Analogies pour angles faits au centre des cadrans solaires, tant horizontaux, verticaux, que déclinants inclinés, démontrées par l'analyse des triangles rectilignes

Jean Clapies

MESSIEURS DE LA SOCIETE' Royale des Sciences établie par le Roy à Montpellier en 1706, étant obligés par l'Art. 40 de leurs Statuts d'envoyer tous les ans à l'Academie Royale des Sciences celui de leurs Ouvrages de l'année, qu'ils en jugeroient le plus digne, pour être imprimé avec les Mémoires de cette Academie, ils ont commencé à satisfaire à cette obligation, & ont envoyé l'Ouvrage qui suit.

ANALOGIES

Pour les Angles faits au centre des Cadrans Solaires, tant horizontaux, verticaux, que declinans inclinés, démontrées par l'Analyse des triangles rectilignes.

PAR M. DE CLAPIE'S

De la Societé Royale des Sciences.

LA description des Cadrans Solaires n'étant qu'une projection des grands cercles de la Sphere sur une surface plane sur laquelle ces cercles sont representés par des lignes droites, il paroît plus naturel de trouver les angles que ces lignes forment sur le plan du Cadran par la Trigonometrie rectiligne, que de chercher ceux que les cercles font dans le Ciel par la Trigonometrie spherique dont les principes ſont plus compoſées, & qui par conſequent eſt plus communément ignorée.

Dans cette penſée ayant médité pendant quelque tems ſur la recherche de ces Angles, j'en ay trouvé la methode non ſeulement tres-facile, mais encore plus generale, puiſqu'on peut par la même projection & par les mêmes principes donner la ſolution des Problêmes du premier mobile, pour leſquels la Trigonometrie ſpherique eſt employée.

Comme mon deſſein n'eſt pas de donner un Traité complet de Gnomonique, mais ſeulement les analogies avec leurs démonſtrations des Angles faits au centre des Cadrans par la ligne de midy & les lignes horaires; je dois ſuppoſer que ceux qui liront ce Memoire ſçachent tracer les Cadrans Solaires par la methode ordinaire des Centres diviſeurs, & qu'ils ſoient d'ailleurs verſés dans la Trigonometrie rectiligne.

DU CADRAN HORIZONTAL.

L'élevation du pole du lieu étant donnée, trouver les Angles faits au centre du Cadran horizontal par la meridienne & les lignes horaires.

ANALOGIE.

Comme le ſinus total
au ſinus de l'élevation du pole du lieu;
Ainſi la tangente de la diſtance du Soleil au meridien pour l'heure cherchée
à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Fig. I. Si l'on prend AC pour ſinus total dans le triangle rectangle ABC, BC deviendra ſinus de l'angle CAB élevation du pole du lieu; & dans le triangle rectangle ACF, FC ſera tangente de l'angle FAC, fait par la meridienne AC & par la ligne horaire AF. Donc dans le triangle rectangle *FCD*, puisque $CD = CB$ par construction, & que l'angle *FDC* distance du Soleil au meridien est aussi donné, on trouvera le côté *FC* par cette Analogie.

Comme le sinus total
au côté *DC* sinus de l'élevation du pole;
Ainsi la tangente de l'angle *FDC* dist. du Sol. au merid.
au côté *FC* tangente de l'angle *FAC*.

DU CADRAN VERTICAL, MERIDIONAL ET SEPTENTRIONAL.

Ces Cadrans ne different du Cadran horizontal, qu'en ce que l'angle *CAB* est égal au complément de l'élevation du pole du lieu. On fera donc la même Analogie que du Cadran horizontal, en mettant au second terme le complément de l'élevation du pole du lieu. FIG. I.

DES CADRANS VERTICAUX DECLINANS.

PROBLEME I.

La declinaison du plan étant donnée, & l'élevation du pole du lieu; trouver l'angle fait au centre du Cadran par la meridienne & la soustylaire.

ANALOGIE.

Comme le sinus total
à la tangente du compl. de la hauteur du pole du lieu;
Ainsi le sinus de la declinaison du plan
à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Si l'on prend *AG* pour sinus total dans le triangle rectangle *AGH*, *HG* deviendra tangente de l'angle *HAG* complément de l'élevation du pole du lieu; & dans le triangle rectangle *AGD*, *GD* sera tangente de l'angle *GAD* fait par la ligne de midy *AG* & par la soustylaire *AD*: mais $HG = GF$ par construction. Donc dans le FIG. II.

triangle rectangle *GDF*, le côté *GF* & l'angle *GFD* de la declinaiſon du plan étant donné, on trouvera le côté *GD* par cette Analogie.

Comme le ſinus total
au côté *GF* tangente du compl. de l'élevat. du pole;
Ainſi le ſinus de l'angle *GFD* declinaiſon du plan
au côté *GD* tangente de l'angle *GAD* requis.

PROBLEME II.

La declinaiſon du plan étant donnée, & l'élevation du pole du lieu; trouver l'angle fait au centre du Cadran vertical declinant par la ſouſtylaire & l'axe.

ANALOGIE.

