Détection automatique des points de fuite et calcul de leur incertitude à l'aide de la géométrie projective

Mahzad Kalantari, Franck Jung, Jeanpierre Guédon, Nicolas Paparoditis

▶ **To cite this version:**

Mahzad Kalantari, Franck Jung, Jeanpierre Guédon, Nicolas Paparoditis. Détection automatique des points de fuite et calcul de leur incertitude à l'aide de la géométrie projective. RFIA 2008, 2008, France. pp.703-712. hal-00334774

HAL Id: hal-00334774
https://hal.science/hal-00334774

Submitted on 27 Oct 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Détection automatique des points de fuite et calcul de leur incertitude à l'aide de la géométrie projective

Automatic detection of vanishing points and their uncertainty based on projective geometry

M. Kalantari[1,2] F. Jung[3] JP. Guédon[2] N. Paparoditis[1]

[1] Institut Géographique National – MATIS
[2] Équipe Image Vidéo Communications
Institut Recherche Communications Cybernétique de Nantes (IRCCyN) UMR CNRS 6597
[3] DDE – Seine Maritime

Institut Géographique National. 2/4 Avenue Pasteur. 94165 SAINT-MANDE Cedex
Mahzad.kalantari@ign.fr

Résumé

Un algorithme entièrement automatique de détection de points de fuite dans des images de scènes urbaines est présenté. Cette approche s'appuie sur un théorème classique de géométrie projective (théorème de Chasles-Steiner), qui permet de transformer le problème de détection des points de fuites à partir de segments et leur incertitude en un problème de détection de cercles dans un fouillis de points (chaque point correspond à un segment, et à chaque point on associe une incertitude). L'extraction de cercles utilise une méthode robuste de type RanSac, modifiée pour être très rapide par rapport à des techniques accumulatives (de type Hough ou autres). Cette estimation robuste est ensuite raffinée par une propagation d'incertitude par moindres carrés exploitant les variances individuelles de chaque segment. L'algorithme développé est robuste, sa précision est la meilleure au sens des moindres carres compte tenu des incertitudes associées aux segments détectés et en outre il est entièrement automatique. Son bon fonctionnement a été testé sur un grand nombre d'images de paysages urbains variés.

Mots Clef

Points de fuite, géométrie projective, propagation d'erreur, vision par ordinateur.

Abstract

An entirely automatic algorithm of detection of vanishing points in images of urban stages is presented. This approach leans on a classic theorem of projective geometry (theorem of Chasles-Steiner), that permits to transform the problem of detection of the vanishing points from segments and their uncertainty into a problem of detection of circles in a cloud of points (every point corresponds to a segment). The extraction of circles uses a robust method of RanSac type, modified to be very fast in relation to techniques of accumulation (Hough type or any other). This robust evaluation is refined then by an error propagation by least squares exploiting the individual variances of every segment. The developed algorithm is robust, its precision is satisfactory and besides it is entirely automatic. Its proper working has been tested on a large number of images from varied urban landscapes.

Keywords

Vanishing point, projective geometry, uncertainty propagation, computer vision.

1 Introduction

La détection des points de fuites dans les images est une étape primordiale en vision par ordinateur quand on travaille sur des scènes comportant des bâtiments, structurellement composées par essence de segments correspondant à des lignes strictement verticales et horizontales. Les points de fuite permettent d'une part d'estimer l'orientation relative du cliché par rapport à la verticale de la scène, et d'autre part d'extraire des primitives robustes (segments horizontaux, segments verticaux etc.) de bas niveau qui peuvent ensuite être regroupées pour construire des objets plus complexes comme des façades (fenêtres, étages, etc.) dans le cas d'imagerie urbaine. La connaissance combinée de certaines de ces primitives, en l'occurrence du point de fuite correspondant à la direction verticale et des points de fuites pour des directions horizontales, permet d'extraire un ensemble d'orientations de plans par rapport au repère caméra, ce qui se révèle être très utile pour estimer l'orientation relative d'images dans des séquences ou dans un bloc multi-vues à base large. Ceci réduit de manière

considérable la complexité de résolution des paramètres extrinsèques de la caméra pour un couple d'images stéréoscopiques, sans passer par le calcul de la résolution de la matrice essentielle. La présente approche est menée sans considérations particulières relatives à la distorsion, soit qu'elle ait été corrigée auparavant, soit qu'elle soit réputée négligeable.

