



## Control Adaptativo del Inversor Boost

Carolina Albea Sanchez, Francisco Gordillo, Carlos Canudas de Wit

► **To cite this version:**

Carolina Albea Sanchez, Francisco Gordillo, Carlos Canudas de Wit. Control Adaptativo del Inversor Boost. XXVIII Jornadas de Automática, Sep 2007, -, España. pp.1000-1006, 2007, <10.100/ISBN: 978-84-690-74>. <hal-00257263>

**HAL Id: hal-00257263**

**<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00257263>**

Submitted on 18 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Control Adaptativo del Inversor Boost

Carolina Albea, Francisco Gordillo, Carlos Canudas-de-Wit\*  
Dpt. Ingeniería de Sistemas y Automática. Universidad de Sevilla

calbea@cartuja.us.es, gordillo@esi.us.es

\*Laboratoire d'Automatique de Grenoble, Francia

carlos.canudas-de-wit@lag.ensieg.inpg.fr

## Resumen

*En este artículo se diseña un control adaptativo para tratar la carga resistiva desconocida del inversor boost no lineal. Este control adaptativo se obtiene utilizando un observador de estado en uno de los lados del inversor y midiendo las variables de estado. Para analizar la estabilidad del sistema completo se recurre al análisis de perturbaciones singulares. El resultado del control adaptativo se prueba mediante simulaciones.*

**Palabras clave:** Convertidor Boost, Control adaptativo, Separación de escalas de tiempo

## 1. Introducción

El control en los convertidores de potencia de alta frecuencia de conmutación más comúnmente conocidos como (SMPC) se consigue generalmente mediante el seguimiento de una referencia [3, 8, 10]. El uso de esta señal de referencia hace que el sistema en bucle cerrado sea no autónomo, lo que implica que su análisis sea más complejo. En [4, 7] se utilizó un método distinto: se diseñó una ley de control para el convertidor boost que estabiliza un ciclo límite correspondiente al comportamiento deseado del convertidor. No fue necesario el uso de señales externas. No obstante, el convertidor boost previene los pasos por cero de la señal de salida, y por tanto, no se alcanza una corriente alterna. Este problema se resolvió en [1] con el uso de un convertidor dobleboost como se propuso en [2]. Fue necesario emplear un *Phase-Locked Loop* (PLL) tanto para la correcta operación del circuito como para su sincronización con la red eléctrica. Sólo se consideró el caso de carga resistiva conocida.

En este artículo se extienden los resultados anteriores al caso de carga desconocida usando un mecanismo de adaptación. Algunas estrategias de control adaptativo aplicadas a SMPC como modos deslizantes, ganancia por tabla de decisión, *backstepping* asociada a una función de Lyapunov, el concepto de punto de malla se tienen en [9, 3, 9, 6]. En el convertidor boost, ver [4], se utilizó un mecanismo de adaptación para el caso de controladores

similares. El hecho que el inversor boost tiene una salida AC hace que el diseño de la ley de adaptación sea más compleja. Se diseña un observador de estado para algunas variables del convertidor aun cuando estas son accesibles. Para analizar la estabilidad del sistema completo se emplea el análisis de perturbaciones singulares. Por simplicidad, no se considera el PLL en el análisis. El control adaptativo resultante es probado mediante simulaciones.

El resto del artículo se organiza del siguiente modo: en la Sec. 2 se presenta el modelo del convertidor dobleboost (inversor boost). En la Sec. 3 se plantea el problema, el cual es resuelto en la Sec. 4 mediante el diseño de un mecanismo de adaptación. La Sec. 5 se dedica al análisis de estabilidad y la Sec. 6 presenta algunos resultados de simulación. El artículo se cierra con una sección de conclusiones.

## 2. El modelo del inversor boost

El inversor boost es especialmente interesante porque genera una tensión de salida AC mayor que la de entrada DC [2]. Dicho inversor se construye con dos convertidores DC-DC, tipo boost cada uno, y una carga conectada entre ellos Fig. 1. La implementación del circuito se muestra en la Fig. 2. Cada convertidor produce una tensión unipolar sinusoidal DC,  $V_1$  y  $V_2$ . Dichas tensiones  $V_1$  y  $V_2$  deben de presentar un desfase igual a  $180^\circ$ , de modo que se maximice la tensión a través de la carga, [2].

Suponemos que:

- todos los componentes son ideales y las corrientes de los convertidores son continuas,
- las inductancias  $L = L_1 = L_2$ , y las capacitancias  $C = C_1 = C_2$ , son conocidas
- la carga  $R_0$  es desconocida, y tiene que estimarse.