Comme le ſinus total
au ſinus du complément de l'élevation du pole;
Ainſi le ſinus du complément de la declinaiſon du plan
au ſinus de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Si l'on prend *AB* pour ſinus total dans le triangle rectangle *ADB*, *BD* ſera ſinus de l'angle *DAB* fait par la ſouſtylaire *AD* & l'axe *AB*; & parceque *AB* = *AH* comme diſtances des centres diviſeurs *H*, & *B* au centre *A* du Cadran, & que l'angle *HAG* eſt égal au complément de l'élevation du pole, *HG* deviendra ſinus de FIG. II. cet angle par raport à un même rayon. Mais *GH* = *GF*, & *FD* = *DB* par conſtruction. Donc ſi dans le triangle rectangle *GDF* dans lequel l'angle de la declinaiſon *GFD* eſt auſſi connu, on trouve le côté *DF*, on aura le ſinus de l'angle *DAB* de la ſouſtylaire & l'axe, & ce côté eſt trouvé par cette Analogie.

Comme le ſinus total
au côté *GF* ſinus du compl. de l'élevation du pole;
Ainſi le ſinus de l'angle *DGF* complément de la declinaiſon du plan
au côté *DF* ou à ſon égal *DB* ſinus de l'angle *DAB* requis.

PROBLEME III.

La declinaison du plan étant donnée, & l'élevation du pole du lieu; trouver la difference des longitudes, c'est à dire l'arc de l'équateur compris entre le meridien du lieu, & le meridien du plan.

ANALOGIE.

Comme le sinus total
au sinus de la hauteur du pole du lieu;
Ainsi la tangente du complément de la declinaiſ. du plan
à la tangente du complém. de la differ. des longitudes.

DEMONSTRATION.

Dans le triangle rectangle *HGN*, l'angle *GHN* étant égal au complément de l'élevation du pole, si l'on prend *HG* pour sinus total, *HN* deviendra secante du complément de l'élevation du pole; mais *HN* = *NM* comme FIG. II.
distances des centres diviseurs *H* & *M* au point *N*. Donc *NM* sera connu; & dans le triangle rectangle *GFP*, parceque *HG* = *GF*, par construction, *FP* sera tangente de l'angle *PGF* complément de l'angle *GFD* declinaison du plan; mais *FP* = *MP* comme distances des centres diviseurs *F*, & *M* au point *P* qui est le point de 6 heures. Donc *PM* sera aussi connu par raport au même rayon.

Donc dans le triangle rectangle *NMP*, les côtés *NM*, FIG. II.
MP étant connus, on trouvera l'angle *PNM* par cette Analogie.

Comme *NM* secante du complém. de l'élev. du pole
au sinus total;
Ainsi *FP* ou *MP* tangente de l'angle *PGF* complément de la declinaison du plan
à la tangente de l'angle *PNM*, dont le complément donnera l'angle *NPM*, ou son égal *NMC*, mesure de l'arc representé par la ligne *CN* difference de longitudes.

Et si à la place des deux premiers termes de cette Analogie, on substituë le sinus total & le sinus de la hauteur du pole qui sont en même raison, on aura la premiere Analogie qui étoit à démontrer.

On peut aussi trouver cet angle par l'Analogie suivante.

PROBLEME IV.

L'angle de la soustylaire & de la ligne de midy étant donné, & & l'angle de la soustylaire & l'axe; trouver l'angle de la difference des longitudes.

ANALOGIE.

Comme le sinus de l'angle de la soustylaire & l'axe trouvé par le Probleme 2.

au sinus total;

Ainsi la tangente de l'angle de la soustylaire & meridienne trouvée par le Probleme 1.

à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

FIG. III. Dans les triangles rectangles *ACN*, *ABC*, si l'on prend le côté commun *AC* pour rayon, le côté *CN* sera tangente de l'angle *NAC* fait par la meridienne *AN* & la soustylaire *AC*, & le côté *BC* sera sinus de l'angle *CAB* fait par la soustylaire *AC* & par l'axe *AB*: mais *BC* = *CM*, par construction. Donc dans le triangle rectangle *NMC* les côtés *NC*, *CM* étant connus, on connoîtra l'angle *NMC* par l'Analogie cy-dessus tirée de la Trigonometrie rectiligne.

PROBLEME V.

L'angle de l'axe avec la soustylaire étant donné, & l'angle de la difference des longitudes; trouver les angles faits au centre des verticaux declinans par la soustylaire & les lignes horaires.

Il y a trois cas dans ce Probleme. Les lignes horaires dont on cherche les angles peuvent être, 1°. Ou entre la meridienne & la soustylaire, 2°. Ou en delà de la soustylaire. 3o. Ou du côté de la meridienne où la soustylaire n'est pas.

Dans les deux premiers cas on prendra la difference de la distance du Soleil au meridien pour l'heure & de l'angle de la difference des longitudes trouvé par le Probleme 3. & dans le troisiéme on prendra la somme de ces deux angles, & l'on fera cette Analogie. FIG. III.

Comme le sinus total
au sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire;
Ainsi la tangente de la difference ou de la somme de ces deux angles
à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Dans le premier cas si de l'angle *NMC* difference des longitudes on ôte l'angle *NMP* distance du Soleil au meridien pour l'heure, restera l'angle *PMC*.