La littérature sur l'extraction de points de fuites dans les images est très riche. Une des méthodes les plus courantes et employées est basée sur l'emploi de la sphère de Gauss, avec une grande diversité de variantes depuis son introduction par Barnard [3] en 1983. L'avantage de cette méthode est de travailler dans un espace fini, y compris pour les images de points eux-mêmes à l'infini. Cette approche a été complétée en 1984 par Magee et Aggarwal [16] qui accumulent la projection de l'intersection des segments de l'image sur la sphère de Gauss. Cette méthode est très lourde au niveau des calculs mais considérée comme très précise. Elle procède d'un calcul qui intervient dans l'espace de la sphère de Gauss.
En 1998, Lutton et al. [15], proposent une nouvelle approche qui est une adaptation de la transformée de Hough pour la détection des points de fuite. Tuytelaars [23] introduit peu après une méthode interactive basée également sur la transformé de Hough, sous le nom de « Cascade Hough Transform ».
D'autres méthodes n'utilisent pas d'espace fini d'accumulation, et travaillent directement sur l'image. C'est le cas de Quan et Mohr [17], Den Heuvel [11], Schaffalitzky [19] et Rother [18] qui ont introduit une méthode de détection basée sur des contraintes géométriques. Brauer et Voss [5] s'intéressent à la détection des points de fuites dans des images où le niveau de bruit est élevé. Récemment, Almansa [1] a développé une nouvelle méthode de détection de points de fuite qui ne nécessite aucune information sur les paramètres intrinsèques de l'image, mais utilise des modèles probabilistes complexes.
Il faut bien souligner que dans la plupart des méthodes citées, plusieurs considérations sont faites avant l'étape de détection. Ces considérations peuvent être la connaissance des paramètres intrinsèques de la caméra, ce qui est le cas de la plupart des méthodes dérivées de la sphère de Gauss. D'autre considération peuvent être le nombre préalable de points de fuite [2], ou bien réduire l'espace d'accumulation sur la sphère de Gauss en donnant préalablement l'orientation approchée des images, ce qui a été le cas de Shuffelt [21] dans le but d'une application sur des images aériennes obliques.
En conclusion : les approches sur la sphère de Gauss, entraînent des changements de paramètres et des stratégies d'accumulation souvent coûteuses (discrétisation de la sphère de Gauss, etc...) ainsi que la nécessité de connaître les paramètres intrinsèques de la camera. Par contre la méthode résultante est très précise.
Pour cette raison, nous proposons une approche géométrique originale qui est simple, robuste, tout en étant à la fois précise et très rapide, et qui réalise de manière simultanée l'extraction des points de fuite et la classification des segments [13]. Cette représentation utilise uniquement l'espace image sans passer par des espaces de paramètres plus complexes comme la sphère de Gauss par exemple. Cette approche s'appuie sur un théorème classique de géométrie projective (théorème de Chasles-Steiner), qui permet de transformer le problème de détection des points de fuites en un problème de détection de cercles dans un fouillis de points (chaque point correspond à un segment). L'extraction de cercles utilise une méthode robuste de type RanSac modifiée pour être très rapide par rapport à des techniques accumulatives (de type Hough ou autres). Cette estimation robuste est ensuite raffinée par une estimation par moindres carrés exploitant les variances individuelles de chaque segment. Un avantage important vis à vis des autres méthodes est d'une part la non nécessité de prise en compte de paramètres intrinsèques de la caméra pour l'extraction des points de fuites uniquement, et d'autre part le mécanisme de propagation d'incertitude permettant de qualifier le point de fuite.
Le papier est structuré de la manière suivante. Dans la partie 2 la base théorique de la géométrie projective, sur laquelle la méthode est basée, est décrite. La partie 3 détaille les différentes étapes de l'algorithme en traitant les aspects pratiques de l'implémentation. Ensuite une analyse poussée sur la propagation d'erreur sur le point de fuite est décrite dans la partie 4. Enfin quelques résultats et expérimentations afin d'évaluer la méthode concluent ce papier.

2 Géométrie projective et points de fuites

Un théorème de géométrie projective (Chasles-Steiner) permet de montrer que la recherche de points de fuites revient à détecter des cercles passant par un point fixe dans une image. Une transformation permet d'associer à chaque segment de l'image un point qui devra contribuer à la formation de cercles si ce segment contribue à un même point de fuite. Dans cette partie, ce théorème de la géométrie projective est rappelé. Par la suite son emploi dans la recherche des points de fuite est détaillé.

2.1 Description géométrique d'une conique

La description d'une conique en géométrie projective repose entièrement sur le théorème fondamental de Chasles-Steiner qui peut être énoncé succinctement : « Une homographie entre deux faisceaux de droites définit une conique, et réciproquement » [20]
Définition. Dans un plan projectif, l'ensemble des droites qui passent par un point donné A s'appelle un faisceau de droites, qu'on désigne par A*.
Théorème (Chasles-Steiner). *Soient A et B deux points distincts et $\alpha : A^* \rightarrow B^*$ une homographie entre les faisceaux de droites A* et B*. On suppose que α n'est pas une projection et on désigne par O son centre d'homographie. Dans ces conditions, pour toute droite d*

de A, le lieu du point* d ∩ α(d) *est une conique Γ, tangente en A à la droite AO et en B à la droite BO.*

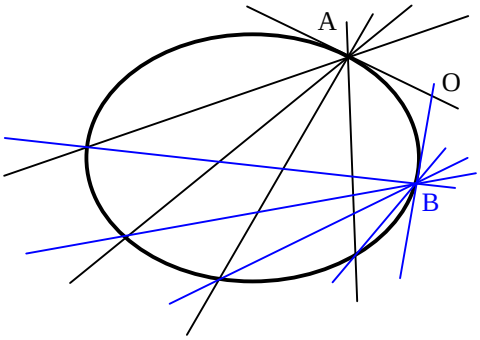


Figure 1 : Illustration du théorème Chasles-Steiner

Le théorème cité permet la construction des coniques dans l'espace projectif. Si une notion d'angle est rajoutée dans cette définition, la conique sera ramenée dans un espace euclidien. Et si les faisceaux en correspondance homographique se coupent avec un angle droit, cette conique sera un cercle : on retrouve ici le théorème de Thalès bien connu.

2.2 Géométrie de l'image et points de fuite

Si S_1, S_2, S_3 sont trois droites parallèles dans l'espace réel, leurs images après une projection conique sont 3 droites concourantes qui s'intersectent sur le point (P). Ce point est conventionnellement connu sous le nom de point de fuite. Maintenant un nouveau faisceau de droites avec pour centre O (l'origine de l'image) est construit de façon que, une par une, les droites de ce faisceau coupent avec un angle droit les droites S_1, S_2, S_3 selon les points H_1, H_2, H_3. Suivant le théorème précédent et le § 2.1, H_1, H_2, H_3 et l'origine O définissent un cercle (Figure 2).

Afin de pouvoir déterminer le point P (le point de fuite) il suffira juste de déterminer les paramètres du cercle.
Un avantage de cette modélisation est dû à la compression de l'information sur les images, c'est-à-dire que le nombre de cercles sur l'image est représentatif du nombre de points de fuite. Chercher les points de fuite qui peuvent correspondre à l'intersection de segments dans les images revient à présent à détecter des objets très simples : des cercles (Figure 3).

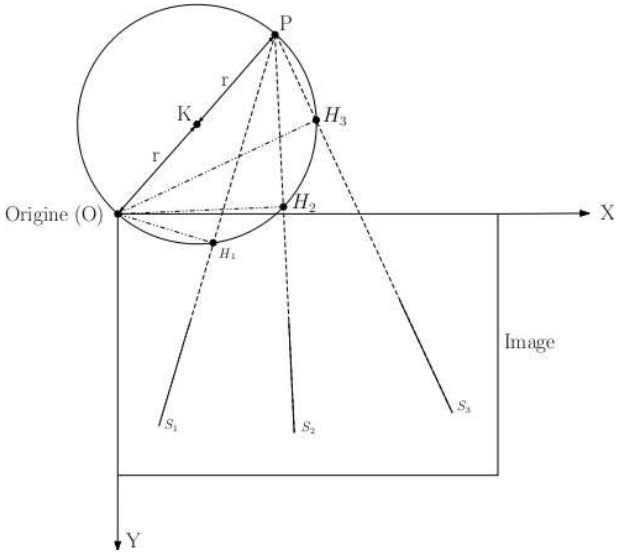
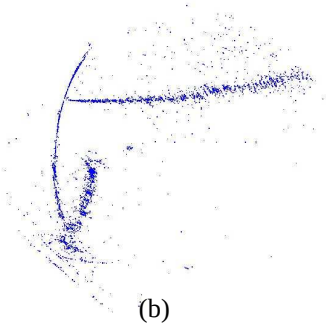


Figure 2 : Configuration géométrique du théorème Chasles-Steiner et du point de fuite.