El circuito de la Fig. 2 está dirigido por conmutación, ON/OFF, de los transistores  $Q_i$ , alcanzando cuatro modos de funcionamiento ilustrados en

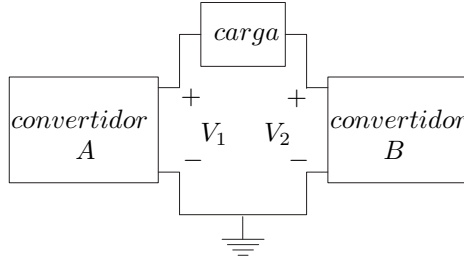


Figura 1: Básica representación del inversor boost

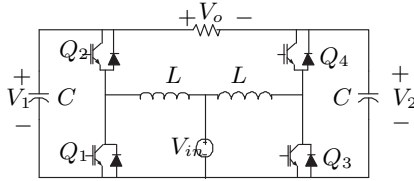


Figura 2: Convertidor Boost DC-AC ideal

el Apéndice A. Para los propósitos de control, es usual utilizar los valores medios de las corrientes y las tensiones. Este modelo es más apropiado para el control porque describe en tiempo continuo ODEs suaves y no lineales. Siguiendo [1], con este proceso llegaremos al modelo normalizado descrito abajo.

### 2.1. Modelo normalizado

Suponemos una carga resistiva, un modelo normalizado en términos de la corriente media  $x_1$  y la tensión media  $x_2$ , para un lado del inversor (ver [1]), es:

$$\dot{x}_1 = -u_1 x_2 + 1 \quad (1)$$

$$\dot{x}_2 = u_1 x_1 - a x_2 + a x_4 \quad (2)$$

y el modelo normalizado respectivo para el otro lado se obtiene análogamente mediante simetría

$$\dot{x}_3 = -u_2 x_4 + 1 \quad (3)$$

$$\dot{x}_4 = u_2 x_3 + a x_2 - a x_4 \quad (4)$$

donde  $u_i \in [0, 1]$ ,  $i = 1, 2$  describen las entradas de control. Observa que están también normalizadas y reflejan el porcentaje de activación del ciclo de trabajo de cada lado del circuito. Aquí, se tratan como variables continuas. El parámetro  $a = \frac{1}{R_0} \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$  depende del valor de la carga que se supone conocida.

### 3. Formulación del problema

El problema de control es diseñar una ley de control para  $u_1$  y  $u_2$ , para el sistema (1)-(2) y (3)-(4) para que la salida oscile como una señal sinusoidal

con una amplitud dada i.e.

$$y = x_2 - x_4 \quad y_r = A \cos(\omega t + \varphi)$$

con valores preespecificados para  $A$  y  $\omega$ . El cambio de fase  $\varphi$  no está especificado.

Bajo la suposición que  $a$  es constante y conocida, en [1] se propuso una ley de control no lineal basada en el método Hamiltoniano. El diseño se basa siguiendo el cambio de coordenadas:

$$\eta_1 = \frac{x_1^2 + x_2^2}{2} \quad (5)$$

$$\eta_2 = x_1 - a x_2^2 + a x_2 x_4 + \eta_{20} \quad (6)$$

$$\eta_3 = \frac{x_3^2 + x_4^2}{2} \quad (7)$$

$$\eta_4 = x_3 - a x_4^2 + a x_2 x_4 + \eta_{40} \quad (8)$$

Los controladores renombrados más abajo, tienen como objetivo hacer que las siguientes funciones tiendan a cero

$$\Gamma_1 \equiv \omega^2 (\eta_1 - \eta_{10})^2 + (\eta_2 - \eta_{20})^2 - \mu = 0 \quad (9)$$

$$\Gamma_2 \equiv \omega^2 (\eta_3 - \eta_{30})^2 + (\eta_4 - \eta_{40})^2 - \mu = 0 \quad (10)$$

siendo orbitalmente estables. Los parámetros  $\eta_{10}$ ,  $\eta_{20}$  y  $\eta_{30}$ ,  $\eta_{40}$  definen los centros de las elipses respectivamente y  $\omega$ ,  $\mu$  están relacionados con sus tamaños. Basado en esta definición, las leyes de control no lineal es como se propusieron en [1] tienen la siguiente forma:

$$u = k(x, a) = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1(x, a) \\ k_2(x, a) \end{bmatrix} \quad u \in \mathbb{R}^2$$

con  $k_1(x, a)$ ,  $k_2(x, a)$  dado en el Apéndice B.

el diseño se completa con un lazo externo adicional (PLL) cuya función es obtener un cambio de fase de  $180^\circ$  entre las dos tensiones  $V_1$  y  $V_2$  llegando a alcanzar de esta forma el objetivo deseado. La meta aquí, es extender este trabajo al caso de carga desconocida.

### 4. Diseño de la ley de adaptación de la carga

En esta sección se propone una ley de adaptación (o un observador de la carga) para tratar las incertidumbres y/o las variaciones de la carga en el parámetro donde esta incluida,  $a$ . El diseño de este observador está basado sólo en un lado del circuito, el cual contiene suficiente información para hacer dicho parámetro observable. Por tanto, no es necesario el uso de los dos lados del circuito en este momento.