Dans le second cas si de l'angle *NMQ* distance du Soleil au meridien pour l'heure, on ôte l'angle *NMC* difference des longitudes, restera l'angle *CMQ*.

Et dans le troisiéme si à l'angle *NMC* difference des longitudes, on ajoûte l'angle *NMO* distance du Soleil au meridien pour l'heure, la somme donnera l'angle *CMO*.

Dans les trois cas si l'on prend *AC* pour rayon, *CP*, *CQ*, *CO*, seront tangentes des angles *CAP*, *CAQ*, *CAO* faits par la soustylaire *AC*, & les lignes horaires *AP*, *AQ*, *AO*; & dans le triangle rectangle *ABC*, *BC* sera sinus de l'angle *CAB* de la soustylaire & l'axe: mais *CB* = *CM* par construction. Donc dans les triangles rectangles *PCM*, *QCM*, *OCM*, le côté *CM* étant connu & les angles *CMP*, *CMQ*, *CMO*, on trouvera les côtés *CP*, *CQ*, *CO* par cette Analogie.

Comme le sinus total
est à *CM* sinus de l'angle de la soustylaire & l'axe;
Ainsi la tangente de la difference de la distance du Soleil au merid. & de la diff. des longitudes, ou de la somme de ces deux angles
à la tangente de l'angle requis.

PROBLEME VI.

L'angle de la soustylaire & des lignes horaires étant donné, & l'angle de la soustylaire & de la meridienne; trouver les angles faits par la meridienne & les lignes horaires au centre des verticaux declinans.

1°. Les angles des lignes horaires qui sont entre la meridienne & la soustylaire, seront trouvés en ôtant l'angle de la soustylaire avec la ligne horaire de l'angle de la soustylaire avec meridienne.

2°. Les angles qui sont au delà de la soustylaire, & du côté opposé à celui de la meridienne, seront trouvés en ajoûtant ces deux angles.

3°. Ceux qui sont de l'autre côté de la meridienne, seront trouvés en prenant leur difference; ce qui n'a pas besoin de démonstration.

Mais ces angles peuvent être trouvés plus facilement par la seule Analogie suivante, qui suppose la connoissance des angles faits au centre du Cadran horizontal par la ligne de midy, & les lignes horaires par l'élevation du pole du lieu.

PROBLEME VII.

Les angles faits au centre du Cadran horizontal pour l'élevation du pole du lieu étant donnés; & la declinaison du plan; trouver les angles faits au centre des verticaux declinans par la ligne de midy & les lignes horaires.

1°. Pour les heures qui sont du côté de la meridienne où est la soustylaire, on prendra la difference de la declinaison du plan & de l'angle fait au centre du Cadran horizontal pour l'heure.

2°. Pour les heures qui sont de l'autre côté de la meridienne, on prendra la somme de ces deux angles.

ANALOGIE.

Comme le sinus du complément de la difference de ces deux

deux angles dans le premier cas, ou comme le sinus du
complément de leur somme dans le second
à la tangente du compl. de l'élevation du pole du lieu ;
Ainsi le sinus de l'angle fait au centre de l'horizontal pour
l'heure
à la tangente de l'angle fait au centre du vertical declinant.

DEMONSTRATION.

Dans les triangles rectangles *AGP*, *AGM*, *AGN*, si l'on prend *AG* pour sinus total, *GP*, *GM*, *GN*, seront tangentes des angles *GAP*, *GAM*, *GAN*, faits par la meridienne *AG* & les lignes horaires *AP*, il s'agit de trouver ces tangentes par raport au rayon *AG*. Le même côté *AG* étant pris pour rayon, *HG* sera tangente de l'angle *HAG* complément de l'élevation du pole du lieu : mais *HG* = *GF* par construction. Donc *GF* sera connu. Fig. IV.

1°. Dans les triangles *GFP*, *GFD*, si de l'angle *GFD* declinaison du plan, on ôte l'angle *GFP* fait au centre de l'horizontal, restera l'angle *PFD*, dont le complément donnera l'angle *FPD*, dont le sinus est égal au sinus de l'angle *GPF* ; & dans les triangles *GFM*, *GFD*, si de l'angle *GFM* fait au centre de l'horizontal, on ôte l'angle *GFD* de la declinaison du plan, restera l'angle *DFM* dont le complément donnera l'angle *GMF*.

2°. Enfin dans les triangles *GFD*, *NFD*, si à l'angle *NFG* on ajoûte l'angle *GFD*, la somme donnera l'angle *NFD*, dont le complément sera l'angle *GNF*. Donc dans les triangles *GPF*, *GMF*, *GNF*, on trouvera les côtés *GP*, *GM*, *GN* par cette Analogie.

Comme le sinus du complément de la difference ou de
la somme des angles de la declinaison, & de l'horizontal pour l'heure cherchée
au côté *GF* tangente du complément de l'élevation du
pole du lieu ;
Ainsi le sinus de l'horizontal *GFP*, ou *GFN*, ou *GFN*
aux tangentes requises.

COROLLAIRE.

Il fuit de cette démonftration que pour trouver l'angle que fait la méridienne avec la ligne de 6 heures, il faudra faire cette Analogie.

