

# Animation événementielle de structures topologiques : application à la construction de chenaux

Pierre-François Léon, Xavier Skapin, Philippe Meseure

► **To cite this version:**

Pierre-François Léon, Xavier Skapin, Philippe Meseure. Animation événementielle de structures topologiques : application à la construction de chenaux. Journées de l'Association Française d'Informatique Graphique, Nov 2007, Marne-la-Vallée, France. pp.1-7, 2007. <hal-00348058>

**HAL Id: hal-00348058**

**<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00348058>**

Submitted on 3 Jan 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Animation événementielle de structures topologiques : application à la construction de chenaux

Pierre-François Léon<sup>1</sup>, Xavier Skapin<sup>1</sup> et Philippe Meseure<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Université de Poitiers - Laboratoire SIC

---

## Abstract

*Ce papier présente un modèle permettant de décrire l'évolution temporelle de structures topologiques en 2D. Pour cela, nous proposons un modèle d'animation générant cette évolution à partir d'un scénario. Le modèle est constitué de trois parties : le modèle structurel autorisant la représentation temporelle de la topologie et de la géométrie, un modèle événementiel qui vise à détecter les modifications topologiques et à prendre en charge de la cohérence entre la topologie et la géométrie et un modèle sémantique représentant l'évolution en termes de modifications élémentaires et chargé de garder l'historique des diverses entités du modèle. Pour illustrer l'efficacité de ce modèle, nous proposons une application en géologie à travers la modélisation des phénomènes de sédimentation et d'érosion nécessaire à la création de chenaux.*

*This paper present a model for describing the temporal evolution of topological structure in 2D. For this purpose, we propose an animation model managing this evolution from a scenario. The model is composed in three parts : the structural model allowing the temporal representation of the topology and the geometry, an event model which aims to detect topological modifications and to take charge of the coherence between the topology and the geometry, and a semantic model representing the evolution in mean of elementary modifications and in charge of the history of the various entities of the model. To clarify the efficacy of this model, we propose an application in geology through the modelisation of sedimentation and erosion phenomenon needed for the channel creation.*

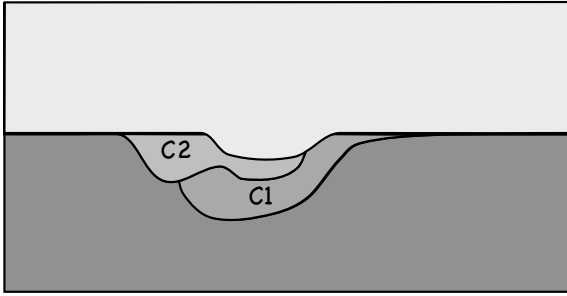
---

## 1. Introduction

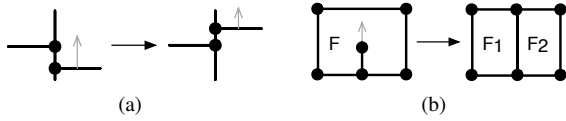
De nombreuses sciences expérimentales (biologie, géologie, etc.) sont confrontées à des structures naturelles très élaborées dont les lois de formation sont complexes et de ce fait mal maîtrisées. Un modèle permettant de représenter l'évolution de ces structures, de contrôler cette évolution, de remettre en cause les phénomènes, de fournir l'historique des diverses entités se révélerait un outil appréciable pour comprendre les causes, la formation et les évolutions possibles d'une structure. Dans cet article, nous proposons une première étape vers cet outil. Il s'agit d'une méthode générale d'animation de structures topologiques 2D à partir de scénarii. Plus précisément, nous proposons un modèle qui représente l'évolution d'une subdivision de l'espace par application d'un ensemble de modifications topologiques à des instants donnés de l'animation. A tout moment de l'animation, la structure et la géométrie du système doivent être définies (afin de générer les images successives de l'animation). De plus, l'évolution individuelle de chaque entité du modèle

doit être représentée de façon compréhensible pour l'utilisateur. En outre, ce modèle se doit en particulier d'assurer la cohérence entre le modèle géométrique et le modèle topologique, i.e. il ne suffit pas que le résultat soit visuellement correct, mais il doit assurer une représentation précise la structure sous-jacente. Par exemple, si deux arêtes se croisent, l'intersection doit faire partie du modèle.