(a)



(b)

Figure 3 : (a) Image d'un bâtiment qui contient trois points de fuite, un point de fuite pour les verticales et deux points de fuite pour des horizontales. (b) les cercles correspondants sont bien au nombre de trois.

3 Algorithme et implémentation.

Les différentes étapes de l'algorithme sont présentées dans la Figure 4.

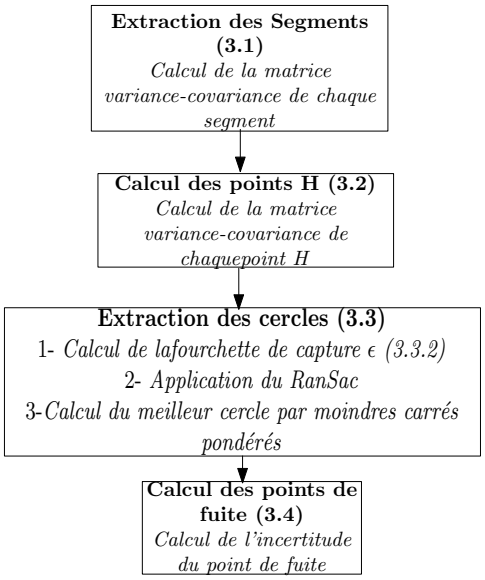


Figure 4 : Les différentes étapes de l'implémentation. En italique, sont mentionnées les différentes sous-étapes demandées par le besoin de connaître les erreurs et leur propagation dans les calculs.

3.1 Extraction automatique des segments

Dans un premier temps, une extraction de contours est effectuée sur chaque image en utilisant un opérateur classique de Canny-Deriche [8] suivie d'une détection et localisation sub-pixellaire des maxima locaux dans la direction du gradient. Les contours sont chaînés et polygonalisés. On utilise pour ce faire un processus de fusion itératif basé sur le résidu maximum de la régression orthogonale : on fusionne d'abord les polylignes ce qui fournit un résidu maximum minimal. Une tolérance sur la polygonisation permet d'arrêter l'algorithme lorsque la fusion envisagée fournit un résidu maximum qui atteint le seuil donné par l'utilisateur (S_{pol}). Une fois la polygonisation effectuée, les paramètres des droites portant les segments sont estimés en utilisant les résultats de [7]. La régression étant effectuée sur n points (x_i, y_i) dont le barycentre est $(\bar{x}, \bar{y})$ on note :

$$a = \sum_{i=1}^{N} x_i^{\,2} - \frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2$$
$$b = 2\sum_{i=1}^{N} x_i y_i - \frac{2}{N}\left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{N} y_i\right) \quad . \qquad (1)$$
$$c = \sum_{i=1}^{N} y_i^{\,2} - \frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N} y_i\right)^2$$

On a alors :

$$\tan(2\theta) = \frac{b}{a-c}\ , \qquad (2)$$

$$\rho = \frac{\sin(\theta)}{N}\sum_{i=1}^{n} y_i - \frac{\cos(\theta)}{N}\sum_{i=1}^{n} x_i\ . \qquad (3)$$

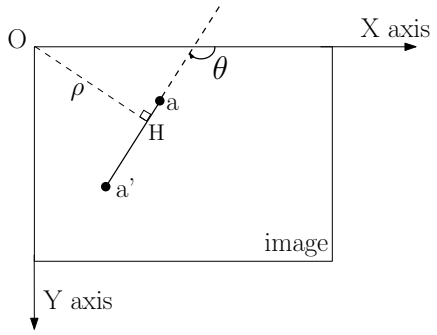


Figure 5 : définition du système image et du segment *a-a'*

On estime aussi la matrice de covariance des paramètres de la droite en supposant que les points détectés par l'opérateur de Canny-Deriche [8] ont une variance donnée par :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 \\ 0 & \sigma^2 \end{bmatrix}. \qquad (4)$$

On notera que le paramètre σ peut être estimé à partir du rapport signal sur bruit de l'image et du paramètre du filtre de contours α. Avec cette hypothèse, on obtient :

$$\Lambda_{\rho,\theta} = \frac{\sigma^2(a+c)}{(a-c)^2+b^2}\begin{bmatrix} 1 & -d \\ -d & d^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma^2} \end{bmatrix}. \qquad (5)$$

d est la longueur du segment [22].

Un des principaux résultats de cette étape est :

1. l'extraction de tous les segments de l'image
2. la matrice variance-covariance de chaque segment.

L'expression (5) est directement utilisée dans le calcul d'incertitude du point de fuite dans la partie 3.4.1.

3.2 Calcul des points H

L'équation polaire (encore appelée équation normale) de la droite support de chaque segment détecté est la suivante :

$$\rho = -\sin(\theta)x + \cos(\theta)y\ . \qquad (6)$$

Le point H_i est le pied de la droite perpendiculaire au segment considéré issue de O qui est défini par :

$$H_i = \begin{bmatrix} -\rho_i.\sin(\theta_i) \\ \rho_i.\cos(\theta_i) \end{bmatrix} \quad . \qquad (7)$$

Il est important de pouvoir propager la matrice variance-covariance de chaque segment sur son point H correspondant. En utilisant la loi générale de la

propagation d'erreurs pour les fonctions non linéaires, et en se basant sur le théorème de Taylor :

$$\Sigma_H = J \,.\, \Sigma_{\theta,\rho} \,.\, J^T , \qquad (8)$$

où J est la matrice Jacobienne qui contient les dérivées de H selon θ et ρ. La matrice variance-covariance sur chaque point H est obtenue ainsi :

$$\sum H_i = \begin{bmatrix} -\rho_i.\cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) \\ -\rho_i.\sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sigma_{i\theta}^2 & \sigma_{i\theta,\rho} \\ \sigma_{i\theta,\rho} & \sigma_{i\rho}^2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -\rho_i.\cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) \\ -\rho_i.\sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) \end{bmatrix}^T \qquad (9)$$

On peut illustrer de manière classique les matrices variance covariance des points H par leurs ellipses d'erreurs. La Figure 6 représente les ellipses d'erreur obtenues à partir des segments trouvés sur la Figure 3.a et des points H correspondants.

