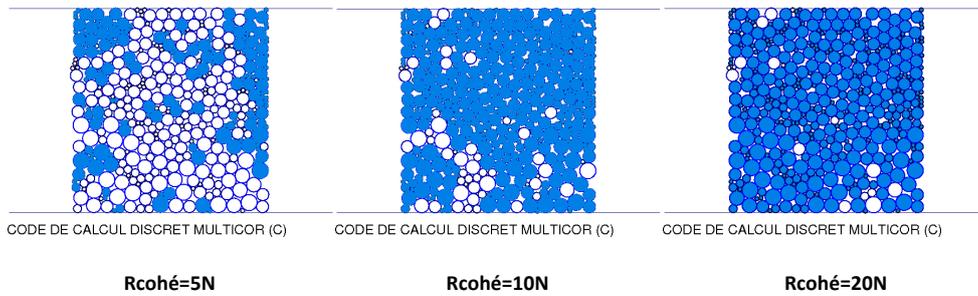


FIGURE 6 – Propagation de la décohésion dans le matériau cimentaire

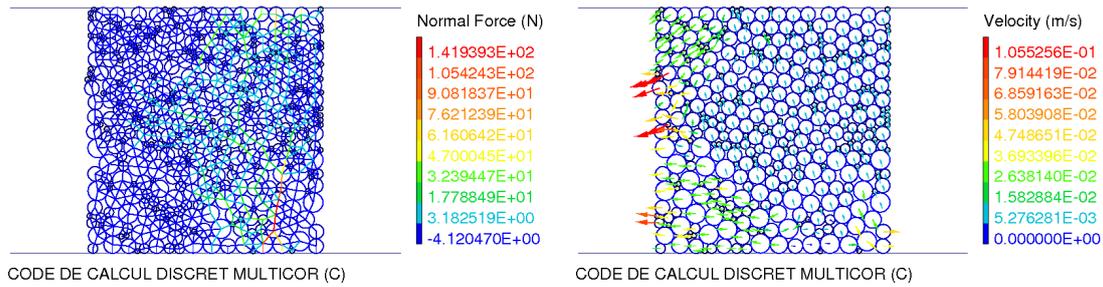


FIGURE 7 – Chaines de force et champs de vitesse après un temps de compression

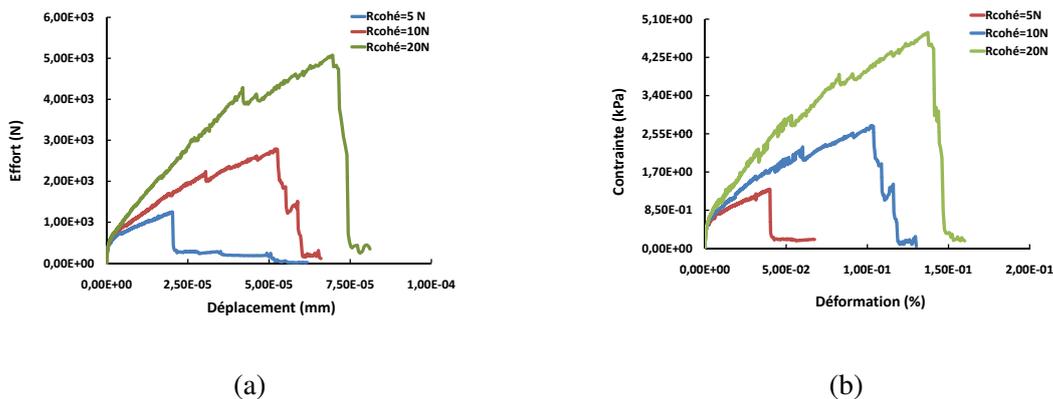


FIGURE 8 – Courbe de compression : (a) Effort-Déplacement ; (b) Contrainte-Déformation

La Figure 9 montre l'influence de la cohésion sur la résistance à la rupture du matériau cimentaire pour les 3 valeurs de cohésion étudiées. La courbe obtenue présente une pente linéaire quasi-constante. En conclusion, la résistance à la rupture, dans le cas étudié, subit pratiquement un taux d'accroissement similaire à celui de la force de cohésion.

Une étude plus complète, intégrant à la fois l'effet de la taille de l'échantillon, de la vitesse de sollicitation et des paramètres locaux, est nécessaire pour bien comprendre la relation qui existe entre la cohésion et la résistance d'un matériau cimentaire sous chargement uniaxial.

