Convection naturelle dans un milieu poreux multicouche

Yacine Ould-Amer, Saoussène Slama

▶ **To cite this version:**

Yacine Ould-Amer, Saoussène Slama. Convection naturelle dans un milieu poreux multicouche. JITH 2007, Aug 2007, Albi, France. 5p. hal-00163215

HAL Id: hal-00163215
https://hal.science/hal-00163215

Submitted on 29 Aug 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CONVECTION NATURELLE DANS UN MILIEU POREUX MULTICOUCHE

Yacine Ould-Amer et Saoussène Slama
USTHB, FGMGP, LTPMP, Dépt. T.E
BP 32 EL-ALLIA BAB EZZOUAR 16111 ALGER
yacineouldamer@yahoo.fr

Résumé

Dans la présente étude, nous nous sommes intéressés à la convection naturelle dans une cavité carrée poreuse multicouche. Chaque couche de milieu poreux (trois dans la présente étude) est considérée homogène, isotrope et saturé par un seul fluide. Cette enceinte est supposée être chauffée à des températures différentes le long des parois latérales, les deux autres sont isolés. Dans le but de généraliser les résultats, les équations gouvernantes sont mises sous forme adimensionnelle. Les paramètres de l'étude sont les nombres de Rayleigh modifié et fluide, le nombre de Darcy, le nombre de Prandtl ainsi que les rapports de perméabilités entre les différentes couches. La convection naturelle bidimensionnelle laminaire est modélisée numériquement par la méthode numérique des volumes finis.

Mots clés : convection naturelle, milieux poreux, multicouche, Darcy.

1. INTRODUCTION

La convection naturelle dans les milieux poreux a été un sujet de recherche attractif pour plusieurs auteurs et demeure d'actualité. Cet intérêt est dû à ses diverses applications dans la pratique telles que l'extraction de l'énergie géothermique, la récupération du pétrole, les échangeurs de chaleur et le stockage des produits d'agriculture.
Les travaux sur ce thème englobent l'expérimentation et les solutions analytiques, mais la modélisation numérique reste le plus souvent l'outil indispensable pour la prédiction.
Le modèle physique généralement considéré consiste en une cavité carrée maintenue sur ses faces latérales à des températures différentes alors que les faces haute et basse sont adiabatiques [1-4]. D'autres types de conditions aux limites ont été aussi considérés, à savoir flux imposé sur l'une des faces latérales alors que l'autre est maintenue à une température constante [5].
Dans la pratique, les milieux poreux ne sont pas constitués d'une seule couche mais plutôt plusieurs couches en forment la structure, ils sont désignés généralement par multicouches. C'est ainsi par exemple, dans les procédés d'extraction du pétrole, l'huile doit s'écouler à travers le sable, les roches et le calcaire. Des situations similaires sont rencontrées dans les réservoirs géothermiques ainsi que dans les aquifères. Le modèle le plus souvent repris consiste en un milieu poreux formé de deux couches verticales ; les références [5] et [6] en constituent des exemples. Cependant peu de travaux sont consacrés pour le cas des couches horizontales.

Pour notre part, par le biais d'une simulation numérique, la convection naturelle dans une enceinte poreuse multicouche est étudiée.

2. FORMULATION MATHEMATIQUE

Le modèle physique considéré consiste en une cavité poreuse horizontale, infiniment longue de section droite carrée, formée de trois couches horizontales de milieu poreux de perméabilités différentes. Une représentation schématique du modèle physique est donnée par la figure 1. Chaque couche est considérée homogène, isotrope et saturé par un fluide incompressible. Les faces latérales sont maintenues à des températures différentes alors que les faces horizontales sont adiabatiques. Dans ce cas une convection naturelle laminaire bidimensionnelle s'établit dans l'enceinte poreuse. La masse volumique est considérée constante sauf dans le terme de poussée (hypothèse de Boussinesq). Un équilibre thermique local a lieu entre le fluide et le milieu poreux. L'ensemble des équations gouvernant la conservation de la masse, la quantité de mouvement et d'énergie s'écrivent pour chacune des couches, sous forme adimensionnelle comme suit :