Comme le finus de la declinaifon du plan
à la tangente du complément de l'élevation du lieu ;
Ainfi le finus total
à la tangente de l'angle requis.

DES CADRANS INCLINE'S.

PROBLEME. I.

L'inclinaifon du plan étant connuë, & l'élevation du pole du lieu; trouver les angles faits au centre d'un Cadran meridional fuperieur ou incliné feptentrional inferieur, par la ligne de midy & les lignes horaires.

Ce Cadran eft un horizontal pour une latitude égale à l'élevation particuliere du pole fur le plan du Cadran, & ainfi on en trouvera les angles par l'Analogie du Cadran horizontal, & l'on trouvera l'élevation du pole fur le plan du Cadran en cette forte.

Puifque le plan eft incliné, ou fon inclinaifon eft plus grande, que l'élevation du pole du lieu, ou elle eft plus petite, ou elle lui eft égale.

Dans les premiers cas l'élevation particuliere du pole fur le plan fera trouvée, en prenant la difference de l'élevation du pole du lieu & de l'inclinaifon du plan, & dans le dernier cas le Cadran eft un polaire dans lequel les lignes horaires feront paralleles, à caufe que le plan étant couché fur l'axe du monde, aucun des poles n'y peut être reprefenté.

PROBLEME II.

Trouver les angles faits au centre d'un Cadran septentrional superieur, ou meridional inferieur par la ligne du midy, & les lignes horaires.

Ces angles seront trouvés par l'Analogie du Cadran horizontal pour l'élevation particuliere du plan qu'on trouvera en cette sorte ; puisque le plan est incliné, l'inclinaison du plan sera ou plus grande que le complément de l'élevation du pole, ou elle lui sera égale. 1°. Si elle est plus grande, on ajoûtera le complément de l'inclinaison avec le complément de l'élevation du pole. 2°. Si elle est plus petite, on ajoûtera l'inclinaison avec l'élevation du pole. 3°. Si elle est égale, le Cadran sera un équinoxial dans lequel les angles au centre sont égaux à la distance du Soleil au meridien.

DES CADRANS DECLINANS DE L'HORISON.

Ces Cadrans se construisent de la même maniere que les verticaux declinans, en prenant le complément de l'élevation du pole du lieu au lieu de l'élevation du pole, & les degrés d'inclinaison comme degrés de declinaison ; ainsi on fera les mêmes Analogies que pour les verticaux declinans.

DES CADRANS DECLINANS INCLINE'S.

PROBLEME I.

La declinaison d'un plan étant connuë, & son inclinaison ; trouver l'angle fait au centre du Cadran, par la meridienne & la parallele à la verticale.

PREMIERE ANALOGIE.

Comme le sinus total
au sinus du complément de l'inclinaison ;

Ainsi la tangente de la declinaison
à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Dans les Figures 5, 6, 7, 8, 9, 10, dans lesquelles *HD* represente la verticale, *TG* l'horizontale, *N* le centre du Cadran, *NS* la parallele à la verticale, & *ND* la meridienne; si l'on prend *CD* pour rayon dans le triangle rectangle *DCF*, *CF* deviendra tangente de l'angle *FDC*; & dans le triangle rectangle *DBC*, le même côté *DC* étant pris pour rayon, *BC* sera sinus de l'angle *CDB* complément de l'inclinaison : mais *BC* = *CH*, & l'angle *CHF* est égal à la declinaison du plan. Donc le triangle rectangle *FCH*, on trouvera le côté *FC* par cette Analogie.

Comme le sinus total
au côté *CH* sinus du complément de l'inclinaison;
Ainsi la tangente de l'angle *CHF* declinaison du plan
au côté *FC* tangente de l'angle *FDC*, ou (à cause des paralleles) de son égal ou complément *FNE*

PROBLEME II.

requis.

La declinaison du plan étant donnée, & son inclinaison; trouver l'arc du meridien compris entre le Zenith du lieu, & le point où le vertical du plan perpendiculaire sur le meridien le coupe.

SECONDE ANALOGIE.

Comme le sinus total
au sinus du complément de la declinaison;
Ainsi la tangente de l'inclinaison
à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Dans les Figures 5, 6, 7, 8, 9, 10, si l'on prend *MF* pour sinus total dans le triangle rectangle *FMD*, *MD* deviendra tangente de l'angle *MFD*, ou de son égal *LMD*, mesure de l'arc requis representé par la ligne *DL* : mais $FM = FH$ comme distances des centres diviseurs *M* & *H* au même point *F*. Donc dans le triangle rectangle *FCH*, *CH* deviendra sinus de l'angle *CFH* complément de la declinaison : mais $HC = CB$ par construction. Donc dans le triangle rectangle *CBD* l'angle *DCB* étant égal à l'angle *ABD* inclinaison du plan, & le côté *CB* étant connu, on trouvera le côté *BD* par cette Analogie.

Comme le sinus total
au côté *CB* sinus du complément de la declinaison ;
Ainsi la tangente de l'angle *DCB* inclinaison du plan
au côté *BD* : mais $BD = MD$ tangente de l'angle requis, comme distances des centres diviseurs au centre du Cadran. Donc, &c.

