

Commande predictive robuste des vérins electropneumatiques dans un schema en cascade position-pression

Lotfi Chikh, Philippe Poignet, Micaël Michelin, François Pierrot

▶ **To cite this version:**

Lotfi Chikh, Philippe Poignet, Micaël Michelin, François Pierrot. Commande predictive robuste des vérins electropneumatiques dans un schema en cascade position-pression. Conférence Internationale Francophone d'Automatique CIFA2010, Jun 2010, Nancy, France. pp.Inconnu. hal-00466784

HAL Id: hal-00466784
https://hal.science/hal-00466784

Submitted on 8 Apr 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Commande prédictive robuste des vérins électropneumatiques dans un schéma en cascade position-pression

Lotfi Chikh[1], Philippe Poignet[2], Micaël Michelin[1], François Pierrot[2]

[1]Fatronik France Tecnalia,
Cap Omega Rond-point B. Franklin, 34960 Montpellier, Cedex 2, France.
lchikh@fatronik.com et mmichelin@fatronik.com

[2]Laboratoire d'Informatique, de Robotique et de Microélectronique de Montpellier (LIRMM)
UMR 5506 - CC 477 CNRS
161 rue Ada, 34392 Montpellier Cedex 5, France.
poignet@lirmm.fr et pierrot@lirmm.fr

Résumé— **Une stratégie de commande robuste en cascade pour les vérins électropneumatiques est proposée. Elle combine deux boucles imbriquées : une boucle externe de commande prédictive en position et une boucle interne de commande de la différence de pression (ou force) entre les deux chambres du vérin. Cette stratégie est appliquée à deux types de vérins : le vérin à double effet standard avec tige et le vérin sans tige. Les modèles non linéaires sont développés et une commande linéarisante par bouclage entrée/sortie est appliquée. Deux contrôleurs sont ainsi synthétisés sur le modèle linéarisé obtenu. Une commande prédictive généralisée (ou *GPC* pour Generalized Predictive Controller) pour la boucle de position. Pour la boucle interne de force, une synthèse multi-objectifs combinant performances $\mathcal{H}_\infty$ et contraintes temporelles de placement de pôles est développée. Le problème est formulé sous forme d'inégalités matricielles affines (ou *LMI* pour Linear Matrix Inequalities). Ce schéma de commande est ensuite implémenté expérimentalement sur banc d'essai. Les différents tests montrent bien l'apport d'une telle stratégie en cascade en termes de performances dynamiques et de robustesse.**

Mots-clés— **actionneurs pneumatiques, GPC, LMI, $\mathcal{H}_\infty$, linéarisation exacte, commande robuste.**

I. Introduction

Cette étude rentre dans le cadre de la commande des actionneurs pneumatiques dans des tâches de prise-dépose des robots parallèles. Le but étant de remplacer les actionneurs électriques coûteux utilisés dans ce type de robots mais aussi de permettre le déplacement de charges plus élevées, le rapport poids/puissance de ce type d'actionneurs étant largement supérieur à celui des moteurs électriques. Le prix réduit des actionneurs électropneumatiques se justifie par leur principe de fonctionnement simple qui ne nécessite pas l'emploi de procédés de fabrication complexe. Cependant, l'énergie pneumatique et du fait de la compressibilité de l'air est une technologie fortement non linéaire difficile à modéliser et à commander. Cet article traite de la problématique de commande robuste des actionneurs électropneumatiques.

L'état de l'art met en évidence l'utilisation d'une multitude de techniques de commande de ces actionneurs. De nombreuses commandes non linéaires ont été synthétisées comme les modes glissants [1] [2] [3] ou encore la commande adaptative [4], [5]. D'autres auteurs ont privilégié la synthèse de contrôleurs linéaires après avoir effectué une linéarisation entrée/sortie [6] [7]. C'est le cas notamment de [8] et [9] pour la commande $\mathcal{H}_\infty$. Cependant, la linéarisation exacte avec comme sortie de commande la position implique l'existence d'une dynamique des zéros pour laquelle aucune preuve de stabilité globale n'existe encore [10]. C'est l'une des raisons qui conduisent à privilégier une stratégie de commande en cascade avec une linéarisation exacte dans la boucle de pression.

A notre connaissance, seulement deux études de commande en cascade des actionneurs pneumatiques ont été menées jusqu'à présent [11] [12]. Les auteurs utilisent uniquement de simples régulateurs PID dans les deux boucles de commande. Dans notre cas, deux contrôleurs avancés ont été synthétisés. Il s'agit d'abord de la commande prédictive qui est particulièrement adaptée aux tâches de robotique industrielle (les références futures étant connues *a priori*). Il s'agit aussi de prouver l'applicabilité de la commande prédictive pour les actionneurs pneumatiques en se basant sur un modèle non linéaire (sans pour autant nécessiter une optimisation en ligne pour calculer le gain du contrôleur prédictif). Dans les deux seules applications de la commande prédictive sur les vérins électropneumatiques trouvées dans la littérature, les auteurs utilisent soit un modèle linéarisé autour d'un point d'équilibre [13]. ou alors un modèle déduit par apprentissage en utilisant les réseaux de neurones artificiels [14]. Pour la boucle interne de pression, les inégalités matricielles (ou *LMI* pour Linear Matrix Inequalities) sont utilisées car elles permettent de combiner de façon intuitive des contraintes de placement de placement et des performances robustes $\mathcal{H}_\infty$.

Cet article est organisé comme suit. La section 2 introduit brièvement le banc d'essai expérimental ainsi que les modèles utilisés. En section 3, les techniques de commande sont présentées ainsi que la stratégie de commande en cascade qui sera appliquée. Les résultats expérimentaux sont finalement exposés en section 4.

II. Banc d'essai et modèle non linéaire

Le banc d'essai d'actionneurs électropneumatiques est représenté en Fig. 1. Il comprend trois types d'actionneurs ; un vérin standard à double effet [1], un vérin sans tige [2] et des muscles artificiels [3] qui ne sont pas étudiés dans cet article. Les vérins sont commandés à l'aide de servovalves proportionnelles [4] de type 5/3. Deux types de capteurs seront utilisés, un codeur incrémental à haute résolution et deux capteurs de pression. L'environnement Temps Réel est xPC Target^{TM} de Mathworks.

