

Approche multiéchelle haute performance pour l'endommagement de structures composites

Vincent Roulet, Pierre-Alain Boucard, Laurent Champaney

▶ **To cite this version:**

Vincent Roulet, Pierre-Alain Boucard, Laurent Champaney. Approche multiéchelle haute performance pour l'endommagement de structures composites. 10e colloque national en calcul des structures, May 2011, Giens, France. pp.Clé USB. hal-00592906

HAL Id: hal-00592906
https://hal.science/hal-00592906

Submitted on 3 May 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CSMA 2011
10e Colloque National en Calcul des Structures
9-13 Mai 2011, Presqu'île de Giens (Var)

Approche multiéchelle haute performance pour l'endommagement de structures composites

V. Roulet[1], P.-A. Boucard[1], L. Champaney[1]

[1] *LMT-Cachan (ENS Cachan/CNRS/UPMC/PRES UniverSud Paris), France {roulet,boucard,champaney}@lmt.ens-cachan.fr*

Résumé — L'objectif de ce travail est le développement d'une méthode adaptée au calcul paramétrique d'assemblages de structures en composites stratifiés. Elle s'appuie sur la méthode LATIN et une méthode de décomposition de domaine mixte, qui permettent la résolution des non-linéarités (endommagement matériau, contact, frottement, ...) en parallèle. De plus, la mise en place d'une stratégie dite «multi-paramétrique» permet de mener des études paramétriques à moindre coût. On exploite une propriété de la méthode LATIN qui permet d'utiliser la solution d'un calcul (associé à un jeu de paramètres) comme initialisation pour la résolution d'un nouveau calcul (associé à un nouveau jeu de paramètres).
Mots clés — étude multiparamétrique, calcul parallèle, composite stratifié, contact, frottement, assemblage, méthode LATIN.

1 Introduction

L'un des enjeux majeurs dans l'utilisation de matériaux composites stratifiés réside dans le calcul de l'état d'endommagement d'un assemblage soumis à un chargement complexe. La dégradation de ces matériaux est due à l'endommagement des plis (fissuration transverse, rupture fibre, décohésion fibre matrice) ainsi qu'à leur décohesion (délaminage). L'utilisation de modèles de comportement microscopiques, tels que [17, 19, 1], qui modélisent finement chacun de ces mécanismes de dégradation, n'est malheureusement pas envisageable en terme de ressources numériques, et est d'autant plus inaccessible que l'on souhaite traiter des problèmes d'assemblages complexes. C'est pourquoi [11] propose une modélisation de l'ensemble des dégradations dans le matériau à l'échelle du pli, appelée échelle mésoscopique, choisie pour traiter notre problème.

Cependant, même à cette échelle, la simulation d'un problème d'assemblage conduit à la résolution de problèmes non-linéaires de très grande taille, inabordable par une approche directe. Traiter de tels problèmes demande donc une stratégie numérique adaptée, s'appuyant généralement sur une méthode de décomposition de domaine. De nombreuses méthodes ont été mises au point, que ce soit par un raccord entre sous-domaines en déplacement (méthode BDD [15]), en effort (méthode FETI [7]) ou mixte [3, 18, 14, 20, 8, 16]. Ces méthodes ont bien évidemment été utilisées dans le cas du calcul d'assemblage, notamment sur la prise en compte de conditions de contact avec ou sans frottement [4, 6].

La décomposition de domaine mixte basée sur la méthode LATIN [10] introduit une décomposition en sous-structures volumiques liées par l'intermédiaire d'interfaces surfaciques. Chacune de ces entités possède un comportement et des inconnues qui lui sont propres, se prêtant naturellement à la résolution d'un problème avec le mésomodèle considéré : l'interface mixte LATIN coïncide avec l'interface endommageable du mésomodèle, les sous-structures avec les plis endommageables.

L'application de cette méthode aux problèmes d'assemblage nécessite alors d'apporter un soin tout particulier aux performances dans le cas de calcul en parallèle, du fait du nombre très important de sous-structures et d'interfaces. Afin de rendre la convergence de la méthode indépendante du nombre de sous-structures et/ou de processeurs, et donc extensible, une échelle macroscopique a été introduite au problème dans [5]. Cette approche a par ailleurs déjà été validée sur des problématiques d'assemblage dans le cas de sous-structures linéaires, dans [12], et l'ajout des interfaces cohésives du mésomodèle [9].

