Etude d'un différentiateur robuste via modes glissants d'ordre supérieur : Application en électropneumatique

Mohamed SMAOUI, Xavier BRUN, Daniel THOMASSET

Laboratoire d'Automatique Industrielle - INSA de Lyon
Bât Antoine de SAINT-EXUPERY, 25, avenue Jean Capelle 69621Villeurbanne Cedex, France
Tel: (33) 4 72 43 88 81 Fax: (33) 4 72 43 85 35
Email : Prénom.nom@insa-lyon.fr

RESUME
Cet article est consacré à l'étude d'un nouvel algorithme de dérivation numérique via modes glissants. Nous présentons une étude comparative entre cet algorithme et un algorithme de dérivation classique. Des tests expérimentaux effectués illustrent l'efficacité d'un tel algorithme dans le cadre de commande d'un système électropneumatique par modes glissants d'ordre trois.

MOTS CLES :système électropneumatique, modes glissants, différentiateur robuste en temps réel, expérimentation.

ABSTRACT
In this paper, a robust differentiator via sliding mode is studied. A comparative study between the robust differentiator and a classical one is presented. Implementation results of the proposed sliding mode differentiator in the context of third order sliding mode controller for an electropneumatic system are given to illustrate the developments.

KEYWORDS :electropneumatic system, sliding mode, a real-time robust differentiator, experimentation.

NOMENCLATURE

b	coefficient de viscosité (N/m/s)
k	constante polytropique
M	masse en déplacement (kg)
p	pression (Pa)
r	constante des gaz parfaits (J/kg/K)
S	section du cylindre du piston (m^2)
s	surface de glissement
T	température (K)
V	volume (m^3)
y, v, a	position (m), vitesse(m/s) accélération (m/s^2)
$\varphi(.)$	fonction polynomiale d'ordre 5 (kg/s)
$\psi(.)$	fonction polynomiale d'ordre 5 dépend du signe de la commande, admission ($u \geq 0$), échappement ($u < 0$). (kg/s/V)
l	course du vérin (m)
Indices et exposants	
ext	extérieur
D	volume mort
N	chambre N
P	chambre P
d	désirée

INTRODUCTION

Les techniques de commande par retour d'état nécessitent de récupérer des informations sur les variables d'état du système. L'emploi de capteurs fournit la solution la plus simple, mais présente cependant des inconvénients généraux incontournables et des difficultés spécifiques à la grandeur physique mesurée. Parmi les inconvénients généraux, citons l'augmentation du coût du système, ainsi que celle du nombre des pannes portant préjudice à la fiabilité de l'installation. Pour cela, l'obtention de ces variables d'état a suscité un grand intérêt de la part de la communauté scientifique.

L'utilisation d'un observateur apporte une solution à ce problème. Dans le cadre des systèmes électropneumatiques, l'application des observateurs s'est faite surtout dans le cas où on travaille avec le linéarisé tangent. Ces résultats sont valables localement, mais certains systèmes électropneumatiques ont de grandes plages de variation. Pour cela un observateur non linéaire a été appliqué sur ce procédé [11].

La commande en position des systèmes mécaniques nécessite généralement, en plus d'un capteur de position, un capteur de vitesse et un capteur d'accélération (accéléromètre), pour cela la dérivation numérique constitue une autre alternative pour l'obtention des variables d'état. De nombreuses recherches ont été menées pour améliorer la qualité de la dérivée [7][21]. Cette technique d'obtention d'état est largement utilisée dans le cadre de commande en position des systèmes électropneumatiques[12].

Préalablement à la description de tout algorithme de dérivation numérique, soulignons que la qualité de la dérivée dépend avant toute chose du niveau de bruit. Le soin apporté au choix des éléments constituant la chaîne d'acquisition, en vue d'obtenir un signal de faible bruit, apparaît donc comme primordial. Les conséquences de ce choix technologique sont encore plus importantes dans le cas d'une dérivation en temps réel.