El lado izquierdo del circuito (1)-(2) y (3)-(4), puede ser compactamente reescrito como:

$$\dot{x}_l = U_l x_l + a B_l y + E_l \quad (11)$$

$$y = x_2 - x_4 \quad (12)$$

con  $x_l = [x_1, x_2]^T$ , y

$$U_l = \begin{bmatrix} 0 & -u_1 \\ u_1 & 0 \end{bmatrix}, B_l = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}, E_l = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

A continuación, suponemos que ambas tensiones y intensidades son medibles (analogicamente o digitalmente) y, por tanto, accesibles para el uso del control.

#### 4.1. Ley de adaptación

La ley de adaptación propuesta se compone por: un observador de estado para un lado del inversor boost, más una ley de adaptación para el parámetro  $a$ . Así, se tiene la siguiente estructura:

$$\dot{\hat{x}} = U_l \hat{x} + \hat{a} B_l y + E_l + K(x_l - \hat{x}) \quad (13)$$

$$\dot{\hat{a}} = \beta(x_l, \hat{x}) \quad (14)$$

donde  $K \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  es una matriz de diseño constante, y  $\beta(x_l, \hat{x})$  es la ley de adaptación que se diseñará. Observa, que incluso si  $x_l$  es accesible, la ley de adaptación diseñada aquí requiere el observador de estado adicional (o extendido). Esto será aclarado durante el análisis del sistema de ecuaciones de error, como será estudiado más abajo.

#### 4.2. Ecuaciones de error

Se supone que  $a$  es un parámetro constante ( $\dot{a} = 0$ ) (o que varia lentamente  $\dot{a} \approx 0$ ) y define las siguientes variables de error:

$$\tilde{x} = x_l - \hat{x}, \quad \tilde{a} = a - \hat{a}, \quad \dot{\tilde{a}} = -\dot{\hat{a}}.$$

La ecuación de error son derivadas ahora desde (11)–(12) junto con (13)–(14)

$$\dot{\tilde{x}} = -K\tilde{x} + \tilde{a}B_l y \quad (15)$$

$$\dot{\tilde{a}} = -\beta(x_l, \hat{x}) \quad (16)$$

Se toma  $K$  de la forma,

$$K = \alpha I, \quad \alpha > 0$$

y  $P = I$  es la solución trivial de  $PK^T + KP = -Q$ , con  $Q = -2\alpha I$ .

Introduciendo

$$V = \tilde{x}^T P \tilde{x} + \frac{\tilde{a}^2}{\gamma} \quad (17)$$

se tiene

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \tilde{x}^T Q \tilde{x} + 2\tilde{a} \left( \tilde{x}^T P B_l y + \frac{\dot{\tilde{a}}}{\gamma} \right) \\ &= \tilde{x}^T Q \tilde{x} + 2\tilde{a} \left( \tilde{x}^T P B_l y - \frac{\dot{\tilde{a}}}{\gamma} \right) \end{aligned}$$

La ley de adaptación se diseña cancelando los términos cuadráticos que están entre paréntesis, i.e.

$$\dot{\hat{a}} = \gamma(B_l^T P \tilde{x})y \quad (18)$$

#### 4.3. Propiedades de la estabilidad

Se definen ahora las ecuaciones de error de la ley de adaptación y del observador. Estas ecuaciones son:

$$\dot{\tilde{x}} = -K\tilde{x} + \tilde{a}B_l y \quad (19)$$

$$\dot{\tilde{a}} = -\gamma(B_l^T P \tilde{x})y \quad (20)$$

Las propiedades de estabilidad de estas ecuaciones vienen de la función de Lyapunov,  $V$ , definida anteriormente. Nota que con la elección de (18) se tiene

$$\dot{V} = -\tilde{x}^T Q \tilde{x}$$

A partir de los argumentos estándares de Lyapunov, se tiene que las variables de error:  $\tilde{x}$  y  $\tilde{a}$ , está acotadas. Además por el principio de invarianza de LaSalle, podemos concluir fácilmente que  $\tilde{x} \rightarrow 0$ , lo cual implica a partir de (20) que  $\dot{\tilde{a}} \rightarrow 0$ .

Desde (19), y por la propiedad  $\tilde{x} \rightarrow 0$ , y  $\dot{\tilde{x}} \rightarrow 0$ , tenemos que

$$\tilde{a}B_l y \rightarrow 0$$

Observa que si  $y$  se mantiene como una sinusoidal como era esperado desde la formulación del problema de control, la única solución asintótica para  $\tilde{a}$ , es  $\tilde{a} = 0$ , como  $y \neq 0, \forall t \geq 0$ .

