



HAL
open science

Calcul des déformations à partir de mesures de champs de déplacement bruitées : comparaison entre différentes approches

Stéphane Avril, Pierre Feissel, Fabrice Pierron, Pierre Villon

► To cite this version:

Stéphane Avril, Pierre Feissel, Fabrice Pierron, Pierre Villon. Calcul des déformations à partir de mesures de champs de déplacement bruitées : comparaison entre différentes approches. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. hal-01504288

HAL Id: hal-01504288

<https://hal.science/hal-01504288>

Submitted on 9 Apr 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Calcul des déformations à partir de mesures de champs de déplacement bruités : comparaison entre différentes approches

S. Avril* — P. Feissel** — F. Pierron* — P. Villon**

* *Laboratoire de Mécanique et Procédés de Fabrication
Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers
BP 508 rue Saint Dominique 51006 CHÂLONS EN CHAMPAGNE*

** *Laboratoire Roberval de Mécanique, UTC,
BP 20529 rue Personne de Roberval 60205 COMPIEGNE*

RÉSUMÉ. Cette étude s'intéresse à la reconstruction de champs de déformation à partir de mesures de champs de déplacements bruités. Deux approches sont comparées : l'une globale s'appuyant sur des approximations Éléments Finis et l'autre locale s'appuyant sur l'Approximation diffuse. Pour chacune, on montre comment contrôler en tout point l'écart-type de l'erreur de reconstruction. Une validation sur des données simulées est présentée. Des fonctions tests fournies par la méthode des champs virtuels sont finalement appliquées sur les champs reconstruits, permettant de vérifier que la reconstruction obtenue convient à des fins d'identification.

ABSTRACT. In this study, the issue of deriving strain fields from corrupted measurements of displacement fields is addressed. Two approaches are compared, a global one based on Finite Element approximation and a local one based on Diffuse approximation. For both of them, we show how to monitor the standard deviation of the reconstructed strain field. A validation on modelled data is presented. Test functions provided by the virtual fields method are eventually applied onto the reconstructed fields, rating their suitability for identification purpose.

MOTS-CLÉS : mesures de champs, dérivation numérique, incertitude de mesure, identification.

KEYWORDS: full-field measurements, numerical differentiation, measurement uncertainty, identification.

1. Introduction

Le développement récent des mesures de champs de déplacements offre de nombreuses perspectives en terme d'identification et d'adaptation des essais et des méthodes. Mécaniquement, les déformations s'avèrent plus pertinentes que les déplacements en terme d'informations. Il est donc intéressant d'obtenir ces déformations à partir de mesures de déplacements, ce qui demande d'estimer numériquement le gradient d'une mesure, nécessairement bruitée. Cela pose des difficultés associées à la sensibilité au bruit de mesure de ce type d'opération (Geers *et al.*, 1996).

De nombreuses méthodes de dérivation de mesures ont recours à une base de fonctions régulières dont la dérivation explicite limite l'effet du bruit. La base peut être choisie de manière très diverse dans la littérature (Hickernell *et al.*, 1999), les critères de choix n'étant pas forcément discutés. Dans ce contexte, l'étude présentée ici se propose de comparer deux approches de dérivation numérique : la première s'appuie sur un moindre carré global pour une base d'approximation Éléments Finis (Feng *et al.*, 1991) la seconde met en place un critère local s'appuyant sur l'Approximation Diffuse (Nayroles *et al.*, 1991). L'objectif de l'étude est de maîtriser et de quantifier l'erreur inhérente à cette étape de dérivation. Ces approches sont testées sur un cas expérimental difficile : l'essai de traction sur éprouvette trouée en matériau composite stratifié (Balaco de Morais, 2000).

2. Problème de reconstruction de champs étudié

L'essai sur lequel s'appuie l'étude est un essai de traction sur plaque trouée en composite à fibre de verre. Lors de l'essai, des mesures de déplacement sont effectués sur une zone S autour du trou. Elles sont donc connues sur une grille régulière de N points, M_i de coordonnées \underline{x}_i et rangés dans deux vecteurs : $\{\tilde{U}\}$ et $\{\tilde{V}\}$, correspondant respectivement aux composantes longitudinale et transversale du déplacement. Du fait des perturbations de mesure, ces données s'écrivent encore :

$$\begin{cases} \{\tilde{U}\} = \{\hat{U}\} + \gamma\{u\} \\ \{\tilde{V}\} = \{\hat{V}\} + \gamma\{v\} \end{cases} \quad \text{où } \{\hat{U}\} \text{ et } \{\hat{V}\} \text{ sont les champs exacts} \quad [1]$$

En supposant les mesures comme indépendantes, il est raisonnable de modéliser les perturbations par un bruit blanc Gaussien d'écart-type γ .