Dans ce cadre, nous nous sommes intéressés à l'étude d'un nouvel algorithme de dérivation numérique via modes glissants [9]. Nous présentons une étude compara-

tive en simulation entre cet algorithme et un algorithme de dérivation classique. Cependant, le choix d'une méthode de dérivation résulte d'un compromis entre le niveau de bruit et le déphasage. L'importance relative de ces deux critères dépend du contexte expérimental, il est difficile de conclure à la supériorité d'une méthode sur l'autre en l'absence de données expérimentales. Pour cela, nous comparons les deux algorithmes de dérivations numériques et leurs influences dans le cadre de la commande d'un système électropneumatique par modes glissants d'ordre trois.

Cet article est organisé de la manière suivante : dans la section suivante, une étude comparative entre un algorithme de dérivation par modes glissants d'ordre supérieur et un algorithme de dérivation classique est présentée. Ensuite, nous présentons le système électropneumatique et son modèle de commande ainsi qu'une loi de commande par modes glissants d'ordre trois. Enfin, les résultats expérimentaux obtenus sont présentés et commentés.

ETUDE D'UN DIFFERENTIATEUR ROBUSTE VIA MODES GLISSANTS D'ORDRE DEUX

Présentation du différentiateur robuste

Les modes glissants d'ordre supérieur [5][6] constituent une généralisation du concept des modes glissants d'ordre un, c'est à dire les modes glissants classiques [15][20]. Le principe de cette nouvelle technique est caractérisé par l'application d'une commande agissant sur les dérivées d'ordre supérieur de la surface de glissement. Dans cette partie, un différentiateur robuste via modes glissants d'ordre supérieur sera étudié [9].

Soit une fonction $f(t)$ définie sur $[0,\infty)$. Supposons que cette fonction possède une dérivée. Soit $C>0$ la constante de Lipschitz associée.

Pour trouver la dérivée de cette fonction, considérons l'équation suivante :

$$\dot{x} = u \qquad (1)$$

Considérons maintenant la surface de glissement suivante :

$$s = x - f(t) \qquad (2)$$

Le but de la commande par modes glissants d'ordre deux est d'obtenir après bouclage $s = \dot{s} = 0$ en un temps fini grâce à la commande discontinue. Généralement, pour générer un régime glissant d'ordre deux sur cette surface choisie, on aura besoin de la connaissance de $s = x - f(t)$ et de sa dérivée ($\dot{s} = \dot{x} - \dot{f}(t)$).

L'algorithme du super twisting [8] permet de générer ce régime glissant d'ordre deux à partir des informations sur la surface de glissement seulement et donc aucune information sur la dérivée de la fonction $f(t)$ n'est nécessaire.

En appliquant cet algorithme, la commande est donnée par [8]:

$$u = u_1 - \lambda |s|^{\frac{1}{2}} sgn(s) \qquad (3)$$

avec :

$$\dot{u}_1 = -w\, sgn(s) \qquad (4)$$

L'entrée et la sortie de ce différentiateur sont respectivement $f(t)$ et u. En effet, en un temps fini, on a :

$$\dot{x} - \dot{f}(t) = u - \dot{f}(t) = 0 \qquad (5)$$

ou encore

$$u = \dot{f}(t) \qquad (6)$$

La condition suffisante pour engendrer la convergence en temps fini de $u(t)$ vers $\dot{f}(t)$ est [9]:

$$\alpha > C \qquad (7)$$

$$\lambda 2 \geq 4C \frac{\alpha + C}{\alpha - C} \qquad (8)$$

La figure 1 présente le schéma de principe du différentiateur robuste.