Pour étudier ce problème dans un cas pratique, nous avons choisi une application en géologie : la création de chenaux (Figure 1). La création de chenaux est un cas d'étude riche tout en étant simple car elle a recours à seulement deux phénomènes classiques en géologie : la sédimentation et l'érosion. Ces deux phénomènes entraînent l'apparition de nombreuses modifications topologiques. Par exemple, sur la figure, le début d'une érosion est représentée. Si elle se poursuit, il est probable que les couches C2 et C1 finiront par être séparées, i.e. ne seront plus adjacentes. En outre, une forte érosion peut conduire C1 à être coupé en deux blocs C1<sub>1</sub> et C1<sub>2</sub> non adjacents. Sur le plan topologique, cette évolu-



**Figure 1:** Exemple de chenal obtenue par érosions et sédimentations successives.



**Figure 2:** Exemples de changements topologiques. (a) glissement d'un sommet sur une autre avec changement des relations d'adjacences entre les quatre faces, (b) fission d'une face  $F$  en  $F_1$  et  $F_2$  causée par le sommet en mouvement.

tion peut se décrire par des événements : glissement d'interface (Figure 2a), séparation d'interface (Figure 2a), fission de face (Figure 2b), etc.

Ce papier est organisé comme suit : la section 2, après avoir présenté les limites des systèmes actuels d'animation géométrique, expose la démarche générale de conception de notre modèle. La section 3 décrit les diverses composantes de notre modèle d'animation. La section 4 illustre comment appliquer notre modèle à la création de chenaux en 2D. Enfin, la section 5 dresse le bilan de nos travaux et leurs perspectives.

## 2. Modèles d'animations —> titre à changer !

### 2.1. Travaux antérieurs

Plusieurs systèmes permettent de représenter des modèles structurés et dynamiques. Les L-systèmes [Lin68] [PL90], les map-L-systèmes [LR79], les systèmes vertex-vertex [Smi06] et MGS [GM01] en sont des exemples. Un L-système est une grammaire formelle utilisée afin de modéliser des processus de développement et de prolifération de plantes et de bactéries. Cette grammaire formelle comprend un alphabet  $V$ , un ensemble de constantes  $S$ , un axiome de départ  $\omega$  et un ensemble de règles  $P$  d'évolutions du système. Les variantes de ce modèle portent principalement sur l'application des règles (utilisation du contexte, de conditions, probabilités). Les map-L-systèmes appliquent le principe des L-systèmes sur des graphes. Les systèmes vertex-vertex sont décrits par un graphe non orienté où les som-

ets représentent les sommets de la structure, et les liens représentent une permutation des arêtes autour des sommets. Le système évolue par un ensemble de modifications appliquées au cours du temps. Comme pour les L-systèmes, les transformations consistent essentiellement en des subdivisions hiérarchiques d'un maillage. L'ensemble de ses approches repose sur la théorie de langages, et permettent de faire évoluer des systèmes pouvant se réduire à des structures linéaires. MGS est un langage de programmation pour la transformation de structure et est essentiellement basé sur un système à base de règles de transformations. Toutes ces structures n'apportent pas réellement de notions de cohérence géométrique et topologique.