PREPARATIONS POUR LES ANGLES *faits au centre des Cadrans inclinés par la soustylaire & la meridienne, & par la soustylaire & l'axe.*

Aux Cadrans inclinés declinans du Midy superieurs, ou du Septentrion inferieurs.

1°. L'arc trouvé par la seconde Analogie sera ou plus grand que l'élevation du pole Fig. 5.
Ou plus petit Fig. 6.
Ou il lui sera égal Fig. 7.

Dans le premier cas. Au complément de l'arc trouvé par la seconde Analogie, on ajoûtera l'élevation du pole du lieu, & l'on prendra le sinus du complément de la somme qu'on appellera nombre 1, & sa tangente de complément qu'on appellera nombre 2.

Dans le second cas. A l'arc trouvé par la seconde Analogie, on ajoûtera le complément de l'élevation du pole du du lieu, & l'on prendra le sinus du complément de la somme qu'on appellera nombre 1 ; & sa tangente de complément, nombre 2.

Dans le troiſiéme cas. Le Cadran n'aura point de centre, & ce ſera un polaire declinant dans la ſphere parallele. Dans ce Cadran les lignes horaires ſont paralleles.

Aux Cadrans inclinés declinans du Septentrion ſuperieurs, ou inclinés declinans du Midy inferieurs.

1°. L'arc trouvé par la ſeconde Analogie ſera ou plus grand que le complément de l'élevation du pole Fig. 8.
Ou plus petit Fig. 9.
Ou il lui ſera égal Fig. 10.

Dans les deux premiers cas. On prendra la difference de l'arc trouvé par la ſeconde Analogie, & du complément de l'élevation du pole du lieu : le ſinus de complément de cette difference ſera appellé nombre 1 ; & la tangente du complément, nombre 2.

Et dans le troiſiéme cas. Le Cadran ſera un équinoxial declinant dans la ſphere droite, & la ſouſtylaire repreſentera la ligne de ſix heures, qui fera un angle droit avec la meridienne.

Dans tous les cas. On fera cette Analogie.

TROISIE'ME ANALOGIE.

Comme le ſinus total
à la tangente de l'angle de la verticale & de la merid.
Ainſi la tangente de l'arc trouvé par la ſeconde Analogie,
au ſinus d'un angle qui ſera appellé nombre 3, & ſon ſinus de complément nombre 4.

Au Cadran polaire declinant. L'arc trouvé par la derniere Analogie, donne la difference des longitudes.

Au Cadran équinoxial declinant. Le complément de l'arc trouvé par la derniere Analogie, donne l'élevation particuliere du pole ſur le plan ; les angles faits au centre de ce Cadran par la ligne de 6 heures & les lignes horaires, ſont les mêmes que ceux qui ſeroient faits au centre du Cadran horizontal pour une élevation égale à l'élevation du pole ſur le plan par la meridienne & les lignes horaires.

PROBLEME III.

Trouver l'angle de la meridienne & de la souſtylaire.

QUATRIE'ME ANALOGIE.

Comme le ſinus total
Au nombre deuxiéme;
Ainſi le nombre troiſiéme
à la tangente de l'angle requis.

PROBLEME IV.

Trouver l'angle de la souſtylaire & de l'axe.

CINQUIE'ME ANALOGIE.

Comme le ſinus total
au nombre premier;
Ainſi le nombre quatriéme
au ſinus de l'angle requis.

DEMONSTRATION DE LA TROISIE'ME ANALOGIE

Cette Analogie donne l'angle *LIA* meſure de l'arc *AL* diſtance du Zenith du plan *A* au meridien *FD*, dont on fera la démonſtration en cette ſorte. Daus le triangle rectangle *LAI*, ſi l'on prend *LI* pour ſinus total, *LA* ſera ſinus de l'angle requis : mais *LI* = *LM* par conſtruction. Donc dans le triangle rectangle *MLD*, *LD* deviendra tangente de l'angle *LMD* trouvé par la ſeconde Analogie; & dans le triangle rectangle *DAL*, le côté *LD* étant connu, & l'angle *LDA* connu par la premiere Analogie, on trouvera le côté *LA* ſinus de l'angle requis par cette Analogie. FIG. V. VI VII. VIII. IX. & X.

Comme le ſinus total
eſt à *LD* tangente de l'arc trouvé par la ſeconde Analogie;
Ainſi la tangente de l'angle *LDA* trouvé par la premiere Analogie
au côté *LA* ſinus de l'angle *LIA* requis.

Au Cadran polaire declinant. Fig. 7. L'angle *LIA* eſt la difference des longitudes, & *A* l'équinoxial declinant. Fig. 10. Le complément de l'angle *LIA* donne l'angle de la ſouſtylaire & de l'axe, c'eſt à dire l'élevation du pole ſur le plan ſur laquelle on conſtruit le Cadran, comme il a été déja dit.

DEMONSTRATION DE LA IV^me ET V^me ANALOGIE.