Nota, que en los instantes que  $y = 0$ , (11) no depende del parámetro  $a$ .

El lema siguiente recoge los resultados anteriores:

**Lema 1** Consideramos el sistema en bucle abierto (11)–(12), y suponemos que las soluciones están acotadas. El observador extendido (13)–(14) tiene las siguientes propiedades:

i) Los estados estimados  $\hat{x}$ ,  $\hat{a}$  están limitados.

ii)  $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{x}(t) = x(t)$ .

iii)  $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{a}(t) = a$ , si y sólo si  $y(t) \neq 0, \forall t \geq 0$ .

#### 5. Estabilidad de las ecuaciones completas en bucle cerrado

En la anterior sección hemos presentado las propiedades de estabilidad del observador extendido. Estas propiedades son independientes de la evolución de las variables de estado del sistema. En esta sección se analiza la estabilidad del sistema completo.

Las ecuaciones de los dos lados del inversor en bucle abierto (1)–(2) y (3)–(4), pueden ser compactamente reescritas como:

$$\dot{x} = U(u)x + aBy + E \quad (21)$$

$$y = x_2 - x_4 \quad (22)$$

con  $x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ , y

$$U = \begin{bmatrix} 0 & -u_1 & 0 & 0 \\ u_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -u_2 \\ 0 & 0 & u_2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

### 5.1. El sistema ajustado

El *sistema ajustado* se define como el sistema en bucle cerrado ideal bajo la acción de la ley de realimentación ajustada  $u^* = k(x, a)$ , calculada con el valor exacto de  $a$ .

El sistema ajustado dado en los capítulo previos da

$$\dot{x} = U(u^*)x + aBy + E \quad (23)$$

$$= U(k(x, a))x + aBy + E \quad (24)$$

$$= f(x) \quad (25)$$

y alcanza las soluciones periódicas orbitales asintóticamente estables a, i.e.

$$x^*(t) = x^*(t + T)$$

En el capítulo anterior se mostró que la función  $\Gamma(\eta_1, \eta_2)$  definida en (9) tiende a cero. Ella se corresponde a una solución sinusoidal periódica con periodo  $T = 2\pi/\omega$ . Consecuentemente,  $y^* = x_2^* - x_4^*$  es también sinusoidal.

### 5.2. Sistema en bucle cerrado

En la práctica, la ley de control que se aplica depende de la estimación del parámetro  $a$ . Denotamos esta ley de control como  $\hat{u} = k(x, \hat{a})$ . Observa que esta ley de control depende del estado  $x$  y no de su estimación  $\hat{x}$ , porque el estado  $x$  es directamente medible. El papel de  $\hat{x}$  es tan sólo hacer posible el diseño de la ley de adaptación para  $a$ .

La ecuación en bucle cerrado resultante del empleo de  $\hat{u} = k(x, \hat{a})$  se escribe, como

$$\dot{x} = U(\hat{u})x + aBy + E \pm U(u^*)x \quad (26)$$

$$= f(x) + [U(\hat{u}) - U(u^*)]x \quad (27)$$

$$= f(x) - U(\tilde{u})x \quad (28)$$

donde  $\tilde{u} = u^* - \hat{u}$ . Obseva que  $U(\tilde{u}) = U(\tilde{x}, \tilde{a})$ , puede ser dividido como sigue:

$$U(\tilde{u}) = U(\tilde{x}, \tilde{a}) = \begin{pmatrix} \mathbb{I}\psi_1(x, a_m)\tilde{a} & 0 \\ 0 & \mathbb{I}\psi_2(x, a_m)\tilde{a} \end{pmatrix}$$

donde  $\psi_i(x, a_m) = \partial_a k_i(x, \tilde{a})|_{\tilde{a}=a_m}, \forall i = 1, 2$ . Esta expresión resulta de la aplicación del teorema del

valor medio, con  $a_m \in [a_{min}, a_{max}]$ , siendo un valor de  $a$  en el intervalo físico permitido. La matriz antisimétrica  $\mathbb{S} = -\mathbb{S}^T$  es definida como

$$\mathbb{S} = \text{diag}\{\mathbb{I}, \mathbb{I}\}, \quad \mathbb{I} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

El término  $U(\tilde{u}) = U(x, \tilde{a})$  captura el acople entre el valor real y el valor estimado de la carga. En vista de la discusión anterior, este término tiene la siguiente propiedad:

**Propiedad 1** Tomamos  $\mathbb{M} = \{(x, \tilde{a}) : \|x - x^*\| < \epsilon_x, |\tilde{a}| < \epsilon_a\}$ , como un dominio compacto que incluye las soluciones periódicas asintóticas del sistema ajustado y con la carga exacta. Entonces, la función  $U(\tilde{u}) = U(x, \tilde{a})$  tiene  $\forall (x, \tilde{a}) \in \mathbb{M}$ , y por tanto, tiene las siguientes propiedades:

i) es continua, analítica y libre de singularidades

ii) tiene los siguientes límites:

$$\lim_{\tilde{u} \rightarrow 0} U(\tilde{u}) = \lim_{\tilde{a} \rightarrow 0} U(x, \tilde{a}) = 0.$$