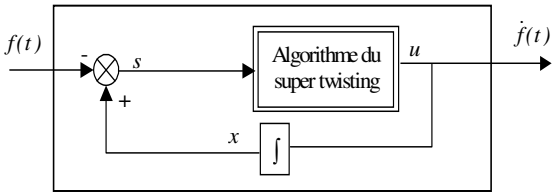


Figure 1 : Schéma de principe du différentiateur robuste

Résultats de simulation

Dans un premier nous avons appliqué une entrée sous la forme:

$$f(t) = sin(t) + 0.001\, cos(30t) \qquad (9)$$

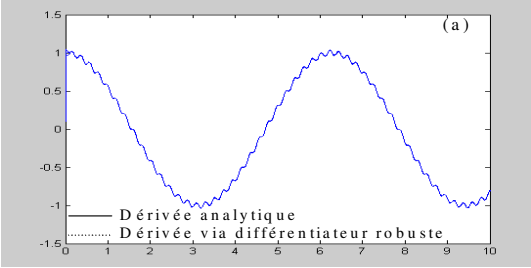


Figure 2 : résultats de simulation

La figure 2 présente les résultats de simulation obtenus avec le différentiateur robuste. Sur cette figure, nous avons présenté la sortie du différentiateur et la dérivée analytique du signal ($\dot{f}(t) = cos(t) - 0.03\, sin(30t)$). On remarque que la sortie du différentiateur robuste et la dérivée analytique de la fonction $f(t)$ se superposent d'une façon remarquable.

Le choix d'une méthode de dérivation résulte d'un compromis entre le niveau de bruit du signal de sortie et le déphasage entre le signal calculé en temps réel et le signal théorique. Dans ce cadre, Richard [12] a présenté une étude comparative de quelques algorithmes de déri-

vations numérique en temps réel. Parmi ces algorithmes, celui qui offre le meilleur compromis entre le niveau de bruit sur le signal dérivé et son déphasage, est donné par l'équation suivante :

$$\dot{x}_n = \frac{x_n - x_{n-2}}{2\tau} \qquad (10)$$

Nous avons appliqué comme entrée un signal sinusoïdal bruité. Les sorties des deux différentiateurs ainsi que la dérivée analytique sont représentées par les figure 3 et 4.

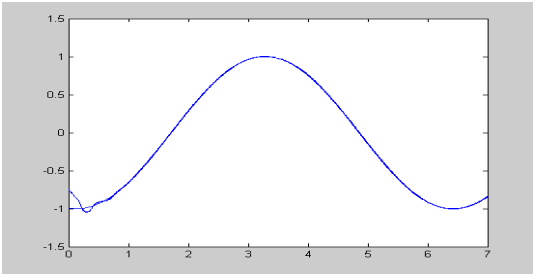


Figure 3: Dérivée d'un signal bruité : différentiateur robuste

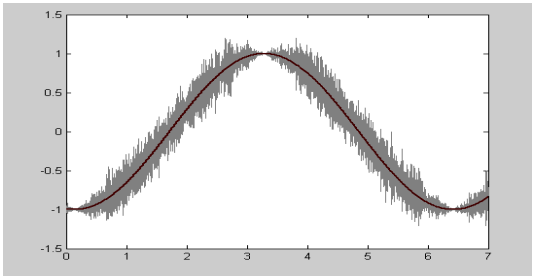


Figure 4: Dérivée d'un signal bruité : différentiateur classique

Sur la figure 3, on remarque que la sortie du différentiateur converge vers la dérivée analytique au bout d'un temps fini. La sortie de ce différentiateur n'est pas bruitée tandis que la sortie de l'algorithme de dérivation (10) est très bruitée. L'utilisation de ce dernier lors de la commande d'un système physique par retour d'état (par exemple pour calculer l'accélération à partir de la vitesse) introduit inévitablement une évolution chahutée de la commande. D'une façon générale, le choix d'une méthode de dérivation résulte d'un compromis entre le niveau de bruit et le déphasage. L'importance relative de ces deux critères dépend du contexte expérimental, il est difficile de conclure à la supériorité d'une méthode sur l'autre en l'absence de données expérimentales. Pour cela, nous essayons par la suite de comparer, à partir des résultats expérimentaux, les deux algorithmes de dérivations numériques et leurs influences sur la grandeur de commande et la sortie du système en appliquant une commande par modes glissants d'ordre trois à un système électropneumatique.