Par la Seconde Analogie. L'angle *LMD* a été connu & à ſon complément *LMF* ayant ajoûté l'élevation du pole *FMN* dans le premier cas des inclinés declinans du midy ſuperieurs ou inclinés inferieurs Fig. 5. ou à l'angle *LMD* ayant ajoûté le complément de l'élevation du pole *DMN* Fig. 6. ou ayant pris la difference de l'angle *LMD*, & du complément de l'élevation du pole *DMN* dans les Cadrans inclinés déclinans du ſeptentrion ſuperieurs ou inclinés inferieurs Fig. 8. & 9. on trouve l'angle *NML* fait au centre diviſeur de la meridienne, dont on a pris le ſinus de complément & la tangente de complément pour avoir les nombres 1. & 2.

Par la troiſiéme Analogie. L'angle *AIL* a été connu. Donc dans le triangle rectangle *MNL* Fig. 5, 6, 8, 9, ſi l'on prend *NL* pour ſinus total, *ML* ſera tangente du complément de l'angle *LNM*; & par conſequent *LI*, qui lui eſt égale par conſtruction, ſera donnée dans le triangle rectangle *LAI*; & dans le triangle rectangle *NLA*, *AL* ſera tangente de l'angle de la ſouſtylaire, & de la meridienne ſur le même rayon: il s'agit de trouver *LA*, ce qu'on fera en cette ſorte.

Dans le triangle rectangle *LAI* l'angle *AIL* eſt connu, & le côté *LI*. Donc,

Comme le ſinus total
    au côté *LI* tangente du complément de l'angle *LMN*
        nombre 2.
Ainſi le ſinus de l'angle *LIA* nombre 3.
    au côté *AL* tangente de l'angle *LNA* de la ſouſtylaire
        & de la meridienne.

DEMONSTRATION

DEMONSTRATION DE LA V^{me} ANALOGIE.

Dans le triangle rectangle *OAN*, si l'on prend *ON* pour sinus total, *AO* deviendra sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire : mais *NO*=*NM* comme distances du centre *N* du Cadran aux centres diviseurs *M* & *O*. Donc dans le triangle rectangle *NLM*, *LM* sera le sinus du complément de l'angle *NML* que nous avons appellé nombre premier : mais *ML*=*LI*, & l'angle *LIA* est connu dans le triangle rectangle *LAI*. Donc,

Comme le sinus total
au côté *LI* sinus de complément de l'angle *LMN*, nombre 1 ;
Ainsi le sinus de l'angle *ALI* compl. de l'angle *LIA*, nombre 4.
au côté *AI* ou à son égal *AO* sinus de l'angle requis.

PROBLEME V.

Trouver la difference des longitudes.

SIXIE'ME ANALOGIE.

Comme le sinus total
à la tangente de l'angle de la soustilaire & de la meridienne ;
Ainsi le sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire
à la tangente du complément de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Dans le triangle rectangle *RPN*, si l'on prend *PN* pour rayon, *RP* sera tangente de l'angle de la soustylaire & de la meridienne ; & dans le triangle rectangle *NOP*, *OP* sera sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire : mais *PO*=*PQ* par construction. Donc dans le triangle rectangle *RPQ*, les côtés *RP*, *RQ*, étant connus, on trouvera l'angle *PRQ* complément de l'angle *RQP* requis, par cette Analogie.

Comme le ſinus total
au côté *RP* tangente de l'angle de la ſouſtylaire & de la meridienne ;
Ainſi *PQ* ſinus de l'angle de l'axe & de la ſouſtylaire
à la tangente de l'angle *PRQ* complément de l'angle *RQP* requis. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Ces angles étant connus, on trouvera les angles faits au centre des Cadrans par la ſouſtylaire & les lignes horaires, & enſuite par la meridienne & les lignes horaires par la même methode dont on s'eſt ſervi dans les Cadrans verticaux declinans ; ce qu'on pourra voir plus au long dans un Traité de Gnomonique que nous donnerons au Public.

EXPLICATION DES FIGURES.

FIGURE I.

A Centre du Cadran.
AD Meridienne.
AB Axe.
BC Rayon de l'Equateur.
FG Equinoxiale.
AF Ligne horaire.
B Centre diviſeur de la meridienne.
D Centre diviſeur de l'horizontal.

FIGURE II.

A Centre du Cadran.
AN Meridienne.
AM Souſtylaire.
HP Horizontale.
NP Equinoxiale.
DB Stile droit.
AB Axe.
H Centre diviſeur de la meridienne.
B Centre diviſeur de la ſouſtylaire.
F Centre diviſeur de l'horizontale.
M Centre diviſeur de l'Equinoxiale.

FIGURE III.

A Centre du Cadran.
AN Meridienne.
AM Souſtylaire.
AB Axe.
AO, *AP*, *AQ*, Lignes horaires.
B Centre diviſeur de la ſouſtylaire.
M Centre diviſeur de l'Equinoxiale.

Fig. re

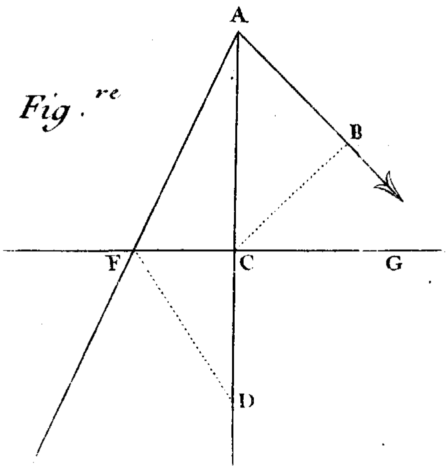


Fig. 2.