Enfin, nous souhaitons pouvoir prendre en compte les nombreuses variabilités, tant sur le matériau que sur l'assemblage. Pour cela, on définit un nombre de jeux de paramètres variables balayant l'ensemble des combinaisons possibles. On se ramène alors à la résolution d'autant de problèmes que de jeux de

paramètres. Pour mener ces résolutions à moindre coût, on met en place une stratégie multiparamétrique qui exploite une propriété de la méthode LATIN permettant d'initialiser l'algorithme par une solution de son choix, laquelle doit être suffisamment proche de celle cherchée, pour améliorer ses performances.

2 Présentation du modèle de matériau

Afin de modéliser le comportement du matériau, nous introduisons un comportement tel que décrit dans [11]. Celui-ci considère le matériau à l'échelle mésoscopique, le décrivant comme un assemblage de deux types de méso-constituants : les plis et les interfaces. Un ensemble d'équations et un système d'inconnues est alors associé à chaque méso-constituant.

Le méso-constituant « pli » – L'état du matériau, orthotrope endommageable, est défini par les trois variables d'endommagement d_F, d et d'. La première modélise la rupture fragile des fibres du pli. Les deux autres représentent un endommagement diffus dans le composite représentant le reste des mécanismes de dégradation. Elles sont liées l'une à l'autre par l'intermédiaire d'un paramètre représentant le couplage entre l'énergie transverse et celle de cisaillement, et leur la vitesse de variation de l'endommagement est limitée par l'introduction d'un modèle à effet retard. Enfin, pour traduire l'irréversibilité due aux frottements entre la matrice et les fibres, un comportement plastique est introduit.

Le méso-constituant « interface » – L'interface est supposée avoir une épaisseur très faible devant celle du pli et représente la zone de matière faisant le lien entre deux plis. Son comportement est orthotrope endommageable, gouverné par une unique variable d'endommagement que l'on appellera par la suite δ (associée à la forme thermodynamique Y_δ), soumise à une loi d'évolution avec effet retard.

3 Stratégie numérique

Notre stratégie de calcul s'appuie sur la méthode LATIN, présentée dans [10], qui consiste à :
- décomposer le problème en sous-structures et interfaces, afin de définir un problème unique pour chaque élément de cette décomposition ;
- diviser les équations en deux groupes : les équations linéaires et les équations locales ;
- résoudre le problème par l'introduction d'un schéma itératif et utilisant des directions de recherche.

Cette méthode a été appliquée dans [9] au cas d'interfaces endommageables, en considérant les sous-structures parfaitement élastiques. Ici, nous prenons aussi en compte le comportement non-linéaire des plis qui implique d'introduire l'endommagement au niveau des sous-structures.

3.1 Décomposition de domaine

La méthode LATIN utilise une décomposition de domaine spécifique afin de décomposer la structure en un ensemble de sous-structures et d'interfaces. L'une des particularités de la méthode, comme illustré sur la Figure 3.1, est le raccord mixte des interfaces. Pouvoir décrire le comportement d'une interface à partir des efforts *et* des vitesses permet de prendre en compte des comportements complexes car portant sur les deux types d'inconnues (contact, frottement, interface cohésive...).