$$\frac{\partial U_i}{\partial X}+\frac{\partial V_i}{\partial Y}=0 \tag{1}$$

$$U_i\frac{\partial U_i}{\partial X}+V_i\frac{\partial U_i}{\partial Y}=-\frac{\partial P_i}{\partial X}+\left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U_i}{\partial Y^2}\right)-\frac{U_i}{Da_i}-\frac{C_F\varepsilon^2}{\sqrt{Da_i}}\left|\vec{V_i}\right|U_i \tag{2}$$

$$U_i\frac{\partial V_i}{\partial X}+V_i\frac{\partial V_i}{\partial Y}=-\frac{\partial P_i}{\partial Y}+\left(\frac{\partial^2 V_i}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 V_i}{\partial Y^2}\right)-\frac{V_i}{Da_i}-\frac{C_F\varepsilon^2}{\sqrt{Da_i}}\left|\vec{V_i}\right|V_i+\frac{Ra}{\mathrm{Pr}}\varepsilon\theta_i \tag{3}$$

$$U_i\frac{\partial \theta_i}{\partial X}+V_i\frac{\partial \theta_i}{\partial Y}=\frac{1}{\mathrm{Pr}}\left(\frac{\partial^2 \theta_i}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \theta_i}{\partial Y^2}\right) \tag{4}$$

L'indice i désigne la couche poreuse, il prend les valeurs 1,2 ou 3. Les paramètres apparaissant dans ces équations sont définis dans la nomenclature.

Les conditions aux limites se traduisent mathématiquement sous forme adimensionnelle par :

Pour X=0 $0 \le Y \le 1$ $U_i=V_i=0$ et $\theta_i=1$ (5)

Pour X=1 $0 \le Y \le 1$ $U_i=V_i=0$ et $\theta_i=0$ (6)

Pour Y=0 $0<X<1$ $U_i=V_i=0$ et $\frac{\partial \theta_i}{\partial Y}=0$ (7)

Pour Y=1 $0<X<1$ $U_i=V_i=0$ et $\frac{\partial \theta_i}{\partial Y}=0$ (8)

A côté des conditions aux limites, on associe aussi les conditions de continuité aux interfaces.

