Planification d'agents et ordonnancement de production : règles d'élimination et heuristique

Olivier Guyon, Pierre Lemaire, Eric Pinson, David Rivreau

▶ **To cite this version:**

Olivier Guyon, Pierre Lemaire, Eric Pinson, David Rivreau. Planification d'agents et ordonnancement de production : règles d'élimination et heuristique. 9ème congrès de la société française de recherche opérationnelle et d'aide à la décision (ROADeF), Feb 2008, Clermont-Ferrand, France. hal-00363872

HAL Id: hal-00363872

https://hal.science/hal-00363872

Submitted on 30 Sep 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Planification d'agents et Ordonnancement de production
Règles d'élimination et heuristique

O. Guyon[1,2], P. Lemaire[2], É. Pinson[1] et D. Rivreau[1]

[1] Institut de Mathématiques Appliquées, 44 rue Rabelais - B.P. 10808 - 49008 Angers Cedex 1
{olivier.guyon, eric.pinson, david.rivreau}@uco.fr
[2] École des Mines de Nantes, La Chantrerie - 4, rue Alfred Kastler - B.P. 20722 - 44307 Nantes Cedex 3
pierre.lemaire@emn.fr

Mots-Clefs. Planification d'agents, ordonnancement, génération de coupes, Feasibility Pump

1 Introduction

Nous nous intéressons à l'optimisation des systèmes de production avec d'un côté l'ordonnancement de production, dont le but est d'affecter dans le temps des ressources à des tâches à réaliser, et d'un autre côté la gestion du personnel visant généralement à minimiser les coûts de main d'œuvre. Bien qu'il soit admis que, pour obtenir l'optimum global, il faille prendre en compte simultanément ces deux problématiques, en pratique le problème global est souvent résolu dans un processus de décision à deux niveaux. Dans cette étude, nous intégrons ces deux phases de décision et proposons différentes méthodes pour résoudre le problème résultant.

2 Formalisation du problème

L'objet de cette étude est l'ordonnancement d'un ensemble J de n jobs au moyen d'un ensemble O de m opérateurs sur un horizon temporel H. Chaque job (préemptif) est caractérisé par une durée p_j, un domaine d'exécution $D_j = [r_j, d_j]$, et requiert pour son exécution un opérateur $o \in O$ maîtrisant une compétence $c_j \in C$. Chaque opérateur possède un ensemble de compétences $C_o \subseteq C$ qu'il maîtrise ainsi qu'un ensemble de roulements $\Omega_o \subseteq \Omega$ qui peuvent lui être affectés. Un roulement $\omega \in \Omega$ définit un canevas d'horaires de présence ou d'absence sur H. Un coût de main d'œuvre η^o_ω est attribué à chaque couple roulement ω - opérateur o. L'objectif du problème est de déterminer un ordonnancement des n jobs en affectant à chaque opérateur un roulement de telle sorte que chaque besoin en main d'œuvre (effectif et compétence) soit rempli au moindre coût.

Une première formalisation, indexée sur le temps, de la problématique peut dès lors être proposée. Cependant, de fortes réductions du nombre de variables de décision peuvent être effectuées. Une première approche repose sur la représentation de H en intervalles de temps I_k. L'idée sous-jacente est de ne plus s'intéresser qu'à des instants de temps *significatifs*, à savoir, la date de disponibilité r_j et la date échue d_j de chaque job $j \in J$ ainsi que les bornes des intervalles de présence de chaque roulement $\omega \in \Omega$. Ces instants, correctement appariés, forment alors un ensemble d'intervalles de temps disjoints recouvrant H. Une seconde réduction vise à agréger les opérateurs en profils de compétence $\theta \in \Theta$ où $\Theta \subseteq \mathcal{P}(C)$ dans les contraintes attribuant les compétences utilisées aux opérateurs. Un unique profil de compétence θ_o est ainsi attribué à chaque opérateur $o \in O$. Deux opérateurs distincts se voient attribuer le même profil de compétences θ si et seulement s'ils maîtrisent tous les deux uniquement et exactement toutes les compétences $c \in \theta$. À partir de ces notations, une formalisation de la problématique en termes de PLNE peut alors être proposée :

$$[P]: \quad \min \quad \sum_{o \in O} \sum_{\omega \in \Omega_o} \eta^o_\omega \cdot y^o_\omega \tag{1}$$

$$\forall o \in O \quad \sum_{\omega \in \Omega_o} y^o_\omega = 1 \tag{2}$$

$$\forall j \in J \quad \sum_{\substack{k \in K/\\ I_k \subseteq D_j}} x_{jk} = p_j \tag{3}$$

$$\forall k \in K, \forall c \in C \quad \sum_{\substack{j \in J/\\ c_j = c}} x_{jk} = \sum_{\substack{\theta \in \Theta/\\ c \in \theta}} z_{\theta ck} \tag{4}$$

$$\forall k \in K, \forall \theta \in \Theta \quad \sum_{c \in \theta} z_{\theta ck} \leq \sum_{\substack{o \in O/\\ \theta_o = \theta}} \sum_{\substack{\omega \in \Omega_o/\\ I_k \subseteq \omega}} l_k \cdot y^o_\omega \tag{5}$$