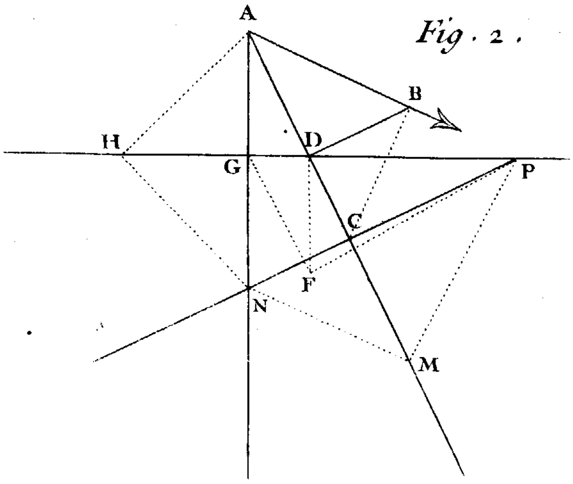


Fig. 3.

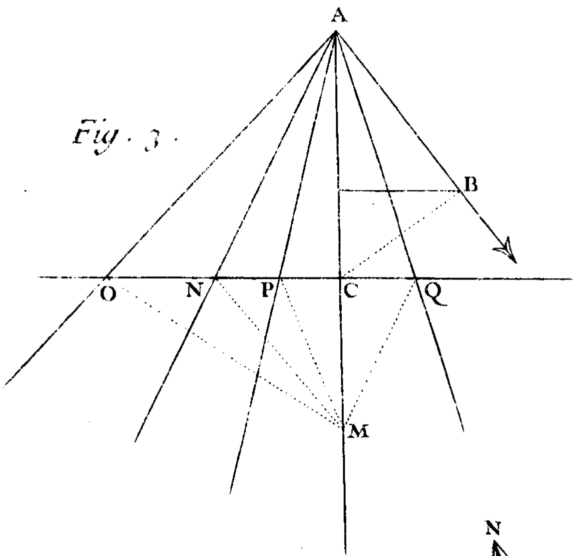


Fig. 4.

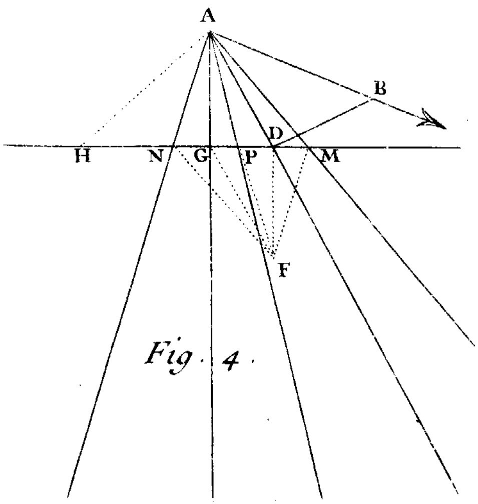
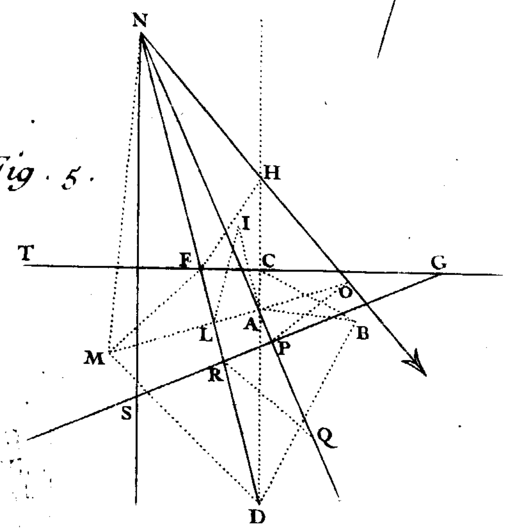


Fig. 5.



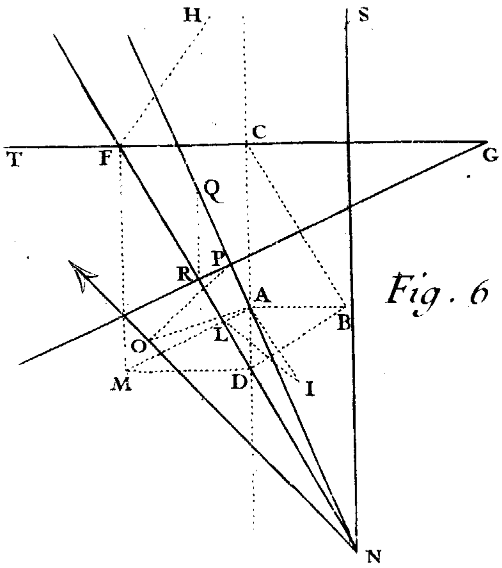


Fig. 6.