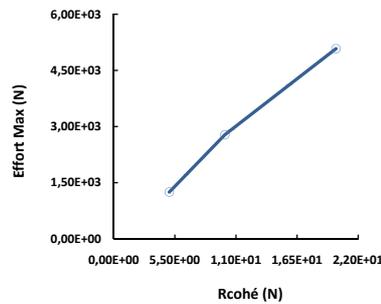


FIGURE 9 – Influence de la cohésion sur la résistance en compression

3.2 Flexion 3 points d'un empilement monodisperse de particules cohésives

Le modèle de cohésion cimentaire a été testé également dans le cas d'un empilement monodisperse de 4190 particules (diamètre des particules de 4mm) sollicité en flexion 3 points. Le contact particule/particule a un coefficient de frottement de 0,3 et est maintenu par une de force de cohésion normale de 100N, Figure 10.

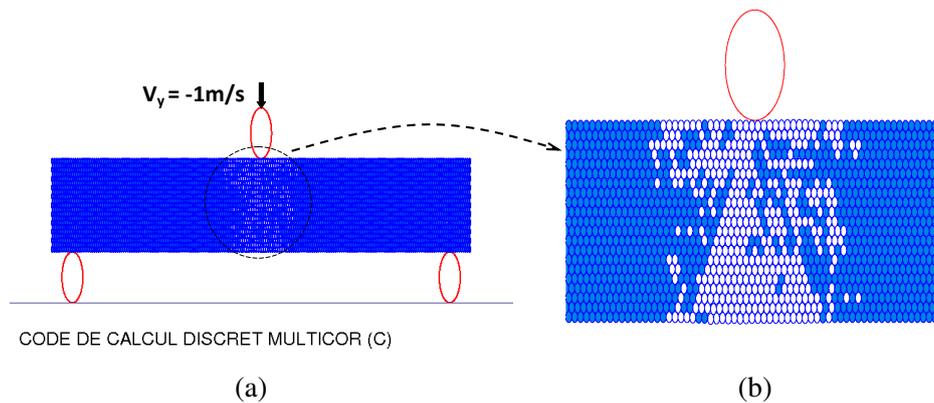


FIGURE 10 – (a) Essai de flexion 3 points – (b) Propagation de la décohésion au centre de l'empilement

Le coefficient de frottement est fixé à 0,2 pour le contact particule/paroi. L'empilement est soumis à l'action de la paroi circulaire centrale animée par une vitesse verticale constante de -1m/s. Les parois circulaires disposées de part et d'autre servent d'appui fixe (Figure 10(a)). Le choix d'une forte vitesse de sollicitation est justifié par la volonté de tester le comportement du modèle de cohésion sous chargement sévère. La Figure 11 montre la propagation de la décohésion au niveau du contact central (particule en blanc). Cet effet se traduit par une forte concentration des efforts au centre de l'empilement ainsi qu'au niveau des appuis fixes (Figure 11). Cet effet de concentration a pour conséquence de provoquer la rupture de l'empilement au centre, ce qui explique l'atténuation des efforts dans les 3 zones critiques. La simulation numérique de l'essai de flexion 3 points a permis de reproduire des effets attendus et observés en pratique ce qui confirme le caractère réaliste de la modélisation proposée. Cette modélisation doit être bien sûr testée dans les mêmes conditions pour des empilements polydisperses en vue d'étudier les effets de la taille des particules et de la cohésion sur le comportement mécanique global. De plus le modèle nécessite une validation expérimentale afin de s'assurer de la pertinence du critère de rupture choisi. Celle-ci est en cours de préparation en vue de la réalisation d'une campagne d'essai sur des empilements cylindriques cohésifs pour différents matériaux (aluminium, PVC).

