

**Analogies pour angles faits au centre des cadrans
solaires, tant horizontaux, verticaux, que déclinants
inclinés, démontrées par l'analyse des triangles
rectilignes**

Jean Clapies

► **To cite this version:**

Jean Clapies. Analogies pour angles faits au centre des cadrans solaires, tant horizontaux, verticaux, que déclinants inclinés, démontrées par l'analyse des triangles rectilignes. Mémoires de mathématique et de physique de l'Académie royale des sciences, Académie royale des sciences, 1707. <ads-00120443>

HAL Id: ads-00120443

<https://hal.archives-ouvertes.fr/ads-00120443>

Submitted on 15 Dec 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ

Royale des Sciences établie par le Roy à Montpellier en 1706, étant obligés par l'Art. 40 de leurs Statuts d'envoyer tous les ans à l'Académie Royale des Sciences celui de leurs Ouvrages de l'année, qu'ils en jugeroient le plus digne, pour être imprimé avec les Mémoires de cette Académie, ils ont commencé à satisfaire à cette obligation, & ont envoyé l'Ouvrage qui suit.

A N A L O G I E S

Pour les Angles faits au centre des Cadrans Solaires, tant horizontaux, verticaux, que declinans inclinés, démontrées par l'Analyse des triangles rectilignes.

PAR M. DE CLAPIÈS

De la Société Royale des Sciences.

LA description des Cadrans Solaires n'étant qu'une projection des grands cercles de la Sphere sur une surface plane sur laquelle ces cercles sont représentés par des lignes droites, il paroît plus naturel de trouver les angles que ces lignes forment sur le plan du Cadran par la Trigonométrie rectiligne, que de chercher ceux que les cercles font dans le Ciel par la Trigonométrie sphé-

rique dont les principes sont plus composées, & qui par consequent est plus communément ignorée.

Dans cette pensée ayant médité pendant quelque tems sur la recherche de ces Angles, j'en ay trouvé la methode non seulement tres-facile, mais encore plus generale, puisqu'on peut par la même projection & par les mêmes principes donner la solution des Problèmes du premier mobile, pour lesquels la Trigonometrie spherique est employée.

Comme mon dessein n'est pas de donner un Traité complet de Gnomonique, mais seulement les analogies avec leurs démonstrations des Angles faits au centre des Cadrans par la ligne de midy & les lignes horaires; je dois supposer que ceux qui liront ce Memoire sçachent tracer les Cadrans Solaires par la methode ordinaire des Centres diviseurs, & qu'ils soient d'ailleurs versés dans la Trigonometrie rectiligne.

DU CADRAN HORIZONTAL.

L'élevation du pole du lieu étant donnée, trouver les Angles faits au centre du Cadran horizontal par la meridienne & les lignes horaires.

ANALOGIE.

Comme le sinus total
 au sinus de l'élevation du pole du lieu;
 Ainsi la tangente de la distance du Soleil au meridien
 pour l'heure cherchée
 à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Fig. I. Si l'on prend AC pour sinus total dans le triangle rectangle ABC , BC deviendra sinus de l'angle CAB élévation du pole du lieu; & dans le triangle rectangle ACE , EC sera tangente de l'angle FAC , fait par la meridienne AC & par la ligne horaire AE . Donc dans le trian-

gle rectangle $FC D$, puisque $CD = CB$ par construction, & que l'angle FDC distance du Soleil au meridien est aussi donné, on trouvera le côté FC par cette Analogie.

Comme le sinus total
 au côté DC sinus de l'élevation du pole;
 Ainsi la tangente de l'angle FDC dist. du Sol. au merid.
 au côté FC tangente de l'angle FAC .

DU CADRAN VERTICAL, MERIDIONAL ET SEPTENTRIONAL.

Ces Cadran ne different du Cadran horizontal, qu'en FIG. I. ce que l'angle CAB est égal au complément de l'élevation du pole du lieu. On fera donc la même Analogie que du Cadran horizontal, en mettant au second terme le complément de l'élevation du pole du lieu.

DES CADRANS VERTICAUX DECLINANS.

PROBLEME I.

La declinaison du plan étant donnée, & l'élevation du pole du lieu; trouver l'angle fait au centre du Cadran par la meridienne & la soustylaire.

ANALOGIE.

Comme le sinus total
 à la tangente du compl. de la hauteur du pole du lieu;
 Ainsi le sinus de la declinaison du plan
 à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Si l'on prend AG pour sinus total dans le triangle re- FIG. II.
 ctangle AGH , HG deviendra tangente de l'angle HAG
 complément de l'élevation du pole du lieu; & dans le
 triangle rectangle AGD , GD sera tangente de l'angle
 GAD fait par la ligne de midy AG & par la soustylaire
 AD ; mais $HG = GF$ par construction. Donc dans le

Cecc ij

triangle rectangle GDF , le côté GF & l'angle GFD de la déclinaison du plan étant donné, on trouvera le côté GD par cette Analogie.

