

Sur les prismes à déviation constante

Eugène Bloch

► **To cite this version:**

Eugène Bloch. Sur les prismes à déviation constante. J. Phys. Theor. Appl., 1917, 7 (1), pp.145-151. <10.1051/jphystap:019170070014500>. <jpa-00241988>

HAL Id: jpa-00241988

<https://hal.archives-ouvertes.fr/jpa-00241988>

Submitted on 1 Jan 1917

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

SUR LES PRISMES A DÉVIATION CONSTANTE;

Par M. EUGÈNE BLOCH.

1. MM. Pellin et Broca ⁽¹⁾ ont signalé les premiers les intéressantes propriétés d'un prisme à déviation constante, dans lequel les deux réfractions à l'entrée et à la sortie sont séparées par une réflexion totale intérieure. L'angle A du prisme (fig. 1) est de 90°,

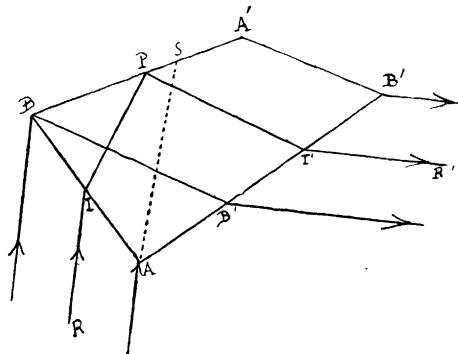


FIG. 1.

l'angle B de 75°; les angles A' et B' sont respectivement de 135° et de 60°. Dans ces conditions, si l'angle d'incidence égale l'angle d'émergence, le rayon émergent R' est perpendiculaire au rayon incident RI. On voit aisément que le prisme équivaut à un prisme ordinaire de 60° utilisé au minimum de déviation. Un spectroscopie muni de ce prisme aura une lunette et un collimateur fixés perpendiculairement l'un à l'autre, et, pour pointer les diverses raies d'un spectre, il suffira de faire tourner le prisme autour d'un axe convenable, sans toucher ni au collimateur, ni à la lunette. Les maisons Pellin et Hilger construisent des spectroscopes de ce type, dans lesquels le mouvement du prisme est commandé par un tambour gradué directement en longueurs d'onde.

L'étude des prismes du type Pellin-Broca soulève certains problèmes intéressant l'optique géométrique. On peut se demander en particulier quelle est la position la plus favorable à donner à l'axe

⁽¹⁾ Ph. PELLIN et A. BROCA, *J. de Phys.*, t. VIII, p. 314 ; 1899.

J. de Phys., 5^e série t. VII (Juillet-Août 1917).

de rotation du prisme. Cette question a été étudiée d'abord par S. Uhler ⁽¹⁾. W. E. Forsythe ⁽²⁾ lui a fait faire récemment un progrès notable en signalant une propriété géométrique remarquable du prisme Pellin-Broca. A la suite de ce travail, S. Uhler ⁽³⁾ est revenu sur la question, et a réussi à généraliser le théorème établi par Forsythe. La méthode analytique de Uhler, quoique très élémentaire, est assez longue. Elle peut être remplacée par une méthode géométrique d'une telle simplicité, qu'il me paraît utile de la signaler. La propriété fondamentale du prisme à déviation constante devient ainsi intuitive et d'une application immédiate.

2. On voit de suite que la face A'B' du prisme Pellin-Broca ne joue aucun rôle effectif; elle n'a été pratiquée que pour économiser la matière transparente. Elle doit être placée de telle sorte que les faces BA' et AB' aient une largeur suffisante pour ne pas diaphragmer le faisceau incident, qui est supposé recouvrir toute la face d'entrée AB. On peut donc faire la théorie du prisme Pellin-Broca en prolongeant les faces BA' et AB' jusqu'à leur intersection C, et en le ramenant ainsi à un prisme triangulaire ABC. Nous allons de plus, au lieu de donner aux angles A et B les valeurs 90° et 75°, leur attribuer des valeurs *quelconques*, moyennant cependant quelques restrictions qui seront énumérées plus loin. On est ainsi conduit à l'étude d'un prisme dont la section droite ABC est un triangle quelconque.