### 2.2. Démarche

Le modèle proposé ne repose pas sur une structure linéaire. Au contraire, il consiste en une animation d'une subdivision de l'espace. Il se base sur un modèle topologique, les cartes généralisées, que l'on exploite dans une structure temporelle. Plus précisément, le modèle représente l'animation comme une succession de cartes généralisées, où chaque carte représente un ensemble de modifications topologiques simultanées et supposées instantanées. Pour définir les instants où une carte est nécessaire et plus généralement, garantir que le modèle topologique reste cohérent lors des mouvements de ses entités, une gestion événementielle des modifications topologiques est adjointe au modèle. Un scénario fourni par l'utilisateur spécifie les mouvements globaux de la structure. Ce scénario est traduit en série d'événements et son interprétation aboutit à la génération de l'animation. Un modèle sémantique complète notre modèle d'animation en lui fournissant un mécanisme de désignation des entités, sur lequel le scénario peut s'appuyer et qui lui permet de rester relativement haut-niveau. La désignation est hiérarchique afin de renseigner le modèle sur l'origine des entités. En outre, une description séquentielle des transformations que subit la carte initiale est également générée lors de l'élaboration de l'animation, et s'appuie en grande partie sur le mécanisme de désignation. Cette description séquentielle indique, sous une forme compréhensible, l'ensemble des modifications locales subies par la structure et autorise ainsi une analyse ultérieure des phénomènes reproduits.

### 3. Notre modèle d'animation

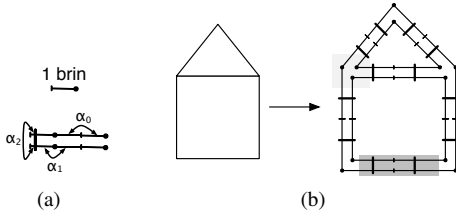
Nous avons mis en évidence que notre modèle d'animation topologique est composé de trois parties principales : le modèle structurel, le modèle événementiel et le modèle de sémantique. Le modèle structurel porte l'information topologique et géométrie, en incluant une dimension temporelle. Le modèle événementiel vise à détecter et contrôler les modifications topologiques et vient modifier le modèle structurel. Le modèle sémantique associe un nom à chaque arête pour désigner les différentes cellules de la subdivision de manière hiérarchique.

### 3.1. Modèle structurel

Le modèle structurel s'appuie obligatoirement sur un modèle topologique. Il existe de nombreux modèles permettant de représenter de telles structures [Edm60] [Lie94] [LFB07] [May67] [Wei88]. Nous avons choisi les cartes généralisées (g-cartes), car les g-cartes sont définies de manière homogène en toutes dimensions ce qui simplifie la définition du modèle et des opérations. Nous rappelons les grands principes de ces structures ci-dessous. Nous exploitons alors ces structures dans une structure séquentielle que nous décrivons ensuite.

#### 3.1.1. Structure topologique : n-G-Cartes

Les g-cartes [Lie94] représentent des objets par leurs bords (B-Rep). Elles modélisent les quasi-variétés cellulaires orientés ou non, avec ou sans bord. Les objets géométriques sont subdivisés en cellules (sommets, arêtes, faces, etc.) reliées entre elles par des relations d'adjacences/incidences (Figure 3).



**Figure 3:** (a) Conversion utilisée pour la représentation d'un brin et des liaisons. (b) Exemple de deux faces collées entre elles et leurs représentation par une 2-g-carte fermée. En gris clair : un exemple d'orbite sommet, en gris foncé : un exemple d'orbite arête.

**Définition 1** Une g-carte de dimension  $n$ , ou  $n$ -g-carte est un  $(n+2)$ -uplet  $G = (B, \alpha_0, \dots, \alpha_n)$  tel que :

- $B$  est un ensemble fini de brins ;
- $\alpha_0 \dots \alpha_n$  sont des involutions sur  $B$  ;
- $\alpha_i \alpha_j^\dagger$  est une involution pour  $0 \leq i < i+2 \leq j \leq n$ .

**Définition 2** L'orbite  $\langle \Phi \rangle (b)$ , pour un ensemble de permutations  $\Phi$ , est l'ensemble des brins de  $B$  que l'on peut atteindre à partir de  $b$  par une composition quelconque des permutations de  $\Phi$ . Si  $\Phi$  est égal à l'ensemble de toutes les involutions  $\alpha_0, \dots, \alpha_n$  alors  $\langle \Phi \rangle b$  est une composante connexe de  $G$  incidente au brin  $b$ .