PRESENTATION DU MODELE DU SYSTEME ELECTROPNEUMATIQUE

Le système électropneumatique utilisé dans le cadre de nos travaux est un vérin pneumatique piloté par deux servodistributeurs 3 voies. En supposant que les deux servodistributeurs sont pilotés avec une source de pression commune et une commande de signe opposé, en respectant les hypothèses classiques de modélisation des systèmes électropneumatiques [14], et à partir des travaux effectués dans [2][13], le modèle de commande du système étudié peut être mis sous la forme :

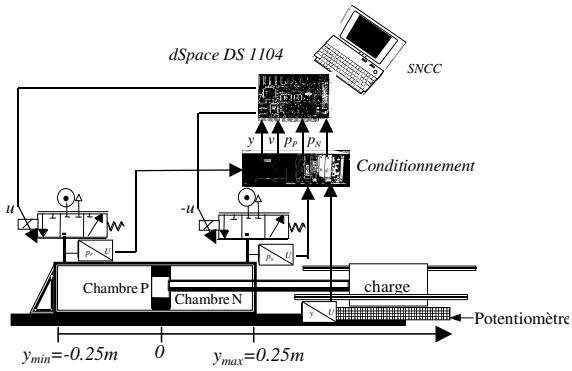


Figure 5 : Système électropneumatique

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = v \\ \frac{dv}{dt} = \frac{1}{M}\left[S_P p_P - S_N p_N - bv - F_{ext}\right] \\ \frac{dp_P}{dt} = \frac{krT}{V_P(y)}\left[\varphi(p_P) - \frac{S_P}{rT} p_P v\right] + \frac{krT}{V_P(y)}\psi\left(p_P, sign(u)\right)u \\ \frac{dp_N}{dt} = \frac{krT}{V_N(y)}\left[\varphi(p_N) + \frac{S_N}{rT} p_N v\right] - \frac{krT}{V_N(y)}\psi\left(p_N, sign(-u)\right)u \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_P(y) = V_P(0) + S_P y \\ V_N(y) = V_N(0) - S_N y \end{cases} \text{ et } \begin{cases} V_p(0) = V_{DP} + S_P \frac{l}{2} \\ V_N(0) = V_{DN} + S_N \frac{l}{2} \end{cases} \qquad (11)$$

Les volumes des chambres tiennent compte des volumes morts (cf. équation ci-dessus). Ceci signifie que $V_P(y)$ et $V_N(y)$ ne peuvent donc pas s'annuler. On note que les fonctions $\psi\left(p_P, sign(u)\right)$ et $\psi\left(p_N, sign(-u)\right)$ sont strictement positives.

La variation du coefficient de viscosité b autour de la valeur nominale a été évaluée expérimentalement à 30%. $\varphi(p)$ représente le débit de fuite dans le servodistibuteur. Les erreurs sur ce débit engendrée par les approximations effectuées dans [2] sont de l'ordre de 20 % de la valeur nominale.
A partir du modèle (11), une loi de commande par modes glissants d'ordre trois a été synthétisée.

COMMANDE PAR MODES GLISSANTS D'ORDRES TROIS

Les systèmes électropneumatiques sont largement utilisés dans le milieu de l'industrie et répandus dans des domaines d'application assez vastes. Cependant, la commande des systèmes pneumatiques reste une tâche difficile car ces systèmes présentent en plus des perturbations

extérieures, des non linéarités statiques provenant des caractéristiques bidimensionnelles en débit des servodistributeurs, des non linéarités dynamiques dues au modèle de mise en pression d'une chambre de volume variable et des erreurs paramétriques. Soulignons que de nombreuses recherches ont été menées pour tester l'applicabilité de différentes méthodes de commande non linéaire aux systèmes électropneumatiques [4][16][17][18][19].

La commande par modes glissants d'ordre supérieur est réputée très robuste pour le contrôle des systèmes non linéaires tout en supprimant le phénomène de réticence ou chattering [1].