Nous ferons, sur le rayon qui traverse le prisme avec réflexion intermédiaire sur la face BC, les hypothèses suivantes : les angles d'incidence et d'émergence (*fig. 2*) $\angle RIN = i$ et $\angle I'N' = i'$ sont égaux (cas dit de la déviation minimum) et placés par rapport aux normales IN et I'N' comme l'indique la figure. Ces hypothèses reviennent à admettre, comme le montrent les relations qui vont être établies, que l'angle $B + \frac{A}{2}$ est obtus, et par suite l'angle $C + \frac{A}{2}$ aigu ⁽⁴⁾.

(1) S. UHLER, *Physical Review*, t. XXIX, p. 37; 1909.

(2) W.-E. FORSYTHE, *Astrophysical Journal*, t. XLV, p. 278; 1917.

(3) S. UHLER, *Astrophysical Journal*, t. XLV, p. 63; 1918.

(4) Dans le cas contraire, l'angle r' de la figure pourrait devenir négatif, c'est-à-dire que le rayon émergent I'R pourrait être placé de l'autre côté de la normale I'N'. Le prisme ne serait plus à déviation constante. Il resterait cependant susceptible d'applications. Exemple : l'astrolabe à prisme de MM. Claude et Driencourt.

Montrons d'abord que, moyennant les hypothèses faites, la déviation totale δ du rayon lumineux est constante et égale à A . On passe en effet de la direction incidente RI à la direction NI , normale à la face d'entrée, par une rotation i dans le sens des aiguilles d'une

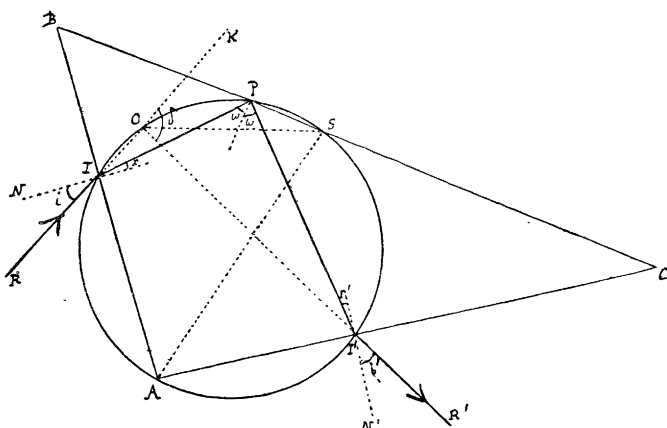


FIG. 2.

montre. On passe ensuite de la direction NI à la direction $I'N'$, normale à la face de sortie, par une rotation A dans le même sens, enfin de la direction $I'N'$ à la direction d'émergence $I'R'$ par une rotation i' en sens inverse. De là la relation générale

$$\delta = A + i - i'$$

et, si les angles d'incidence et d'émergence sont égaux,

$$\delta = A.$$

En second lieu, si ω désigne la valeur commune des angles d'incidence et de réflexion sur la face BC , valeur qui, d'après les hypothèses faites, est comprise entre B et C , on a évidemment :

$$\begin{aligned} r &= B - \omega, \\ r' &= \omega - C = A + B + \omega - \pi, \end{aligned}$$

et par suite

$$r + r' = B - C = A + 2B - \pi.$$

Dans le cas particulier envisagé, ces relations se réduisent à

$$(1) \quad r = r' = \frac{B - C}{2} = \frac{A}{2} + B - \frac{\pi}{2}.$$

et entraînent la suivante :

$$(2) \quad \omega = \frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}.$$

Ainsi les angles r et ω sont donnés géométriquement indépendamment de l'indice du prisme. L'angle i , au contraire, dépend de l'indice.