$$\forall o \in O, \forall \omega \in \Omega_o \quad y^o_\omega \in \{0,1\} \tag{6}$$

$$\forall j \in J, \forall k \in K \quad x_{jk} \in [0, \min(p_j, l_k)] \tag{7}$$

$$\forall \theta \in \Theta, \forall c \in \theta, \forall k \in K \quad z_{\theta ck} \in [0, l_k \cdot |\{o \in O/_{\theta_o = \theta}\}|] \tag{8}$$

où $y^o_\omega = 1$ si le roulement ω est affecté à l'opérateur o, 0 sinon ; x_{jk} est le nombre d'unités du job j exécutées sur l'intervalle I_k ; $z_{\theta ck}$ désigne le nombre d'unités de compétence c utilisées par le profil de compétences θ sur I_k et l_k représente la longueur de l'intervalle I_k.

Notons qu'il est toujours possible d'extraire, via un problème de flot de coût maximum, une solution optimale globale (indexée sur le temps) à partir de la solution de $[P]$.

3 Techniques de résolution

Les techniques de résolution expérimentées exploitent la décomposition de $[P]$ en deux sous-problèmes. Un problème maître $[MP]$ détermine tout d'abord une affectation $\bar{y}$ de roulements aux opérateurs vérifiant les seules contraintes concernant les variables y^o_ω. Utilisant ces informations comme données, le second sous-problème $[SP(\bar{y})]$ vérifie ensuite la réalisabilité complète de la solution précédemment générée. Une telle décomposition a déjà appliquée avec succès par Detienne et al [1] pour un problème de planification d'agents avec une charge de travail prédéterminée. $[MP]$ et $[SP(\bar{y})]$ s'écrivent alors :

$$[MP]: \quad \min \sum_{o \in O} \sum_{\omega \in \Omega_o} \eta^o_\omega \cdot y^o_\omega \qquad (2),\ (6) \qquad \text{Cut}$$

$$[SP(\bar{y})]: \quad \max f_{\bar{y}} = \sum_{j \in J} \sum_{\substack{k \in K / \\ I_k \subseteq D_j}} x_{jk}$$

$$\forall k \in K, \forall \theta \in \Theta \ \sum_{c \in \theta} z_{\theta ck} \leq \sum_{\substack{o \in O / \\ \theta_o = \theta}} \sum_{\substack{\omega \in \Omega_o / \\ I_k \subseteq \omega}} l_k \cdot \bar{y}^o_\omega$$

$$(3),\ (4),\ (7),\ (8)$$

$[SP(\bar{y})]$ est un problème de flot maximal. Si $f_{\bar{y}} = \sum_{j \in J} p_j$, alors nous disposons d'une solution réalisable de $[P]$. Sinon, il convient d'ajouter à *Cut* une coupe invalidant $\bar{y}$ des solutions de $[MP]$.

La principale difficulté de cette démarche réside dans la résolution de $[MP]$. $[MP]$ est l'approximation d'un *Sac à Dos Multi-Choix Multi-dimensionnel* (NP-difficile). Une première approche est la résolution optimale de $[MP]$, via un solveur de PLNE, à chaque itération. La première affectation $\bar{y}$ de roulements aux opérateurs permettant d'obtenir $f_{\bar{y}} = \sum_{j \in J} p_j$ sera alors optimale pour $[P]$. Cette première approche permet de trouver l'optimum de $[P]$ en peu d'itérations. Cependant, étant donné, que $[MP]$ (NP-difficile) doit être résolu optimalement à chaque itération, la recherche s'avère coûteuse en temps. Afin d'accélérer cette dernière, nous proposons ici de ne plus rechercher que des solutions réalisables à $[MP]$. Ainsi, dès qu'une affectation de roulements permet l'affectation de toutes les unités de jobs, nous disposons d'une borne supérieure au problème. Il convient alors d'ajouter à $[MP]$ une coupe de borne invalidant les affectations de coût plus élevé. Le processus itère jusqu'à ce qu'il n'existe plus de solution réalisable. La difficulté réside dans le fait de trouver rapidement une solution réalisable à $[MP]$. Une approche a été expérimentée dans cette étude, celle-ci exploite une heuristique basée sur le principe de *Feasibility Pump* introduit par Fischetti et al [2].

Notons ici que, dans nos expérimentations, l'ensemble de coupes *Cut* a été avantageusement initialisé par des coupes suivant le concept de *raisonnement énergétique* [3].

4 Expérimentations numériques

Notre approche a été expérimentée sur un ensemble de jeux de données dont la taille atteint plusieurs dizaines de jobs et d'opérateurs. Ses performances ont été comparées avec celles d'un solveur MIP et d'une décomposition de Benders. Ces premiers résultats expérimentaux s'avèrent concluants quant à la compétitivité de l'approche proposée dans cette étude.

Références

1. Detienne, B., Péridy, L., Pinson, E., Rivreau, D. : Cut generation for an employee timetabling problem. European Journal of Operational Research **To appear** (2007)
2. Fischetti, M., Glover, F., Lodi, A. : The feasibility pump. Mathematical Programming **104** (2005) 91–104
3. Lopez, P., Erschler, J., Esquirol, P. : Ordonnancement de tâches sous contraintes : une approche énergétique. Automatique, Productique, Informatique Industrielle **26** (1992) 453–481