**Définition 3** Une  $n$ -G-Carte  $G = (B, \alpha_0, \dots, \alpha_n)$  est fermée ssi  $\forall i \in \{0, \dots, n\}, b\alpha_i \neq b$ .

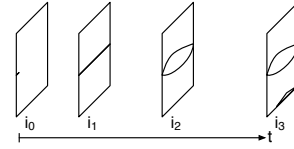
$\dagger \alpha_i \alpha_j$  est la notation qui correspond à la composition  $\alpha_j \circ \alpha_i$ .  $b\alpha_i \alpha_j$  correspond à l'application de cette composition à un élément  $b$  de  $B$ .

Dans une  $n$ -g-carte, chaque  $i$ -cellules (cellule de dimension  $i$ ) est obtenue par une orbite  $\langle \alpha_0 \dots \alpha_{i-1} \alpha_{i+1} \dots \alpha_n \rangle$ .

Les orbites permettent principalement de parcourir la  $n$ -g-carte et d'associer des informations aux différentes  $i$ -cellules tels que les sommets et les arêtes.

#### 3.1.2. Modèle temporel : keyframe

Le but de ce modèle est de représenter l'animation d'objets structurés comme une succession de modifications topologiques (Figure 4). Nous prenons comme hypothèse qu'une modification topologique est instantanée. Cette démarche est une adaptation de l'approche par images clés où chaque image représente toutes les modifications topologiques qui se produisent à un même instant. Entre deux images clés successives, il n'y a pas de changement topologique.



**Figure 4:** Modèle temporel = succession de 2-g-cartes ordonnées selon le temps  $t$ .

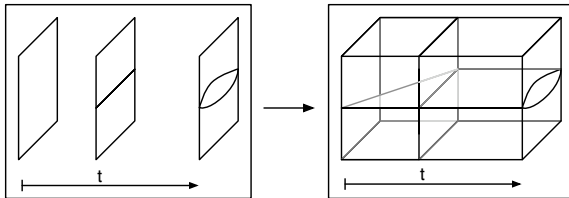
Une telle structure ne décrit que les changements topologiques apparus au cours du temps. Il faut donc définir une méthode de plongement du modèle. Le plongement le plus simple est le plongement de 0-cellules (sommets), c'est à dire qu'à une orbite sommet est associée une fonction  $f : t \rightarrow \mathbb{R}^2$ . Les objets sont ici plongés dans  $\mathbb{R}^2$  mais ils pourraient aussi bien être plongés dans  $\mathbb{R}^3$  pour modéliser l'évolution de surfaces dans l'espace. En effet, la restriction de la dimension à 2 ne concerne que la topologie.

Plus précisément, une image clé est une 2-g-carte fermée connexe et représente l'ensemble des modifications topologiques à un instant  $i_n$ . Pour toutes les modifications topologiques se produisant à un instant  $i_{k+1}$ , la dernière image clé  $i_k$  est dupliquée et sa date est changée pour correspondre à  $i_{k+1}$ . Ensuite, cette image clé est altérée par les modifications topologiques considérées. Cette méthode de construction implique d'avoir un ensemble de modifications topologiques triées selon la date.

Notons que dans une 2-g-carte fermée connexe, une arête ne peut pas être incluse dans une face  $f$  sans lien avec le bord de  $f$ . Pour représenter de tels arêtes et respecter le critère de connexité, nous les relierons au bord de la face par une arête dite fictive.

De part la structure et le plongement temporel, cette approche est équivalente à un modèle spatio-temporel (ici 2D+t). L'approche spatio-temporel consiste à ajouter une dimension représentant le temps aux objets. Les images de l'animation s'obtiennent par intersections successives d'un

hyperplan perpendiculaire à l'axe du temps avec la scène. Pour comparer ce modèle avec notre adaptation de keyframe, il faut imaginer que tant que la topologie des différentes intersections successives d'un hyperplan avec la scène ne change pas, nous sommes entre deux de nos images clés où seul les plongements géométrique change en fonction de  $t$ . Le passage vers un modèle spatio-temporel s'effectue d'abord par extrusions des 2-g-cartes le long de l'axe temporel, puis par l'union de ces extrusions (Figure 5).