Le prisme actuel est équivalent (à la réflexion intérieure près) à un prisme ordinaire d'angle α qui serait traversé au minimum de déviation. Pour un pareil prisme, on aurait :

$$r = r' = \frac{\alpha}{2},$$

de sorte que l'équivalence se traduit par l'équation de condition :

$$B - C = \alpha,$$

ou :

$$(3) \quad A + 2B = \pi + \alpha.$$

Comme l'a montré Uhler, l'équivalence se poursuit dans d'autres domaines : elle a lieu aussi pour le pouvoir séparateur.

Uhler fait, au sujet des relations générales qui précèdent, quelques remarques intéressantes.

D'abord il y aura une infinité de prismes à déviation constante équivalents à un seul prisme d'angle α : l'équation (3) les fait connaître tous. Bien entendu le choix des variables A et B pourra être limité par d'autres considérations que les précédentes. Si par exemple on désire que la réflexion en P soit *totale*, l'angle A , et par suite, la déviation constante δ , ne devront pas dépasser une certaine limite, que l'on calcule à partir de la relation (2) : si n désigne le plus petit des indices que l'on désire utiliser, on devra avoir :

$$A < 2 \arccos \frac{1}{n}.$$

Un exemple simple est celui des prismes à déviation constante équivalents à des prismes ordinaires d'angle *nul*, c'est-à-dire sans dispersion. La condition $\alpha = 0$ donne d'abord $B = C$, puis $i = i' = r = r' = 0$. Le prisme est isocèle et les rayons incident et émergent sont normaux aux faces d'entrée et de sortie. La *fig. 3* illustre

les cas suivants : $A = 120^\circ$, $A = 90^\circ$, $A = 60^\circ$. Pour un verre ordinaire, le premier de ces prismes ne comporte pas de réflexion totale en P; les deux autres sont des prismes à réflexion totale.

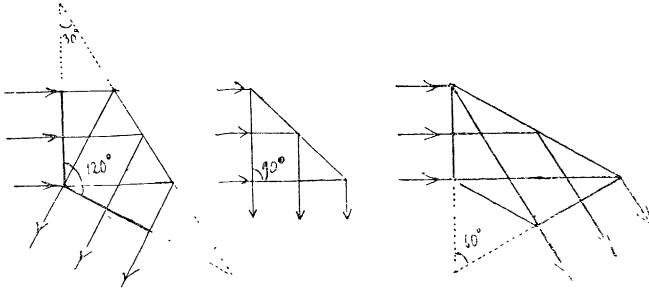


FIG. 3.

Une seconde remarque est la suivante. Pour utiliser totalement la matière, du prisme triangulaire, il suffit évidemment que le premier rayon réfracté IP (*fig. 2*) soit parallèle à la face de sortie AC. La relation qui exprime cette condition est :

$$(4) \quad A = \frac{\pi}{2} - r = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2},$$

et elle entraîne les suivantes :

$$\omega = \frac{\pi}{2} - \frac{A}{2} = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{4},$$

$$B = \frac{\pi + \alpha - A}{2} = \frac{\pi}{4} + \frac{3\alpha}{4}.$$

Dans ce cas, la réflexion en P est toujours totale pour les verres d'optique et les prismes pratiquement utilisables. Si l'égalité (4) n'est pas vérifiée, une portion du prisme reste inutilisée : suivant que A sera inférieur ou supérieur à $\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}$ le faisceau lumineux utile sera délimité par la face de réflexion totale ou par la face d'incidence.

Le second cas est celui du prisme Pellin-Broca : la face A'B' de ce prisme (*fig. 1*) est placée de manière à supprimer la matière inutile. Le cas de transition, correspondant à l'égalité (4), donne une forme de prisme qui paraît assez rationnelle. Si l'on veut, comme dans la combinaison Pellin-Broca, réaliser l'équivalent d'un prisme ordinaire

de 60° ($\alpha = 60^\circ$), on aura

$$A = 60^\circ, \quad B = 90^\circ.$$

La déviation constante sera de 60° et la section droite du prisme sera un triangle rectangle dont un des côtés de l'angle droit est double de l'autre.