Uniendo (28) con el sistema de error del observador proporciona el conjunto completo de las ecuaciones en bucle cerrado, con  $y = y(x)$

$$\dot{x} = f(x) - U(x, \tilde{a})x \quad (29)$$

$$\dot{\hat{x}} = -\alpha\tilde{x} + \tilde{a}By \quad (30)$$

$$\dot{\tilde{a}} = -\gamma(B^T P \tilde{x})y \quad (31)$$

donde hemos substituido  $K = \alpha I$ . Las consideraciones de estabilidad discutidas aquí estarán basadas en la separación de escala de tiempo. La principal idea es que con la elección apropiada de las ganancias, como se discutirá más tarde, las ecuaciones del observador (30)-(31) pueden ser vistas como el subsistema rápido y la ecuación (29) como el subsistema lento. Nota de nuevo, que esta separación de escala de tiempo debería estar forzada por un cambio particular del observador y de las ganancias de adaptación:  $K$  y  $\gamma$ .

### 5.3. Forma de perturbaciones singulares

Para poner el sistema anterior en la forma de perturbaciones singulares estándar, realizamos los siguientes pasos:

- introducimos  $\bar{a} = \frac{\tilde{a}}{\alpha}$ ,
- seleccionamos  $\gamma = \alpha^2$
- definimos  $\varepsilon = \frac{1}{\alpha}$

Con estas consideraciones, alcanzamos,

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) - U(x, \bar{a})x \\ \varepsilon \dot{\tilde{x}} &= -\tilde{x} + \bar{a}By, \\ \varepsilon \dot{\tilde{a}} &= -(B^T P \tilde{x})y.\end{aligned}$$

donde  $\varepsilon > 0$  es un parámetro pequeño. Observa que esta selección particular de las ganancias impone ganancias relativas para la adaptación,  $\gamma$ , y define precisamente, como las ganancias del observador están relacionadas con  $\gamma$ .

El sistema objetivo para las variables lentas, tras el cambio de variables (5)–(8), [1] es

$$\begin{aligned}\dot{\eta}_1 &= \omega \eta_2 \\ \dot{\eta}_2 &= -\omega \eta_1 - kx_2 \Gamma(\eta_1, \eta_2).\end{aligned}$$

Dividiendo estas ecuaciones por  $\omega$  alcanzan una forma similar para las ecuaciones pertenecientes al subsistema rápido. Como queremos que las variables  $x$  sea mucho menores que las  $z$  tenemos que imponer

$$\varepsilon \ll \frac{1}{\omega}, \quad \varepsilon \ll \frac{1}{k}$$

Esto significa que tanto la ganancia de adaptación  $\gamma$  como el parámetro de ajuste  $k$  deberían de estar relacionados con la frecuencia deseada, como:

$$\gamma \gg \omega^2, \quad \gamma \gg k^2$$

Haciendo que  $z = [\tilde{x}, \tilde{a}]^T$  llegamos a una formulación más general

$$\dot{x} = f(x) - U(\tilde{u})x \quad (32)$$

$$\varepsilon \dot{z} = g(x, z) \quad (33)$$

con,

$$\begin{aligned}x(t_0) &= x^0, x \in \mathbb{R}^3 \\ z(t_0) &= z^0, z \in \mathbb{R}^5\end{aligned}$$

y

$$g(z, x) = \begin{bmatrix} -\tilde{x} + \bar{a}By \\ -(B^T P \tilde{x})y \end{bmatrix}$$

De acuerdo con el análisis de perturbaciones singulares, vamos a seguir los siguientes pasos:

1. Encontrar una solución estacionaria del subsistema rápido (33) hayando raíces de las ecuaciones  $g(x, z) = 0$ , i.e.  $z = \phi(x)$
2. Substituir esta solución en el subsistema *lento* (32), y encontrar un resultado del subsistema lento

$$\dot{x} = f(x) - U(\tilde{u}(x, \phi(x)))x$$

3. Comprobar las propiedades del subsistema rápido a lo largo de una solución particular  $\dot{x} = f(x) - U(\tilde{u}(x, \phi(x)))x$ .

