



HAL
open science

Sur les théories du résidu électrique

L. Houllevigue

► **To cite this version:**

L. Houllevigue. Sur les théories du résidu électrique. J. Phys. Theor. Appl., 1897, 6 (1), pp.113-120.
10.1051/jphystap:018970060011300 . jpa-00239973

HAL Id: jpa-00239973

<https://hal.archives-ouvertes.fr/jpa-00239973>

Submitted on 1 Jan 1897

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

SUR LES THÉORIES DU RÉSIDU ÉLECTRIQUE ;

Par M. L. HOULLEVIGUE (1).

Les lois expérimentales du résidu électrique ont été formulées principalement par MM. J. Curie et Bouty ; ce sont les lois de proportionnalité aux forces électromotrices et aux capacités, et la loi de superposition. Toute théorie acceptable des effets résiduels devra satisfaire à ces données : mais la théorie de Maxwell fournit de plus une relation $k = n^2$ entre le pouvoir inducteur et l'indice de réfraction, et il me paraît raisonnable d'exiger d'une théorie du résidu qu'elle explique la concordance imparfaite de cette formule avec les valeurs de k mesurées directement.

Or tel n'est pas le cas pour la généralité des hypothèses. Si on rejette la théorie ancienne de la pénétration des charges, qui ne satisfait même pas aux lois fondamentales, ces hypothèses peuvent être réparties en deux groupes.

Les unes supposent l'hétérogénéité du diélectrique produisant à l'intérieur de l'isolant des phénomènes de polarisation : polarisation électrolytique, si l'impureté est de l'eau ou un sel dissous ; polarisation diélectrique si l'impureté est un solide conducteur. J'ai examiné ailleurs ces théories et montré que celle de Maxwell, entre autres, qui est la plus généralement acceptée, ne peut ni rendre compte de la forme générale de la courbe de décharge d'un condensateur, ni permettre d'expliquer la relation $k = n^2$. Pour le verre, par exemple, il faudrait que l'impureté formât les $\frac{2}{3}$ environ de la masse totale du diélectrique, ce qui est difficilement admissible.

Une autre série d'hypothèses a pour base l'élasticité supposée des diélectriques. Telle est la théorie des feuillets élastiques, où le diélectrique est supposé formé de feuillets alternativement conducteurs et isolants ; ces derniers s'écrasant peu à peu sous l'action de la pression électrique, cette théorie ne peut pas davantage rendre compte de la relation $k = n^2$.

Il faut signaler, dans cet ordre d'idées, une théorie d'Hopkinson (2) qui lui a été, dit-il, suggérée par Maxwell, ce qui laisse supposer que

(1) Résumé d'une étude plus étendue qui paraîtra prochainement dans les *Annales de l'Université de Lyon*.

(2) *Philos. Trans.*, t. CLXVII., p. 599: 1877.

J. de phys., 3^e série, t. VI. (Mars 1897.)

l'illustre physicien anglais ne considérait pas comme définitive la théorie qu'il a lui-même donnée du phénomène. Hopkinson se contente, du reste, de transporter, sans autre explication, dans l'étude des condensateurs, l'équation obtenue par Boltzmann pour l'élasticité résiduelle.

Il m'a semblé que l'analogie supposée par Hopkinson entre les résidus électriques et élastiques devait contenir l'explication véritable du phénomène, mais qu'il convenait de la présenter sous une forme différente. J'ai emprunté à la théorie du déplacement de Maxwell son langage et ses notations, bien qu'au fond notre manière d'interpréter le résidu soit indépendant de cette théorie.

Nous supposons donc que les manifestations électriques proviennent d'un éther incompressible baignant le diélectrique. Cet éther n'est pas indépendant des molécules matérielles ; il est rattaché aux positions moyennes de chacune d'elles par des liens élastiques.

Lorsqu'en un point on crée un champ électrique, l'éther se déplace dans le sens du champ jusqu'à ce que la réaction élastique fasse équilibre au champ. Tel est l'effet instantané dans la charge d'un condensateur. Quant à l'effet lent qui le suit, il est naturel de l'attribuer à la réaction exercée par l'éther sur les molécules du diélectrique ; les molécules cèdent peu à peu, leurs positions moyennes sont entraînées lentement dans le sens du champ, et le déplacement de l'éther se trouve augmenté d'autant.

Cette déformation progressive de l'éther semble confirmée par l'étude du phénomène de Kerr (biréfringence des solides placés dans un champ électrique). Quant à la distinction que nous faisons entre la charge instantanée et la charge lente, elle est justifiée de la manière suivante par M. J. Curie⁽¹⁾ : « Quelle que soit, dit-il, l'interprétation qu'on adopte, il ne faut pas oublier qu'au point de vue des faits il y a une différence absolue à faire entre la charge instantanée dépendant du pouvoir inducteur et la charge lente. L'expérience ne laisse aucun doute à cet égard ; ce sont deux phénomènes entièrement différents, dépendant de causes différentes ; ainsi toutes sortes d'actions font varier la charge lente et n'altèrent en rien la charge instantanée... Ces deux charges sont tellement peu influencées par les mêmes causes qu'on serait tenté de croire qu'elles n'emploient pas les mêmes milieux pour se propager. »

(¹) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 6^e série, t. XVII, p. 391 ; 1889.