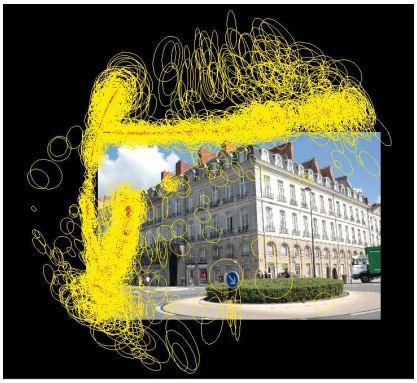


Figure 6 : Ellipses d'erreur (à 95% de confiance) montrant l'incertitude de détermination des points H, fonction de l'efficacité de l'outil d'extraction automatique des segments, à partir de l'image présentée en Figure 3.a.

3.3 Extraction des cercles

Il y a ici deux problèmes distincts :

1- Quelle modélisation adopter pour le meilleur cercle passant par un nuage de points?
2- Comment extraire différents cercles dans des nuages de points entremêles ?

3.3.1 Choix de la modélisation du meilleur cercle passant par un nuage de points

Les différentes façons de modéliser un cercle ont été passées en revue, il n'est pas utile d'entrer dans les détails, car il existe de nombreuses références qui traitent ce sujet [10]. Un cercle étant défini par trois points, il existe évidemment différentes façons de faire passer un cercle par un ensemble de plus de trois points, soit en minimisant la distance algébrique entre le cercle et les différents points, soit en minimisant la distance géométrique. Bien évidemment, chacune a ses avantages et inconvénients.

Minimisation de la distance algébrique.
Avantage de cette méthode : il s'agit d'un système linéaire, avec une complexité de calcul réduite, et donc un temps de calcul réduit. Inconvénient : cette minimisation n'a pas un sens physique évident, et en outre l'estimation des paramètres du cercle se fait d'une façon peu précise.

Minimisation de la distance géométrique *:*
L'avantage de cette minimisation est qu'elle est plus précise que la précédente [10]. En outre, elle possède un sens physique évident. Par contre, son inconvénient est qu'elle implique la résolution d'un système non linéaire, qui donc exige une solution approchée. Nous avons pour cela utilisé la minimisation algébrique décrite précédemment. En outre, il s'agit d'un calcul itératif qui entraîne un temps de calcul nettement plus élevé.
En fonction des avantages et des inconvénients de chacune il est fait emploi par la suite de l'une ou de l'autre.

3.3.2 Extraction des cercles dans plusieurs nuages de points entremêlés

Le coeur de l'implémentation algorithmique de la méthode et le bon fonctionnement de celle-ci reposent entièrement sur l'efficacité de cette étape. Une méthode d'extraction des différents cercles a été inspirée de la méthode RanSac [9]. Certaines modifications ont du être apportées afin de pouvoir l'adapter à notre cas de figure. Les différentes étapes de l'algorithme sont les suivantes :
1- Choix de deux points H au hasard dans l'ensemble des points H disponibles, puisque pour obtenir un cercle passant par l'origine deux points suffisent.
2- Calcul du cercle passant par les points piochés et l'origine, le modèle mathématique choisi ici est la minimisation de la distance algébrique.
3- Recherche de tous les autres points H qui sont susceptibles de contribuer à ce cercle. Pour ce faire il est nécessaire d'avoir déterminé au préalable un seuil de capture, c'est à dire une bande autour de ce cercle : si un point H est dans cette bande de largeur ε, il est retenu pour la définition du cercle, et sinon il est écarté. Le mode de calcul de ce seuil, à partir de la variance des points H, est explicité plus loin.
4- Identification du nombre de points sélectionnés, re-itération des étapes 1, 2, 3, et finalement conservation au cours de ces essais successifs de celui qui a capturé le plus de points. Cette opération est réitérée un grand nombre de fois afin de s'assurer que le nombre de points capturés ne peut pas être dépassé.
5- A l'issue de ce processus, on retient cet ensemble, et les points capturés correspondants sont alors retirés de l'ensemble de départ. Pour les points ainsi sélectionnés, on cherche alors le meilleur cercle par moindres carrés, mais cette fois ci à l'aide de la minimisation géométrique, avec pour valeurs approchées les paramètres obtenus dans le calcul de la minimisation algébrique. Ce calcul est

mené en prenant en compte les incertitudes liées à chaque point H. Cette étape fera l'objet du § 3.4.1.

6- L'extraction des cercles est interrompue lorsqu'il ne reste plus que, par exemple, 5 des points H initialement détectés.

Le bon déroulement de l'extraction des cercles repose donc entièrement sur la bonne définition de la valeur **ε** de la largeur de la bande de capture. Par exemple si cette valeur est trop petite un nombre considérable de cercles sans sens physiques réellement différents sera trouvé, et par contre si cette valeur est trop grande, on fera contribuer à un cercle donné, et donc au point de fuite correspondant, des points qui en réalité devraient être associés à un autre cercle.