Dans ce qui suit, le modèle non linéaire utilisé pour la commande est présenté. Tout système de positionnement électropneumatique comprend un pré-actionneur (valve), l'actionneur et la partie mécanique à commander (le bras en rotation). Une representation schématique des actionneurs avec quelques notations est donnée en Fig. 2. La pression d'alimentation p_s est supposée constante. La pression atmosphérique est notée p_0. Toute variation de volume de la chambre ou de la pression est décrite par la loi polytropique suivante[15] :

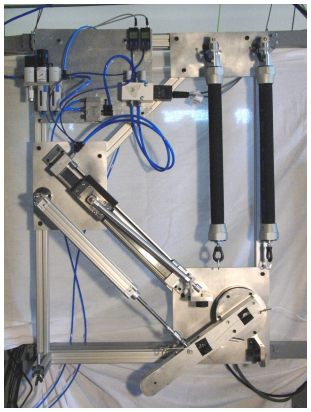


Fig. 1. Photo du banc expérimental.

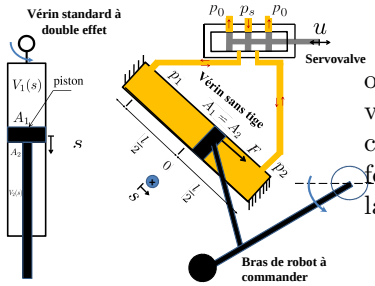


Fig. 2. Notations

$$p_1 V_1^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma} \tag{1}$$

où p_i est la pression dans l'une des deux chambres (les indices 1 et 2 sont relatifs à deux états de pression) et V_i est le volume dans la chambre i, γ est la constante polytropique. L'équation des gaz parfaits est donnée par :

$$m = \frac{pV}{rT} \tag{2}$$

où m est la masse du gaz dans chaque chambre du vérin, T est la température supposée constante et r est la constante spécifique des gaz parfaits. En combinant les équations (1) et (2), l'expression de la dynamique des pressions est obtenue :

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\gamma}{V(s)}[rTq_m(u,p) - p\frac{dV}{ds}\dot{s}] \tag{3}$$

où u représente l'entrée de commande de la valve, s est la position du piston dans le cas des cylindres. $q_m(u,p)$ représente le débit massique ($\frac{dm}{dt} = q_m(u,p)$) qui est fonction de la pression et de la tension d'entrée. La relation entre le volume et la position s du piston du vérin est donnée par : $V_i(s) = V_i(0) \pm A_i s$ où $V_i(0) = A_i\frac{l}{2}$ est le volume initial de la chambre i (La position initiale est le milieu du vérin). l représente la course du vérin. A_i est la section du piston des deux côtés de la chambre. Dans le cas du vérin sans tige, les sections sont égales ($A_1 = A_2$). Le modèle de la valve a été approximé -après identification au sens des moindres carrés- par l'expression suivante (plus de détails dans [16]) :

$$q_m(u,p) = \varphi(p) + \psi(p)u \tag{4}$$

φ et ψ sont des fonctions polynômiales d'ordre 5 en p.

Pour la partie mécanique, le principe fondamental de la dynamique est appliqué en négligeant les frottements [5] :

$$\ddot{s} = \frac{1}{M}[A_1 p_1 - A_2 p_2] \tag{5}$$

où M représente la masse équivalente des parties en mouvement ramenées au cylindre. Lors de la synthèse de la commande, M est considérée constante. La dépendance force pression -relation nécessaire lors de la synthèse de la commande- est linéaire et est donnée par :

$$F_{standard} = A_1 p_1 - A_2 p_2 + F_g \tag{6}$$

F_g est le terme prenant en compte les effets de la gravité. Pour le vérin sans tige, nous avons la même expression avec $A_1 = A_2 = A$.

III. Stratégie de commande pour les vérins électropneumatiques

La linéarisation exacte est présentée dans un premier temps. Celle-ci est basée sur des concepts de géométrie différentielle [6] ou encore de platitude [7]. Dans un second temps et une fois le système linéarisé obtenu, les techniques de commande utilisées (GPC et $\mathcal{H}_\infty$ avec contraintes LMI) ainsi que le schéma en cascade sont développés et expliqués dans cette section.

A. Linéarisation exacte

Il est très facile de prouver -dans le cas de la tension de la valve comme entrée de commande et la différence de pression entre les deux chambres du vérin comme sortie à commander- qu'aussi bien les critères de platitude ainsi que ceux de géométrie différentielle (linéarisation complète du système) sont satisfaits. Cependant, quand la position est choisie comme variable de sortie à commander, le degré relatif du système est égal à trois. Il est donc inférieur à la dimension du système d'état (qui est égale à 4). Les équations d'états sont les deux équations de variation de pression (7), l'équation $\frac{ds}{dt} = \dot{s}$ et l'équation (5). Une dynamique des zéros existe donc et le système n'est pas complètement linéarisable. Comme il n'existe pas de preuve de stabilité globale de cette dynamique résiduelle (voir [10]), on a donc tout intérêt à prendre la différence de pression comme sortie pour la linéarisation.

$$\begin{aligned}\frac{dp_1}{dt} &= \frac{\gamma rT}{V_1(s)}\phi(p_1) - \frac{\gamma}{V_1(s)}p_1\frac{dV_1}{ds}\dot{s} + \frac{\gamma rT}{V_1(s)}\psi(p_1)u \\ \frac{dp_2}{dt} &= \frac{\gamma rT}{V_2(s)}\phi(p_2) - \frac{\gamma}{V_2(s)}p_2\frac{dV_2}{ds}\dot{s} - \frac{\gamma rT}{V_2(s)}\psi(p_2)u\end{aligned} \tag{7}$$

1. Double acting cylinder : FESTO DNC 32 320 PPV A
2. Rodless cylinder : FESTO 532448 DGC 32300304132 ZR
3. PAMs : FESTO MAS - 20-450N-AA-MC-K
4. MPYE-5-1/4-010-B de FESTO

5. Une compensation de frottement qui ne se base pas sur un modèle de frottement est privilégiée

Dans ces équations, on a considéré que $u = u_1 = -u_2$ ce qui veut dire que les chambres utilisent la même source de pression et que la commande utilisée dans une chambre est l'opposée de celle utilisé dans la seconde. Cette hypothèse implique de fait deux avantages : le système devient mono-entrée ce qui simplifie la synthèse du contrôleur. L'utilisation d'une seule servovalve devient alors suffisante (comme cela est représenté en Fig. 2).