**Figure 5:** Passage du modèle temporel à un modèle spatio-temporel par l'union des extrusions des 2-g-cartes suivant le plongement des sommets.

### 3.2. Modèle événementiel

Le modèle structurel suffit à lui seul à décrire une animation par une suite d'opérations topologiques et d'affectations de plongements sommets. Le problème est de déterminer à quel instant à quel lieu chaque modification topologique, les opérations topologiques à appliquer et les nouveaux plongements. Pour répondre à ces questions, un système à événements est utilisé. Une évolution de la structure correspond à une série d'événements topologiques. Chaque événement correspond à un ensemble de modifications topologiques.

Un événement est défini par une date et par un ensemble d'acteurs. Ces événements sont soit générés par le scénario, soit par le système de prédiction de collisions qui prévoit si les sommets en mouvement peuvent s'intersecter un autre sommet ou une arête (cas géométrique 2D). Les collisions sont détectées par des méthodes adaptées à la 2D de [Pro97].

Les événements sont ajoutés dans une file à priorités triées par le temps. Chaque événement est pris dans la file, puis traité et enlevé de la file. Le traitement d'un événement débute par la validation de l'événement, c'est à dire : l'événement est-il toujours valide ? Si non, l'événement est ignoré et le système passe au suivant. Si oui, l'événement est traité suivant le contexte de la scène et entraîne une série de transformations topologiques, géométriques et de désignations. Ces transformations sont appliquées : soit à la 2-g-carte courante si la date qui lui est associée est égale à la date de l'événement ; soit à une nouvelle 2-g-carte créée par duplication de la précédente et dont la date est celle de l'événement.

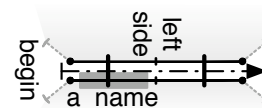
### 3.3. Modèle sémantique

La désignation est indispensable car elle associe des noms aux cellules de la scène et ces noms sont utilisés comme paramètres des descriptions et des opérations topologiques et géométriques. Ce mécanisme forme ainsi un pont entre l'aspect "haut-niveau" (descriptif) de notre modèle, dans lequel l'utilisateur contrôle l'animation, et l'aspect "bas-niveau" (structurel) sur lequel s'applique les décisions de l'utilisateur.

En 2d, seules les 1-cellules (arêtes) sont désignées car, à partir des arêtes, il est facile de désigner soit un sommet, soit une face. En effet, le modèle des g-cartes est une représentation par les bords ce qui se traduit en 2D par la propriété suivante : une arête est incidente au plus à deux faces et à deux sommets. Donc à chaque arête est associée à un identifiant qui permet de la désigner (Figure 6). Notons au puisque la désignation s'opère à partir d'une arête, il existe plusieurs moyens de désigner les sommets et les faces (le nombre de façons de les désigner est respectivement égale au degré du sommet et au nombre d'arête composant la face). D'autre part, la désignation est hiérarchique. Par exemple, l'opération d'insertion de  $n$  sommets sur une arête résulte en  $n + 1$  arêtes qui dont les désignations sont préfixées par la désignation de l'arête d'origine.

Concrètement, le nom d'une arête est associé à un des quatre brins la constituant (Figure 6). La désignation des 0-cellules et des 2-cellules s'effectue à partir de ce brin. Ainsi, un sommet est désigné par le nom d'une arête et sa position sur l'arête (*begin*, *notbegin*). Une arête est désigné par son nom. Une face est désignée par le nom d'une arête et sa position par rapport à l'orientation de l'arête : *left* ou *notleft*.