Comme le sinus total
 au côté GF tangente du compl. de l'élevat. du pôle ;
 Ainsi le sinus de l'angle GFD déclinaison du plan
 au côté GD tangente de l'angle GAD requis.

PROBLEME II.

La déclinaison du plan étant donnée, & l'élevation du pôle du lieu ; trouver l'angle fait au centre du Cadran vertical déclinaut par la soustylaire & l'axe.

ANALOGIE.

Comme le sinus total
 au sinus du complément de l'élevation du pôle ;
 Ainsi le sinus du complément de la déclinaison du plan
 au sinus de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Si l'on prend AB pour sinus total dans le triangle rectangle ADB , BD sera sinus de l'angle DAB fait par la soustylaire AD & l'axe AB ; & parce que $AB = AH$ comme distances des centres diviseurs H , & B au centre A du Cadran, & que l'angle HAG est égal au complément de l'élevation du pôle, HG deviendra sinus de cet angle par rapport à un même rayon. Mais $GH = GF$, & $ED = DB$ par construction. Donc si dans le triangle rectangle GDF dans lequel l'angle de la déclinaison GFD est aussi connu, on trouve le côté DF , on aura le sinus de l'angle DAB de la soustylaire & l'axe, & ce côté est trouvé par cette Analogie.

FIG. II.

Comme le sinus total
 au côté GF sinus du compl. de l'élevation du pôle ;
 Ainsi le sinus de l'angle DGF complément de la déclinaison du plan
 au côté DF ou à son égal DB sinus de l'angle DAB requis.

PROBLEME III.

La déclinaison du plan étant donnée, & l'élevation du pôle du lieu ; trouver la différence des longitudes, c'est à dire l'arc de l'équateur compris entre le méridien du lieu, & le méridien du plan.

ANALOGIE.

Comme le sinus total
 au sinus de la hauteur du pôle du lieu ;
 Ainsi la tangente du complément de la déclinaif. du plan
 à la tangente du complém. de la differ. des longitudes.

DEMONSTRATION.

Dans le triangle rectangle HGN , l'angle GHN étant égal au complément de l'élevation du pôle, si l'on prend HG pour sinus total, HN deviendra sécante du complément de l'élevation du pôle ; mais $HN = NM$ comme Fig. II. distances des centres diviseurs H & M au point N . Donc NM sera connu ; & dans le triangle rectangle GFP , parce que $HG = GF$, par construction, FP sera tangente de l'angle PGF complément de l'angle GFD déclinaison du plan ; mais $FP = MP$ comme distances des centres diviseurs F , & M au point P qui est le point de 6 heures. Donc PM sera aussi connu par rapport au même rayon.

Done dans le triangle rectangle NMP , les côtés NM , Fig. II. MP étant connus, on trouvera l'angle PNM par cette Analogie.

Comme NM sécante du complém. de l'élev. du pôle
 au sinus total ;
 Ainsi FP ou MP tangente de l'angle PGF complément de la déclinaison du plan
 à la tangente de l'angle PNM , dont le complément donnera l'angle NPM , ou son égal NMC , mesure de l'arc représenté par la ligne CN différence de longitudes.

Et si à la place des deux premiers termes de cette Analogie, on substitué le sinus total & le sinus de la hauteur

du pole qui font en même raison, on aura la premiere Analogie qui étoit à démontrer.

On peut aussi trouver cet angle par l'Analogie suivante.

PROBLEME IV.

L'angle de la soustylaire & de la ligne de midy étant donné, & l'angle de la soustylaire & l'axe ; trouver l'angle de la difference des longitudes.

ANALOGIE.

Comme le sinus de l'angle de la soustylaire & l'axe trouvé par le Probleme 2.

au sinus total ;

Ainsi la tangente de l'angle de la soustylaire & meridienne trouvée par le Probleme 1.

à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

FIG. III. Dans les triangles rectangles ACN , ABC , si l'on prend le côté commun AC pour rayon, le côté CN sera tangente de l'angle NAC fait par la meridienne AN & la soustylaire AC , & le côté BC sera sinus de l'angle CAB fait par la soustylaire AC & par l'axe AB : mais $BC = CM$, par construction. Donc dans le triangle rectangle NMC les côtés NC , CM étant connus, on connoitra l'angle NMC par l'Analogie cy-dessus tirée de la Trigonometrie rectiligne.

PROBLEME V.

L'angle de l'axe avec la soustylaire étant donné, & l'angle de la difference des longitudes ; trouver les angles faits au centre des verticaux declinans par la soustylaire & les lignes horaires.

Il y a trois cas dans ce Probleme. Les lignes horaires dont on cherche les angles peuvent être, 1°. Ou entre la meridienne & la soustylaire, 2°. Ou en delà de la soustylaire. 3°. Ou du côté de la meridienne où la soustylaire n'est pas.

Dans les deux premiers cas on prendra la différence de la distance du Soleil au, meridien pour l'heure & de l'angle de la différence des longitudes trouvé par le Probleme 3. & dans le troisieme on prendra la somme de ces deux angles, & l'on fera cette Analogie. FIG. III.