3. Proposons-nous maintenant de chercher autour de quel axe il faut faire tourner le prisme pour maintenir immobiles simultanément (si cela est possible) les rayons incident et émergent. Ces deux rayons sont supposés réaliser toujours la condition $i = i'$ dite « du minimum de déviation ». Nous allons utiliser quelques remarques géométriques.

Traçons la circonférence passant par les points A, I, I' (fig. 2); la relation (2) montre qu'elle passe par le point P. La déviation $\delta = \widehat{I'OK}$ étant égale à l'angle A du prisme, la circonférence passe aussi par le point O. Désignons par S le second point de rencontre de la circonférence avec la face réfléchissante BC. L'égalité des angles \widehat{BPI} et $\widehat{CPI'}$ entraîne celle des arcs SI et SI' : il en résulte que les droites AS et OS sont respectivement les bissectrices des angles $\widehat{BAC} = A$ et $\widehat{KOI'} = \delta$.

On en conclut d'abord que le point S est un point invariable du côté BC. Si l'on modifie la radiation étudiée et par suite l'angle i , le point S reste le même. Il en résulte immédiatement que, si l'on fait tourner le prisme autour de l'axe S, le rayon incident restant fixe, le rayon émergent restera également fixe. En effet, se donner le rayon incident IK et le point S, revient à se donner aussi le point O, puisque $\widehat{SOK} = A$, et par suite le rayon émergent OI', puisque $\widehat{SOI'} = \frac{A}{2}$. A chaque circonférence passant par O et S correspondra une position possible du prisme.

Il n'y a d'ailleurs aucun autre axe de rotation qui possède la même propriété. Une rotation autour d'un axe quelconque peut en effet se remplacer par une rotation autour de S, qui laisse fixe le rayon émergent, suivie d'une translation, qui entraînerait évidemment une translation correspondante du rayon émergent.

Pour montrer l'intérêt du théorème précédent, appliquons-le à un prisme du type Pellin-Broca (*fig. 4*) destiné au montage d'un spectroscopie à déviation constante de 90°. Le faisceau parallèle issu du collimateur est supposé recouvrir entièrement la face d'entrée AB, et le faisceau émergent la portion B'B'' de la face de sortie AB'. L'axe de rotation S défini par le théorème précédent se trouve sur la bissectrice de l'angle A. Sa distance au sommet B est donc, en désignant par a la largeur de la face d'entrée AB.

$$BS = a \frac{\sin \frac{A}{2}}{\sin \left(B + \frac{A}{2} \right)}$$

Dans le cas actuel, $A = 90^\circ$ et $B = 75^\circ$. Donc :

$$BS = 0,816a.$$

Dans un prisme de ce type dont la matière est de la fluorine, et qui convient à l'étude de l'ultraviolet extrême, les dimensions réalisées sont : $AB = a = 23$ millimètres; $BA' = 28$ millimètres. L'axe de rotation S doit être placé à la distance $BS = 18^{\text{mm}},8$ de l'arête B. Dans ces conditions, l'objectif de la lunette reste éclairé symétriquement si son axe coïncide avec l'axe d'émergence fixe l'R' du faisceau lumineux.

Pour ce même prisme l'égalité (4) donne, pour l'angle de réfraction r la valeur 30°. Dans le domaine des rayons de Schumann, entre les longueurs d'onde $0^{\mu},485$ et $0^{\mu},430$, l'indice de la fluorine croît de 1,50 à 1,70 environ. Les valeurs extrêmes de l'angle d'incidence i , calculées par la formule de Descartes, sont donc $48^\circ 30'$ et $58^\circ 42'$ environ. Les largeurs utiles du faisceau lumineux incident varient de $15^{\text{mm}},3$ à $12^{\text{mm}},2$ et celles du faisceau émergent de $9^{\text{mm}},8$ à $7^{\text{mm}},8$. Le faisceau est donc notablement plus diaphragmé en largeur qu'en hauteur (celle-ci est de 25 millimètres). Il est par suite indispensable, pour faire une mise au point correcte des raies sur la plaque photographique, de régler aussi exactement que possible la position de l'axe de rotation et de n'utiliser que le centre de l'image pour éviter les erreurs dues à l'astigmatisme.