Et en remplaçant la variation de volume par son expression (ie, $\frac{dV_1}{ds} = A = -\frac{dV_2}{ds}$), les équations suivantes sont obtenues :

$$\begin{aligned}\frac{dp_1}{dt} &= \frac{\gamma r T}{V_1(s)}\phi(p_1) - \frac{\gamma A}{V_1(s)}p_1\dot{s} + \frac{\gamma r T}{V_1(s)}\psi(p_1)u \\ \frac{dp_2}{dt} &= \frac{\gamma r T}{V_2(s)}\phi(p_2) + \frac{\gamma A}{V_2(s)}p_2\dot{s} - \frac{\gamma r T}{V_2(s)}\psi(p_2)u\end{aligned} \tag{8}$$

La différence de pression est donnée par l'expression suivante :

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(p_1 - p_2) = &\underbrace{[\frac{\gamma r T}{V_1}\phi(p_1) - \frac{\gamma r T}{V_2}\phi(p_2) - \frac{\gamma A}{V_1}p_1\dot{s} - \frac{\gamma A}{V_2}p_2\dot{s}]}_{f_1(s,\dot{s},p_1,p_2)} \\ &+ \underbrace{[\frac{\gamma r T}{V_1}\psi(p_1) + \frac{\gamma r T}{V_2}\psi(p_2)]}_{f_2(s,\dot{s},p_1,p_2)} u\end{aligned} \tag{9}$$

Ainsi donc, la linéarisation exacte est obtenue en appliquant la commande suivante :

$$\begin{aligned}u = &[\frac{\gamma r T}{V_1}\psi(p_1) + \frac{\gamma r T}{V_2}\psi(p_2)]^{-1} \cdot [u_{aux} \\ &- (\frac{\gamma r T}{V_1}\phi(p_1) - \frac{\gamma r T}{V_2}\phi(p_2) - \frac{\gamma A}{V_1}p_1\dot{s} - \frac{\gamma A}{V_2}p_2\dot{s})]\end{aligned} \tag{10}$$

Où, u_{aux} est la nouvelle entrée de commande. Ceci conduit au système linéarisé suivant :

$$\dot{p}_1 - \dot{p}_2 = u_{aux} \tag{11}$$

Le contrôleur commandant la différence de pression en se basant sur ce système linéarisé est synthétisé. Pour cela des performances $\mathcal{H}_\infty$ combinées à des placements de pôles sous forme de contraintes LMI ont été utilisés. Cette méthode est décrite dans la prochaine sous-section.

B. Synthèse de commande $\mathcal{H}_\infty$ avec contraintes de placement de pôles avec utilisation de LMI

Une LMI est une contrainte de la forme :

$$A(x) = A_0 + x_1 A_1 + \ldots + x_N A_N < 0 \tag{12}$$

où $A_0 \ldots A_N$ sont des matrices symétriques données et $x^T = (x_1 \ldots x_N)$ est le vecteur des variables inconnues. Dans (12), le symbole $<$ veut dire définie négative [6].
Une façon intuitive de synthèse d'un contrôleur $\mathcal{H}_\infty$ tout en agissant sur le régime transitoire est de combiner performances $\mathcal{H}_\infty$ et placement de pôles. Les pôles seront contraints à être dans des régions appelées régions LMI et introduites pour la première fois dans [17].

6. la plus grande valeur singulière est négative

Définition : Régions LMI. Une sous région $\mathcal{D}$ du plan complexe est appelée *région LMI* s'il existe une matrice symétrique $\alpha = [\alpha_{kl}] \in \mathbf{R^{m \times m}}$ et une matrice $\beta = [\beta_{kl}] \in \mathbf{R^{m \times m}}$ telles que :

$$D = \{z \in \mathcal{C} : f_{\mathcal{D}}(z) < 0\} \tag{13}$$

avec : $f_{\mathcal{D}}(z) = \alpha + z\beta + \bar{z}\beta_T = [\alpha_{kl} + \beta_{kl} z + \beta_{lk}\bar{z}]_{1 \le k,l \le m}$. Par exemple, les régions LMI de type disque centré en $(-q, 0)$ et de rayon r qui seront utilisées dans cette étude, sont définies ci-dessous [17] :

$$f_{\mathcal{D}}(z) = \begin{bmatrix} -r & q+z \\ q+\bar{z} & -r \end{bmatrix} < 0 \tag{14}$$

Le problème de synthèse $\mathcal{H}_\infty$ sous contraintes peut être formalisé comme suit [17]. En prenant comme système

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1\omega(t) + B_2 u(t) \\ e(t) &= C_1 x(t) + D_{11}\omega(t) + D_{12}u(t) \\ y(t) &= C_2 x(t) + D_{21}\omega(t) + D_{22}u(t)\end{aligned} \tag{15}$$

une région LMI $\mathcal{D}$, et des performances $\mathcal{H}_\infty$ données par $\gamma > 0$, il s'agit de trouver la loi de commande $u = K(s)y$ telle que : (1) les pôles en boucle fermée sont dans $\mathcal{D}$ et (2) $\|T_{we}\|_\infty < \gamma$ où $\|T_{we}(s)\|$ est la fonction de transfert en boucle fermée ayant pour entrée ω et comme sortie e. Ceci est schématisé en Fig. 3. avec le vecteur d'entrée