Le modèle sémantique génère la liste des opérations topologiques appliquées aux entités désignés qui ont altérées le modèle sous la forme d'un script. Ce script retrace l'historique de construction du modèle et permet d'analyser le résultat de l'animation.



**Figure 6:** Mécanisme de désignation des 0,1,2-cellules à partir du brin portant la désignation de la 1-cellule.

## 4. Application à la géologie : création de chenaux

Nous venons de décrire notre modèle d'animation. Nous allons maintenant mettre ce modèle en application au travers de l'étude de deux phénomènes géologiques classiques, la sédimentation et l'érosion qui interviennent dans la construction de chenaux. Pour cela, nous allons définir un modèle de sédimentation et un modèle d'érosion ainsi

que les paramètres pour les manipuler. Enfin, nous décrivons comment les intégrer dans le modèle d'animation.

#### 4.1. Modèle de sédimentation

La sédimentation est l'ensemble des processus par lesquels des particules en suspension se déposent. Selon les principes de stratigraphie énoncés par Stenon (1669), les sédiments se déposent en couche à peu près horizontales.

Nous considérons un modèle de sédimentation suivant une déposition strictement horizontale. Cette sédimentation débute par le remplissage des zones les plus basses. Ensuite, le niveau monte et si deux couches issues d'une même sédimentation se rencontrent, elles fusionnent (Figure 7).

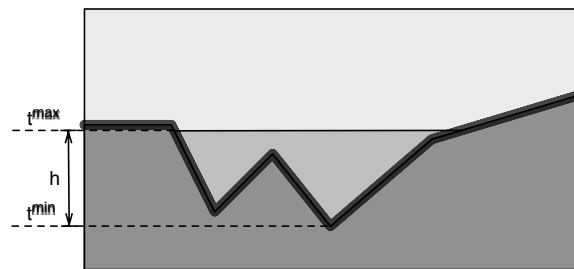


Figure 7: Paramètres du modèle de sédimentation.

La sédimentation est définie par cinq paramètres : un préfixe pour désigner les différents morceaux créés par la sédimentation, une zone de sédimentation délimitée par deux arêtes, une date de début  $t_{begin}$ , une date de fin  $t_{end}$  et une hauteur  $h$ . Ce modèle simplifié considère que la vitesse de sédimentation est constante (ie. :  $v = \frac{h}{t_{end} - t_{begin}}$ ).

Le traitement de ce phénomène s'effectue en 2 étapes :

1. recherche des minima locaux sur la zone de sédimentation ;
2. ajout des événements de créations d'interfaces aux temps calculé par rapport au minorant des minima.

L'événement de création d'interface insère une arête dans la face à sédimerter au niveau du minimum courant. Les extrémités de l'arête sont plongées par une fonction d'interpolation des coordonnées du minimum courant et du prochain point par rapport à la vitesse de sédimentation. Deux nouveaux événements de collisions sont générés si les extrémités des arêtes touchent dans le futur les prochains sommets.

L'événement généré peut-être traité de deux façons suivant le contexte local. Soit l'arête suivante est issue de la sédimentation, soit elle est issue d'une autre action. Dans le premier cas, les deux arêtes sont désidentifiées du bord courant et sont fusionnées. Dans le second cas, le sommet glisse sur le sommet qu'il touche et la collision avec le prochain sommet est ajoutée à la file des événements. Ce processus se répète jusqu'à la fin du phénomène de sédimentation.

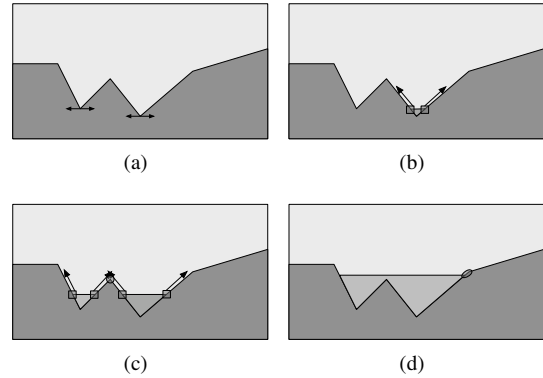


Figure 8: Étapes d'une sédimentation. (a) recherche des minima locaux, (b) création de la première face et glissement de ses extrémités, (c) création d'une nouvelle face et glissement de ses extrémités, (d) fusion des deux blocs avec glissement des extrémités.