Les effets résiduels auraient leur origine dans la *viscosité* de la matière du diélectrique; on admet que, dans les milieux visqueux, les forces qui déterminent le déplacement ne dépendent pas seulement du déplacement lui-même, mais de la vitesse avec laquelle il se produit, c'est-à-dire qu'il intervient une réaction de frottement proportionnelle à la vitesse du déplacement; l'échauffement électrique des condensateurs, que nous étudierons ci-après ⁽¹⁾ prouve expérimentalement l'existence de cette réaction. Avant de traduire mathématiquement l'hypothèse dont nous venons d'indiquer le principe, il nous faut préciser quelques points de la théorie du déplacement; on en trouvera la démonstration dans l'*Électricité et Optique* de M. Poincaré :

1° Le déplacement en un point est la distance de la position initiale d'une molécule d'éther à sa position nouvelle; il a pour valeur $\Delta = \frac{K}{4\pi} \Phi$, Φ étant le champ et K le pouvoir inducteur, et il est dirigé dans le sens du champ ;

2° Si Σ est une surface fermée contenant un diélectrique et des charges électriques M (mesurées en unités électrostatiques), si M augmente de dM , le volume d'éther qui sort de Σ est $dQ = dM$;

3° Soit $F d\tau$ la force élastique qui agit sur l'élément de volume $d\tau$, lorsque celui-ci se trouve en équilibre contraint. On a $F = -\frac{4\pi}{K} \Delta = -\Phi$. Le champ Φ est donc la force appliquée à l'unité de volume d'éther (ou fluide inducteur).

Charge d'un condensateur sans résidu. — Nous commençons par mettre en équation le cas le plus simple, celui de la charge d'un condensateur parfait. Donnons-lui une surface S, une épaisseur e , et supposons-le relié, au temps zéro, à une force électromotrice E par un fil de capacité négligeable, de résistance R et de self-induction L. Il s'agit de déterminer le déplacement Δ à un instant donné t .

Soit ψ la différence de potentiel entre les armatures, le champ appliqué à l'unité de volume sera $\frac{\psi}{e}$, la réaction élastique proportionnelle au déplacement sera $-\frac{4\pi}{K} \Delta$. Si on désigne par ρ la densité absolue de l'éther, l'équation du mouvement sera :

$$\rho \frac{\partial^2 \Delta}{\partial t^2} = \frac{\psi}{e} - \frac{4\pi}{K} \Delta.$$

(1) Voir p. 120.

La loi d'Ohm donne pour ψ , I étant l'intensité,

$$\psi = E - RI - L \frac{dI}{dt} = E - RS \frac{d\Delta}{dt} - LS \frac{d^2\Delta}{dt^2}.$$

En remplaçant ψ par cette valeur, l'équation du mouvement devient

$$\left(L + \frac{\rho e}{S} \right) \frac{d^2\Delta}{dt^2} + R \frac{d\Delta}{dt} + \frac{4\pi e}{KS} \Delta = \frac{E}{S}.$$

Si L n'est pas infiniment petit, $\frac{\rho e}{S}$ sera négligeable devant L, à cause de la petitesse extrême de ρ , et l'équation peut s'écrire, en posant $C = \frac{KS}{4\pi}$

$$(1) \quad L \frac{d^2\Delta}{dt^2} + R \frac{d\Delta}{dt} + \frac{\Delta}{C} = \frac{E}{S}.$$

(1) n'est autre que l'équation classique de sir W. Thomson, où Q est remplacé par $S\Delta$.

Charge d'un condensateur à résidu. — Dans un condensateur à diélectrique solide ou liquide, le déplacement Δ sera toujours donné par l'équation (1). Écartons, pour simplifier, le cas des décharges oscillantes. On a, en intégrant et déterminant les constantes par les conditions, qu'au temps zéro Δ et $\frac{d\Delta}{dt}$ sont nuls :

$$(2) \quad \Delta = \frac{CE}{S} \left[1 + \frac{\alpha'}{\alpha - \alpha'} e^{\alpha t} - \frac{\alpha}{\alpha - \alpha'} e^{\alpha' t} \right],$$