## 5.4. Subsistema lento

Procediendo con los pasos 1 y 2 anteriores, necesitamos encontrar la solución de la ecuación algebraica

$$0 = g(x, z) = \begin{bmatrix} -\tilde{x} + \bar{a}By \\ -(B^T P \tilde{x})y \end{bmatrix}$$

cuyas raíces son calculadas desde

$$\begin{aligned}\tilde{x} &= \bar{a}By \\ 0 &= -\bar{a}B^T P B y^2\end{aligned}$$

nota que  $B^T P B = 2$ , y que las ecuaciones anteriores tienen múltiples soluciones, i.e

$$\begin{aligned}\tilde{x} &= 0 \\ \bar{a}y^2(x) &= 0\end{aligned}$$

si las condiciones iniciales son tales que  $y \equiv 0$ , entonces

$$z = \phi(x) = \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \bar{a} \end{bmatrix} = 0$$

llega a ser una raíz aislada. Entonces para esta solución particular, y observando que  $\bar{a} = \frac{a-\hat{a}}{\alpha} = 0$ , e.i.  $\hat{a} = a$  el modelo lento se escribe como:

$$\dot{x} = f(x) - U(x, 0)x = f(x), \quad (34)$$

lo cual no es más que el sistema ajustado cuyas soluciones  $x(t) = x^*(t)$  son sinusoidales.

## 5.5. El subsistema rápido

Ahora, el próximo paso es evaluar la estabilidad del subsistema rápido en el intervalo de tiempo finito  $t \in [t_0, t_1]$ . Esto se obtiene para la evaluación del subsistema rápido (33) a lo largo de una solución particular del estado-cuasiestable  $x^*(t), \forall t \in [t_0, t_1]$  (soluciones del sistema ajustado), y reescalando el tiempo  $t$  a  $\tau = (t - t_0)/\varepsilon$ .

Como una solución particular consideramos  $y^* = x_2^* - x_4^* = A \cos(\omega t + \varphi)$ , la cual expresada en las coordenadas de un tiempo extendido  $\tau = (t - t_0)/\varepsilon$  es:

$$y^* = y^*(\tau, \omega, \varepsilon, t_0) = A \cos(\omega(\varepsilon\tau + t_0) + \varphi)$$

el subsistema rápido (33) evaluado a lo largo de tal solución es,

$$\begin{aligned}\frac{d}{d\tau} \hat{x}_1 &= -\hat{x}_1 \\ \frac{d}{d\tau} \hat{x}_2 &= -\hat{x}_2 - \hat{a}y^* \\ \frac{d}{d\tau} \hat{a} &= \hat{x}_2 y^*\end{aligned}$$

el cual puede ser reescrito como:

$$\frac{d}{d\tau}\hat{z} = J(y^*)\hat{z} = J(\tau, \omega, \varepsilon)\hat{z}$$

con

$$J = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -y^* \\ 0 & y^* & 0 \end{pmatrix}$$

Bajo estas condiciones, el sistema (33) se reduce al sistema autónomo lineal

$$\frac{d}{d\tau}\hat{z} = J(\tau, \omega, 0)\hat{z} = J(y_0^*)\hat{z} \quad (35)$$

Consideramos el  $y_0^* \in D_x$ , con  $D_x \triangleq \{x : |y| = |x_2 - x_4| > c_0 > 0\}$ , el sistema anterior posee las siguientes propiedades.

**Propiedad 2** *Los autovalores de  $J(y^*)$ , para  $[t, x^*, z] \in [t_0, t_1] \times D_x \times \mathbb{R}^3$ , son todos estrictamente negativos, i.e.*

$$\lambda_1 = -1 \quad (36)$$

$$\lambda_2 = \Re\left\{\frac{-1 + \sqrt{1 - 4y^{*2}}}{2}\right\} < 0 \quad (37)$$

$$\lambda_3 = \Re\left\{\frac{-1 - \sqrt{1 - 4y^{*2}}}{2}\right\} < 0 \quad (38)$$

donde  $c_0 > 0$  es una constante.

Por tanto,  $J(y^*)$  es Hurwitz en el dominio considerado. Como consecuencia, existe una matriz  $P(y^*) = P(y^*)^T > 0$  y una  $Q(y^*) > 0$  tal que las ecuaciones estándar de Lyapunov se mantienen:

$$P(y^*)J(y^*) + J(y^*)^T P(y^*) = -Q(y^*)$$

A partir de los argumentos generales de Lyapunovs, se tiene que para todo  $t \in [t_0, t_1]$

$$\|\hat{z}(t, \varepsilon)\| \leq c_1 \exp\left\{-\lambda_{\min}(Q(y^*))\left(\frac{t - t_0}{\varepsilon}\right)\right\}$$

El teorema de Tikhonov, ver [5], puede servir de apoyo para resumir los resultados previos.