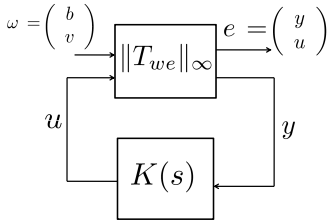


Fig. 3. Schéma de commande et notations

$\omega = \begin{pmatrix} b & v \end{pmatrix}^T$ qui peut être constitué de la perturbation b et d'une seconde entrée qui est le bruit de mesure v. Le vecteur de sortie $e = \begin{pmatrix} y & u \end{pmatrix}^T$ est composé quant à lui de la sortie à commander y et du signal de commande u. Dans notre cas, et comme défini préalablement dans (34), y est la différence de pression et u est la nouvelle entrée de commande u_{aux} pour le système linéarisé.
La fonction de transfert du contrôleur est notée $K(s)$ et est donnée sous la forme d'état suivante :

$$\begin{aligned}\dot{x}_K(t) &= A_K x_K(t) + B_K y(t) \\ u(t) &= C_K x_K(t) + D_K y(t)\end{aligned} \tag{16}$$

Ainsi, $T_{we}(s) = D_{cl} + C_{cl}(sI - A_{cl})^{-1}B_{cl}$ avec [7] : $A_{cl} = \begin{pmatrix} A + B_2 D_K C_2 & B_2 C_K \\ B_K C_2 & A_K \end{pmatrix}$, $B_{cl} = \begin{pmatrix} B_1 + B_2 D_K D_{21} \\ B_K D_{21} \end{pmatrix}$, $C_{cl} = (C_1 + D_{12} D_K C_2, D_{12} C_K)$
and $D_{cl} = D_{11} + D_{12} D_K D_{21}$. Dans [17], il est montré que

7. $D_{22} = 0$, cette hypothèse simplifie beaucoup les différents calculs. (Il est à noter qu'il est toujours possible d'avoir $D_{22} = 0$ en faisant de simples changements de variables)

la contrainte de placement de pôles est satisfaite si et seulement si il existe $X_{\mathcal{D}} > 0$ tel que :

$$[\alpha_{kl} X_{\mathcal{D}} + \beta_{kl} A_{cl} X_{\mathcal{D}} + \beta_{lk} X_{\mathcal{D}} A_{cl}^T]_{1 \leq k,l \leq m} < 0 \qquad (17)$$

Quant à elle, la contrainte assurant les performances $\mathcal{H}_\infty$ est donnée sous forme de la LMI suivante :

$$\begin{pmatrix} A_{cl}X_\infty + X_\infty A_{cl}^T & B_{cl} & X_\infty C_{cl}^T \\ B_{cl}^T & -\gamma I & D_{cl}^T \\ C_{cl}X_\infty & D_{cl} & -\gamma I \end{pmatrix} < 0 \qquad (18)$$

Ainsi, le problème de formulation du problème de synthèse $\mathcal{H}_\infty$ combiné aux problèmes de placement de pôles -en supposant que la même matrice de Lyapunov $X > 0$ est requise- est :

Trouver $X > 0$ et un contrôleur $K(s) > 0 \equiv \Omega_K$ qui satisfont (17) et (18) avec $X = X_{\mathcal{D}} = X_\infty$ (19)

La matrice du contrôleur est notée de la manière suivante :

$$\Omega_K = \begin{pmatrix} A_K & B_K \\ C_K & D_K \end{pmatrix} \qquad (20)$$

La difficulté dans cette formulation est que la combinaison des relations (17) et (18) implique des termes non linéaires de la forme $\mathcal{B}\ \Omega_K \mathcal{C}\mathcal{X}$ conduisant à une formulation du problème qui n'est plus convexe. Elle ne peut donc pas être formulée sous forme de LMI. Chilali et Gahinet [17] ont résolu ce problème en proposant le changement de variable suivant :

$$\begin{aligned} &\mathcal{B}_\mathcal{K} = \mathcal{N}\mathcal{B}_\mathcal{K} + \mathcal{S}\mathcal{B}_\in \mathcal{D}_\mathcal{K} \\ &\mathcal{C}_\mathcal{K} = \mathcal{C}_\mathcal{K}\mathcal{M}^\mathcal{T} + \mathcal{D}_\mathcal{K}\mathcal{C}_\in \mathcal{R} \\ &\mathcal{A}_\mathcal{K} = \mathcal{N}\mathcal{A}_\mathcal{K}\mathcal{M}^\mathcal{T} + \mathcal{N}\mathcal{B}_\mathcal{K}\mathcal{C}_\in \mathcal{R} + \mathcal{S}\mathcal{B}\in\mathcal{C}_\mathcal{K}\mathcal{M}^\mathcal{T} \\ &+ S(A + B_2 D_K C_2)R \end{aligned} \qquad (21)$$

où R, S, N et M correspondent à la partition de X et de son inverse sous la forme

$$X = \begin{pmatrix} R & M \\ M^T & U \end{pmatrix}, X^{-1} = \begin{pmatrix} S & N \\ N^T & V \end{pmatrix} \qquad (22)$$
$$R \in \mathbf{R^{n \times n}}, \mathbf{S} \in \mathbf{R^{n \times n}}$$

La résolution du problème est donnée sous la forme du théorème suivant [17] :

Théorème :

Soit $\mathcal{D}$ une région LMI arbitraire qui se trouve dans le demi-plan gauche du plan complexe et soit (13) sa fonction caractéristique. Dans ce cas, le problème modifié (19) admet -après changement de variables- une solution si l'ensemble des LMIs suivant est faisable.