L'objectif de ce travail est de reconstruire les champs de déplacement $U(x,y)$ et $V(x,y)$ et leurs gradients en tout point de S à partir de $\{\tilde{U}\}$ et $\{\tilde{V}\}$, afin d'exploiter l'essai. Cette exploitation peut se faire au travers d'une approche inverse ou d'une description quantitative de l'évolution non-linéaire des déformations associée à l'endommagement. Les méthodes peuvent être testées sur des données expérimentales ou des données synthétiques obtenues par Éléments Finis.

3. Choix de la méthode de reconstruction

3.1. Reconstruction par approximation Éléments Finis (EF)

Une première famille de méthodes consiste à effectuer des moindres carrés globaux sur l'ensemble de la zone de mesure. Le champ recherché est alors décomposé sur une base à choisir. Le choix d'une approximations Éléments Finis (Feng *et al.*, 1991), donc chaque fonction de forme a un support fini, permet de limiter le caractère global de la minimisation, qui peut entraîner des oscillations importantes quand on augmente la précision. C'est alors la taille de maille locale qui joue le rôle de paramètre régularisant. Les champs $U(x, y)$ et $V(x, y)$ sont donc cherchés comme les champs minimisant :

$$\mathcal{F}(U, V) = \sum_{i=1}^N (U(x_i, y_i) - \tilde{U}_i)^2 + (V(x_i, y_i) - \tilde{V}_i)^2 \quad [2]$$

où $U(x, y) = \sum_{i=1}^n U_i f_i(x, y)$, $V(x, y) = \sum_{i=1}^n V_i f_i(x, y)$ et f_i les fonctions de forme.

Le problème d'optimalité associé fournit alors les vecteurs de degrés de liberté $\{U\}$ et $\{V\}$. Le champ de déformation est alors cherché sur la même base de fonction de forme que le champ de déplacement dont il dérive et s'obtient par minimisation d'un critère aux moindres carrés entre les champs de déformation recherchés et la déformation dérivée des champs de déplacement initialement reconstruits.

3.2. Reconstruction par Approximation Diffuse (AD)

Une deuxième famille de méthodes s'appuie sur l'utilisation de moindres carrés locaux (Cleveland *et al.*, 1995). Ici, l'outil de régression locale utilisé est l'Approximation Diffuse (Nayroles *et al.*, 1991). Le paramètre régularisant est alors le rayon d'influence de chaque point de mesure. L'intérêt d'une telle approche est de fournir directement un champ de déplacements continu ainsi que ses dérivées au sens diffus.

Le champ reconstruit est cherché en tout point de S , comme solution du problème de minimisation :

$$\min_{a(\underline{x})} \frac{1}{2} \left(P\{a\} - \tilde{U} \right)^T W \left(P\{a\} - \tilde{U} \right) \quad \text{avec,} \quad P = \begin{bmatrix} p(\underline{x} - \underline{x}_1) \\ \dots \\ p(\underline{x} - \underline{x}_N) \end{bmatrix}_{i \in V(\underline{x})} \quad [3]$$

$p(\underline{x})$ est le vecteur ligne des monômes de la base d'approximation, qui n'est pas nécessairement polynômiale. Le choix ici est de prendre une base polynômiale de degré 2 (6 monômes en dimension 2). Ainsi, les termes $a_2(\underline{x})$ et $a_3(\underline{x})$ représentent les dérivées premières au point \underline{x} au sens diffus. $V(\underline{x})$ représente l'ensemble des points de mesure pris en compte pour la reconstruction en \underline{x} . La matrice W est formée de la diagonale des fonctions poids $w(\underline{x}, \underline{x}_i)$ et assure la continuité de la solution.