**Teorema 1** *Existe una constante positiva  $\varepsilon^*$  tal que para todo  $y_0^* \in D_x$ , y  $0 < \varepsilon < \varepsilon^*$ , el problema de perturbaciones singulares de (32)-(33) tiene una única solución  $x(t, \varepsilon)$ ,  $z(t, \varepsilon)$  en  $[t_0, t_1]$ , y*

$$x(t, \varepsilon) - x^*(t) = O(\varepsilon) \quad (39)$$

$$z(t, \varepsilon) - \hat{z}^*(t/\varepsilon) = O(\varepsilon) \quad (40)$$

se mantiene uniformemente para  $t \in [t_0, t_1]$ , donde  $\hat{z}^*(\tau)$  es la solución del modelo en el subsistema rápido (35). Además, para algún  $t_b > t_0$ , hay  $\varepsilon^{**} \leq \varepsilon^*$  tal que

$$z(t, \varepsilon) = O(\varepsilon)$$

se mantiene uniformemente para  $t \in [t_b, t_1]$  cuando,  $\varepsilon < \varepsilon^{**}$ .

La extensión de este resultado a un intervalo de tiempo infinito, requiere probar que el subsistema rápido es exponencialmente estable en una vecindad de la solución lenta ajustada,  $x^*(t)$ , para todo  $t \geq t_0$ . Esta demostración puede no ser trivial, y se dejará para futuras investigaciones. No obstante, nosotros demostramos la efectividad del método mediante simulación.

Una intuitiva pero no completa explicación para probar la bondad del comportamiento resultante, puede ser dada con la ayuda de la Fig. 3. Observa que el carácter de Hurwitz del Jacobiano (5.5) se pierde sólo cuando  $y = 0$ . Ya que el movimiento rápido,  $z$ , se desarrolla con casi  $y$  constante (see Fig. 3),  $y$  no alcanzará el valor de cero durante este movimiento previamente estipulado cuya condición inicial en cada momento de iniciar la adaptación es tal que  $y$  está suficientemente lejos de cero. Una vez que el conjunto de soluciones lentas (el ciclo límite) sea alcanzado, la variable lenta evolucionará en el dominio  $z = 0$ . Este dominio corresponde al caso cuando el mecanismo de adaptación alcanza su objetivo y el parámetro  $a$  se ha estimado correctamente. En este dominio  $y$  puede alcanzar el valor de cero pero, intuitivamente, podemos pensar que el sistema, una vez la ley de adaptación ha alcanzado el valor correcto, presentará un comportamiento que es similar al caso de carga conocida. Este último caso de estabilidad ya se probó en los capítulos anteriores.

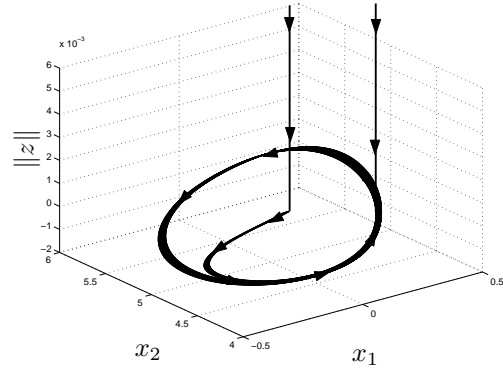


Figura 3: Evolución de una trayectoria en el subespacio de estado  $(x_1, x_2, \|z\|)$ . La parte de la trayectoria cuando el parámetro de la adaptación ha convergido está en el plano  $\|z\| = 0$

## 6. Simulaciones

Las siguientes simulaciones se realizan considerando  $V_{in} = 20V$ ,  $R_0 = 100\Omega$ ,  $L_1 = L_2 = 1,5mH$ ,  $C_1 = C_2 = 100\mu F$ . La salida deseada del circuito es  $V_{out} = 40 \sin 50t V$ .

Para obtener esta tensión, los parámetros son  $a = 0,039$ ,  $\omega = 0,121$ ,  $A = 1$ ,  $k = 1,2$  y  $\eta_{20} =$

$\eta_{40} = 0$ . Los parámetros de la elipse resultante son  $\eta_{10} = \eta_{30} = 12,842$ ,  $\mu = 0,37$ . El valor estimado del parámetro  $a$  será  $\hat{a} = 0,03$  ( $R_0 = 130\Omega$ ), i.e., un 23 % error.

Fig. 4 muestra la evolución de la tensión de salida. Observa que el circuito alcanza el comportamiento deseado. La escala de tiempo es la escala de tiempo real, sin cambio de variable.

La adaptación del parámetro  $a$  se representa en la Fig. 5, además, se prueba la ecuación (40). La convergencia de la variable lenta  $x_2(t, \varepsilon) - x_2^*(t)$  a  $O(\varepsilon)$  con diferentes  $\varepsilon$  se muestran en la Fig. 6, (ecuación (39)). Observa el valor de la escala para el eje vertical y horizontal.