Il s'avère donc capital de pouvoir définir le seuil de capture de façon automatique sur une image donnée, et il ne serait sans doute pas très adapté d'utiliser le même seuil pour des images avec par exemple différentes résolutions. L'utilisation d'une méthode manuelle pour définir ce seuil causerait une grosse perte de temps et ferait perdre un intérêt majeur de la méthode. Dans l'optique d'une automatisation complète du processus nous avons donc cherché à extraire des paramètres indépendants du format de l'image, le paramètre **ε** devant de toute évidence être lié à la précision de la détermination des points H. Dans la Figure 6 il peut être vu que les ellipses d'erreur forment un bandeau autour des points H et donc la valeur médiane des grands axes des ellipses (à 39% de confiance) peut être choisie comme un seuil satisfaisant pour cette capture utilisant le RanSac [9]. On a donc (i étant l'indice désignant chaque point H) :

$$\varepsilon = mediane_{\,i}\left(\frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_{i\theta}{}^2+\sigma_{i\rho}{}^2)+[(\sigma_{i\theta}{}^2+\sigma_{i\rho}{}^2)^2-4(\sigma_{i\theta}{}^2\sigma_{i\rho}{}^2-\sigma_{i\theta\rho}{}^2)]}\right) \quad (10)$$

3.4 Calcul des coordonnées du point de fuite.

Une fois les paramètres du cercle obtenus, c'est à dire uniquement les coordonnés de son centre (X_c, Y_c) puisque le cercle passe par l'origine, les coordonnées du point de fuite P sont calculées très facilement car le point P se trouve sur le diamètre OP (Figure 2) ; ces coordonnées sont les suivantes :

$$\begin{aligned} X_p &= 2\times X_c \\ Y_p &= 2\times Y_c \end{aligned} \quad (11)$$

La détection des segments dans les images, soit manuellement, soit comme cela été vu précédemment dans la section 3.1 à l'aide des opérateurs comme celui de Canny-Dériche, n'est jamais fiable à 100%. Ceci n'est pas bien grave pourvu qu l'on sache modéliser ce taux de confiance. En outre le but final est de pouvoir calculer l'impact de l'imprécision des segments détectés sur la localisation du point de fuite. Cette localisation sera donc exprimée accompagnée de sa matrice d'incertitude. Dans cette partie nous démontrons comment à partir de l'incertitude sur le segment nous arrivons à modéliser son impact sur le point de fuite.

En supposant que la distribution des erreurs sur les segments suit une loi gaussienne, les différentes étapes du calcul sont les suivantes [6] :

1 - Propagation de l'incertitude du segment sur les coordonnées du point H correspondant. Ceci a été vu en détail dans le § 3.2.

2 - Choix d'un modèle mathématique et définition des observations et des inconnues. Le modèle mathématique choisi est la minimisation de la distance géométrique.

$$f(X_c, X_H) = \left(\left\| \overrightarrow{X_c} - \overrightarrow{X_H} \right\| - \left\| \overrightarrow{X_c} \right\| \right) = 0 \quad (12)$$

$\overrightarrow{X_c}$ est le vecteur des inconnues du modèle, il s'agit des coordonnées du centre du cercle. $\overrightarrow{X_H}$ est le vecteur des points H, en d'autres termes le vecteur des observations. Dans l'équation (12) le modèle est défini pour des valeurs exactes des observations, évidemment fictives. Afin de faire une différenciation dans la suite les valeurs $\overline{X_c}$ et $\overline{X_H}$ seront définies comme les valeurs théoriques exactes.

3 - Pour obtenir les valeurs exactes des observations et des inconnues, le théorème de Taylor est appliqué :

$$f(\overline{X_c}, \overline{X_H}) = f(X_c{}^0, X_H{}^0) + \left(\frac{\partial f}{\partial X_c}\right).(\overline{X_c} - X_c{}^0) + \left(\frac{\partial f}{\partial X_H}\right).(\overline{X_H} - X_H{}^0) \quad (13)$$

Et si on note

$$A = \left(\frac{\partial f}{\partial X_c}\right),\ B = \left(\frac{\partial f}{\partial X_H}\right),\ b = f(X_c{}^0, X_H{}^0),\ x = (\overline{X_c} - X_c{}^0),\ v = (\overline{X_H} - X_H{}^0)$$

la formulation peut être simplifiée en :

$$b = Ax + Bv \quad (14)$$

En d'autres termes, A est la matrice Jacobienne par rapport aux inconnues, qui sont les coordonnées du centre du cercle, B est la matrice Jacobienne par rapport aux observations qui sont les coordonnées des points H. Or comme nous avons la matrice variance covariance des points H, nous injectons ces informations dans l'équation (14). Pour cela la matrice de poids des observations est créée, nommée W. Pour N observations, la matrice de poids a une dimension de N x 2 N. Si on suppose que les points H sont statistiquement indépendants les uns des autres, la matrice aura la configuration ci dessous :

$$W = \begin{bmatrix} \sum^{-1} H_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sum^{-1} H_2 & \dots & 0 \\ .. & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \sum^{-1} H_n \end{bmatrix} \quad (15)$$

Σ_{H_i} est la matrice variance covariance des points H_i fournis par le détecteur de segments, matrice qui a été précédemment calculée (équation 9).

La résolution de ce système se fait par la minimisation de $\sum_i v_i^T \times W \times v_i$.

v étant le vecteur des observations. La résolution du système se fait avec l'aide du multiplicateur de Lagrange et de façon itérative. A chaque itération les vecteurs ***x*** et ***v*** sont calculés. La convergence est constatée lorsque les valeurs obtenues n'évoluent plus. Le centre du cercle après compensation est donné par :

$$\hat{X}_c = \left[A^t (BW^{-1}B^t)^{-1} A\right]^{-1} A^t (BW^{-1}B^t)^{-1} b \qquad (16)$$

La matrice variance covariance des coordonnées du centre du cercle est alors égale à :

$$\sum_{X_c} = \left[A^t (BW^{-1}B^t)^{-1} A\right]^{-1} \qquad (17)$$

L'incertitude sur le point de fuite est alors donnée par :

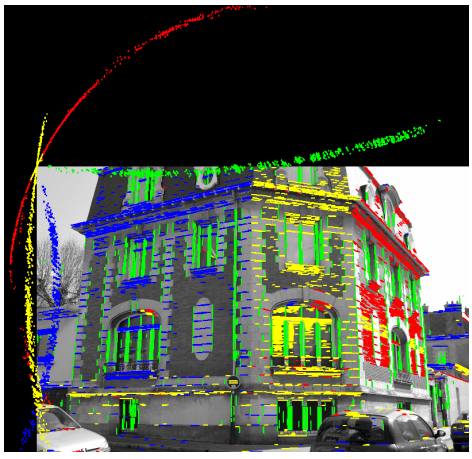
$$\sum_{X_p} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{x_c}^{\ 2} & \sigma_{x_c, y_c}^{\ 2} \\ \sigma_{x_c, y_c} & \sigma_{y_c}^{\ 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \qquad (18)$$

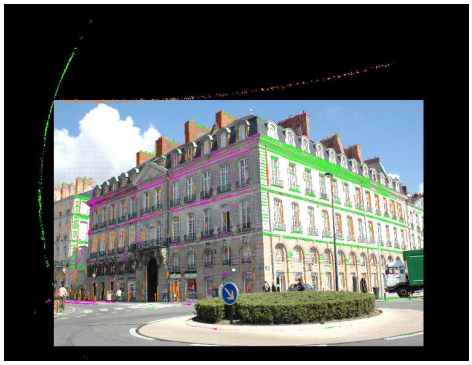
L'équation 18 permet donc de calculer l'incertitude sur le point de fuite P.