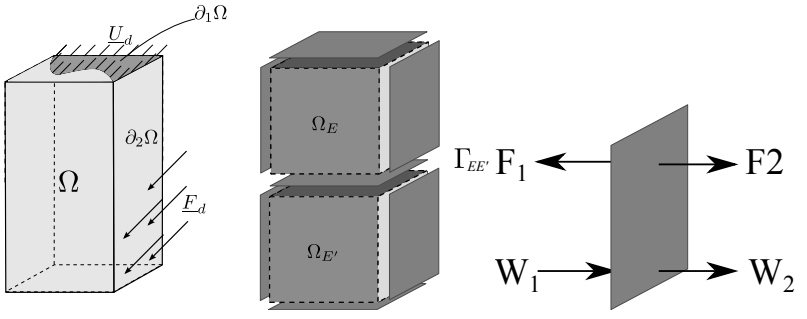


FIGURE 1 – Vue du problème entier, puis décomposé. Inconnues aux interfaces

3.1.1 Problème sur les sous-structures

L'état de la sous-structure $\partial\Omega_E$ est définie par $\underline{\underline{\sigma}}^E$, le tenseur des contraintes de Cauchy, $\underline{\underline{\varepsilon}}^E$ le champ de déformation, $\underline{\mathbb{X}}^E$ les variables internes du problème et $\underline{\mathbb{Y}}^E$ les grandeurs duales associées. Dans le cas d'un pli du mésomodèle, les variables internes sont les variables d'endommagement ainsi que la déformation plastique ($\underline{\mathbb{X}} = \{d, d', d_F, \underline{\underline{\varepsilon}}_p\}$) alors que $\underline{\mathbb{Y}}$ désigne l'ensemble des grandeurs duales associées. Le problème à résoudre est donc de trouver l'évolution sur la sous-structure E de $\left\{\underline{\underline{\sigma}}^E, \underline{\underline{\varepsilon}}^E, \underline{\mathbb{Y}}^E, \underline{\mathbb{X}}^E\right\}$ sur $[0,T]$ qui vérifie :

– l'admissibilité cinématique, dont l'ensemble des solutions définit l'espace $\mathcal{U}^E$:

$$\underline{U}^E \in \mathcal{U}^E \Longleftrightarrow \forall t \in [0,T],\ U^E|_{\partial\Omega_E} = \underline{W}^E \tag{1}$$

Il est alors commode de définir $\mathcal{U}_0^E$ l'espace des champs cinématiques admissibles à 0 défini par :

$$\underline{U}^E \in \mathcal{U}_0^E \Longleftrightarrow \forall t \in [0,T],\ U^E|_{\partial\Omega_E} = \underline{0}$$

– l'admissibilité statique, dont l'ensemble des solutions définit l'espace des champs symétriques $\mathcal{S}^E$:

$$\sigma^E \in \mathcal{S}^E \Leftrightarrow \forall t \in [0;T],\ \forall \underline{U}^{E^*} \in \mathcal{U}_0^E,\ \int_{\Omega^E} \sigma^E : \varepsilon(\underline{\dot{U}}^{E^*}) d\Omega^E = \int_{\Omega^E} \underline{f}_d \underline{\dot{U}}^{E^*} d\Omega^E + \int_{\partial\Omega^E} \underline{F}^E \underline{\dot{U}}^{E^*} dS^E \tag{2}$$

– la relation de comportement, laquelle peut, le cas échéant, regrouper les lois d'état (3 dépendante des variables d'endommagement $\underline{\mathbb{D}}$ et 4) et les lois d'évolution (5).

$$\underline{\underline{\sigma}}^E = \mathbb{K}(\underline{\mathbb{D}}^E)\underline{\underline{\varepsilon}}_e^E \tag{3}$$

$$\underline{\mathbb{Y}}^E = \mathcal{A}\underline{\mathbb{X}}^E \tag{4}$$

$$\left\{ \begin{array}{c} \underline{\underline{\sigma}}^E \\ \underline{\mathbb{Y}}^E \end{array} \right\} = \mathcal{B}\left(\left\{ \begin{array}{c} \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p^E \\ -\dot{\underline{\mathbb{X}}}^E \end{array} \right\} \right) \tag{5}$$

3.1.2 Problème sur les interfaces

L'état d'une interface $\Gamma^{EE'}$ est définie par l'ensemble des variables $\left\{\underline{F}^E, \underline{\dot{W}}^E, Y_\delta^E, \delta^E\right\}$ dans le cas d'une interface du mésomodèle. Le problème à résoudre pour chaque interface est de trouver l'évolution sur $[0,T]$ qui vérifie :

– l'équilibre des efforts :

$$\forall (M,t) \in \Gamma^{EE'} \times [0;T],\ \underline{F}^E(M,t) + \underline{F}^{E'}(M,t) = \underline{0} \tag{6}$$

– le comportement de l'interface :

$$\forall (M,t) \in \Gamma_{EE'} \times [0;T],\ \left\{ \begin{array}{c} \underline{F}^E(M,t) \\ Y_\delta^E(M,t) \end{array} \right\} = \mathcal{R}\left(\left\{ \begin{array}{c} \underline{\dot{W}}^{EE'}(M,\tau) \\ \delta^E(M,\tau) \end{array} \right\}, \tau \in [0,t] \right) \tag{7}$$

où $\mathcal{R}$ est la relation de comportement, éventuellement non-linéaire, entre les forces, les variables internes et le saut de vitesse $\underline{\dot{W}}_{EE'}$ défini par $\underline{\dot{W}}_{EE'} = \underline{\dot{W}}_{E'} - \underline{\dot{W}}_E$.

