Le retard algébrique maximum dans un job shop

Guillaume Pinot

Le retard algébrique maximum dans un *job shop*

Guillaume Pinot[1,2]

[1] IRCCyN — UMR 6597; 1 rue de la Noé; 44321 Nantes, France
guillaume.pinot@irccyn.ec-nantes.fr
[2] LINA — UMR 6241; 2 rue de la Houssiniere; 44322 Nantes, France

Mots-Clés : *ordonnancement,* job shop*, retard algébrique maximum.*

1 Introduction

Le problème du *job shop* (noté $J||C_{\max}$) est un problème très étudié ces dernières décennies [2]. Un nombre important d'outils efficaces sont donc disponibles pour résoudre ce problème. Néanmoins, le problème du *job shop* avec comme objectif le retard algébrique maximum (noté $J||L_{\max}$) est beaucoup moins étudié. [1] propose d'utiliser le *shifting bottleneck* pour résoudre ce problème. [3] propose une heuristique ainsi qu'une méthode exacte aux performances limitées. La minimisation des retards est pourtant un objectif très important en pratique. Cet article propose une transformation très simple d'un problème $J||L_{\max}$ en un problème $J||C_{\max}$. Cette transformation permet alors d'utiliser la littérature abondante du *job shop* pour résoudre le $J||L_{\max}$.

2 Transformation d'un $J||L_{\max}$ en $J||C_{\max}$

Notons J_i le *job* i, C_i la date de fin de J_i, d_i la date de fin souhaitée de J_i, $O_{i,j}$ la j^{e} opération de J_i, $C_{i,j}$ la date de fin de $O_{i,j}$, O_{i,k_i} la dernière opération de J_i, $p_{i,j}$ le temps opératoire de l'opération $O_{i,j}$, L_i le retard algébrique de J_i, $C_{\max}$ le *makespan* et $L_{\max}$ le retard algébrique maximum. Le *makespan* se calcule

$$C_{\max} = \max_{\forall J_i} C_i$$

et le retard algébrique maximum se calcule

$$L_{\max} = \max_{\forall J_i} L_i = \max_{\forall J_i}(C_i - d_i).$$

Un exposant sur ces notations fait référence au problème utilisé.

Soit $M = 1 + \max_{\forall J_i} d_i$. Soit P un problème $J||L_{\max}$. À partir du problème P, un problème P' de type $J||C_{\max}$ est généré.

Le problème P est copié en problème P' (sans les d_i, inutiles pour un problème $J||C_{\max}$). Pour chaque *job* J_i de P, une machine fictive M_i est rajoutée à P'. Une opération fictive $O^{P'}_{i,k_i}$ est rajoutés à P' à la fin de chaque job sur la machine fictive correspondante. Son temps opératoire est $p^{P'}_{i,k_i} = M - d_i \geq 1$.

Par construction, O^{P}_{i,k_i} correspond à $O^{P'}_{i,k_i-1}$.

Proposition 1 *La résolution du problème P' est équivalente à la résolution du problème P. La solution du problème P correspond à la solution du problème P' privée des machines et opérations fictives.*

Preuve : Comme la machine de $O^{P'}_{i,k_i}$ ne possède qu'une opération, cette opération commencera tout de suite après $O^{P'}_{i,k_i-1}$. Nous avons donc

$$C_i^{P'} = C^{P'}_{i,k_i} = C^{P'}_{i,k_i-1} + p_{i,k_i} = C^{P'}_{i,k_i-1} + M - d_i = C^{P}_{i,k_i} + M - d_i = C^P_i - d_i + M = L^P_i + M.$$

Le *makespan* du problème P' est donc :

$$C^{P'}_{\max} = \max_{\forall J_i^{P'}} C_i^{P'} = \max_{\forall J_i^{P}} (L_i^P + M) = M + \max_{\forall J_i^{P}} L_i^P = M + L^P_{\max}$$

Comme M est une constante, optimiser $C^{P'}_{\max}$ revient à optimiser $L^P_{\max}$. $\square$

Corollaire 1 *Le L_{max} du problème P peut se calculer à partir du C_{max} du problème P' de la manière suivante : $L^P_{max} = C^{P'}_{max} - M$.*

3 Conclusion

Dans cet article, nous expliquons comment transformer un problème de type $J||L_{\max}$ en un problème de type $J||C_{\max}$ de façon simple. Cette transformation permet alors d'utiliser la littérature abondante du *job shop* pour résoudre le $J||L_{\max}$.

Références

[1] Ebru Demirkol, Sanjay Mehta, and Reha Uzsoy. A computational study of shifting bottleneck procedures forshop scheduling problems. *Journal of Heuristics*, 3(2) :111–137, 1997.

[2] A. S. Jain and S. Meeran. Deterministic job-shop scheduling : Past, present and future. *European Journal of Operational Research*, 113 :390–434, 1998.

[3] Ling-Huey Su, Pei-Chann Chang, and E. S. Lee. A heuristic for scheduling general job shops to minimize maximum lateness. *Mathematical and Computer Modelling*, 27(1) :1–15, 1998.