4 Résultats, évaluation et performances

4.1 Résultats

Quelques exemples de résultats de détection des points de fuite sur différentes images sont d'abord présentés sur la Figure 7.





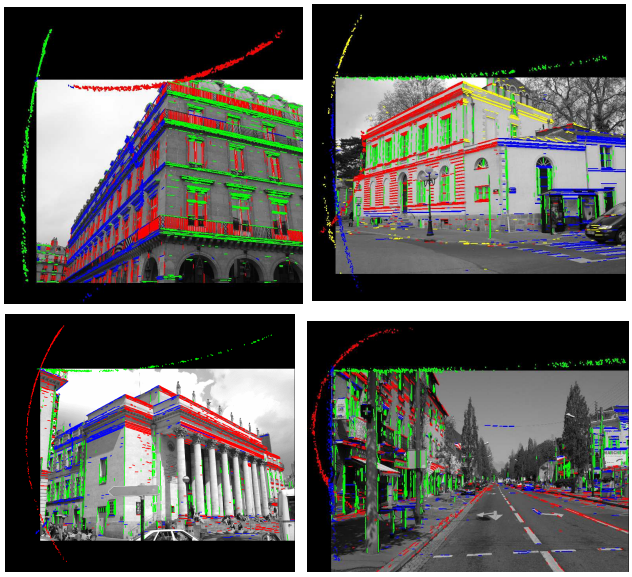


Figure 7 : Quelques résultats de détections : sur l'image originale, sont superposés les points H, dont les couleurs traduisent l'attribution automatique à tel ou tel cercle K (et donc tel ou tel point de fuite). Les segments extraits sont également reportés, avec la couleur attribuée au point H.

Une application de la détection automatique des points de fuite est la construction d'images orthorectifiées selon chaque façade. Ceci représente une validation visuelle élémentaire sur la localisation des points de fuite.

Figure 8 : Résultats de l'ortho-rectification automatique de la figure 3(a) selon les plans des façades déterminés par les deux groupes de directions horizontales détectées automatiquement par l'algorithme développé.

4.2 Évaluation

Évaluer une méthodologie est toujours délicat. Ici il y a plusieurs critères qu'il est important de valider :

1- Est-ce que l'algorithme est capable de détecter tous les points de fuite ?

Afin de pouvoir valider la capacité de détection, l'algorithme a été testé sur 100 images différentes acquises en milieu urbain. Les résultats obtenus sont les suivants :

Pourcentage de détection correcte du point de fuite correspondant aux verticales	100%
Pourcentage de détection correcte des points de fuites correspondant aux horizontales	92%

La bonne performance de la détermination du point de fuite correspondant aux verticales est due au fait qu'il est unique, qu'il rassemble souvent beaucoup de segments, et que le cercle correspondant à celui-ci est toujours bien isolé. Pour les cercles des points de fuite horizontaux c'est plus compliqué, leur nombre peut varier de 1 à 5 en fonction de la scène.

Une des études menées ici a été de définir la meilleure origine afin d'avoir des cercles faciles à séparer. Mais pour aboutir à la meilleure origine il faut une itération, l'idée retenue a été de choisir le barycentre des points de fuite issus de la première itération comme origine de la seconde itération, ce qui conduit à des cercles effectivement bien séparés. Cependant les résultats obtenus avec l'origine de l'image en position classique (coin supérieur gauche) sont très satisfaisants, et donc sauf pour des cas particuliers il est suggéré de laisser l'origine du système inchangée sur l'origine de l'image.

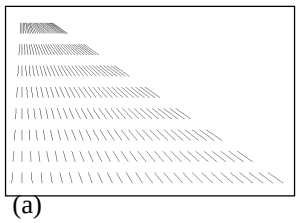
Une partie importante des quelques mauvaises détections identifiées est liée aux quelques segments de l'image portés par des droites passant très près de l'origine, et qui typiquement engendrent des points H qui donnent lieu spontanément à des mauvaises attributions, ce qui est un artefact normal lié au choix de l'origine. Un remède simple peut être trouvé, qui consiste à éliminer de la recherche automatique les segments de ce type. Néanmoins les présents résultats ont été obtenus sans procéder à ce filtrage. Une autre évaluation a été faite, a contrario, sur 50 images ne contenant pas de points de fuite afin de vérifier si l'algorithme trouve des points de fuite ou pas. Les résultats de cette évaluation sont les suivants :

Pourcentage de résultats non conformes	4 %

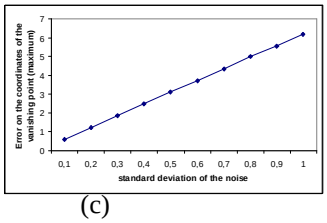
2- Est-ce que la propagation d'incertitude arrive à modéliser correctement la précision sur le point de fuite ?

Afin de pouvoir valider la propagation d'erreur sur le point de fuite, des images très simples comportant des points de fuite de coordonnées connues, avec des faisceaux de lignes droites se coupant de façon rigoureuse, ont été créées. Ces faisceaux de droites ont été traités ensuite en tiretés ou en traits d'axe afin de créer des segments de longueurs différentes.