3.2 Utilisation de la méthode LATIN

La solution s du problème est écrite comme un ensemble de champs dépendant du temps, relatifs à la fois aux interfaces et aux sous-structures :

$$s = \sum_E^{N_E} s^E \text{ avec } s^E = \left\{\underline{\underline{\sigma}}^E, \underline{\underline{\varepsilon}}^E, \underline{\mathbb{Y}}^E, \underline{\mathbb{X}}^E, \underline{F}^E, \underline{\dot{W}}^E, \underline{Y}^E, \underline{X}^E\right\},\ t \in [0,T]$$

Notre approche s'appuie sur la méthode LATIN. Celle-ci repose sur deux points majeurs : la séparation des difficultés et l'introduction d'un schéma itératif.

Séparation des difficultés – les équations définissant le problème sont séparées en deux groupes.
- l'ensemble $\mathcal{A}_d$ des solutions s qui vérifient les équations *linéaires* (éventuellement globales) ;
- l'ensemble Γ des solutions s qui vérifient les équations *locales* (éventuellement non-linéaires).

Schéma itératif – la détermination de la solution du problème, intersection de $\mathcal{A}_d$ et Γ, se fait alors itérativement par la recherche d'approximations successives s qui vérifient alternativement les deux groupes d'équations. La méthode est donc un schéma itératif à deux étapes définies ainsi.
- l'étape locale consiste à résoudre le problème associé à Γ, problème incomplet et donc mal posé. Il est alors nécessaire d'introduire un nouveau système d'équation E^- appelé direction de recherche. L'étape linéaire consiste donc à trouver $\widehat{s}$, connaissant $s_n \in \mathcal{A}_d$, tel que $\widehat{s} \in \Gamma$ et $\widehat{s} - s_n \in E^-$.
- l'étape linéaire consiste à résoudre le problème associé à $\mathcal{A}_d$, lui aussi incomplet et mal posé. De la même façon que précédemment, l'introduction d'une direction de recherche E^+ est faite pour pouvoir résoudre l'étape, laquelle revient donc à trouver s_{n+1} en connaissant $\widehat{s} \in \Gamma$, tel que $s_{n+1} \in \mathcal{A}_d$ et $s_{n+1} - \widehat{s} \in E^+$.

Les directions de recherche sont des paramètres de la méthode qui n'influent que sur la vitesse de convergence ; la solution du problème à convergence ne dépend pas de leur valeur. Elles ajoutent une nouvelle relation entre les grandeurs primales et duales de l'étape linéaire *et* locale. Concernant notre méthode de résolution, nous avons fait le choix des directions de recherche suivantes :

$$s_{n+1} - \widehat{s} \in E^+ \Longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \underline{F}^E_{n+1} - \underline{\widehat{F}}^E = -k_0 \left(\underline{\dot{W}}^E_{n+1} - \underline{\dot{\widehat{W}}}^E \right) \\ \left\{ \begin{array}{c} \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^E_{n+1} \\ \underline{\dot{\mathbb{X}}}^E_{n+1} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \underline{\underline{\dot{\widehat{\varepsilon}}}}^E \\ \underline{\dot{\widehat{\mathbb{X}}}}^E \end{array} \right\} \end{array} \right. \tag{8}$$

$$\widehat{s} - s_n \in E^- \Longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \underline{\widehat{F}}^E - \underline{F}^E_n = k_0 \left(\underline{\dot{\widehat{W}}}^E - \underline{\dot{W}}^E_n \right) \\ \left\{ \begin{array}{c} \underline{\underline{\widehat{\sigma}}}^E \\ \underline{\widehat{\mathbb{Y}}}^E \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \underline{\underline{\sigma}}^E_n \\ \underline{\mathbb{Y}}^E_n \end{array} \right\} \end{array} \right. \tag{9}$$

L'influence de la valeur du paramètre de recherche sur les interfaces k_0 a été étudié dans [12]. La convergence de la méthode s'avère optimale dans le cas où ce paramètre est grossièrement équivalent à la raideur de la structure entière.

Le choix de la direction de recherche E^+ au niveau des sous-structures permet, lors de l'étape linéaire, de pouvoir calculer directement l'opérateur $\mathbb{K}(\underline{\mathbb{X}}^E)$ de l'équation (3) puisque la valeur de $\underline{\mathbb{X}}^E$ est connue. La direction de recherche conjuguée pour E^- n'est choisie que par souci de simplicité.