Considérons un système non linéaire dont la dynamique est décrite par le système différentiel:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a(t,x) + b(t,x)u_1 \\ s &= s(t,x) \end{aligned} \quad (12)$$

où x représente l'état du système et $u_1 \in \Re$ la commande. s étant la surface de glissement. Si les trajectoires du système (12) restent confinées, au bout d'un temps fini, dans l'ensemble défini par

$$S_r = \{s = \dot{s} = ... = s^{(r-1)} = 0\} \quad (13)$$

on dit que ce système évolue suivant un mode glissant idéal d'ordre r par rapport à la variable s.

Pour élaborer une loi de commande par modes glissants d'ordre un, le degré relatif de la surface doit être obligatoirement égal à un dans le but de faire apparaître la commande dans la dérivée de cette surface.Pour appliquer un algorithme de modes glissants d'ordre deux le degré relatif de la surface peut être égal à un ou à deux.

L'objectif étant de synthétiser une loi de commande en position pour le système électropneumatique. Si nous considérons la surface de glissement suivante :

$$s = (y - y^d) \quad (14)$$

qui représente l'erreur en position, i.e. l'erreur sur la sortie, alors nous ne pouvons pas utiliser ces deux méthodes (i.e. modes glissants d'ordre un et deux). Un algorithme de modes glissants d'ordre r, avec $r \geq 3$, apparaît être la méthode de commande la plus appropriée. Cependant cette solution n'est pas évidente du fait que les rares algorithmes proposés dans la littérature sont complexes et leur implantation sur un système électropneumatique est difficile. Nous sommes intéressés à appliquer un algorithme de modes glissants d'ordre trois présenté dans [10]. La loi de commande est donnée par :

$$u_1 = -\alpha\, sign\left(\ddot{s} + 2\left(|\dot{s}|^3 + |s|^2 \right)^{\frac{1}{6}} sign\left(\dot{s} + |s|^{\frac{2}{3}} sign(s) \right) \right) \quad (15)$$

Grâce à cette loi de commande, les trajectoires du système convergent, au bout d'un temps fini vers l'ensemble de glissement défini par :

$$S = \{x / s = \dot{s} = \ddot{s} = 0\} \quad (16)$$

Par dérivation successive de (14), nous obtenons :

$$\dot{s} = (v - v^d) \quad (17)$$

$$\ddot{s} = (a - a^d) \quad (18)$$

$$\dddot{s} = \Delta\chi(\underline{x}) + \chi_n(\underline{x}) + \beta(\underline{x}) \times u \quad (19)$$

avec :

$$\chi_n = -\frac{kv}{M}\left[\left(\frac{S_p^2 p_P}{V_P(y)} + \frac{S_N^2 p_N}{V_N(y)} \right) \right] - j^d \quad (20)$$

$$\Delta\chi(\underline{x}) = \frac{krT}{M}\left[\frac{S_p}{V_p(y)}\varphi(p_p) - \frac{S_N}{V_N(y)}\varphi(p_N) \right] - \frac{b}{M^2}(S_P p_P \quad (21)$$
$$- S_N p_N - bv - F_{ext})$$

$$\beta(\underline{x}) = \frac{S_P}{M}\frac{krT}{V_P(y)}\psi(p_P, sgn(u)) + \frac{S_N}{M}\frac{krT}{V_N(y)}\psi(p_N, sgn(-u)) \quad (22)$$

Définissons le retour :

$$u = \beta^{-1}(\underline{x})(-\chi_n(\underline{x}) + w) \quad (23)$$

où w est la nouvelle commande. Dans ce cas, nous obtenons :

$$\dddot{s} = \Delta\chi(\underline{x}) + w \quad (24)$$

Cette commande est donnée par

$$w = -\lambda\, sgn\left(\ddot{s} + 2\left(|\dot{s}|^3 + |s|^2 \right)^{\frac{1}{6}} sgn\left(\dot{s} + |s|^{\frac{2}{3}} sgn(s) \right) \right) \quad (25)$$