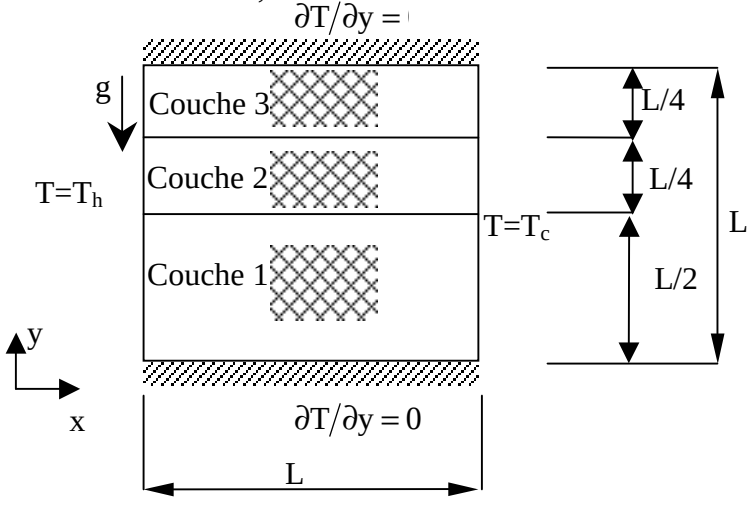


Figure 1 : Modèle physique et système de coordonnées

3. PROCEDURE NUMERIQUE

L'ensemble des équations aux dérivées partielles gouvernant la situation physique, est traduit en équations algébriques par utilisation de la méthode des volumes finis. L'algorithme SIMPLER a été adopté pour la séquence des étapes de résolution. Le schéma en loi de puissance a été retenu pour l'évaluation des termes convectifs. Le système d'équations algébriques est résolu itérativement par l'algorithme de Thomas. Un maillage décalé, de 82×82 nœuds, a été retenu. Un critère de convergence est imposé en terme d'erreur relative pour les variables U, V, P et θ. Les calculs sont stoppés pour une erreur relative inférieure à 10^{-3}. Le code de calcul est validé par rapport à un cas limite [7] sans milieu poreux avec les mêmes conditions aux limites du présent travail. Le cas complètement fluide est décrit par les équations (1) à (4) en prenant le nombre de Darcy (Da) infini et une porosité unité. Les résultats obtenus par le présent code et ceux des auteurs de la référence [7] en bonne concordance.

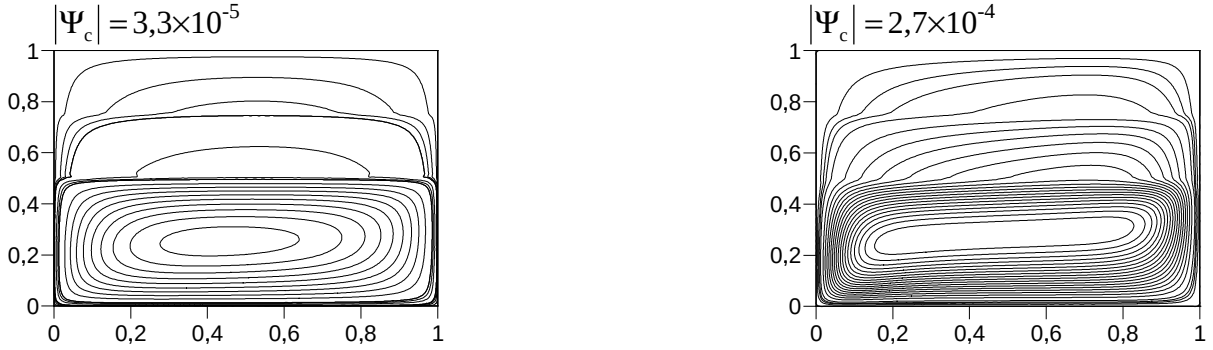
4. DISCUSSION DES RESULTATS

La mise sous forme adimensionnelle des équations gouvernantes a donnée naissance à un groupement adimensionnel englobant le nombre de Darcy (Da), le nombre de Rayleigh (Ra) ainsi que le nombre de Prandtl (Pr). Un autre groupement adimensionnel s'est imposé de la situation physique courante à savoir le nombre de Rayleigh modifié Ra_m (basé sur le nombre de Rayleigh fluide Ra et le nombre de Darcy de la première couche du milieu poreux Da_1, $Ra_m = Ra\, Da_1$) et les rapports de perméabilités $R_{k2,}$ entre les couches poreuses 2 et 1, et R_{k3} entre les couches 3 et1. La gamme des paramètres considérée est la suivante :
$10^6 \le Ra \le 10^8, 10^{-10} \le Da \le 10^{-2}, 1 \le Ra_m \le 10^4, 10^{-4} \le R_{K2} \le 10^{-1}$,
$10^{-4} \le R_{K3} \le 10^{-1}$. Le nombre de Prandtl Pr, la porosité ε et le coefficient inertiel C_F sont fixés respectivement à 50, 0,4 et 0,55.
Différentes valeurs du nombre de Rayleigh modifié et du rapport de perméabilités conduisent à différentes structures d'écoulement et de transfert de chaleur. C'est ainsi par exemple pour une large gamme de Ra_m et un rapport de perméabilités égal à 0,1, les lignes de courant prennent une forme elliptique dans la première couche (couche du bas), alors qu'à l'approche de l'interface séparant les couches 1 et 2, les lignes de courant sont déformées. Cette situation est une indication de la pénétration du fluide dans les deux autres couches 2 et 3. De même pour une large gamme de Ra_m ($Ra_m < 10^3$)et des rapports de perméabilités allant de 0.1 à 0.001, les lignes de courant subissent une déformation à l'approche des interfaces séparant les différentes couches, alors que dans la couche 1 un régime cellulaire a lieu. La figure 2a illustre ce comportement pour un $Ra_m = 100$. On notera que ψ_c indique l'intensité de la fonction de courant au centre de la première couche. Pour un Ra_m égal à 10^3 et pour toute valeur du rapport de perméabilités, les lignes de courant sont plus étalées dans la couche 1 et subissent des déformations plus importantes aux interfaces séparant les différentes couches (figure 2b). Il y a lieu de signaler que l'intensité de la fonction de courant au centre de la première couche pour $Ra_m = 1000$ est beaucoup plus importante que celle correspondant aux nombres de Rayleigh modifié inférieurs à 10^3. A titre d'indication ψ_c pour $Ra_m = 1000$ est approximativement huit fois plus grande que celle correspondant à $Ra_m = 100$. Ce comportement s'explique physiquement par le fait que la perméabilité de la première couche étant toujours plus grande que celle des deux autres (au moins dix fois plus grande), le fluide