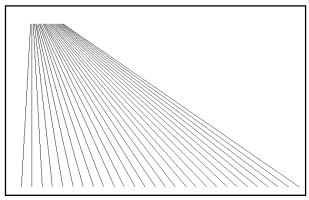
Ces images au format vecteur ont été ensuite transformées au format TIFF de façon à travailler sur des images de tailles différentes (9.a et 9.b). Ensuite, toutes les étapes de l'algorithme ont été appliquées. Les extrémités des segments ont été bruités avec un bruit gaussien variant entre 0.1 et 1 pixel, et la matrice variance covariance de chaque segment a été calculée, tous les éléments étant ainsi en mains pour calculer la propagation d'erreur. Les résultats des graphes (9.c) et (9.d) montrent bien que la propagation arrive à retrouver correctement l'incertitude sur le point de fuite. Il est clair sur ces graphes que la longueur des segments a un impact direct sur la précision du point de fuite. La position du point de fuite influence aussi sa précision. Par exemple le point de fuite pour les verticales aura, très logiquement, une meilleur précision en abscisse, et sera moins précis en y. En conclusion, on note qu'afin d'augmenter la précision sur le point de fuite, il faut avant tout améliorer la détection de segments.



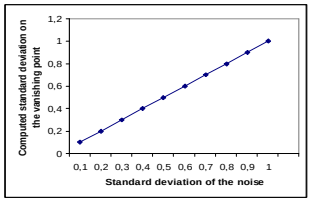
(a)



(c)



(b)



(d)

Figures 9.a et 9.b. Ensembles de segments artificiels utilisés pour tester la détection des points de fuite.
9.c et 9.d. Erreur sur la détermination du point de fuite en fonction du bruit apporté sur les extrémités des segments simulés. On note le parfait accord entre les résultats obtenus et les prévisions issus des présents calculs de variance.

3- Comparaison avec d'autres méthodes de détection de points de fuite

Il est important de pouvoir confronter la méthode avec d'autres méthodes de détection de points de fuite. Pour ce

faire, parmi toutes les méthodes existantes celle de Almansa [1] a été choisie, et ceci pour 2 raisons. Tout d'abord elle travaille dans l'espace image, ensuite elle ne nécessite pas la connaissance des paramètres internes de la caméra, comme la focale et le point principal d'autocollimation. Les deux méthodes ont été appliquées sur la même image, avec les résultats identiques (fig 10).

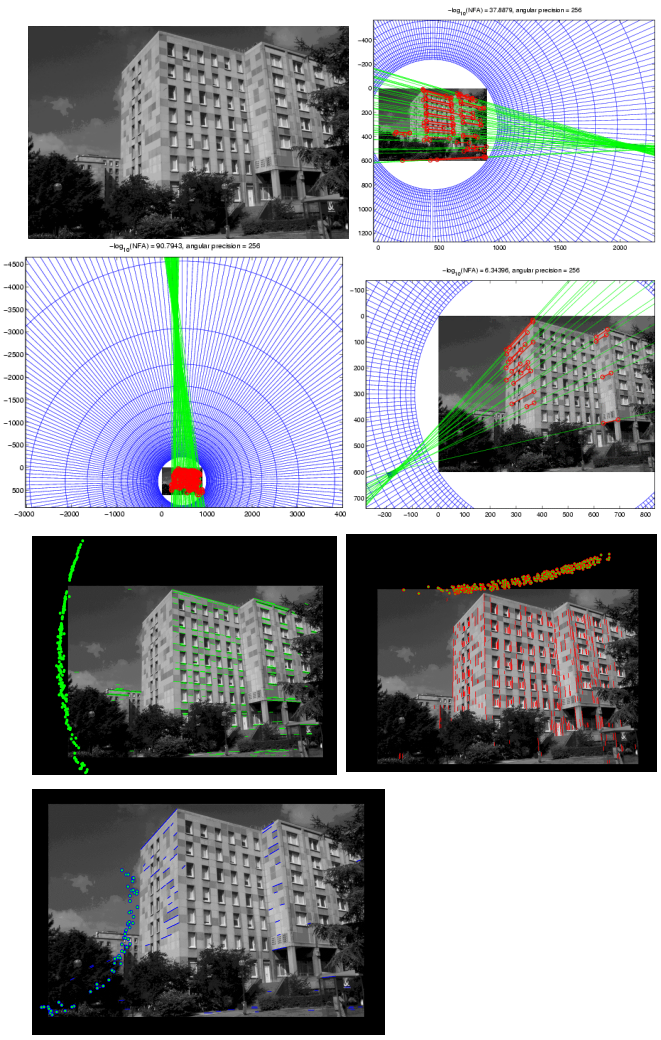


Figure 10 : Sur cette illustration, utilisée par Almansa [1], les 4 premières images représentent les 3 points de fuite extraits ainsi que les segments attribués automatiquement. Les 3 dernières images sont obtenues avec le nouveau traitement, on note l'efficacité d'attribution des segments aux 3 points de fuite (une couleur par direction).

Une autre méthode bien décrite est publiée par Rother [18]. Elle est simple à implémenter et se base sur l'intersection de tous les segments de l'image, avec une étape d'accumulation suivie d'un vote majoritaire. Ensuite est utilisée la propriété d'orthogonalité des directions dans l'espace, ainsi que la connaissance du point principal d'autocollimation et de la focale, pour éliminer les faux points de fuite. L'inconvénient majeur est la complexité et le temps de calcul élevé de l'algorithme, en outre un ajustement manuel des paramètres de l'algorithme est nécessaire. Une illustration de cette méthode est montrée dans la figure 11. Comme on peut le constater il existe une incertitude forte dans la détermination du point de fuite correspondant aux verticales.

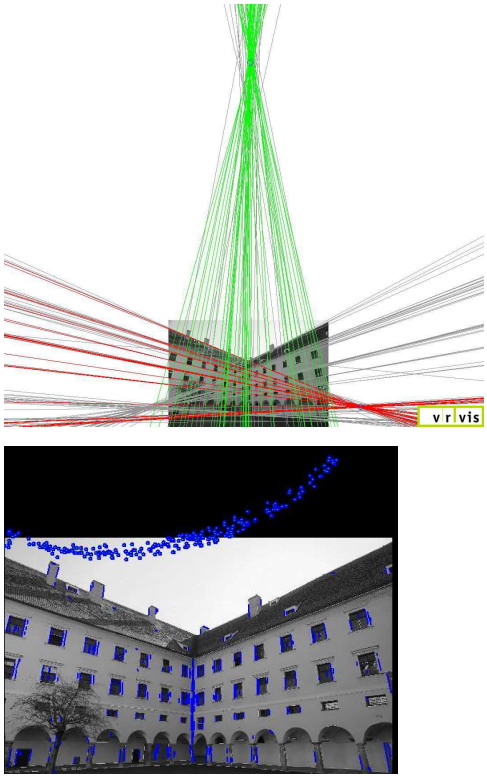


Figure 11 : Dans cette scène, tirée de [14] (Research Center for Virtual Reality and visualization), l'image du bas montre la qualité de l'identification des segments par le présent algorithme, et celle du haut montre combien une recherche du point de fuite des verticales à partir d'intersections simples est condamnée à être imprécise.