4. Optimisation des méthodes vis-à-vis du bruit

4.1. Critère local de choix du paramètre régularisant

Les deux approches étant des processus linéaires, les déformations reconstruites dépendent linéairement des mesures, au travers d'un opérateur noté respectivement M_ε^{EF} et M_ε^{AD} . Les erreurs sur les champs reconstruits sont la somme de l'erreur d'approximation du champ exact $\delta\varepsilon_k$ et de l'erreur liée au bruit sur les mesures $\delta\varepsilon_b$. Un critère local de qualité de la reconstruction peut alors être défini en cherchant à :

- obtenir localement une erreur $\delta\varepsilon_k$ de l'ordre de $\delta\varepsilon_b$. Ce critère demande de mettre en place un estimateur d'erreur pour évaluer $\delta\varepsilon_k$;
- garantir un rapport signal sur bruit constant sur l'ensemble de la zone d'étude. Comme les exemples le montreront, ce critère plus simple donne déjà de bons résultats.

L'application de l'un de ces critères doit permettre de choisir localement le paramètre régularisant de chacune des méthodes (taille de maille, rayon d'influence) en tout point de reconstruction. Le choix du paramètre régularisant aura une incidence inverse sur les deux erreurs. En effet, plus le paramètre régularisant est important, plus l'erreur liée au bruit est faible et plus l'erreur d'approximation est importante.

4.2. Estimation de l'erreur liée au bruit de mesure

L'application de ces critères demande d'estimer l'erreur $\delta\varepsilon_b$. Cette dernière étant associée à un bruit, seule une description probabiliste a un sens. À partir de l'écart-type du bruit sur les mesures, on peut déduire la matrice de covariance des déformations par propagation du bruit à travers le processus de reconstruction :

$$COV(\delta\varepsilon_b) = \gamma^2 M_\varepsilon M_\varepsilon^T \quad [4]$$

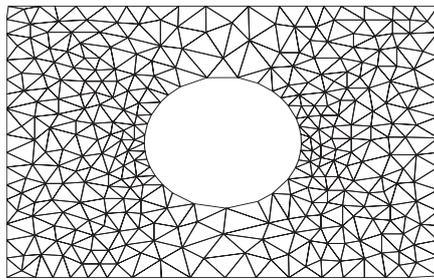
Dans le cas de l'approximation Éléments Finis, une campagne numérique de reconstruction de bruit blanc Gaussien sur des maillages réguliers a permis d'identifier une relation entre la taille de maille locale et la variance sur les quantités recherchées.

Dans le cas de l'Approximation Diffuse, l'opérateur de reconstruction M_ε^{AD} dépend uniquement des coordonnées et poids des points de mesures situés dans le rayon d'influence du point de reconstruction. Il se calcule explicitement.

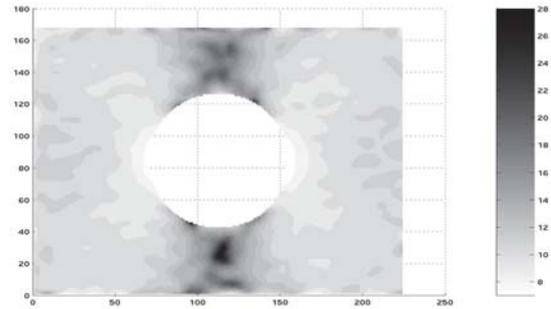
Il est alors possible d'identifier la relation donnant la variance sur les déformations à partir de la variance sur les mesures et du paramètre régularisant. En se fixant un critère sur le niveau de bruit, il est alors possible d'en déduire une carte de paramètre régularisant.

5. Exemples : reconstruction et identification

Les deux approches ont tout d'abord été appliquées sur des données numériques tel que décrit en 2. Le critère de choix du paramètre régularisant est de garantir un rapport signal sur bruit sur la solution de l'ordre de 6. Ceci conduit respectivement à la carte de rayon et au maillage présentés figure 1.



(a) Maillage de l'approximation EF

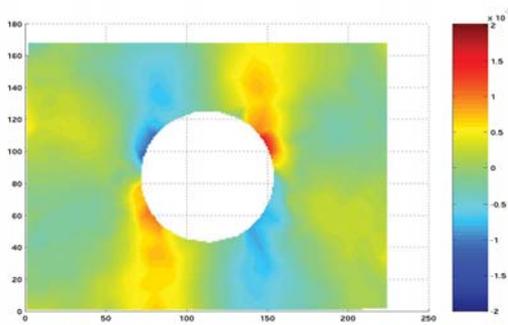


(b) Carte de rayon de l'approximation diffuse

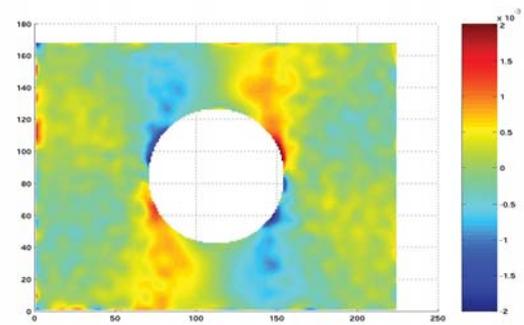
Figure 1. Carte de paramètre régularisant des deux approches

5.1. Champs reconstruits

Les champs reconstruits sont illustrés figure 2, l'erreur est de l'ordre attendu.