Comme le sinus total
 au sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire;
 Ainsi la tangente de la différence ou de la somme de
 ces deux angles
 à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Dans le premier cas si de l'angle NMC différence des longitudes, on ôte l'angle NMP distance du Soleil au meridien pour l'heure, restera l'angle PMC .

Dans le second cas si de l'angle NMQ distance du Soleil au meridien pour l'heure, on ôte l'angle NMC différence des longitudes, restera l'angle CMQ .

Et dans le troisieme si à l'angle NMC différence des longitudes, on ajoute l'angle NMO distance du Soleil au meridien pour l'heure, la somme donnera l'angle CMO .

Dans les trois cas si l'on prend AC pour rayon, CP , CQ , CO , seront tangentes des angles CAP , CAQ , CAO faits par la soustylaire AC , & les lignes horaires AP , AQ , AO ; & dans le triangle rectangle ABC , BC sera sinus de l'angle CAB de la soustylaire & l'axe: mais $CB = CM$ par construction. Donc dans les triangles rectangles PCM , QCM , OCM , le côté ~~commun~~ CM étant connu & les angles CMP , CMQ , CMO , on trouvera les côtés CP , CQ , CO par cette Analogie.

Comme le sinus total
 est à CM sinus de l'angle de la soustylaire & l'axe;
 Ainsi la tangente de la différence de la distance du Soleil au merid. & de la diff. des longitudes, ou de la somme de ces deux angles
 à la tangente de l'angle requis

PROBLEME VI.

L'angle de la soustylaire & des lignes horaires étant donné, & l'angle de la soustylaire & de la meridienne; trouver les angles faits par la meridienne & les lignes horaires au centre des verticaux declinans.

1°. Les angles des lignes horaires qui sont entre la meridienne & la soustylaire, seront trouvés en ôtant l'angle de la soustylaire avec la ligne horaire de l'angle de la soustylaire avec meridienne.

2°. Les angles qui sont au delà de la soustylaire, & du côté opposé à celui de la meridienne, seront trouvés en ajoutant ces deux angles.

3°. Ceux qui sont de l'autre côté de la meridienne, seront trouvés en prenant leur difference; ce qui n'a pas besoin de démonstration.

Mais ces angles peuvent être trouvés plus facilement par la seule Analogie suivante, qui suppose la connoissance des angles faits au centre du Cadran horizontal par la ligne de midy, & les lignes horaires par l'élevation du pole du lieu.

PROBLEME VII.

Les angles faits au centre du Cadran horizontal pour l'élevation du pole du lieu étant donnés; & la declinaison du plan; trouver les angles faits au centre des verticaux declinans par la ligne de midy & les lignes horaires.

1°. Pour les heures qui sont du côté de la meridienne où est la soustylaire, on prendra la difference de la declinaison du plan & de l'angle fait au centre du Cadran horizontal pour l'heure.

2°. Pour les heures qui sont de l'autre côté de la meridienne, on prendra la somme de ces deux angles.

ANALOGIE.

Comme le sinus du complément de la difference de ces deux

deux angles dans le premier cas , ou comme le sinus du complément de leur somme dans le second
à la tangente du compl. de l'élevation du pole du lieu ;
Ainsi le sinus de l'angle fait au centre de l'horizontal pour l'heure
à la tangente de l'angle fait au centre du vertical declinant.

DEMONSTRATION.

Dans les triangles rectangles AGP , AGM , AGN , si l'on prend AG pour sinus total, GP , GM , GN , seront tangentes des angles GAP , GAM , GAN , faits par la meridienne AG & les lignes horaires AP , il s'agit de trouver ces tangentes par raport au rayon AG . Le même côté AG étant pris pour rayon, HG sera tangente de l'angle HAG complément de l'élevation du pole du lieu : mais $HG = GF$ par construction. Donc GF sera connu.

FIG. IV.

1^o. Dans les triangles GFP , GFD , si de l'angle GFD declinaison du plan, on ôte l'angle GFP fait au centre de l'horizontal, restera l'angle FPD , dont le complément donnera l'angle FPD , dont le sinus est égal au sinus de l'angle GPF ; & dans les triangles GFM , GFD , si de l'angle GFM fait au centre de l'horizontal, on ôte l'angle GFD de la declinaison du plan, restera l'angle DFM dont le complément donnera l'angle GMF .

2^o. Enfin dans les triangles GFD , NFD , si à l'angle NFG on ajoute l'angle GFD , la somme donnera l'angle NFD , dont le complément sera l'angle GNF . Donc dans les triangles GPF , GMF , GNF , on trouvera les côtés GP , GM , GN par cette Analogie.

Comme le sinus du complément de la difference ou de la somme des angles de la declinaison, & de l'horizontal pour l'heure cherchée
au côté GF tangente du complément de l'élevation du pole du lieu;
Ainsi le sinus de l'horizontal GFP , ou GFN , ou GFN aux tangentes requises,

COROLLAIRE.

Il suit de cette démonstration que pour trouver l'angle que fait la méridienne avec la ligne de 6 heures, il faudra faire cette Analogie.