Trouver $R = R^T \in \mathbf{R^{n \times n}}$, $S = S^T \in \mathbf{R^{n \times n}}$, et les matrices $\mathcal{A}_\mathcal{K}$, $\mathcal{B}_\mathcal{K}$,$\mathcal{C}_\mathcal{K}$ et D_K telles que

$$\begin{pmatrix} R & I \\ I & S \end{pmatrix} > 0 \qquad (23)$$

$$\left[\alpha_{kl} \begin{pmatrix} R & I \\ I & S \end{pmatrix} + \beta_{kl}\Phi + \beta_{lk}\phi^T\right]_{k,l} < 0 \qquad (24)$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{21}^T \\ \Psi_{21} & \Psi_{22} \end{bmatrix} < 0 \qquad (25)$$

avec la notation

$$\Phi = \begin{pmatrix} AR + B_2 C_K & A + B_2 D_K C_2 \\ \mathcal{A}_\mathcal{K} & SA + \mathcal{B}_\mathcal{K}\mathcal{C}_\in \end{pmatrix} \qquad (26)$$

les termes Ψ_{11}, Ψ_{12} et Ψ_{22} sont détaillés dans [17]. Pour toute solution à cette LMI :

- Calculer via la décomposition en valeurs singulières (SVD) la factorisation de rang plein $MN^T = I - RS$ de la matrice $I - RS$ (M et N sont des matrices carrées inversibles)
- Résoudre le système d'équations linéaires (21) pour B_K, C_K etA_K (dans cet ordre).
- calculer $K(s) := D_K + C_K(sI - A_K)^{-1}B_K$.

Ainsi, $K(s)$ est un contrôleur d'ordre n qui place les pôles en boucle fermée dans $\mathcal{D}$ tout en assurant $\|T_{we}\|_\infty < \gamma$.

C. Commande prédictive généralisée (GPC)

La motivation de la commande prédictive est assez triviale, le problème de connaissance des trajectoires futures ne se posant pas pour des tâches de robotique industrielle. A cela, s'ajoutent tous les avantages inhérents à la commande prédictive, à savoir : l'applicabilité à une large classe de procédés dont les systèmes instables (c'est le cas de la fonction de transfert à commander), réduction du temps de réponse de façon intuitive et existence d'une solution explicite dans le cas monovariable linéaire.

Toute commande prédictive s'appuie sur trois principes : l'utilisation d'un modèle de prédiction sous forme explicite, l'utilisation d'un critère de prediction à optimiser, et enfin le recalage de l'horizon de prédiction à chaque instant t, la commande étant réactualisée à chaque temps d'échantillonnage. Dans le cas de la GPC, l'algorithme utilise le modèle de prédiction CARIMA donné par :

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t-1) + C(z^{-1})e(t) \qquad (27)$$

où $u(t)$ et $y(t)$ sont respectivement les séquences de commande et de sortie du procédé et $e(t)$ est un bruit blanc. A, B et C sont des polynômes en z^{-1}. Ils sont donnés par : $A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + ... + a_{na} z^{-na}$, $B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + ... + b_{nb} z^{-nb}$ et $C(z^{-1}) = 1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + ... + c_{nc} z^{-nc}$ et $\triangle = 1 - z^{-1}$. Afin de simplifier les calculs, il est supposé que C^{-1} est égal à 1. L'algorithme de la GPC consiste à appliquer une séquence de commande qui minimise la fonction coût multidimensionnelle suivante :

$$\begin{aligned} J(N_1, N_2, N_u) = &\sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j)[\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 \\ &+ \sum_{j=1}^{N_2} \lambda(j)[\triangle u(t+j-1)]^2 \end{aligned} \qquad (28)$$

où $\hat{y}(t+j|t)$ est l'optimum sur un horizon j calculé à l'instant t, N_1 et N_2 sont les horizons de prédiction minimum et maximum, N_u représente l'horizon de commande, $\delta(j)$ et $\lambda(j)$ sont les séquences de pondération et $w(t+j)$ est la référence future.

La minimisation de la fonction coût conduit à l'obtention de la future séquence de commande $u(t), u(t+1), ...$ où la sortie $y(t+j)$ est proche de $w(t+j)$.

L'expression de la sortie prédite peut être mise sous la forme compacte suivante :

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f} \tag{29}$$

Le terme $\mathbf{G}$ et $\mathbf{f}$ sont définis dans [18] ou [19]. Le critère peut être ainsi réécrit :

$$J = (\mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f} - \mathbf{w})^T(\mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f} - \mathbf{w}) + \lambda u^T u \tag{30}$$

où $\mathbf{w} = [w(t+d+1), w(t+d+1) \dots w(t+d+N)]^T$. L'équation (30) prend la forme :

$$J = \frac{1}{2}\mathbf{u^T H u} + \mathbf{b^T u} + f_0 \tag{31}$$

avec $\mathbf{H} = \mathbf{2(G^T G} + \lambda\mathbf{I})$, $\mathbf{b^T} = \mathbf{2(f} - \mathbf{w)^T G}$ et $f_0 = (\mathbf{f} - \mathbf{w})^\mathbf{T}(\mathbf{f} - \mathbf{w})$
Ainsi, le minimum de J est déterminé en annulant le gradient de J, ce qui donne :

$$\mathbf{u} = -\mathbf{H^{-1}b} = (\mathbf{G^T G} + \lambda\mathbf{I})^{-1}\mathbf{G^T}(\mathbf{w} - \mathbf{f}) \tag{32}$$

Puisque le signal de commande qui est appliqué au procédé est le premier élément du vecteur $\mathbf{u}$ (recalage), l'expression de la commande est donnée par :

$$\triangle u(t) = \mathbf{K}(\mathbf{w} - \mathbf{f}) \tag{33}$$

où $\mathbf{K}$ représente le premier élément de la matrice $(\mathbf{G^T G} + \lambda\mathbf{I})^{-1}\mathbf{G^T}$. Contrairement aux contrôleurs conventionnels, les régulateurs prédictifs dépendent uniquement des entrées futures.