RESULTATS EXPERIMENTAUX

La dérivation numérique est très utilisée dans le domaine de la commande des systèmes à fluides sous pression pour obtenir l'accélération à partir de la vitesse. En effet les utilisateurs d'un axe de positionnement ne souhaitent pas utiliser un accéléromètre principalement pour les deux raisons suivantes :le prix d'un accéléromètre entraîne une augmentation du coût de l'axe asservi et l'accéléromètre (et surtout son câble) est encombrant car il bouge avec la partie mobile du vérin. Dans cette section, nous présentons des résultats expérimentaux obtenus avec la loi de commande par modes glissants développée dans la section précédente. En effet, cette loi de commande a été implantée sur une carte dSpace DS1104. La fréquence d'échantillonnage a été fixée à 1kHz. Le signal analogique de position délivré par le potentiomètre est dérivé et filtré analogiquement, pour obtenir dans un premier temps la vitesse. Puis, ce signal est dérivé numériquement pour obtenir l'accélération.

Le degré relatif de la position est égal à trois, ce qui signifie que la référence de position doit alors être au moins trois fois dérivable. La figure 6 présente la trajectoire de référence choisie. Elle est définie par un polynôme du 5ème degré. Lors de la sortie ou l'entrée de la tige, la durée du mouvement est de 0.8 seconde.

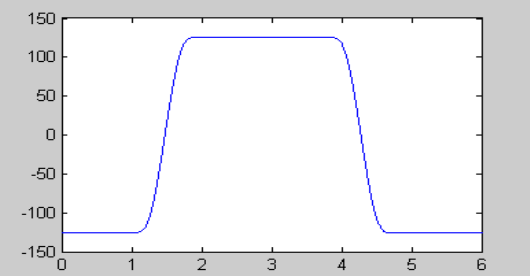


Figure 6 : La référence de position (mm)

La figure 7 présente l'évolution de l'erreur de position avec la commande par modes glissants d'ordre trois. Nous notons que cette erreur n'excède pas 1 mm en régime dynamique et elle est inférieure 0.12 mm en régime statique.

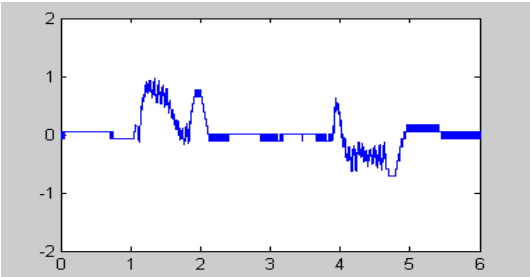


Figure 7 : Erreur en position (mm)

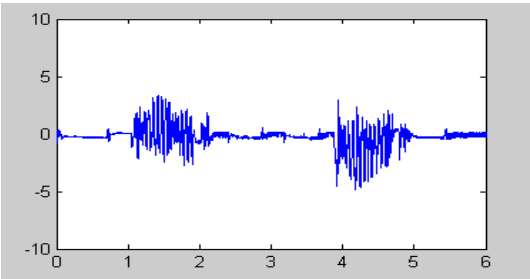


Figure 8 : La commande u (V)

Sur la figure 8 nous pouvons voir l'évolution de la commande. Le niveau de chattering est moins élevé que celui obtenu pour la commande par mode glissant d'ordre un [3]. Ces résultats ont été obtenus en utilisant le différentiateur robuste (pour obtenir l'accélération). dans ce cas le signal d'accélération est donné par la figure 9.