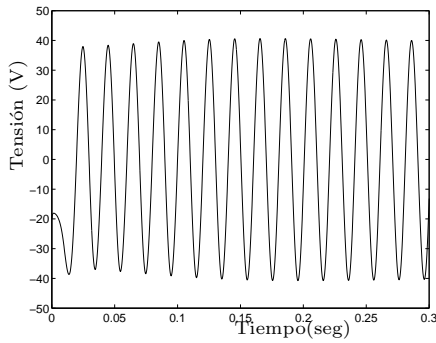


Figura 4: Tensión de salida con adaptación de una perturbación de 23 %

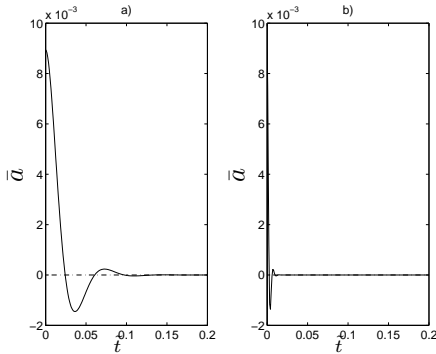


Figura 5: Evolución de  $\bar{a} - \bar{a}^*$  con  $\varepsilon = 0,01$  en a) e  $\varepsilon = 0,001$  en b)

## 7. Conclusiones

Se ha presentado un control adaptativo para tratar el caso de la carga desconocida para el inversor boost. El método se basó en usar un observador de estado en un lado del inversor y el conocimiento de que las variables de estado son accesibles. La estabilidad del sistema completo se probó reescribiendo el sistema en forma de perturbaciones singulares estándar, de ahí obtuvimos una relación entre la ganancia de adaptación,  $\gamma$ , el parámetro

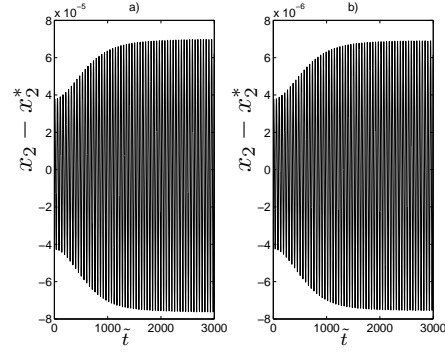


Figura 6: Convergencia de  $x_2 - x_2^*$  con  $\varepsilon = 0,01$  en a) y  $\varepsilon = 0,001$  en b)

de la matriz del observador,  $\alpha$ , y el parámetro de la variable perturbada,  $\varepsilon$ . Otra relación importante entre el parámetro de la variable perturbada,  $\varepsilon$ , y la frecuencia del sistema,  $\omega$ , se alcanzó en el análisis del subsistema rápido. Finalmente, se estableció la estabilidad mediante el teorema de Tikhonov.

Un problema abierto es la extensión de este resultado al intervalo infinito.

## Agradecimientos

Los autores desean agradecer al MEC-FEDER la financiación de este trabajo con cargo al proyecto DPI2006-07338.

## Referencias

- [1] C. Albea, F. Gordillo, and J. Aracil. Control of the boost DC-AC converter by energy shaping. 2006.
- [2] R. Caceres and I. Barbi. A boost DC-AC converter: analysis, design, and experimentation. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 14(1):134–141, 1999.
- [3] H. El Fadil, F. Giri, M. Haloua, H. Ouadi, I. LAP, and F. Caen. Nonlinear and adaptive control of buck power converters. *Decision and Control, 2003. Proceedings. 42nd IEEE Conference on*, 5, 2003.
- [4] F. Gordillo, D. Pagano, and J. Aracil. Autonomous oscillation generation in electronic converters. *Proceedings of the IEEE International Workshop on Electronics and System Analysis-IWESA'04*, 2004.
- [5] H. K. Khalil. *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, third edition edition, 2002.
- [6] T. Ñg, F. Leung, and P. Tam. A simple adaptive control strategy for regulated switching DC-DC converter based on grid-point concept. *Power Electronics Specialists Con-*



- ference, 1996. *PESC'96 Record., 27th Annual IEEE*, 2, 1996.
- [7] D. J. Pagano, J. Aracil, and F. Gordillo. Autonomous oscillation generation in the boost converter. In *Proceedings of the 16<sup>th</sup> IFAC World Congress*, 2005.
- [8] P. Sanchis, A. Ursaea, E. Gubia, and L. Marroyo. Boost DC–AC Inverter: A New Control Strategy. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 20(2):343–353, 2005.
- [9] S. Tan, Y. Lai, and C. Tse. Adaptive control schemes for stabilizing switching frequency of sliding mode controlled power converters. *Power Electronics and Applications, 2005 European Conference on*, page 8, 2005.
- [10] N. Vazquez, D. Cortes, C. Hernandez, J. Alvarez, J. Arau, and J. Alvarez. A new nonlinear control strategy for the boost inverter. *Power Electronics Specialist Conference, 2003. PESC'03. 2003 IEEE 34th Annual*, 3, 2003.