D. Stratégie de commande en cascade position/pression

Le schéma global de la stratégie de commande en cascade est représenté en Fig. 4. La boucle interne est celle qui commande la différence de pression entre les chambres. Pour cela, le régulateur $\mathcal{H}_\infty$ sous contraintes présenté précédemment a été implementé. Pour la boucle externe, le régulateur GPC a été synthétisé en se basant sur la fonction transfert en boucle fermé de la boucle de pression en série avec la mécanique du bras (double intégration pour obtenir en sortie la position). Comme présenté précédemment, le système linéarisé de la boucle de pression est un intégrateur. Ainsi, les équations du système prennent la forme suivante :

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= (0)x + \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} b \\ v \end{pmatrix} + (1)u \\
\begin{pmatrix} y \\ u \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}x + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} b \\ v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}u \\
y &= (1)x + \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} b \\ v \end{pmatrix} + (0)u
\end{aligned} \tag{34}$$

où $\omega = (b \;\; v)^T$ et $e = (y \;\; u)^T$ ont été définis préalablement. Les hypothèses classiques pour la synthèse $\mathcal{H}_\infty$ sont facilement vérifiables [8]. Le résultat de l'optimisation LMI[20] donne le contrôleur de la forme suivante :

$$K(s) = \frac{K_1 s + K_2}{s + K_3} \tag{35}$$

8. (A, B_2) commandable et (C_2, A) observable

Ainsi, la fonction de transfert équivalente en boucle fermée est de la forme

$$G_{cl_{pressure}}(s) = \frac{K_1 s + K_2}{s^2 + (K_1 + K_3)s + K_2} \tag{36}$$

En se basant sur cette fonction de transfert, dont la sortie est la différence de pression, il est facile de reconstruire la position en divisant par la masse et en intégrant deux fois la sortie (5). Ainsi, le régulateur GPC est synthétisé en se basant sur la fonction de transfert suivante :

$$G_{position}(s) = \frac{K_1 s + K_2}{Ms^2(s^2 + (K_1 + K_3)s + K_2)} = \frac{G_{cl_{pressure}}}{Ms^2} \tag{37}$$

IV. Résultats expérimentaux

Différents tests ont été menés de façon à prouver expérimentalement l'intérêt d'une telle approche de commande en cascade. Durant les différents tests, le terme F_g dans (6) a été négligé. Il a été observé qu'il n'a pas un grand impact sur les performances. Ainsi, le processus de synthèse est simplifié et ceci nous permet de dire que la commande synthétisée est robuste vis-à-vis des effets de la gravité et des variations de l'orientation du bras.
En Fig. 5, un test de commande avec le bras sans masse est réalisé. La fréquence d'échantillonnage est de $0,2khz$. Pour le contrôleur $\mathcal{H}_\infty$, une région LMI de type disque a été

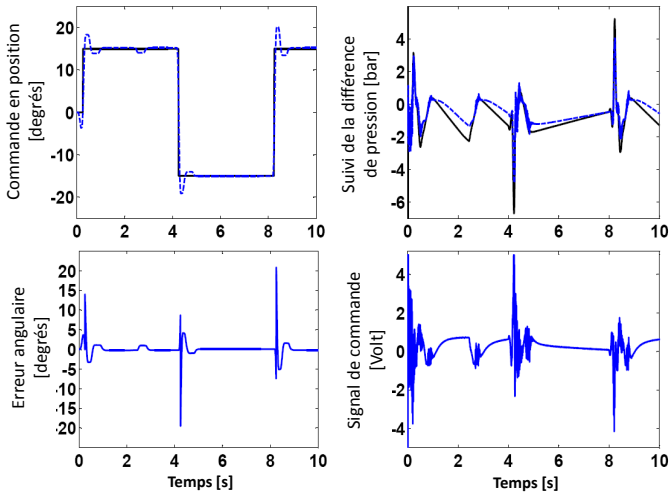


Fig. 5. Réponse à un signal carré (vérin sans tige)

spécifiée (voir [17]). L'intérêt de cette région est qu'elle permet d'éviter les dynamiques rapides avec des poles situés trop à gauche du demi-plane stable de l'espace complexe. Un compromis a été trouvé afin d'avoir le meilleur temps de réponse possible avec une commande assez douce. Le disque est centré au point $(-300, 0)$ avec un rayon égal à 15. En utilisant les contraintes (23), (24) et (25) pour le système défini par (34), nous obtenons après optimisation [20] les termes R, S, $\mathcal{A}_\mathcal{K}$, $\mathcal{B}_\mathcal{K}$, $\mathcal{C}_\mathcal{K}$ and D_K. Il est maintenant possible de calculer le régulateur $\mathcal{H}_\infty$ sous contraintes qui est donné par :

$$K(s) = \frac{-263,8s - 9,15 \cdot 10^{-4}}{s + 339,8} \tag{38}$$

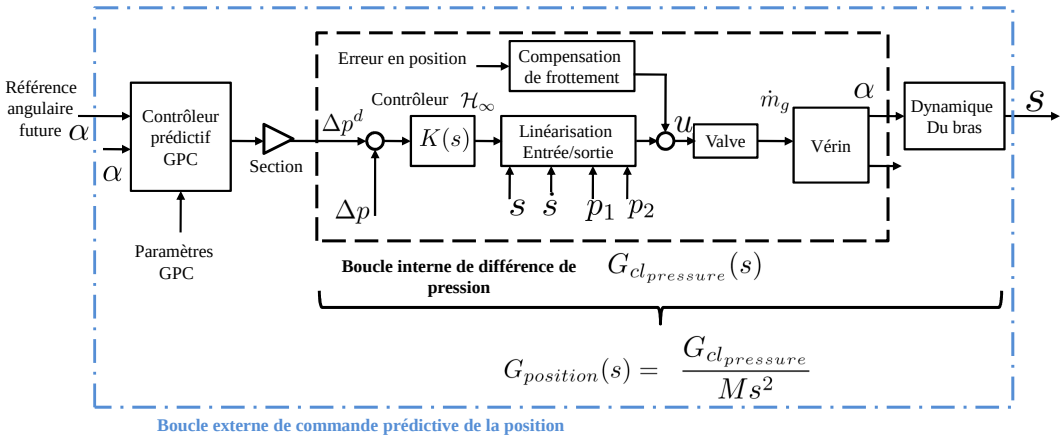


Fig. 4. Stratégie de commande en cascade position/pression pour les vérins pneumatiques. Une boucle interne consiste en la commande de la différence de pression. Un contrôleur $\mathcal{H}_\infty$ avec contraintes de placement de pôles est synthétisé. La boucle externe de position consiste en une commande prédictive généralisée. Le contrôleur GPC est implémenté en se basant sur la fonction transfert en boucle fermée de la pression en cascade avec la dynamique mécanique du bras.