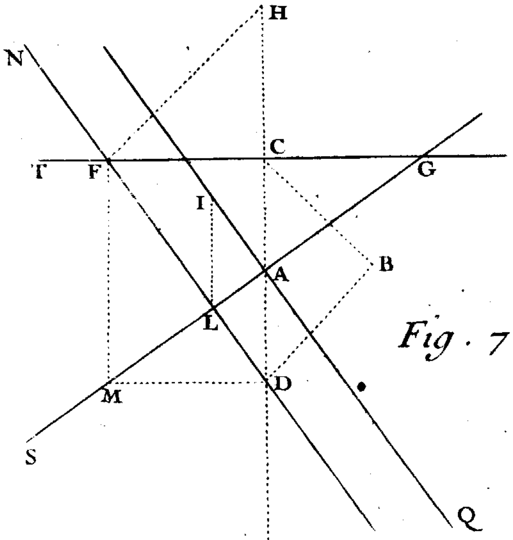


Fig. 7.

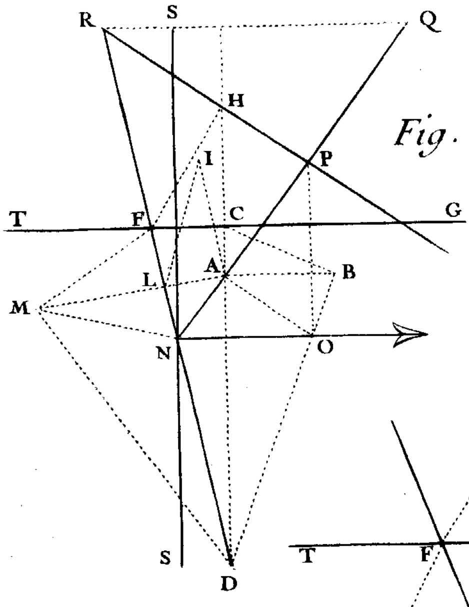


Fig. 8.

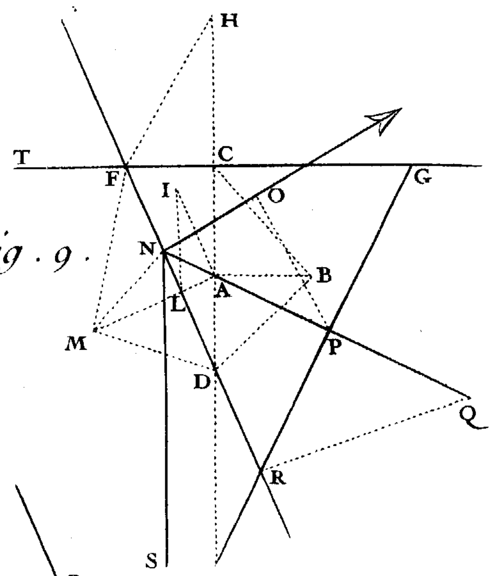


Fig. 9.

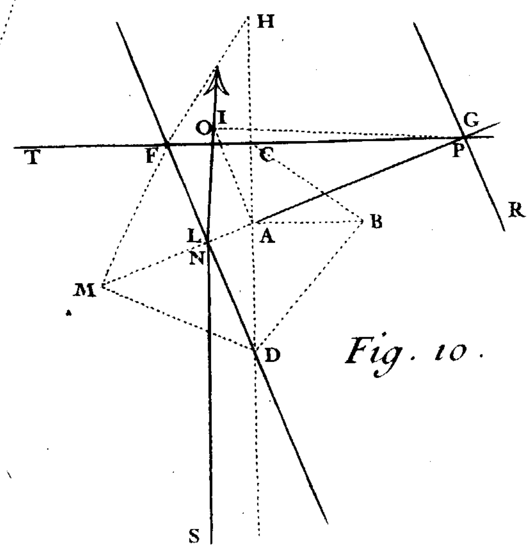


Fig. 10.

FIGURE IV.

A Centre du Cadran.
AG Meridienne.
AD Souſtylaire.
DB Stile droit.
AB Axe.
HM Horizontale.
AM, *AP*, *AN*, Lignes horaires.
H Centre diviſeur de la meridienne.
B Centre diviſeur de la souſtylaire.
F Centre diviſeur de l'horizontale.

FIGURES V, VI, VII, VIII, IX, X.

N Centre du Cadran.
NS Parallele à la verticale.
HD Verticale.
ND Meridienne.
NP Souſtylaire.
SG Equinoxiale.
TG Horizontale.
AO Stile droit.
NO Axe.
H Centre diviſeur de l'horizontale.
A Pied du ſtile.
B Centre diviſeur de la verticale.
M Centre diviſeur de la meridienne.
Q Centre diviſeur de l'Equinoxiale.
O Centre diviſeur de la souſtylaire.
I Centre diviſeur du vertical *AM*.
D Zenith du lieu.

Fin des Memoires de l'année 1707.

Analogies pour angles faits au centre des cadrans solaires, tant horizontaux, verticaux, que declinants inclinés, démontrées par l' analyse des triangles rectilignes - M. CLAPIÉS –
Académie royale des sciences - Année 1707

GÉOMÉTRIE, MATHÉMATIQUE