Comme le sinus de la déclinaison du plan
à la tangente du complément de l'élevation du lieu ;
Ainsi le sinus total
à la tangente de l'angle requis.

DES CADRANS INCLINE'S.

PROBLEME. I.

L'inclinaison du plan étant connue , & l'élevation du pole du lieu ; trouver les angles faits au centre d'un Cadran meridional superieur ou incliné septentrional inferieur , par la ligne de midy & les lignes horaires .

Ce Cadran est un horizontal pour une latitude égale à l'élevation particulière du pole sur le plan du Cadran , & ainsi on en trouvera les angles par l'Analogie du Cadran horizontal , & l'on trouvera l'élevation du pole sur le plan du Cadran en cette sorte.

Puisque le plan est incliné , ou son inclinaison est plus grande , que l'élevation du pole du lieu , ou elle est plus petite , ou elle lui est égale.

Dans les premiers cas l'élevation particulière du pole sur le plan sera trouvée , en prenant la difference de l'élevation du pole du lieu & de l'inclinaison du plan , & dans le dernier cas le Cadran est un polaire dans lequel les lignes horaires seront paralleles , à cause que le plan étant couché sur l'axe du monde , aucun des poles n'y peut être representé.

PROBLEME II.

Trouver les angles faits au centre d'un Cadran septentrional supérieur, ou meridional inférieur par la ligne du midy, & les lignes horaires.

Ces angles seront trouvés par l'Analogie du Cadran horizontal pour l'élevation particuliere du plan qu'on trouvera en cette sorte ; puisque le plan est incliné, l'inclinaison du plan sera ou plus grande que le complément de l'élevation du pole, ou elle lui sera égale. 1°. Si elle est plus grande, on ajoutera le complément de l'inclinaison avec le complément de l'élevation du pole. 2°. Si elle est plus petite, on ajoutera l'inclinaison avec l'élevation du pole. 3°. Si elle est égale, le Cadran sera un équinoxial dans lequel les angles au centre sont égaux à la distance du Soleil au meridien.

DES CADRANS DECLINANS
DE L'HORISON.

Ces Cadrans se construisent de la même maniere que les verticaux declinans, en prenant le complément de l'élevation du pole du lieu au lieu de l'élevation du pole, & les degrés d'inclinaison comme degrés de declinaison ; ainsi on fera les mêmes Analogies que pour les verticaux declinans.

DES CADRANS DECLINANS INCLINE'S.

PROBLEME I.

La declinaison d'un plan étant connue, & son inclinaison ; trouver l'angle fait au centre du Cadran, par la meridienne & la parallele à la verticale.

PREMIÈRE ANALOGIE.

Comme le sinus total
au sinus du complément de l'inclinaison ;

Dddd ij

Ainsi la tangente de la déclinaison
à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Dans les Figures 5, 6, 7, 8, 9, 10, dans lesquelles HD représente la verticale, TG l'horizontale, N le centre du Cadran, NS la parallèle à la verticale, & ND la méridienne; si l'on prend CD pour rayon dans le triangle rectangle DCF , CF deviendra tangente de l'angle FDC ; & dans le triangle rectangle DBC , le même côté DC étant pris pour rayon, BC fera sinus de l'angle CDB complément de l'inclinaison: mais $BC = CH$, & l'angle CHF est égal à la déclinaison du plan. Donc le triangle rectangle FCH , on trouvera le côté FC par cette Analogie.

Comme le sinus total

au côté CH sinus du complément de l'inclinaison;

Ainsi la tangente de l'angle CHF déclinaison du plan
au côté FC tangente de l'angle FDC , ou (à cause
des parallèles) de son égal ou complément FNE

PROBLEME II.

requis.

La déclinaison du plan étant donnée, & son inclinaison; trouver l'arc du méridien compris entre le Zenith du lieu, & le point où le vertical du plan perpendiculaire sur le méridien le coupe.

SECONDE ANALOGIE.

Comme le sinus total

au sinus du complément de la déclinaison;

Ainsi la tangente de l'inclinaison
à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Dans les Figures 5, 6, 7, 8, 9, 10, si l'on prend MF pour sinus total dans le triangle rectangle FMD , MD

deviendra tangente de l'angle MFD , ou de son égal LMD , mesure de l'arc requis représenté par la ligne DL : mais $FM = FH$ comme distances des centres diviseurs M & H au même point F . Donc dans le triangle rectangle FCH , CH deviendra sinus de l'angle CFH complément de la déclinaison : mais $HC = CB$ par construction. Donc dans le triangle rectangle CBD l'angle DCB étant égal à l'angle ABD inclinaison du plan, & le côté CB étant connu, on trouvera le côté BD par cette Analogie.

Comme le sinus total
 au côté CB sinus du complément de la déclinaison ;
 Ainsi la tangente de l'angle DCB inclinaison du plan
 au côté BD : mais $BD = MD$ tangente de l'angle requis, comme distances des centres diviseurs au centre du Cadran. Donc, &c.