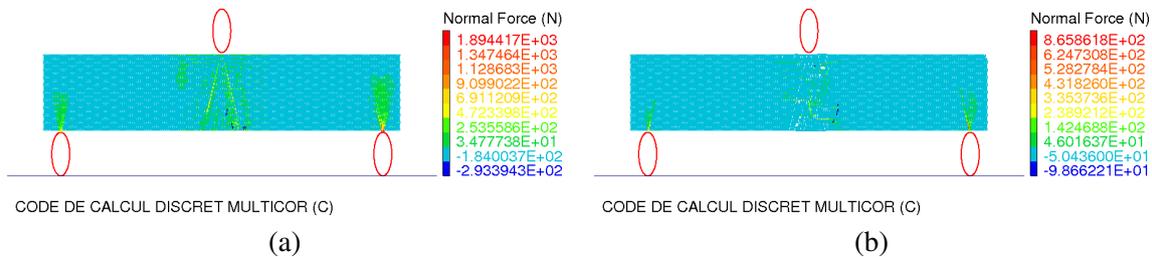


FIGURE 11 – Distributions des efforts : (a) début de l'essai – (b) après rupture

4 Conclusion

La modélisation discrète présente donc l'intérêt de traduire la propagation des fissures survenant dans un matériau par la succession de plusieurs décohésions inter-particulaires. Les simulations numériques menées, à la fois en compression et en flexion 3 points, semblent reproduire un comportement assez réaliste et ont permis de mettre en évidence les phénomènes locaux survenant dans le matériaux cimentaires sous chargement. En effet, l'étude de l'influence des paramètres locaux (polydispersité, taille des particules, coefficient de frottement local, forces de cohésion,...) devra nous aider à mieux décrire les mécanismes de rupture. Outre l'intérêt pour les matériaux cimentaires, cette étude offre aussi la possibilité de reproduire les mécanismes de fragmentation activés au niveau des interfaces de contact.

Références

- [1] F. de Larrad, A. Belloc, The influence of aggregate on the compressive strength of normal and high-strength concrete, *AIC Mater. J.*, 94, 417-426, 2002.
- [2] A. Benhamida, F. Bouchelaghem, H. Dumontet, Effective properties of a cemented or an injected granular material, *Int. J. Numer. Anal. Method Geomech.*, 29, 187-208, 2005.
- [3] J.-Y. Delenne, Y. Haddad, J.C. Bénet, J. Abecassis, Use of mechanics of cohesive granular media for analysis of hardness and vitreousness of wheat endosperm, *Journal of Cereal Science*, 47, 438-444, 2008.
- [4] F. Radjai, Preechawuttipong I., and Peyroux R., *Cohesive granular texture*, publisher : Springer-Verlag, Berlin, 2001.
- [5] M.S. el Youssoufi, J.-Y. Delenne, F. Radjaï, Self-stresses and crack formation by particle swelling in cohesive granular media. *Phys. Rev. E*, 71, 1-5, 2005.
- [6] V. Topin, J.-Y. Delenne, F. Radjaï, L. Brendel, F. Mabilie, Strength and failure of cemented granular matter, *Eur. Phys. J. E*, 23, 413-429, 2007.
- [7] J.-Y. Delenne, V. Topin, F. Radjaï, Failure of cemented granular materials under simple compression ; experimental and numerical simulations, *Acta. Mech.*, 205, 9-12, 2009.
- [8] Delenne, M.S. el Youssoufi, J.-C. Bénet, Comportement mécanique et rupture de milieux granulaires cohésifs, *C. R. Mécanique*, 330, 475-482, 2002.
- [9] M. Jean, The Non Smooth Contact Dynamics Method, *Compt. Methods Appl. Math. Engrg.* 177 (1999) 235-257.
- [10] G. De Saxcé, Z.Q. Feng, The bipotential method : a constructive approach to design the complete contact law with friction an improved numerical algorithms, *Int. J. Math. Comput. Model.* 28 (1998) 225-245.
- [11] J. Fortin, G. de Saxce, Modélisation numérique des milieux granulaires par l'approche du bi-potentiel, *C. R. Acad. Sci.*, 327, 721-724, 1999.
- [12] J. Fortin, O. Millet, G. de Saxcé, Numerical simulation of granular materials by an improved discrete element method, *Int. J. Numer. Meth. Engrng* 62, 639-663, 2005.
- [13] P.A. Cundall, O.D.L. Strack, The Development of Constitutive Laws for Soil Using the Distinct Element Method", *Numerical Methods in Geomechanics*, 1, 289-317, 1979.
- [14] A. Taboada, N. Estrada, F. Radjaï, Additive Decomposition of Shear Strength in Cohesive Granular Media from Grain-Scale Interactions, *Physical Review Letters*, 97,098302, 2006.
- [15] M. Jean, V. Acary, Y. Monerie, Non-smooth contact dynamics approach of cohesive materials, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, 359, 2497-2518, 2001.