La répartition des équations abordée dans la partie précédente devient alors tout à fait naturelle et identique aux précédents travaux [13, 9] dans lesquels les sous-structures étaient supposées élastiques :
- $\mathcal{A}_d$ regroupe les conditions d'admissibilité des sous-structures (1) et (2) ainsi que la loi d'état (3) ;
- Γ regroupe l'équilibre (6) et le comportement des interfaces (7), ainsi que les lois d'évolution de chaque sous-structure (5) calculées localement en chaque point de Gauss.

3.3 Ajout d'une échelle macroscopique

Le taux de convergence de la méthode proposée dans [10] se dégrade fortement lorsque le nombre de sous-structures augmente, puisque l'information n'est propagée que d'une sous-structure à ses voisines immédiates sur une itération LATIN. Dans [5], une extension de la méthode ajoute une échelle macroscopique pour rétablir l'extensibilité numérique de la méthode.

Cette méthode consiste à décomposer les quantités d'interfaces en quantités micro et macroscopiques pour imposer la continuité des forces macroscopiques sur toute la structure et ce, à chaque itération LATIN, ce qui permet une propagation rapide de l'information. Bien que le choix de la base macroscopique soit arbitraire, celle décomposant les déplacements macroscopique doit comprendre les mouvements de corps rigides et celle des efforts les résultantes et moments.

Le problème macroscopique consiste à imposer l'admissibilité des efforts macroscopiques (notés $\underline{F}^{E,M}$) exprimée par l'équation équation (10), ce qui conduit à la construction d'un problème homogénéisé

global de la structure, résolu alors à chaque itération LATIN lors de l'étape linéaire.

$$\begin{cases} \underline{F}^{E,M} + \underline{F}^{E',M} = \underline{0} \text{ sur } \Gamma^{EE'} \\ \underline{F}^{E,M} + \underline{F}_d = \underline{0} \text{ sur } \partial_1\Omega \end{cases} \tag{10}$$

La solution s_{n+1} de l'étape linéaire est alors calculée, en utilisant le principe de superposition, comme la somme de deux problèmes micro : les problèmes micro 1 et micro 2. Le problème micro 1 résout le problème associé à chaque sous-structure en ne prenant en compte que les efforts micro aux interfaces, alors que le problème micro 2 peut être vu comme la résolution du même problème, mais soumis uniquement aux efforts macro des interfaces calculés par le problème macro. C'est donc la somme de ces deux problèmes micro qui donne s_{n+1}. Notons enfin que la résolution du problème micro 1 est nécessaire pour déterminer l'expression du second membre du problème macro, la résolution de ce dernier devant donc s'intercaler entre celle des deux problèmes micro.

3.4 Algorithme de la méthode

L'algorithme suivant résume les différentes étapes de la méthode utilisée. Comme toute méthode itérative, l'introduction d'un critère d'arrêt est nécessaire. Celui-ci est représenté par la valeur seuil ε_a à atteindre.

```
// Initialisation de la méthode
Création des N_E sous-structures et des N_I interfaces
Construction des opérateurs
Résolution du problème élastique (interfaces parfaites, endommagement nul) : s_0
// Début de l'algorithme itératif
tant que ε > ε_a faire
    // Étape linéaire
    Étape linéaire
        // Résolution du problème micro 1
        Problème micro 1
            pour E = 1,...,N_E faire
                Calcul de la première partie de s_{n+1}
                Construction du second membre du macro-problème
            fin
        // Résolution du problème macro
        Problème macro
            Calcul du multiplicateur des déplacements macro
        // Résolution du problème micro 2
        Problème micro 2
            pour E = 1,...,N_E faire
                Calcul de la deuxième partie de s_{n+1}
            fin
    // Étape locale
    Étape locale
        // Calcul des grandeurs de l'interface I
        pour I = 1,...,N_I faire
            Calcul des grandeurs aux interfaces
        fin
        // Calcul de l'endommagement en chaque point de Gauss
        pour G = 1,...,N_G faire
            Calcul de d, d', d_F à (Y_d, Y_{d'}, Y_F) fixés au point de Gauss G
        fin
    // Calcul de l'erreur
    Calcul de ε, critère d'erreur de la méthode
fin
```

Algorithme 1: Stratégie LATIN multi-échelle avec sous-structures endommageables

4 Résultats

4.1 Étude multiparamétrique d'un empilement compressé

Afin d'illustrer l'approche multiparamétrique de la méthode, nous étudierons l'exemple simple présenté sur la Figure 2, en considérant l'empilement constitué de 5 plis avec la séquence d'empilement $[0/90/0/90/0]$. Les conditions aux limites sont appliquées aux extrémités du «boulon» en titane, dont le comportement est supposé parfaitement linéaire et élastique.