α et α' étant les racines négatives de l'équation :

$$Lx^2 + Rx + \frac{1}{C} = 0.$$

Mais en même temps que se produit le déplacement de l'éther par rapport aux molécules matérielles, celles-ci sont entraînées dans le même sens ; au temps t elles sont distantes de Δ' de leurs positions initiales. Les forces qui agissent sur l'unité de volume de diélectrique, de densité P, sont : 1° l'action élastique de l'éther, qui, au temps t , vaut $\frac{4\pi}{K} \Delta$; 2° une réaction des molécules s'opposant à la déformation, et que nous supposons proportionnelle à l'écart ; 3° enfin, une réaction de frottement qui caractérise la viscosité du milieu, et que nous

représenterons par $-2b \frac{d\Delta'}{dt}$. L'équation du mouvement sera donc :

$$(3) \quad \frac{d^2\Delta'}{dt^2} = \frac{4\pi}{K} \Delta - a\Delta' - 2b \frac{d\Delta'}{dt}.$$

On doit remplacer, dans (3), Δ par sa valeur tirée de (2). L'équation ainsi obtenue peut s'intégrer, mais sa complication est extrême. Il est suffisant, pour analyser le phénomène, de se réduire au cas le plus ordinaire, celui où R et L sont très petits. Dans ce cas, Δ atteint très vite sa valeur limite $\frac{CE}{S}$, et l'équation (3) peut s'écrire très approximativement :

$$(4) \quad P \frac{d^2\Delta'}{dt^2} + 2b \frac{d\Delta'}{dt} + a\Delta' = \frac{E}{e}$$

Elle s'intègre comme (1) sous les conditions $\Delta'_0 = \left(\frac{d\Delta'}{dt}\right)_0 = 0$, et donne :

$$(5) \quad \Delta' = \frac{Ea}{e} \left[1 + \frac{\beta'}{\beta - \beta'} e^{\beta t} - \frac{\beta}{\beta - \beta'} e^{\beta' t} \right],$$

β et β' étant les racines de l'équation $P\beta^2 + 2b\beta + a = 0$, qui seront réelles et négatives, si la viscosité est assez grande.

D'après cela, la quantité d'électricité qui apparaît sur les armatures est, au temps t ,

$$Q = S (\Delta + \Delta'),$$

c'est-à-dire :

$$(6) \quad Q = CE \left[1 + \frac{\alpha'}{\alpha - \alpha'} e^{\alpha t} - \frac{\alpha}{\alpha - \alpha'} e^{\alpha' t} + \frac{4\pi}{Ka} \left(1 + \frac{\beta'}{\beta - \beta'} e^{\beta t} - \frac{\beta}{\beta - \beta'} e^{\beta' t} \right) \right];$$

et l'intensité du courant de charge est :

$$(7) \quad I = \frac{dQ}{dt} = CE \left[\frac{\alpha'}{\alpha - \alpha'} (e^{\alpha t} - e^{\alpha' t}) + \frac{4\pi}{Ka} \frac{\beta\beta'}{\beta - \beta'} (e^{\beta t} - e^{\beta' t}) \right].$$

Elle est donnée par la somme de 4 exponentielles, les deux premières correspondent à la charge instantanée, et les deux autres à la charge lente.

Cette représentation des phénomènes obéit aux lois expérimentales du résidu, que nous avons rappelées au début de cet article. J'aurais voulu l'appliquer à quelques-unes des expériences qui

ont déterminé le résidu en fonction du temps ; malheureusement le calcul des coefficients dans les équations (6) ou (7) est presque inabordable. La (*fig. 1*) donne cependant un essai de représentation de la conductibilité du mica à 20°, d'après M. Curie (¹). Les croix marquées sur la figure indiquent les valeurs de C données par l'expérience. La courbe tracée est représentée par la formule :

$$c = 0,00076 [e^{-0,02773t} - e^{-0,2t}] + 0,00001685 [e^{-0,00122t} - e^{-0,00632t}]$$

La concordance est assez bonne et serait sans doute meilleure si on n'en était pas réduit au tâtonnement pour déterminer les coefficients.

La représentation que nous avons donnée du résidu laisse entière les relations fondamentales de la théorie électromagnétique de la lumière. La première, celle qui lie le rapport des unités avec la vitesse de la lumière, n'a rien à voir avec les effets de résidu, car elle n'exige même pas la connaissance de diélectriques autres que le vide ; c'est sans doute pour cette raison que ses vérifications expérimentales sont très satisfaisantes.

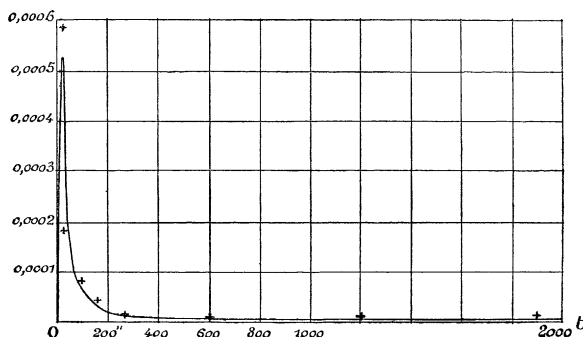


FIG. 1.