4- Emploi d'une base d'images pour procéder à des tests approfondis.

Les méthodes possibles d'évaluation des algorithmes d'extraction automatique des points de fuite d'une image ne sont pas évidentes. On peut certainement évaluer leur efficacité en termes de nombres de points de fuite trouvés, mais il n'existe pas de méthode pour trouver de façon neutre la valeur de référence : la valeur servant de comparaison ne peut être trouvée que par évaluation visuelle. En outre, trouver une valeur statistique probante ne va pas non plus de soi : il est assez simple de fausser les résultats, soit en effectuant les tests sur des images issues de géométries voisines (ce qui fausse le caractère aléatoire de l'échantillon), soit en choisissant des images trop simples (tous les résultats sont alors favorables), soit inhabituellement complexes, tels des bâtiments peu courants où toutes les lignes sont courbes (et les résultats seront anormalement mauvais). Ici, l'évaluation a porté

sur une centaine d'images relativement variées qui sont mises à disposition du lecteur sur le site :
http://mahzad.kalantari.free.fr/pdf.htm

4.3 Performance et temps de calcul.

Pour des applications temps réel l'algorithme est opérationnel de manière satisfaisante. L'essentiel de la durée de calcul est due à la détection des segments, le présent algorithme d'attribution utilisant comparativement très peu de temps.

5 Conclusion

Nous avons présenté une approche nouvelle utilisant un théorème bien connu de géométrie projective et permettant d'extraire de manière simultanée des points de fuites et des segments concourant en ces points de fuites. Cette nouvelle méthode mélange de manière naturelle une méthode géométrique, une méthode statistique ainsi qu'une méthode de propagation des incertitudes.
Cette méthode est totalement automatique et peut donc être utilisée sur de grosses bases de données contrairement aux méthodes semi-manuelles**.**

Cette approche est très rapide opérationnellement et donne des résultats exhaustifs et très robustes grâce à l'utilisation d'une technique RANSAC mais aussi précis grâce à des ajustements par moindre carrés. Elle a également une résolution angulaire importante. En effet, elle est capable de séparer des segments appartenant à des plans d'orientation très proches.

Bibliographie

[1] A. Almansa, A. Desolneux, S. Vamech, Vanishing points detection without any a priori information. *IEEE Trans. on PAMI*, 25 (4) : 502–507, 2003.

[2] M. Antone and and S. Teller. Automatic recovery of relative camera rotations fo rurban, *Proc. CVPR*, pp. II-282--289, June 2000.

[3] S. Barnard Interpreting perspective images. *Artificial Intelligence*, vol. 21. 1983.

[4] B. Brillault, B. O'Mahoney,. New method for vanishing point detection. *CVG-IP, Image Understanding*, 54 (2) : 289-300, 1991.

[5] C. Bräuer-Burchardt, Klaus Voss. Robust Vanishing Point Determination in Noisy Images. *ICPR* , p 1559-1562 .2000.

[6] M.A.R. Cooper, *Control Surveys in Civil Engineering*, Collins, London,1987.

[7] R. Deriche, R. Vaillant, O. Faugeras. From Noisy Edges Points to 3D Reconstruction of a Scene : A Robust Approach and Its Uncertainty Analysis . *World Scientific Series in Machine Perception and Artificial Intelligence* , Vol. 2, p. 71-79. 1992.

[8] R. Deriche, Using Canny's criteria to derive an optimal edge detector recursively implemented, *Int. J. Computer Vision*, Vol. 2, p. 15-20, Avril 1987.

[9] M. A. Fischler, R. C. Bolles, Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. *Communications of the ACM*, Vol. 24 (6), p. 381-395. 1981.

[10] W. Gander, G. H. Golub, and R. Strebel, Fitting of circles and ellipses least squares solution, *Technical Report 217, Institut fur Wissenschaftliches Rechnen*, ETH Zurich, June 1994.

[11] F.A. Heuvel, Vanishing point detection for architectural photogrammetry. *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing* Vol. XXXII part 5, p. 652-659. 1998.

[12] F. R. Helmert, Die Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate, 1872.

[13] M. Kalantari, F. Jung. Détection entièrement automatique de points de fuite dans des scènes architecturales urbaines. *xyz* N° 107, 2ème trimestre 2006, pp. 41-46.

[14] A. Klaus, J. Bauer, K. Karner, and K. Schindler. MetropoGIS, A semi-automatic city documentation system, *Photogrammetric Computer Vision 2002 (PCV'02), ISPRS Commision III Symposium*, 2002.

[15] E. Lutton, H. Maitre, J. Lopez-Krahe, Contribution to the determination of vanishing points using Hough transform. *IEEE Trans. PAMI*. Vol. 16, N°4, p. 430-438, Avril 1994.

[16] M. J. Magee, J. K. Aggarwal, Determining vanishing points from perspective images. *CVGIP*, 26 (2) : p. 256-267. 1984.

[17] L. Quan, R. Mohr, Determining perspective structures using hierarchical Hough transform. *Pattern Recognition Letters* Vol. 9, pp. 279-286. 1989.

[18] C. Rother, A new Approach for Vanishing Point Detection in Architectural Environments, *BMVC* 2000, Bristol, GB, 11-14, pp. 382-391, 2000.

[19] F. Schaffalitzky and A.Zisserman, Planar grouping for automatic vanishing lines and points. *Image and Vision Computing*, 18(9):647–658, 2000.

[20] J.C. Sidler, *Géométrie projective*, Dunod, 2000.

[21] J.A. Shufelt. Performance evaluation and analysis of vanishing point detection, *IEEE transactions PAMI*, 21 (3) : 282–288, March1999.

[22] F. Taillandier, Reconstruction du bâti en milieu urbain: une approche multi-vues, *Ecole Polytechnique*, 2004.

[23] T. Tuytelaars, L. Van Gool, M. Proesmans, T. Moons, The cascaded Hough transform as an aid in aerial image interpretation. *Proceedings of ICCV*, p. 67-72, 1998.