#### 4.2. Modèle d'érosion

L'érosion est l'ensemble des processus de dégradation et de transformation du relief.

Pour simplifier le paramétrage de ce phénomène, le profil de l'érosion est en forme de cuve. La forme n'a ici pas d'incidence sur le traitement. L'érosion débute par la déformation de la surface délimité par deux arêtes. Si la surface d'érosion touche une autre surface  $s$ , puis la surface  $s$  est déformée en suivant le profil de la surface d'érosion (Figure 9).

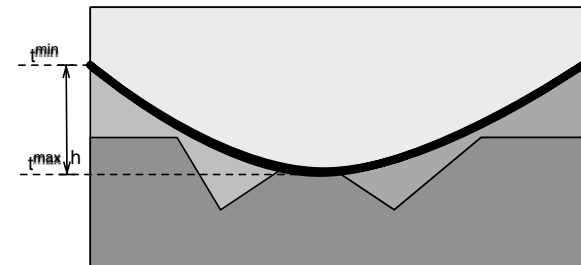
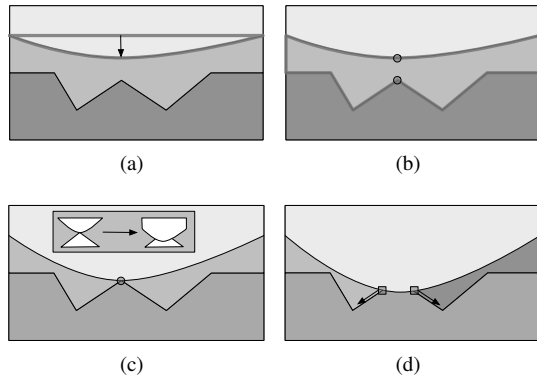


Figure 9: Paramètres du modèle d'érosion.

L'érosion est définie par quatre paramètres : zone d'érosion délimitée par deux arêtes, une date de début  $t_{begin}$ , une date de fin  $t_{end}$  et une hauteur  $h$ .

Le traitement de ce phénomène s'effectue en 3 étapes :

1. rééchantillonnage de la surface d'érosion ;
2. calcul et mise à jour des plongements des sommets définissant la surface d'érosion ;
3. recherche de la première collision entre la surface d'érosion et le reste du modèle, puis création de l'événement correspondant.



**Figure 10:** Étapes d'une érosion. (a) rééchantillonnage de la surface d'érosion et changement du plongement des sommets, (b) recherche de la date la plus proche de collision, (c) à l'instant de la collision, traitement de l'événement suivant le contexte, ici la surface d'érosion est prioritaire sur le reste, (d) la surface d'érosion a raboté le pic, une nouvelle face est créée, les points de contacts glissent.

L'événement de collision est traité suivant le contexte : le sommet ou l'arête de la surface d'érosion mis en cause dans la collision est prioritaire sur le sommet ou l'arête touché. Les points de contacts de la surface érodée glissent le long de la surface d'érosion. Il a de nouveau une recherche de la plus proche intersection dans les deux nouvelles faces. Les points qui glissent génèrent aussi des événements de collisions entre le point de contact et les sommets de la surface d'érosion.

## 5. Conclusion

Nous proposons un modèle d'animation 2d de structures topologiques. Ce modèle est composé d'une suite de 2-g-cartes correspondantes à un ensemble de modifications topologiques instantanées. Chaque 2-g-carte possède un système de désignation et de plongement temporel. La description de l'animation est réalisée par des actions entraînant une suite d'événements topologiques. La prévision de collisions détermine les événements de changements topologiques. Chaque événement est traité suivant son contexte local et suivant l'application. Pour illustrer ce modèle, nous avons utilisé le cas de la création de chenaux au travers de la description de deux phénomènes, la sédimentation et l'érosion. Ces phénomènes ont été décrits en événements locaux de créations, collisions.