La relation $K = n^2$ n'est pas davantage touchée par les développements que nous avons ajoutés à la théorie ; en effet, dans un milieu soumis, comme est le champ lumineux, à des forces électromotrices alternatives à périodes très rapides, il est évident, sans calcul, que le déplacement Δ' sera constamment nul. Tout se passe donc comme si le diélectrique naturel était absolument rigide, ce qui est l'hypothèse de Maxwell.

(¹) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 6^e série, t. XVIII, p. 229.

Il nous reste alors à expliquer comment la relation $K = n^2$, restant vraie, n'est pas vérifiée en général pour les solides et pour les liquides. Cela tient, dans la plupart des méthodes employées, à ce qu'on déduit la mesure du pouvoir inducteur de la mesure de la charge, ce qui revient à prendre, au lieu du pouvoir inducteur vrai K , un pouvoir inducteur apparent K' ,

$$K' = K \left[1 + \frac{\alpha'}{\alpha - \alpha'} e^{\alpha t} - \frac{\alpha}{\alpha - \alpha'} e^{\alpha' t} + \frac{4\pi}{K\alpha} \left(1 + \frac{\beta'}{\beta - \beta'} e^{\beta t} - \frac{\beta}{\beta - \beta'} e^{\beta' t} \right) \right]$$

t représentant la durée de la charge. On voit que K' est toujours supérieur à K , mais tend vers K lorsque t tend vers zéro : c'est ce que donne l'expérience.

Le même effet se produit avec les liquides : seulement le déplacement Δ' pour ces corps s'achève dans un temps très court, au lieu de durer des heures, comme pour les solides : c'est donc à tort que certains physiciens ont nié la formation de résidus dans les diélectriques liquides. Les expériences de M. Pérot ne laissent aucun doute à cet égard.

Parmi les méthodes statiques, seule la méthode de M. Pérot ⁽¹⁾, fondée sur la réfraction des lignes de force à la séparation des deux diélectriques, fournit pour K des valeurs qui satisfont à la loi de Maxwell, même pour les solides à grand résidu, comme le verre et la résine. Ce résultat me paraît facile à expliquer dans la théorie du déplacement : En plaçant dans l'espace des forces électromotrices reliées à des conducteurs, on crée un champ électrique dans lequel les lignes de force obéissent à la loi de réfraction. C'est suivant ces lignes de force que se produit le déplacement Δ ; le déplacement Δ' suit ensuite, et dans la même direction que Δ ; les conducteurs reçoivent alors des charges qui dépendent de Δ et de Δ' , mais il n'y a rien dans ce fait qui puisse modifier l'orientation des lignes de force : les charges ne déterminent pas le champ, elles sont déterminées par lui.

Je terminerai cette étude par une remarque au sujet de la méthode si intéressante par laquelle M. Blondlot ⁽²⁾ a mesuré le pouvoir inducteur du verre, celui du soufre étant supposé connu : deux lames, l'une de verre, d'épaisseur 3 centimètres et de pouvoir inducteur α ,

(1) *C. R. de l'Acad. des Sciences*, t. CXIV, p. 1528.

(2) *Journal de Phys.*, 2^e série, t. X, p. 497 : 1891.

l'autre de soufre, d'épaisseur 3^{cm},15 et de pouvoir inducteur 2,6, interposées sur le chemin d'ondes périodiques synchrones au départ, ne détruisent pas leur synchronisme. Cette expérience signifie, à mon sens, que les perturbations considérées ont mis le même temps à traverser soit la lame de soufre, soit le système formé par la lame de verre et une lame d'air de 0^{cm},15.

Si on appelle V la vitesse de propagation dans le vide (ou dans l'air), V₁ la vitesse dans le verre, V₂ la vitesse dans le soufre, on a :

$$\frac{3,15}{V_2} = \frac{3}{V_1} + \frac{0,15}{V}.$$

Pour aller plus loin, on est obligé d'admettre la relation $K = n^2$, qui donne :

$$\sqrt{x} = \frac{V}{V_1} \quad \sqrt{2,6} = \frac{V}{V_2}.$$

En introduisant ces valeurs dans l'équation précédente, on a :

$$3,15 \sqrt{2,6} = 3 \sqrt{x} + 0,15.$$

Ce qui donne :

$$x = 2,6994 = (1,643)^2.$$

M. Blondlot trouve par un raisonnement différent $x = 2,8 = (1,67)^2$; et Thomson, $x = 2,7 = (1,65)^2$. L'écart numérique est peu important, mais ce qui me paraît l'être davantage, c'est que la méthode de M. Blondlot exigerait l'emploi de la relation de Maxwell et, par suite, ne pourrait pas servir à la vérifier.