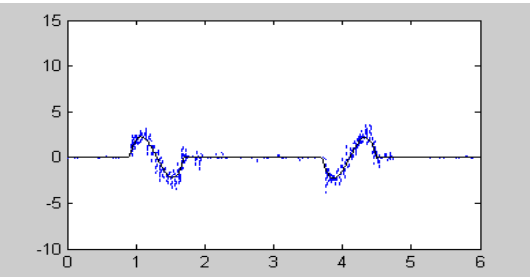


Figure 9 : Accéleration mesurée et désirée : différentiateur robuste (m/s^2)

Nous présentons également les allures de l'accélération mesurée (cf. figure 10), l'erreur en position (cf. figure 11) et la commande (cf. figure 12) obtenues lorsque l'algorithme de dérivation classique est utilisé (équation (10)).

Nous constatons dans un premier temps, qu'en régime statique, l'accélération donnée par le différentiateur robuste est nulle alors que la sortie du dérivateur classique est très bruitée. Etant donnée que la commande dépend du signal l'accélération, ce bruit provoque le chahutement de la commande.

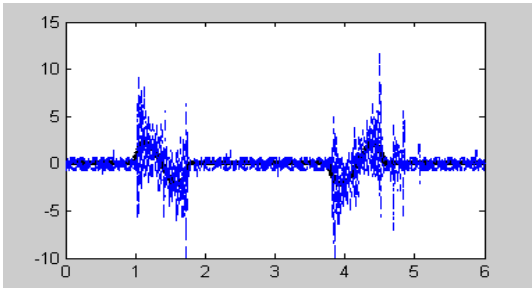


Figure 10 : Accéleration mesurée et désirée : différentiateur classique (m/s^2)

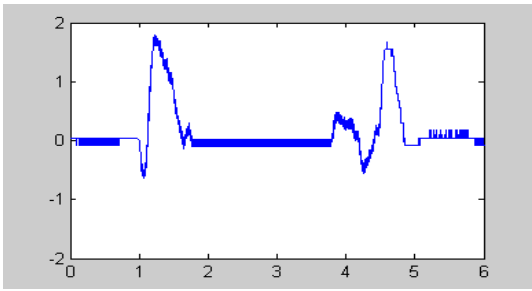


Figure 11 : Erreur en position (mm)

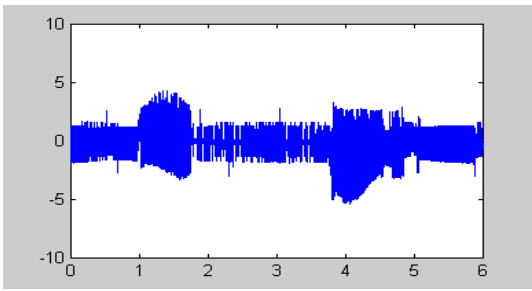


Figure 12 : La commande u (V)

En régime dynamique, nous pouvons remarquer que les variations de la commande sont plus importantes. En appliquant cette commande, l'erreur en suivi du trajectoire devient plus importante. En effet, l'erreur maximale en suivi est égale à 1.8 mm. Nous pouvons conclure que l'utilisation de l'algorithme de dérivation numérique robuste permet d'assurer une meilleure dérivation de la vitesse et donc d'améliorer les résultats en suivi de position.

CONCLUSION

La plupart des lois de commande qui traitent de la commande en position d'un système pneumatique ou hydraulique nécessite des informations sur l'accélération. Généralement, l'accélération est obtenue par dérivation numérique. Pour cela, nous nous sommes intéressés à étudier un nouveau différentiateur basé sur un algorithme de modes glissants d'ordre deux. Nous avons présenté ce différentiateur dans le contexte de commande d'un système électropneumatique par modes glissants d'ordre trois. Les résultats sont satisfaisants et meilleurs que ceux obtenus avec un différentiateur classique. Il serait intéressant d'étudier l'efficacité de ce différentiateur dans d'autres champs d'application, notamment la robotique ou la commande des moteurs.