PREPARATIONS POUR LES ANGLES

faits au centre des Cadrans inclinés par la soustylaire & la meridienne, & par la soustylaire & l'axe.

Aux Cadrans inclinés declinans du Midy superieurs, ou du Septentrion inferieurs.

10. L'arc trouvé par la seconde Analogie fera ou plus grand que l'élevation du pole Fig. 5.

Ou plus petit Fig. 6.

Ou il lui fera égal Fig. 7.

Dans le premier cas. Au complément de l'arc trouvé par la seconde Analogie, on ajoutera l'élevation du pole du lieu, & l'on prendra le sinus du complément de la somme qu'on appellera nombre 1, & la tangente de complément qu'on appellera nombre 2.

Dans le second cas. A l'arc trouvé par la seconde Analogie, on ajoutera le complément de l'élevation du pole du lieu, & l'on prendra le sinus du complément de la somme qu'on appellera nombre 1 ; & la tangente de complément, nombre 2.

D d d d iij

Dans le troisieme cas. Le Cadran n'aura point de centre, & ce sera un polaire declinant dans la sphere parallele. Dans ce Cadran les lignes horaires sont paralleles.

Aux Cadrans inclinés declinans du Septentrion superieurs, ou inclinés declinans du Midy inferieurs.

1°. L'arc trouvé par la seconde Analogie sera ou plus grand que le complément de l'élevation du pole Fig. 8.
Ou plus petit Fig. 9.
Ou il lui sera égal Fig. 10.

Dans les deux premiers cas. On prendra la difference de l'arc trouvé par la seconde Analogie, & du complément de l'élevation du pole du lieu : le sinus de complément de cette difference sera appelé nombre 1 ; & la tangente du complément, nombre 2.

Et dans le troisieme cas. Le Cadran fera un équinoxial declinant dans la sphere droite, & la soustylaire representera la ligne de six heures, qui fera un angle droit avec la meridienne.

Dans tous les cas. On fera cette Analogie.

TROISIEME ANALOGIE.

Comme le sinus total
à la tangente de l'angle de la verticale & de la merid.
Ainsi la tangente de l'arc trouvé par la seconde Analogie,
au sinus d'un angle qui sera appelé nombre 3, & son
sinus de complément nombre 4.

Au Cadran polaire declinant. L'arc trouvé par la dernière Analogie, donne la difference des longitudes.

Au Cadran équinoxial declinant. Le complément de l'arc trouvé par la dernière Analogie, donne l'élevation particulière du pole sur le plan ; les angles faits au centre de ce Cadran par la ligne de 6 heures & les lignes horaires, sont les mêmes que ceux qui seroient faits au centre du Cadran horizontal pour une élévation égale à l'élévation du pole sur le plan par la meridienne & les lignes horaires.

PROBLEME III.

Prouver l'angle de la meridienne & de la soustylaire.

QUATRIE' ME ANALOGIE.

Comme le sinus total
 Au nombre deuxieme;
 Ainsi le nombre troisieme
 à la tangente de l'angle requis.

PROBLEME IV.

Trouver l'angle de la soustylaire & de l'axe.

CINQUIE' ME ANALOGIE.

Comme le sinus total
 au nombre premier;
 Ainsi le nombre quatrieme
 au sinus de l'angle requis.

DEMONSTRATION DE LA TROISIE' ME ANALOGIE

Cette Analogie donne l'angle LIA mesure de l'arc AL distance du Zenith du plan A au meridien FD , dont on fera la démonstration en cette sorte. Daus le triangle rectangle LAI , si l'on prend LI pour sinus total, LA sera sinus de l'angle requis : mais $LI = LM$ par construction. Donc dans le triangle rectangle MLD , LD deviendra tangente de l'angle LMD trouvé par la seconde Analogie ; & dans le triangle rectangle DAL , le côté LD étant connu , & l'angle LDA connu par la premiere Analogie , on trouvera le côté LA sinus de l'angle requis par cette Analogie.

FIG. V.
VI VII.
VIII. IX.
& X.

Comme le sinus total
 est à LD tangente de l'arc trouvé par la seconde Analogie ;
 Ainsi la tangente de l'angle LDA trouvé par la premiere Analogie
 au côté LA sinus de l'angle LIA requis.

Au Cadran polaire declinant. Fig. 7. L'angle LIA est la difference des longitudes, & A l'équinoxial declinant. Fig. 10. Le complément de l'angle LIA donne l'angle de la foustyiaire & de l'axe, c'est à dire l'élevation du pôle sur le plan sur laquelle on construit le Cadran, comme il a été déjà dit.

DEMONSTRATION DE LA IV^{me} ET V^{me} ANALOGIE.