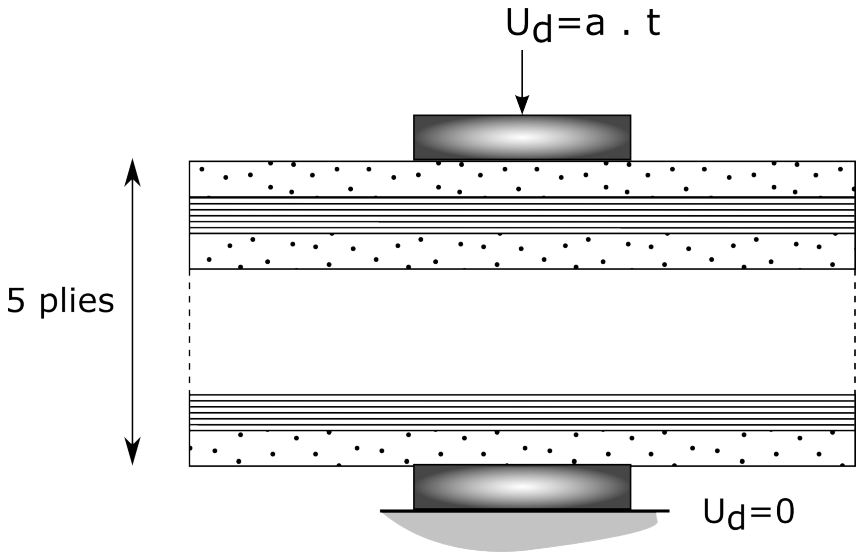


FIGURE 2 – Schéma de l'empilement et des lois de comportement à l'interface

L'étude multiparamétrique porte sur les coefficients définissant le comportement des 4 interfaces entre les plis. Une première étude est faite avec un comportement d'interface contact frottant. Les paramètres des interfaces de contact sont les coefficients de frottement de chacune d'entre elle, lesquels peuvent varier de $0,1$ à $0,5$ avec un pas de $0,1$, pour un nombre de jeux de paramètres de $5^4 = 625$. Une deuxième étude est menée avec un comportement d'interface cohésif. Toutes les interfaces sont supposées avoir un comportement identique, défini par la rigidité initiale k_0 et le seuil d'endommagement Y_0. Chaque paramètre peut prendre 26 valeurs différentes, pour un nombre total de jeux de paramètres de $26^2 = 676$.

Les performances de l'approche, quantifiées à partir du gain G_n, rapport du temps de calcul de n problèmes par le temps de calcul avec la méthode multiparamétrique, sont présentées sur le Tableau 1. La Figure présente 3 un aperçu de l'influence des paramètres sur une grandeur d'intérêt.

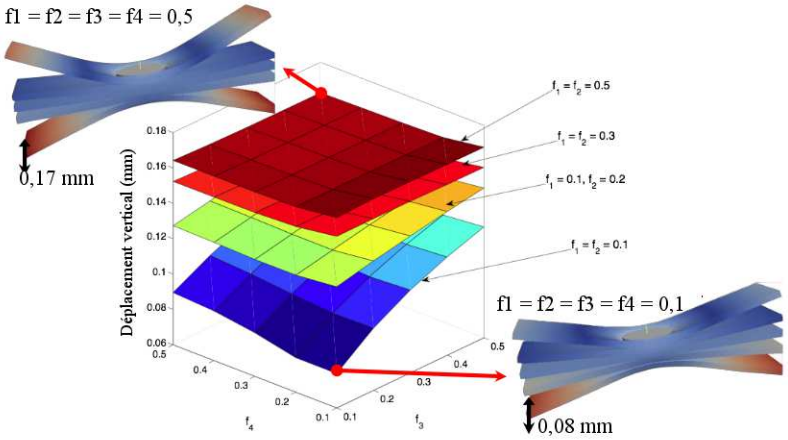


FIGURE 3 – Influence des paramètres sur une grandeur d'intérêt : ouverture maximale du pli

Interfaces de contact (625 jeux de paramètres)				Interfaces cohésives (676 jeux de paramètres)		
Nombre de processeurs	Stratégie multiparamétrique			Stratégie multiparamétrique		
	Sans	Avec	Gain	Sans	Avec	Gain
1	333 h	18 h	18	304 h	19 h	16
6	104 h	5,5 h	19			

TABLE 1 – Temps CPU des calculs de l'empilement de plis

4.2 Vers le calcul haute performance

Le passage à la dimension d'un assemblage est exécutée sur le problème illustré par la Figure 4. Les assemblages en matériau composite impliquent une grande variété de comportement au niveau des interfaces, notamment le cas d'un boulon liant deux plaques comme sur la figure précédente.