dans ce cas, circule plus librement dans cette première couche qu'ailleurs puisque la résistance à l'écoulement est moindre.

Les isothermes sont représentées par les figures 3a et 3b. Pour des valeurs de $\mathrm{Ra_m}$ inférieures à 10^3, les isothermes sont des droites parallèles aux parois verticales dans la deuxième et troisième couche, tandis que pour la première couche, les isothermes correspondantes sont légèrement inclinées. En passant à $Ra_m = 10^3$, les isothermes sont très affectées. En effet, elles sont très serrées prés des parois chaude et froide indiquant ainsi un gradient de température très prononcé.

Le transfert de chaleur quantifié en terme du nombre de Nusselt moyen est représenté par les figures 4a et 4b. D'une manière générale, il apparaît une évolution similaire quelque soit la valeur du des rapports de perméabilités. Les figures 4a et 4b montrent que le nombre de Nusselt moyen est une fonction croissante de $\mathrm{Ra_m}$, c'est-à-dire de la perméabilité de la première couche. D'autre part, le plus grand taux de transfert de chaleur est obtenu pour $Ra_m = 10^4$. Aux faibles valeurs de $\mathrm{Ra_m}$ un faible échange de chaleur a lieu.

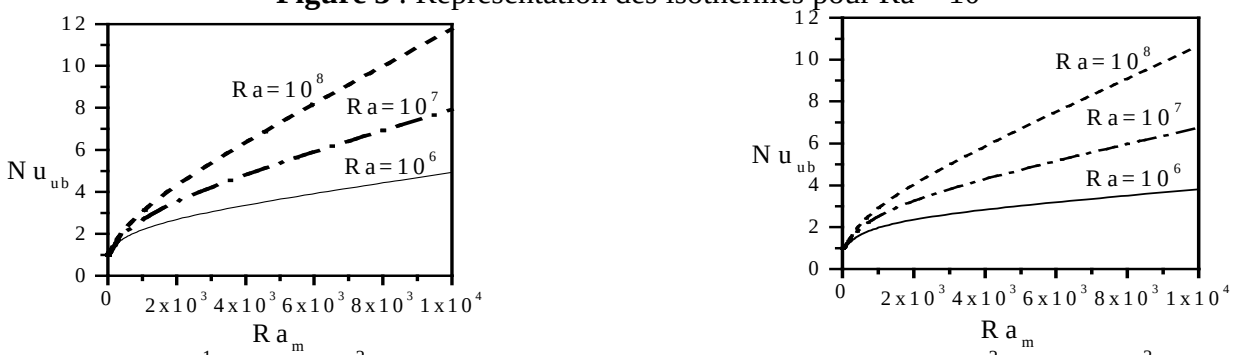


a) $Ra_m = 100$, $R_{K2} = 10^{-2}$, $R_{K3} = 10^{-3}$ b) $Ra_m = 10^3$, $R_{K2} = 10^{-1}$, $R_{K3} = 10^{-2}$