Par la Seconde Analogie. L'angle LMD a été connu & à son complément LMF ayant ajouté l'élevation du pôle FMN dans le premier cas des inclinés declinans du midy superieurs ou inclinés inferieurs Fig. 5. ou à l'angle LMD ayant ajouté le complément de l'élevation du pôle DMN Fig. 6. ou ayant pris la difference de l'angle LMD , & du complément de l'élevation du pôle DMN dans les Cadrans inclinés declinans du septentrion superieurs ou inclinés inferieurs Fig. 8. & 9. on trouve l'angle NML fait au centre diviseur de la meridienne, dont on a pris le sinus de complément & la tangente de complément pour avoir les nombres 1. & 2.

Par la troisième Analogie. L'angle AIL a été connu. Donc dans le triangle rectangle MNL Fig. 5, 6, 8, 9, si l'on prend NL pour sinus total, ML sera tangente du complément de l'angle LNM ; & par consequent LI , qui lui est égale par construction, sera donnée dans le triangle rectangle LAI ; & dans le triangle rectangle NLA , AL sera tangente de l'angle de la foustyiaire, & de la meridienne sur le même rayon: il s'agit de trouver LA , ce qu'on fera en cette sorte.

Dans le triangle rectangle LAI l'angle AIL est connu, & le côté LI . Donc,

Comme le sinus total

au côté LI tangente du complément de l'angle LMN
nombre 2.

Ainsi le sinus de l'angle LIA nombre 3.

au côté AL tangente de l'angle LNA de la foustyiaire
& de la meridienne.

DEMONSTRATION

DEMONSTRATION DE LA V^{ME} ANALOGIE.

Dans le triangle rectangle OAN , si l'on prend ON pour sinus total, AO deviendra sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire : mais $NO = NM$ comme distances du centre N du Cadran aux centres diviseurs M & O . Donc dans le triangle rectangle NLM , LM sera le sinus du complément de l'angle NML que nous avons appelé nombre premier : mais $ML = LI$, & l'angle LIA est connu dans le triangle rectangle LAI . Donc,

Comme le sinus total

au côté LI sinus de complément de l'angle LMN ,
nombre 1 ;

Ainsi le sinus de l'angle ALI compl. de l'angle LIA ,
nombre 4.

au côté AI ou à son égal AO sinus de l'angle requis.

PROBLEME V.

Trouver la difference des longitudes.

SIXIEME ANALOGIE.

Comme le sinus total

à la tangente de l'angle de la soustylaire & de la meri-
dienne ;

Ainsi le sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire
à la tangente du complément de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Dans le triangle rectangle RPN , si l'on prend PN pour rayon, RP sera tangente de l'angle de la soustylaire & de la meridienne ; & dans le triangle rectangle NOP , OP sera sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire : mais $PO = PQ$ par construction. Donc dans le triangle rectangle RPQ , les côtés RP , RQ , étant connus, on trouvera l'angle PRQ complément de l'angle RQP requis par cette Analogie.

1707.

Eccc

Comme le sinus total
au côté RP tangente de l'angle de la soustylaire & de
la meridienne;

Ainsi PQ sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire
à la tangente de l'angle PRQ complément de l'an-
gle RQP requis. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Ces angles étant connus, on trouvera les angles faits
au centre des Cadrans par la soustylaire & les lignes ho-
raires, & ensuite par la meridienne & les lignes horaires
par la même methode dont on s'est servi dans les Ca-
drons verticaux declinans; ce qu'on pourra voir plus au
long dans un Traité de Gnomonique que nous donne-
rons au Public.

EXPLICATION DES FIGURES.

FIGURE I.

A Centre du Cadran.
 AD Meridienne.

AB Axe.

BC Rayon de l'Equateur.

FG Equinoxiale.

AF Ligne horaire.

B Centre diviseur de la me-
ridienne.

D Centre diviseur de l'ho-
rizontal.

FIGURE II.

A Centre du Cadran.

AN Meridienne.

AM Soustylaire.

HP Horizontale.

NP Equinoxiale.

DB Stile droit.

AB Axe.

H Centre diviseur de la me-
ridienne.

B Centre diviseur de la sou-
stylaire.

F Centre diviseur de l'ho-
rizontale.

M Centre diviseur de l'E-
quinoxiale.

FIGURE III.

A Centre du Cadran.

AN Meridienne.