Le contrôleur prédictif a été synthétisé en se basant sur la fonction de transfert donnée dans (37). Le système a été discrétisé avec un temps d'échantillonnage de $T_s = 5ms$. Les polynômes du modèle CARIMA ainsi obtenus sont :

$$B(z^{-1}) = 4,63{\cdot}10^{-7}{+}1,3{\cdot}10^{-6}z^{-1}{-}2{\cdot}10^{-10}z^{-2}{-}4,3{\cdot}10^{-3} \quad (39)$$

$$A(z^{-1}) = 1 - 2,44z^{-1} + 2z^{-2} - 0,54z^{-3} + 0,05z^{-4} \quad (40)$$

La pondération λ a été choisie égale à $5 \cdot 10^{-6}$ et δ a été fixé à 1. L'horizon de prédiction est égal à 50. Sur la Fig. 5, un signal carré d'amplitude égale à $-+15^\circ$ a été testé. Le temps de montée est très faible et est égal à $0,045s$. Le temps de réponse est quant à lui égal à $0,24s$. L'erreur statique est inférieure à $0,01^\circ$. Le saut observé à $t = 3s$ est dû au phénomène du redécollage des actionneurs électropneumatiques (voir chapitre 3 de [10]). Ce problème a été résolu par deux approches différentes. La première consiste à agir sur les gains de la boucle de pression via l'emplacement des pôles en boucle fermée. Ceci est illustré en Fig. 6 où les pôles ont été déplacés vers un cercle centré en $(-450, 0)$.

L'apport de cette approche est montré en Fig. 7 où l'erreur statique est inférieure à $0,01^\circ$. Une autre approche a consisté à intégrer au schéma de commande de la Fig. 4 l'algorithme de compensation de frottement proposé par [21]. Les résultats obtenus sont similaires à ceux de la méthode précédente.

Un test de robustesse est effectué en rajoutant une masse de $5kg$ qui n'est pas prise en compte dans le modèle de commande. Les résultats sont montrés en Fig. 8. Les résultats sont satisfaisants et il est intéressant de voir la réaction du système par un saut dans la différence de pression (et donc dans la force) qui correspond à la charge additionnelle qui a été rajoutée. Le contrôleur en pression réagit automatiquement à ce changement de consigne et de ce point de vue, la structure en cascade assure déjà une robustesse naturelle qui est renforcée par le choix des techniques de commande. Un test de comparaison avec les modes glissants [22] a été

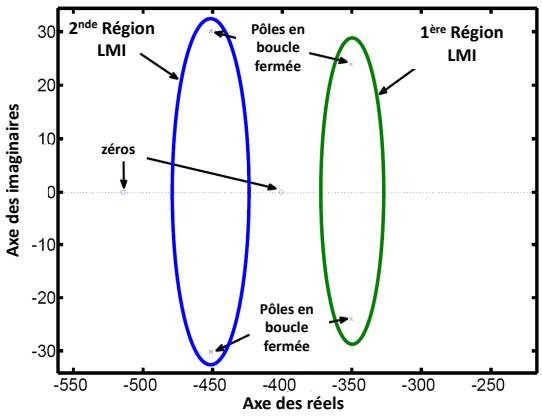


Fig. 6. Pôles et zéros : région LMI de type cercle et emplacement des pôles en boucle fermée

effectué en vue de comparer les performances en termes de robustesse avec l'approche en cascade introduite ici. Les résultats sont montrés en Fig. 9. Le signal testé est un signal sinusoïdal à fréquence variable (entre $0,25hz$ et $1hz$) pour une amplitude variant entre $+/-20^\circ$. Ces résultats montrent bien l'apport de la technique proposée dans ce document en termes de performances dynamiques.

V. Conclusion

Une stratégie de commande en cascade intégrant une boucle externe de position et une boucle interne de différence de pression est proposée pour les vérins électropneumatiques. Pour la position, un contrôleur de type GPC est synthétisé. Le choix de la commande prédictive permet de réduire de façon naturelle le temps de réponse du système qui anticipe tout changement dans la consigne. Pour la boucle interne, un régulateur $\mathcal{H}_\infty$ avec contraintes de placement de pôles est synthétisé par optimisation LMI. La synthèse des régulateurs est faite en se basant sur le modèle linéarisé du vérin et ce après linéarisation

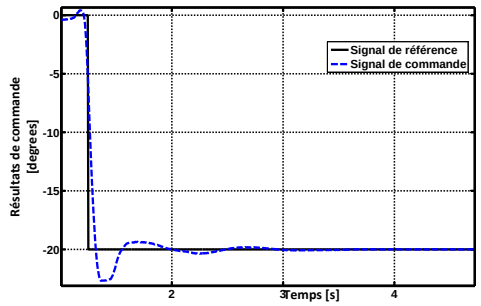


Fig. 7. Réponse indicielle pour un gain élevé (pôles rapides)

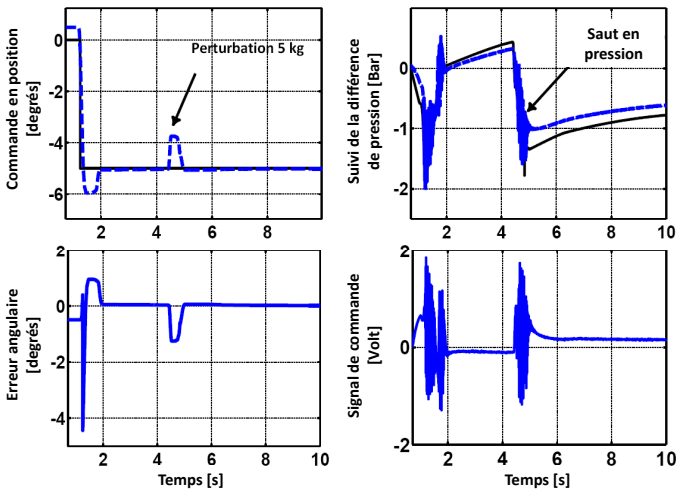


Fig. 8. Test de robustesse avec une masse de $5kg$: un saut dans la différence de pression est observé lors de l'ajout de la masse. La stabilité et les performances du système sont préservées.

exacte de ce modèle.