L'ensemble est constitué de deux plaques trouées, liées entre elles par 20 boulons. Ces boulons sont, dans un premier temps, chargés de façon simultanée, par un calcul statique. Le chargement en traction n'intervient qu'après coup, avec un déplacement normal imposé en bout de plaque discrétisé sur 10 pas de temps. Le choix des matériaux a été fait pour limiter le temps de calcul : le matériau 2 introduit des interfaces endommageables, alors que le 1 a un comportement élastique isotrope (aluminium).

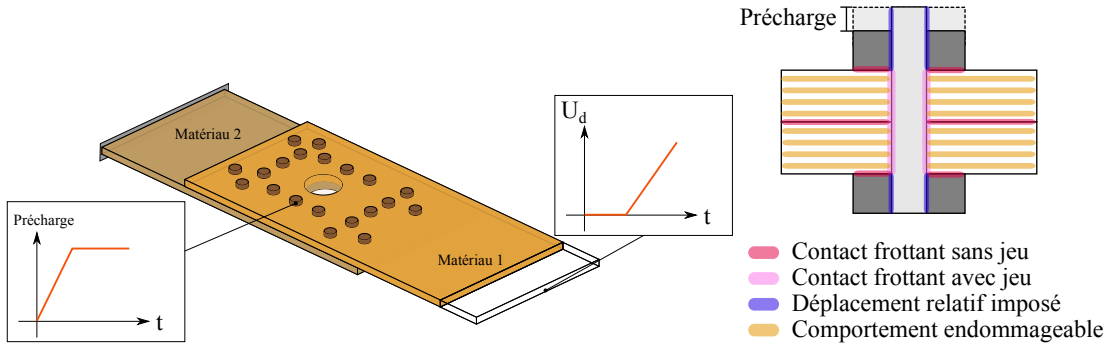


FIGURE 4 – Géométrie et chargement de l'assemblage boulonné

La discrétisation de l'ensemble, visible Figure 5, conduit à un problème à 18 millions de degrés de liberté répartis sur 2120 sous-structures, conduisant à plus de 6000 interfaces avec, pour chacune, un comportement associé. La résolution du problème global a été effectuée sur 64 processeurs en 7 heures. Sur le petit aperçu de la déformée (bien évidemment amplifiée) sont visibles le glissement entre les deux plaques ainsi que la décohésion entre les plis de la plaque inférieure.

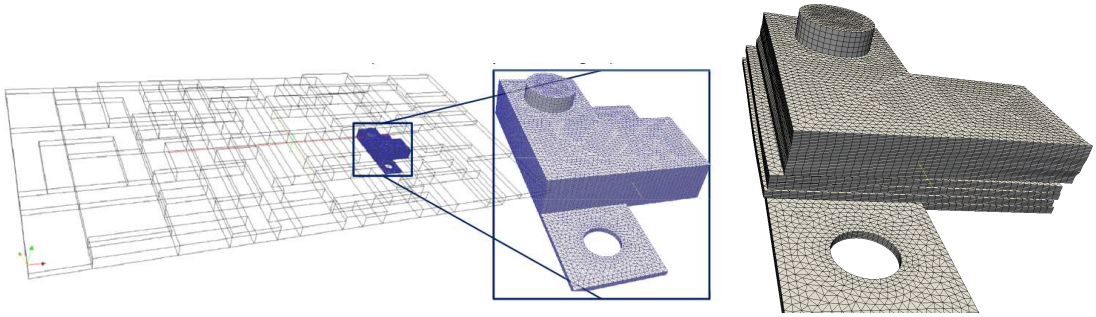


FIGURE 5 – Zoom sur le maillage et une partie de la déformée finale

5 Conclusion

L'approche présentée ici opte pour un compromis entre le calcul à l'échelle d'un assemblage et la nécessité de modéliser finement le comportement des pièces en matériau composite. D'une part, la méthode

LATIN est capable de profiter des architectures de calcul parallèle, mais aussi de traiter des problèmes non-linéaires locaux complexes telles que les conditions de contact frottant, sans aucune approximation que pourrait introduire une méthode par pénalisation par exemple. D'autre part, l'introduction du mésomodèle standard permet de se placer à une échelle suffisamment fine pour représenter au mieux le comportement du matériau, sans pour autant rendre inaccessibles des calculs à l'échelle de la structure.