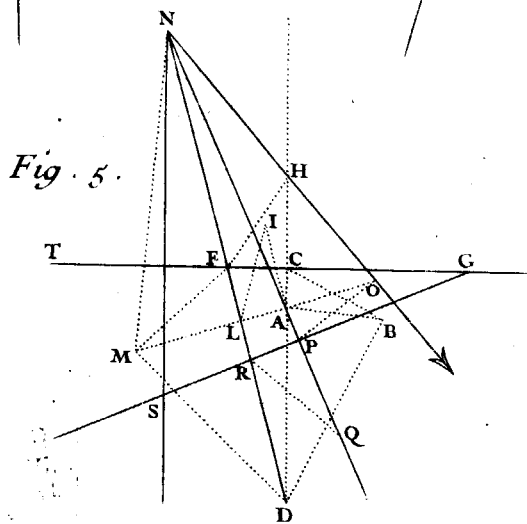
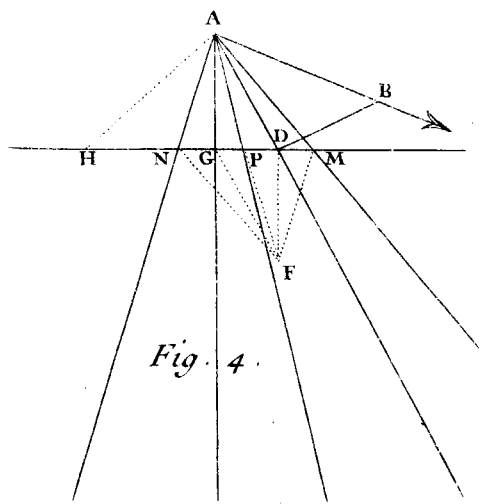
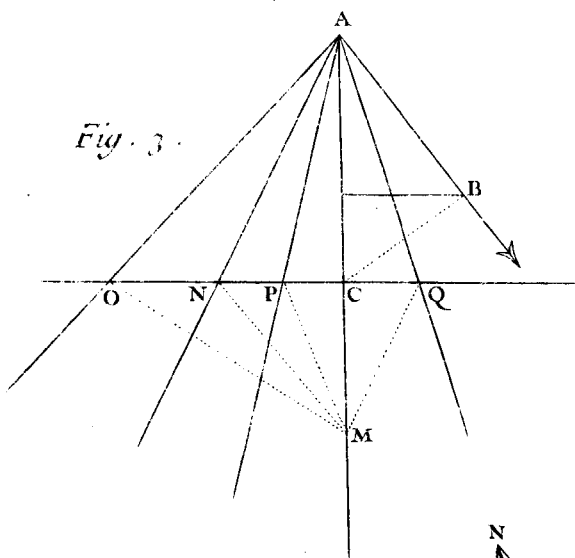
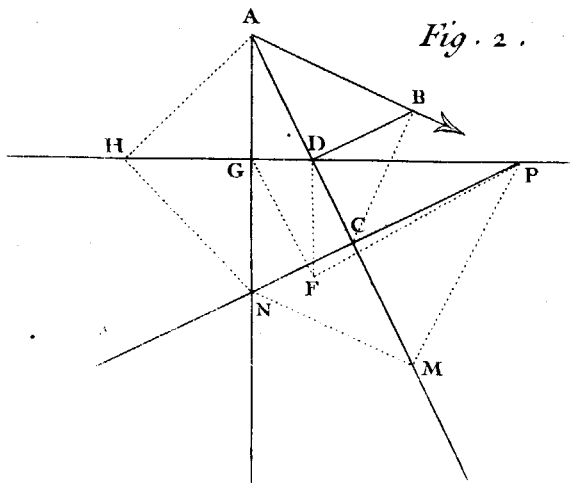
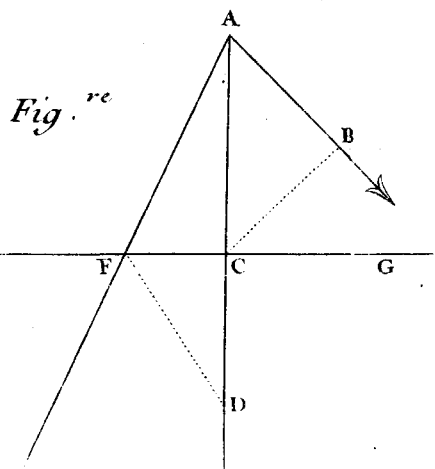
AM Soustylaire.

AB Axe.

AO, AP, AQ , Lignes ho-
raires.

B Centre diviseur de la sou-
stylaire.

M Centre diviseur de l'E-
quinoxiale.