Les lois de commande ont été implémentées expérimentalement sur banc de commande et les résultats montrent bien l'apport d'une telle approche en termes de performances et de robustesse.

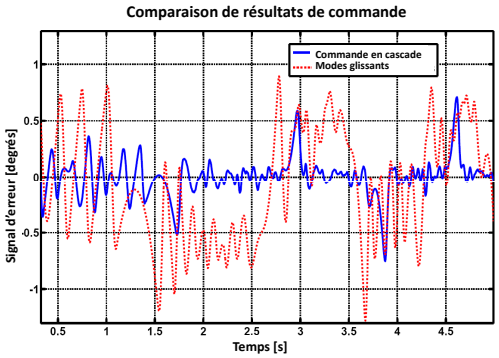


Fig. 9. Test de suivi avec un signal sinusoidal à fréquence variable (chirp) : comparaison entre la stratégie en cascade proposée et les modes glissants

Références

[1] A. Girin, F. Plestan, X. Brun, A. Glumineau, and M. Smaoui. Position-pressure robust control of an electropneumatic actuator. *European Control Conference*, 2007.

[2] A. Girin, F. Plestan, X. Brun, and A. Glumineau. High-order sliding mode controllers of an electropneumatic actuator : Application to an aeronautic benchmark. *IEEE Transactions of Control Systems Technology*, 17 :633–645, May, 2009.

[3] M. Van Damme, B. Vanderborght, R. Van Ham, B. Verrelst, F. Daerden, and D. Lefeber. Sliding mode control of a 2-dof planar pneumatic manipulator. *International Applied Mechanics*, 44 :1191–1199, 2008.

[4] Xiaocong Zhu, Guoliang Tao, Bin Yao, and Jian Cao. Adaptive robust posture control of a parallel manipulator driven by pneumatic muscles. *Automatica*, 44(9) :2248 – 2257, 2008.

[5] Xiaocong. Zhu, Guoliang. Tao, Bin. Yao, and Jian Cao. Integrated direct/indirect adaptive robust posture trajectory tracking control of a parallel manipulator driven by pneumatic muscles. *IEEE Transactions of Control Systems Technology*, 17 :576–588, 2009.

[6] A. Isidori. *Nonlinear Control Systems. Third edition.* Communications and Control Engineering Series. Springer-Verlag, Berlin, 1995.

[7] Michel. Fliess, Jean. Lévine, philippe. Martin, and Pierre. Rouchon. Flatness and defect of non-linear systems : introductory theory and examples. *International Journal of Control*, 61 :1327–1361, 1995.

[8] K. Osuka, Kimura T., and Ono T. H infinity control of a certain nonlinear actuator. In *Proceedings of the 29th Conference on Decision and Control. Honolulu, Hawai*, December 1990.

[9] T. Kimura, S. Hara, and T. Tomisaka. H infinity control with minor feedback for a pneumatic actuator system. In *Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control. Kobe, Japan.*, December 1996.

[10] X. Brun. *Commandes linéaires et non linéaires en électropneumatique. Méthodologie et applications.* PhD thesis, INSA de Lyon, 1999.

[11] F. Xiang and J. Wikander. Block-oriented approximate feedback linearization for control of pneumatic actuator system. *Control Engineering Practice*, 12 :387–399, 2004.

[12] H. K. Lee, G. S. Choi, and G. H. Choi. A study on tracking position control of pneumatic actuators. *Mechatronics*, 12 :813–831, 2002.

[13] Qiang Song and Fang Liu. Improved control of a pneumatic actuator pulsed with pwm. In *Proceedings of the 2nd IEEE/ASME International Conference on Mechatronic and Embedded Systems and Applications*, 2006.

[14] M. Norgaard, P. H. Sorensen, N. K. Poulsen, O. Ravn, and L. K. Hansen. Intelligent predictive control of nonlinear processes using neural networks. In *Intelligent Control, 1996., Proceedings of the 1996 IEEE International Symposium on*, pages 301–306, Dearborn, MI, USA, September 1996.

[15] A. Hildebrandt, O. Sawodny, and R. Neumann. A cascaded tracking control concept for pneumatic muscle actuators. In *European Control Conference 2003 (ECC03), Cambridge UK, (CD-Rom)*, 2003.

[16] M. Belgharbi, S. Sesmat, S. Scavarda, and D. Thomasset. Analytical model of the flow stage of a pneumatic servodistributor for simulation and nonlinear control. In *The Sixth Scandinavian International Conference on Fluid Power. TAMPERE-FINLANDE. Pages 847-860.*, 1999.

[17] M. Chilali and P. Gahinet. H-infinity design with pole placement constraints : an lmi approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41(3) :358–367, March 1996.

[18] C. Bordons A.E. Camacho. *Model Predicitve Control. Second Edition.* Springer, London, 2004.

[19] J. M. Maciejowski. *Predicitve Control with Constraints.* Prentice Hall, 2002.

[20] P. Gahinet, A. Nemirovskii, A.J. Laub, and M. Chilali. The lmi control toolbox. In A. Nemirovskii, editor, *Proc. 33rd IEEE Conference on Decision and Control*, volume 3, pages 2038–2041 vol.3, 1994.

[21] Shu Ning and G. M. Bone. High steady-state accuracy pneumatic servo positioning system withPVA/PV control and friction compensation. In *Robotics and Automation, 2002. Proceedings. ICRA '02. IEEE International Conference on*, volume 3, pages 2824–2829, Washington, DC, USA, 2002.

[22] M. Smaoui. *Commandes non linéaires robustes mono et multidimensionnelles de dispositifs électropneumatiques : synthèse et applications.* PhD thesis, INSA de Lyon, 2004.