(a) Reconstruction par Éléments Finis



(b) Reconstructin par approximation diffuse

Figure 2. Champs de déformation ε_{xy} reconstruits

5.2. Résultats d'identification

Les champs reconstruits sont alors utilisés pour l'identification des paramètres élastiques de l'éprouvette, par la méthode des champs virtuels en utilisant des champs virtuels optimaux vis-à-vis du bruit de mesure (Avril *et al.*, 2004). La méthode s'appuyant uniquement sur les données en déplacement le tenseur d'élasticité ne peut être identifié qu'à une constante multiplicative près. On choisit donc de fixer $Q_{SS} = 8,27 \text{ GPa}$.

Les résultats d'identification sont présentés tableau 1 et comparés aux valeurs exactes. Les deux approches donnent des résultats satisfaisants. Les erreurs sont maximales pour Q_{xx} qui est le paramètre qui contribue le moins à la réponse de l'éprouvette.

mesures	méthodes	Q_{xx} (GPa)	Q_{yy} (GPa)	Q_{xy} (GPa)
		référence : 23,00	référence : 23,00	référence : 6,44
exactes	AD	24,48 ($\Delta = 6,4\%$)	21,17 ($\Delta = -8,0\%$)	6,70 ($\Delta = 4,0\%$)
exactes	EF	24,73 ($\Delta = 7,5\%$)	22,08 ($\Delta = -4,0\%$)	6,62 ($\Delta = 2,7\%$)
bruitées	AD	29,03 ($\Delta = 26,2\%$)	22,00 ($\Delta = -4,4\%$)	7,3 ($\Delta = 13,0\%$)
bruitées	EF	28,04 ($\Delta = 21,9\%$)	22,58 ($\Delta = -1,9\%$)	7,03 ($\Delta = 9,1\%$)

Tableau 1. Propriétés élastiques identifiées par VFM

6. Conclusion et perspectives

Ce papier a présenté deux approches pour dériver des mesures de champs, en cherchant à maîtriser l'erreur générée par la dérivation de mesures bruitées. Un premier choix des paramètres régularisants de chaque méthode a été proposé et mis en œuvre sur un exemple numérique et a donné des résultats satisfaisants, tant en terme de reconstruction que d'identification. La mise en œuvre sur des données expérimentales est en cours. Les perspectives de ce travail portent sur la mise en place du second critère de choix proposé, ainsi que sur le couplage de ces approches avec des techniques de régularisation (Wei *et al.*, 2005).

7. Bibliographie

- Avril S., Grédiac M., Pierron F., « Sensitivity of the virtual fields method to noisy data », *Computational Mechanics*, vol. 34, n° 6, p. 439-452, 2004.
- Balaco de Morais A., « Open hole tensile strength of quasi-isotropic laminates », *Composites Science and Technology*, vol. 60, p. 1997-2004, 2000.
- Cleveland W., Loader C., *Smoothing by local regression : principles and methods*, Springer, 1995.
- Feng Z., Rowlands R., « Smoothing finite-element and experimental hybrid technique for stress analyzing composites », *Computers and Structures*, vol. 6, p. 631-639, 1991.
- Geers M., De Borst R., Brekelmans W., « Computing strain fields from discrete displacement fields in 2D solids », *International Journal of Solids and Structures*, vol. 33, n° 29, p. 4293-4207, 1996.
- Hickernell F. J., Hon Y. C., « Radial basis function approximations as smoothing splines », *Applied Mathematics and Computation*, vol. 102, n° 1, p. 1-24, 1999.
- Nayroles B., Touzot G., Villon P., « La méthode des éléments diffus », *Comptes rendus de l'Académie des Sciences, série 2, Mécanique, Physique, Chimie, Sciences de l'Univers, Sciences de la Terre*, vol. 313, n° 2, p. 133-138, 1991.
- Wei T., Hon Y. C., Wang Y. B., « Reconstruction of numerical derivatives from scattered noisy data », *Inverse Problems*, vol. 21, n° 2, p. 657-672, 2005.