BIBLIOGRAPHIE

1. Bartolini, G., Ferrara, A., Punta, E., Usai, E. *Chattering elimination in the hybrid control of constrained manipulators via first/second order sliding mode control*, Dynamics & Control, 1999, Vol. 9, pp. 99-124

2. Belgharbi, M., Thomasset, D., Scavarda, S., Sesmat, S. Analytical model of the flow stage of a pneumatic Servodistributor for simulation and nonlinear control, *In the Sixth Scandinavian International Conference on Fluid Power*, SICFP'99, Tampere, Finland, 1999, pp. 847-860

3. Bouri, M., Thomasset, D. *Sliding Control of an Electropneumatic Actuator Using an Integral switching Surface*, IEEE Transaction on control systems technology, 2001, Vol. 9, n°2, pp.368-375

4. Brun X., Thomasset, D., Bideaux, E. *Influence of the process design on the control strategy: application in electropneumatic Field*, Control Engineering Practice, 2002, Vol. 10, n°7, p.727-735

5. Emel'yanov, S.V. Korovin, S.V., Levantovsky, L.V. *Drift algorithm in control of uncertain processes*, Problems of Control and Information Theory, 1986, Vol. 15, n°6, pp. 1-11

6. Floquet, T. *Contribution à la commande par modes glissants d'ordre supérieur*, Thèse de Doctorat, Lille, Université des Sciences et Technologies de Lille, 2000, 185p.

7. Ibrir, S. *Linear time-derivative trackers*, Automatica, 2004, Vol. 40, pp. 397-405

8. Levant, A. *Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control*, International Journal of Control, 1993, Vol.58, no6, pp.1247-1263

9. Levant, A. *Robust exact differentiation via sliding mode technique*, Automatica, 1998, Vol.34, n°3, pp. 379-384

10. Levant, A. Full real-time control of output variables via higher order sliding modes, *European Control Conference,* Karlsruhe, 1999, 6p.

11. Pengov, M. *Observation d'une classe de systèmes non linéaires :logiciel de test d'observabilité, application aux systèmes électropneumatiques,* Rapport de stage de D.E.A., Lyon, Laboratoire d'Automatique Industrielle, INSA de Lyon, 1994, 67p.

12. Richard, E. *De la commande linéaire et non linéaire en position des systèmes électropneumatiques*, Thèse de Doctorat, Lyon, INSA de Lyon,, 1990, 291p.

13. Sesmat, S., Scavarda, S. Static characteristics of a three way servovalve, *In: 12th Aachen Conference on Fluid Power Technology,* Aachen, Germany, March 12-13,1996, pp. 643-652

14. Shearer, J.L. *Study of pneumatic processes in the continuous control of motion with compressed air*, Parts I and II. Trans. Am. Soc. Mech. Eng., 1956, Vol. 78, pp. 233-249

15. Slotine, J.J.E., Li, W. *Applied Nonlinear Control*, Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1991, 461p.

16. Smaoui, M. *Commandes Non Linéaires Robustes Mono et Multidimensionnelles de Dispositifs Électropneumatiques : Synthèses et Applications,* Thèse de Doctorat, Lyon, INSA de Lyon, 2004, 191p.

17. Smaoui, M., Brun, X., Thomasset, D. A robust multivariable control for an electropneumatic system using backstepping design, *NOLCOS 6th IFAC symposium*, Stuttgart, 2004, pp.1193-1198

18. Smaoui, M., Brun, X., Thomasset, D., Plestan, F. Commande par modes glissants d'ordre deux appliquée à un système électropneumatique, *Conférence internationale francophone d'automatique, CIFA04*, Douz, Tunisie, 22-24 Novembre 2004, [CD Rom], référence 83, 6p.

19. Smaoui, M., Brun, X., Thomasset, D. A combined first and second order sliding mode approach for position and pressure control of an electropneumatic system, *American Control Conference, ACC05,* Portland, Oregon, 8-10 Juin 2005, 6p.

20. Utkin, V.I. *Variable structure systems with sliding modes*, IEEE Trans. Automat. Control, 1977, Vol.26, no.2, pp. 212-222

21. Valiviita, S., Ovaska, S.J. *Delayless recursive differentiator with efficient noise attenuation for control instrumentation*, Signal Processing, 1998, Vol. 69, pp. 267-280