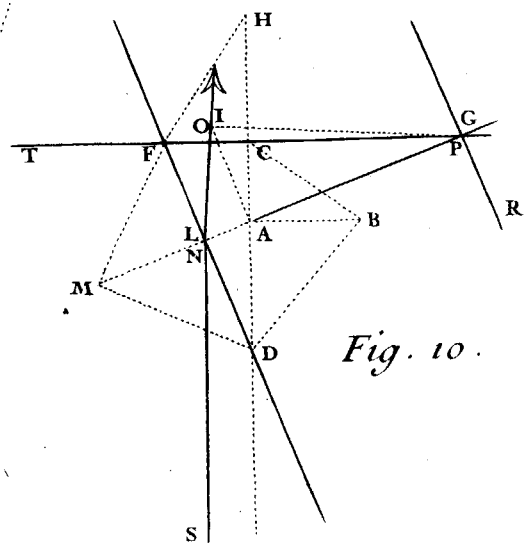
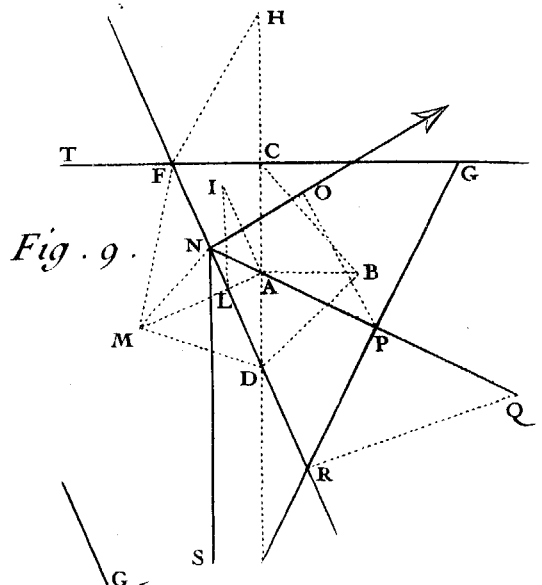
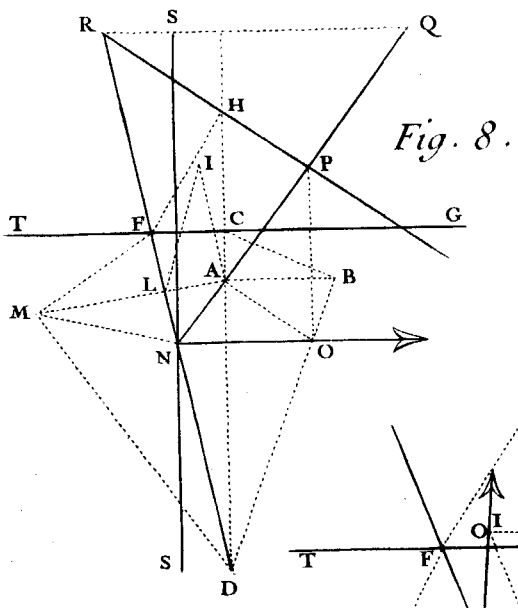
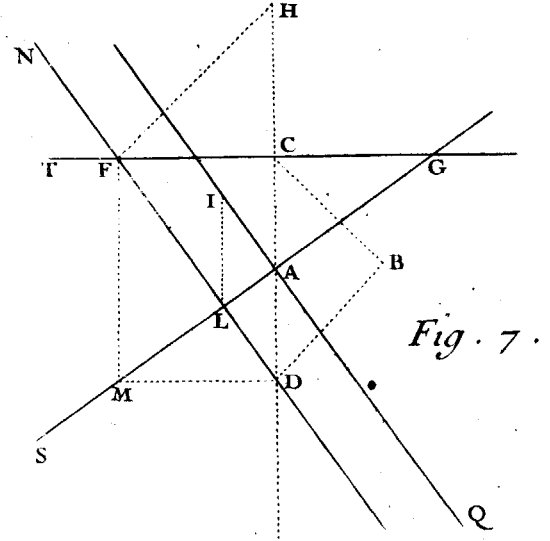
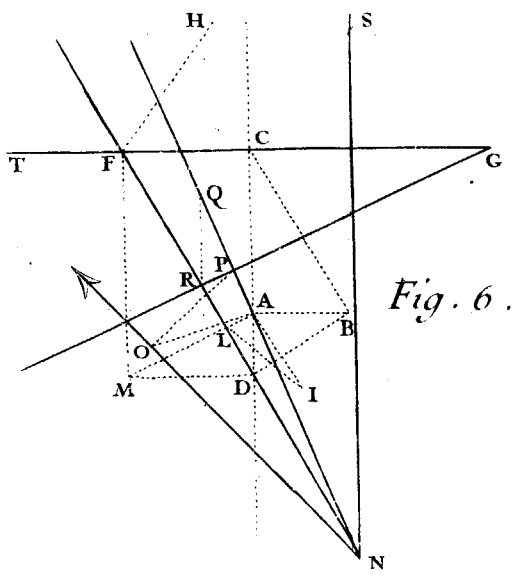


FIGURE IV.

A Centre du Cadran.*AG* Meridienne.*AD* Soustylaire.*DB* Stile droit.*AB* Axe.*HM* Horizontale.*AM, AP, AN*, Lignes horaires.*H* Centre diviseur de la meridienne.*B* Centre diviseur de la soustylaire.*F* Centre diviseur de l'horizontale.FIGURES V, VI, VII,
VIII, IX, X.*N* Centre du Cadran.*NS* Parallele à la verticale.*HD* Verticale.*ND* Meridienne.*NP* Soustylaire.*SG* Equinoxiale.*TG* Horizontale.*AO* Stile droit.*NO* Axe.*H* Centre diviseur de l'horizontale.*A* Pied du stile.*B* Centre diviseur de la verticale.*M* Centre diviseur de la meridienne.*Q* Centre diviseur de l'Equinoxiale.*O* Centre diviseur de la soustylaire.*I* Centre diviseur du vertical *AM*.*D* Zenith du lieu.*Fin des Memoires de l'année 1707.*

Analogies pour angles faits au centre des cadrans solaires, tant horizontaux, verticaux, que
declinants inclinés, démontrées par l' analyse des triangles rectilignes - M. CLAPIÉS –
Académie royale des sciences - Année 1707

GÉOMÉTRIE, MATHÉMATIQUE