Nous souhaitons maintenant pouvoir mener une étude multiparamétrique sur un assemblage complet tel que présenté ici, notamment sur les paramètres régissant le comportement des plis, puisque nous nous sommes pour le moment concentrés sur les interfaces.

Remerciements : Les travaux ayant mené à ces résultats ont été financés par le programme FP7/2007–2013 de l'European Community's Seventh Framework en vertu de l'accord n°213371. (`http://www.maaximus.eu`)

Références

[1] G. Alfano, M.A. Crisfield, *Finite element interface models for the delamination analysis of laminated composites : mechanical and computational issues*, International Journal for Numerical Methods in Engineering vol. 50, 1701-1736, 2001.

[2] P.-A. Boucard, L. Champaney. *A suitable computational strategy for the parametric analysis of problems with multiple contact*, International Journal for Numerical Methods in Engineering vol. 57, 1259-1282, 2003.

[3] F. Brezzi, M. Fortin, D. Marini. *Mixed finite element methods with continuous stresses*, Mathematical Models and Methods in applied sciences vol. 3, 275-288, 1993.

[4] Z. Dostál, A. Friedlander, SA Santos. *Solution of coercive and semicoercive contact problems by FETI domain decomposition*, Contemporary Mathematics vol. 218, 82-93, 1998.

[5] P. Ladevèze, D. Dureisseix. *A micro/macro approach for parallel computing of heterogeneous structures*, International Journal for Computational Civil and Structural Engineering vol. 1, 18-28, 2000.

[6] D. Dureisseix, C. Farhat. *A numerically scalable domain decomposition method for the solution of frictionless contact problems*, International Journal for Numerical Methods in Engineering vol. 50, 2646-2666, 2001.

[7] C. Farhat, FX Roux. *A method of finite element tearing and interconnecting and its parallel solution algorithm*, International Journal for Numerical Methods in Engineering vol. 32, 1205-1227, 1991.

[8] C. Farhat, M. Lesoinne and K. Pierson. *A scalable dual-primal domain decomposition method*, Numerical linear algebra with applications vol. 7, 687-714, 2000.

[9] P. Kerfriden, O. Allix, P. Gosselet. *A three-scale domain decomposition method for the 3D analysis of debonding in laminates*, Computational Mechanics vol. 33 num. 3, 343-362, 2009.

[10] P. Ladevèze. *Nonlinear computational structural mechanics – New approaches and non-incremental methods of calculation*, Springer-Verlag, 1999.

[11] P. Ladevèze, O. Allix, J.-F. Deü, D. Lévêque. *A mesomodel for localisation and damage computation in laminates*, Computer methods in applied mechanics and engineering vol. 183, Elsevier, 105-122, 2000.

[12] P. Ladevèze, O. Loiseau, D. Dureisseix, *A micro–macro and parallel computational strategy for highly heterogeneous structures*, International Journal for Numerical Methods in Engineering vol. 52 121-138, 2001.

[13] P. Ladevèze, A. Nouy, O. Loiseau. *A multiscale computational approach for contact problems*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering vol. 191, 4869-4891, 2002.

[14] P. Le Tallec, YH. De Roeck, M. Vidrascu. *Domain decomposition methods for large linearly elliptic three dimensional problems*, Rapports de recherche-INRIA, 1990.

[15] J. Mandel. *Balancing domain decomposition*, Communications in numerical methods in engineering vol. 9, 233-241, 1993.

[16] J. Mandel, R. tezaur. *Convergence of a substructuring method with Lagrange multipliers*, Numerische Mathematik vol. 73, 473-487, 1996.

[17] A. Needleman. *A continuum model for void nucleation by inclusion debonding*, Journal of Applied Mechanics vol. 54, 525, 1987.

[18] DJ Rixen, C. Farhat. *A simple and efficient extension of a class of substructure based preconditioners to heterogeneous structural mechanics problems*, International Journal for Numerical Methods in Engineering vol. 44, 489-516, 1999.

[19] JCJ Schellekens, R. De Borst. *On the numerical integration of interface elements*, International Journal for Numerical Methods in Engineering vol. 36, 43-66, 1993.

[20] L. Series, F. Feyel, FX Roux. *Une méthode de décomposition de domaine avec deux multiplicateurs de Lagrange*, Actes du 16eme congres français de mécanique, 2003.