Figure 2 : Représentation des lignes de courant pour Ra = 10^6

a) $Ra_m = 100$, $R_{K2} = 10^{-2}$, $R_{K3} = 10^{-3}$ b) $Ra_m = 10^3$, $R_{K2} = 10^{-1}$, $R_{K3} = 10^{-2}$

Figure 3 : Représentation des isothermes pour Ra = 10^6



a) $R_{K2} = 10^{-1}$, $R_{K3} = 10^{-2}$ b) $R_{K2} = 10^{-2}$, $R_{K3} = 10^{-3}$

Figure 4 : Variation du nombre de Nusselt moyen

5. CONCLUSION

La convection naturelle laminaire bidimensionnelle a été étudiée numériquement dans une enceinte poreuse multicouche disposée horizontalement. Les résultats montrent en autre que la convection naturelle est intensive dans la première couche (de perméabilité plus élevée) pour toute la gamme des paramètres considérée. En effet, le régime est cellulaire dans celle-ci. Le taux de transfert de chaleur est une fonction croissante du nombre de Rayleigh modifié.

Nomenclature

Pr Nombre de Prandtl, $Pr = \nu_f / \alpha_{eff}$

Ra Nombre de Rayleigh, $Ra = \dfrac{g\beta H^3 (T_h - T_c)}{\alpha_{eff}\nu_f}$

Da_i Nombre de Darcy $Da_i = K_i / L^2$

Nu_b Nombre de Nusselt moyen sur la face chaude.

U Vitesse adimensionnelle suivant la direction X, $U = \dfrac{uH}{\nu_f}$

V Vitesse adimensionnelle suivant la direction Y, $V = \dfrac{vH}{\nu_f}$

C_F Coefficient inertiel.

X Coordonnée horizontale adimensionnelle, $X = \dfrac{x}{H}$

Y Coordonnée verticale adimensionnelle, $Y = \dfrac{y}{H}$

Symboles grecs

ε Porosité.

θ Température adimensionnelle, $\theta = \dfrac{T - T_c}{T_h - T_c}$

Indice

i couche poreuse

Références

[1] B. D. C. Chan, C. M. Ivey and J. M. Barry, Natural convection in enclosed porous media with rectangular bondaries, J. of Heat Transfer (92), 21-27, 1970.
[2] K. L. Walker and G. M. Homsy, convection in a porous cavity, J. Fluid Mech. (97), 449-474, 1978.
[3] A.Bejan and K.R.Khair, Heat and mass transfer by natural convection in a porous medium, Int. J. of Heat and Mass Transfer (28), 909-918, 1985.
[4] O. V. Trevisan and A. Bejan, Mass and heat transfer by natural convection in a vertical slot filled with porous medium, Int. J. of Heat and Mass Transfer (29), 404-415, 1986.
[5] A. A. Merrikh and A. A. Mohamed, Non-Darcy effects in buoyancy driven flows in an enclosed filled with vertically layered porous media, Int. J. of Heat and Mass Transfer (45), 4305-4313, 2002.
[6] F. C. Lai ans F. A. Kulacki, Natural convection across a vertical layered porous cavity, Int. J. of Heat and Mass Transfer (31), 1247-1260, 1988.
[7] N. C. Marcatos and K.A.Periclious, Laminar and Turbulent natural convection in an enclosed cavity, Int. J. of Heat and Mass Transfer (27), 755-772, 1984.