Nous travaillons actuellement sur l'amélioration de nos modélisations de sédimentation et d'érosion pour que la construction de chenaux puisse être entièrement contrôlée par le géologue. En suivant la méthodologie décrite, nous allons étudier d'autres phénomènes géologiques, comme la création de failles et les glissements, afin de tester et de

consolider les interactions entre les différentes parties de notre modèle. Nous souhaitons ensuite formaliser le traitement des événements en s'orientant sûrement sur un système de reconnaissance de motifs et de règles de réécritures de graphes [PCLG\*07]. À plus long terme, nous envisageons l'extension de notre modèle en 3D ainsi que le rejeu des animations par scripts par modification des paramètres à l'aide de la nomination [BAMSB05].

## References

- [BAMSB05] BABA-ALI M., MARCHEIX D., SKAPIN X., BERTRAND Y. : Intégration des opérations de nomination dans un modèle géométrique 3d. In *Journées de l'Association Française d'Informatique Graphique* (November 2005).
- [Edm60] EDMONDS J. : A combinatorial representation for polyhedral surfaces. In *Notices*, vol. 7. Amer. Math. Soc., 1960.
- [GM01] GIAVITTO J.-L., MICHEL O. : Mgs : a rule-based programming language for complex objects and collections. *Electr. Notes Theor. Comput. Sci.* 59, 4 (2001).
- [LFB07] LIENHARDT P., FUCHS L., BERTRAND Y. : *Informatique graphique, modélisation géométrique et animation.*, vol. 1 of *Traitement du Signal et de l'Image*. Hermès, 2007, ch. Modèles topologiques, pp. 49–93. sous la direction de D. Bechmann et B. Péroche.
- [Lie94] LIENHARDT P. : n-dimensional generalised combinatorial maps and cellular quasimanifolds. *International Journal of Computational Geometry and Applications* (1994).
- [Lin68] LINDENMAYER A. : Mathematical models for cellular interactions in development. *Journal of Theoretical Biology* 18 (1968), 280–315.
- [LR79] LINDENMAYER A., ROZENBERG G. : Parallel generation of maps : Developmental systems for cell layers. In *Proceedings of the International Workshop on Graph-Grammars and Their Application to Computer Science and Biology* (London, UK, 1979), Springer-Verlag, pp. 301–316.
- [May67] MAY J.-P. : *Simplicial Objects in Algebraic Topology*, première ed., vol. 11 of *Van Nostrand Mathematical Studies*. Van Nostrand, 1967.
- [PCLG\*07] PLOUDRET M., COMET J.-P., LE GALL P., ARNOULD A., MESEURE P. : Topology-based geometric modelling for biological cellular processes. In *1st International conference on Language and Automata Theory and Applications (LATA 2007)* (Tarragona, Spain, Mars 2007). à paraître.
- [PL90] PRUSINKIEWICZ P., LINDENMAYER A. : *The Algorithmic Beauty of Plants (The Virtual Laboratory)*. Springer, October 1990.

- [Pro97] PROVOT X. : Collision and self-collision handling in cloth model dedicated to design garments. *Graphics Interface* (1997), 177–189.
- [Smi06] SMITH C. : *On Vertex-Vertex Systems and Their Use in Geometric and Biological Modelling*. PhD thesis, University of Calgary, April 2006.
- [Wei88] WEILER K. : The radial edge structure : A topological representation for non-manifold geometric boundary modeling. In *Geometric Modeling for CAD Applications : Selected and Expanded Papers from the Ifip Wg 5.2 Working Conference* (1988), Wozny M.-J., McLaughlin H.-W., Encarnação J.-L., (Eds.), Elsevier Science, pp. 3–36.